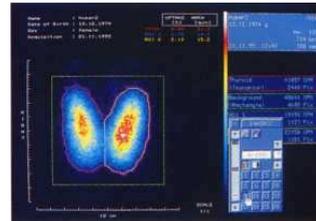
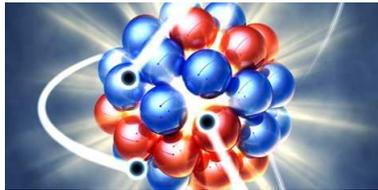


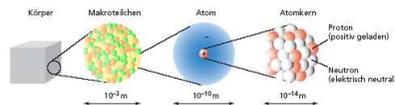
Radioaktivität und Kernstrahlungen



Ausschliesslich für den Unterrichtsgebrauch

1

Das Tröpfchenmodell



Kernradius: $r = r_0 \cdot A^{1/3}$ $r_0 = 1,3 \cdot 10^{-15} m$

Kraft	Wirkt auf	Reichweite	Relative Stärke	Beispiel
elektromagnetische Kraft	elektrisch geladene Teilchen	nimmt mit r^{-2} ab	10^{-2}	Zusammenhalt des Atoms
starke Kraft	Nukleonen (Quarks)	$10^{-15} m$	1	Zusammenhalt des Atomkerns
schwache Kraft	alle Teilchen	$10^{-17} m$	10^{-13}	Beta-Zerfall
Gravitationskraft	alle Teilchen	nimmt mit r^{-2} ab	10^{-40}	Zusammenhalt des Planetensystems

Der Atomkern und seine Bestandteile

Aufbau: Protonen (p)
Neutronen (n) } Nukleon



Nukleon	Symbol-schreibweise	Ruhemasse	Ruheenergie	Ladung
Proton	1_1p	$1,67262 \cdot 10^{-27} kg$ 1,007276 u	938,28 MeV	+ 1 e $1,602 \cdot 10^{-19} C$
Neutron	1_0n	$1,67493 \cdot 10^{-27} kg$ 1,008665 u (1 u = 1,660540 · 10 ⁻²⁷ kg.)	939,57 MeV	0

Massenzahl: $A = Z + N$

Ordnungszahl
(Kernladungszahl)



Neutronenzahl

2



Ein durch Massenzahl und Kernladungszahl eindeutig charakterisierter Atomkern wird als **Nuklid** bezeichnet.

Isotope: Kerne mit gleicher Protonenzahl aber mit unterschiedlicher Neutronenzahl (z.B. ${}^{11}C$, ${}^{12}C$, ${}^{14}C$)

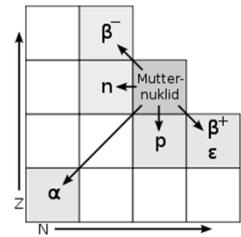
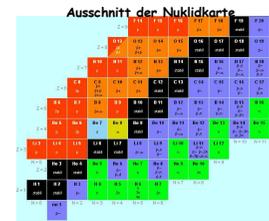
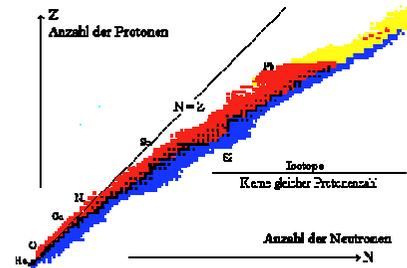
Isomere: Kerne mit gleicher Massen- und Protonenzahl aber verschiedenem Anregungszustand (z.B. ${}^{99m}Tc$, ${}^{99}Tc$)

Bemerkung:

$$m_K < Z \cdot m_p + N \cdot m_n$$

Massendefekt (Δm) => Bindungsenergie des Kerns ($E = \Delta m \cdot c^2$)

4



6

Kernumwandlung und Radioaktivität

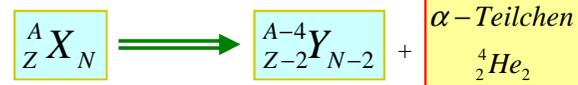
Henri Bequerel - 1896
 Ehepaar Marie und Pierre Curie 1898 - Radium, Polonium
 => Nobel Preis in Physik 1903

Kernumwandlung (Kernreaktion):
 die Umwandlung von Atomkernen in andere Kerne.
 - Bei einer Kernumwandlung wird Strahlung abgegeben.
 -> **radioaktive Strahlung** oder **Kernstrahlung**

Radioaktivität:
 die Atomkerne verändern sich unter Abgabe von Strahlung.

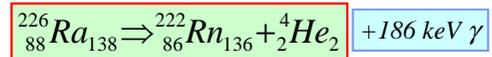
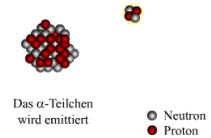
7

α - Zerfall



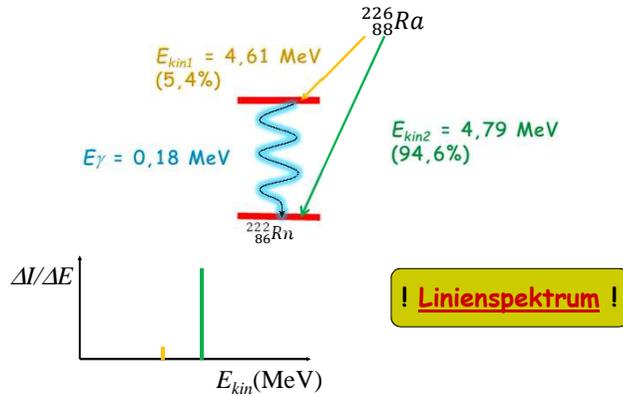
Charakterisierung:

- relative Atommasse: $A \approx 4$
- elektrische Ladung: $q = +2e$
- kinetische Energie: 1 - 10 MeV
- Teilchengeschwindigkeit: $\approx 1/10 \cdot c_0$



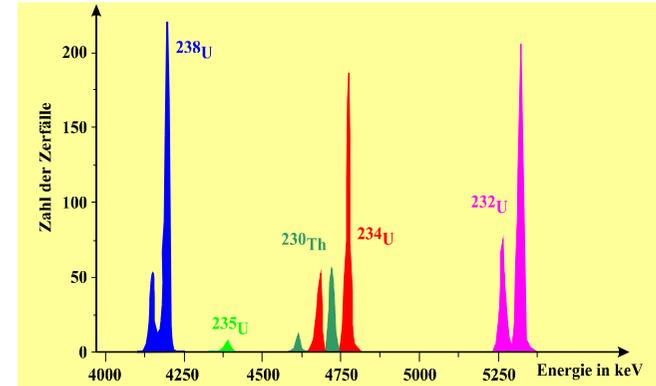
8

Natürliche Zerfallsreihen:
²³²Th (Thoriumreihe), ²³⁷Np (Neptuniumreihe), ²³⁸U (Uranium-Radium-Reihe) und
²³⁵U (Uranium-Aktinium-Reihe)



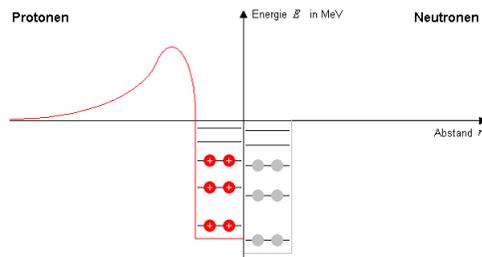
9

Die kinetische Energie eines α-Teilchens hängt vom zerfallenden Kern ab.



Besitzt auch der Atomkern eine Schalenstruktur? 10

Das Potentialtopfmodell des Atomkerns



**Die Energieniveaus sind gequantelt;
 getrennt für Protonen und Neutronen**

Erklärt das beobachtete Linienspektrum des α-Zerfalls,
 und auch der γ-Strahlung.

11

Wechselwirkung der α - Strahlung mit der Materie



Ionisationsvermögen hoch
 (fast) geradlinige Bahn →

1. lineare Ionendichte: $\frac{\Delta n}{\Delta x}$

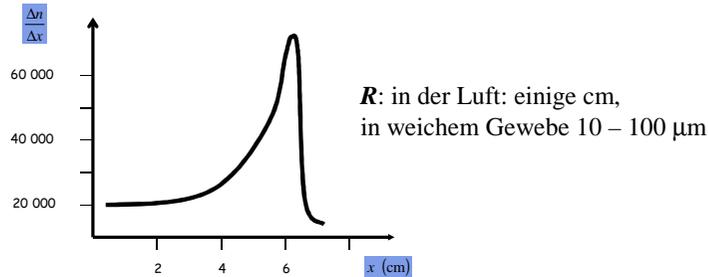
2. lineare Energieübertragung (LET) / Bremsvermögen (s):

$$s = \frac{\Delta E}{\Delta x}$$

$$s = \frac{n \cdot E_{\text{Ionenpaar}}}{\Delta x}$$

$E_{\text{Ionenpaar}}$ – zur Erzeugung eines Ionenpaares notwendige Energie 12

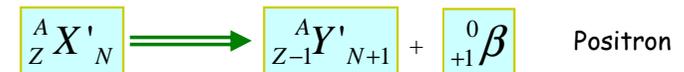
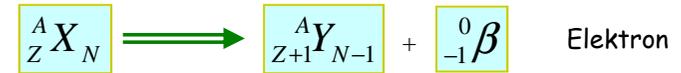
Wechselwirkung der α - Strahlung mit der Materie



3. **Reichweite (R)**: die Distanz, die ein Teilchen in einem Medium zurückgelegt hat, während seine Anfangsenergie auf den thermischen Wert abgesunken ist.

13

β - Zerfall

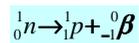
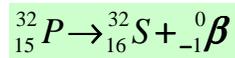


Bezeichnungen: ${}^0_{-1} \beta, \beta^-, \beta, e$ Elektron
 ${}^0_{+1} \beta, \beta^+$ Positron

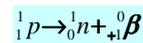
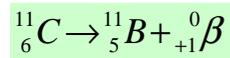
14

Bei Atomkernen mit

Neutronenüberschuß



Protonenüberschuß



Charakterisierung:

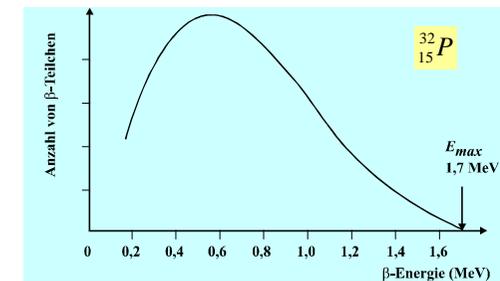
- Masse: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- elektrische Ladung: $q = \pm e$
- kinetische Energie: einige MeV
- Teilchengeschwindigkeit: bis zu $0,99 \cdot c_0$

Obwohl Mutter- und Tochterkern wohldefinierte Energie besitzen, ergibt sich für das Elektron keine feste kinetische Energie.

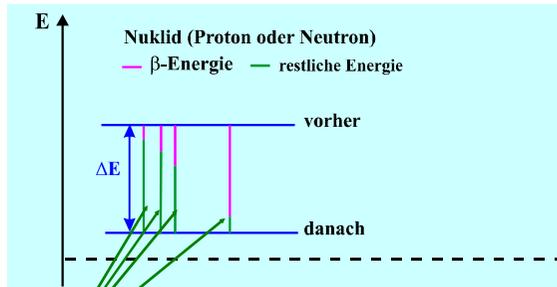
15

Das Spektrum der β -Strahlung

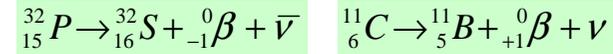
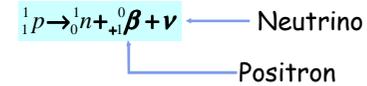
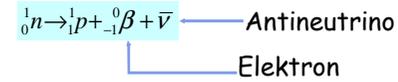
- Erwartet: Linienspektrum
- Beobachtet: kontinuierliches Spektrum, mit maximaler Energie !!



16



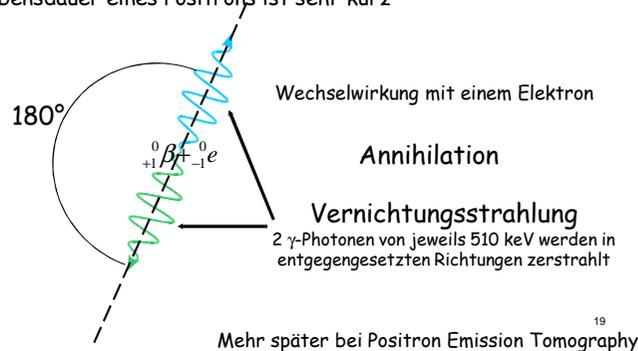
Die Energiedifferenz, ΔE ist zwischen β -Teilchen und einem neutralen Teilchen, dem **Neutrino**. aufgeteilt - Pauli 1930.



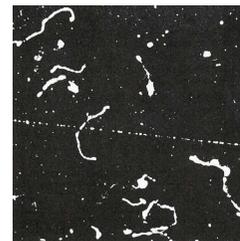
Erhaltungsgesetze: Energie, Ladung, Impuls, ...

Bemerkungen:

- Positronenstrahlung tritt bei künstlichen radioaktiven Isotopen auf (bei den kosmogenen Radionuklide auch)
- Die Lebensdauer eines Positrons ist sehr kurz



Reichweite der β - Strahlung



mehrere Kollisionen – zick-zack-förmige Bahn

Ionisationsvermögen $\sim 1\ 000\times$ kleiner als bei den α - Teilchen

Reichweite: in der Luft: 10 cm - einige Meter,
 in weichem Gewebe einige mm

γ -Strahlung



Eine Emission von γ -Photonen(Quanten) bedeutet keine Veränderung der Massen- oder Ordnungszahl. Sie stellt jedoch eine Energieänderung des Kerns dar.

21

γ -Strahlung

Charakterisierung:

- elektromagnetische Welle bzw. Photon → Dualismus
- mit einer Ruhemasse von 0
- keine elektrische Ladung
- Photonenenergie: MeV
- Geschwindigkeit: c_0 (Vakuumlichtgeschwindigkeit)

22

Das Spektrum der γ -Strahlung

- Linienspektrum
- charakteristisch für Isotop

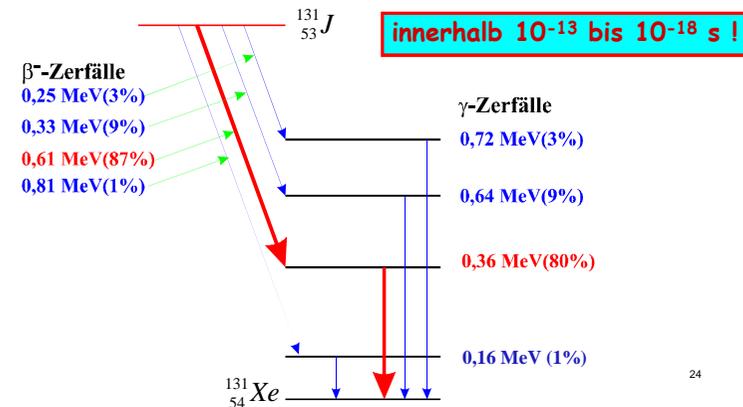
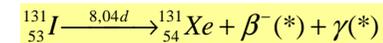
$$\begin{aligned} {}^{51}\text{Cr}: E_\gamma &= 0,32 \text{ MeV} \\ {}^{137}\text{Cs}: E_\gamma &= 0,661 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (\text{Praktikum: } \gamma\text{-Energie})$$

Identifizierung der Atomkerne anhand der γ -Strahlung
⇒ **Isotopendiagnostik**

23

Prompte γ -Strahlung

z.B.:



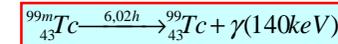
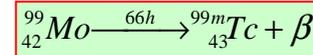
24

Prompte γ -Strahlung

Begleiteffekt von α und β -Strahlung

Der angeregte Kern gibt seine Energieüberschuß innerhalb einer sehr kurzen Zeit in einem oder in mehreren Schritten durch Emission von γ -Strahlung ab.

Isomerer Übergang



Der Kern bleibt nach der Teilchenemission für eine relativ lange Zeit (länger als 10^{-10} s) in angeregtem Zustand.

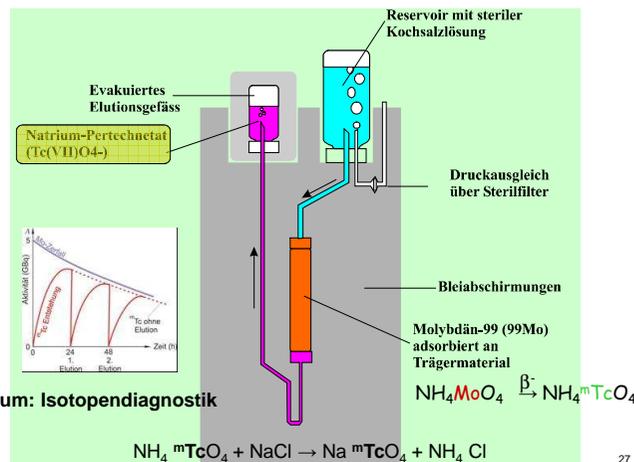
metastabiler Zustand

Isomer des Kerns ${}_{43}^{99}\text{Tc}$

→ Technetium Generator

25

Technetium Generator



27

➤ ${}^{\text{m}}\text{Tc-99}$ ist das meistbenützte Isotop für unterschiedliche Radiopharmaka

➤ a.) Na-Pertechnetat-Lösung (Generator-Eluat) für Darstellung der Schilddrüse und der Speicheldrüsen;

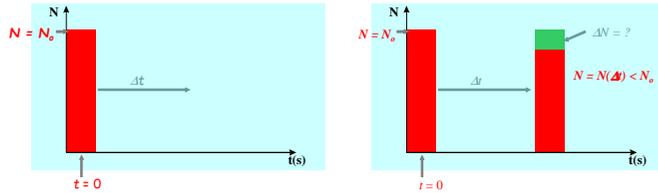
➤ b.) HSA-Makroaggregate für Lungenperfusions-Szintigraphie;

➤ c.) Iminoessigsäure-Derivate für Choleztintigraphie, Bestimmung der hepatobiliären Funktion; ...

28

Beschreibung des Zerfallsprozesses

Radioaktiver Zerfall ist ein zufälliger Vorgang.
Es lassen sich lediglich *statistische Aussagen* über diesen Vorgang für eine große Anzahl von Kernen machen.



N_0 : Anzahl der radioaktiven Kerne zur Zeit $t = 0$

29

$\Delta N(t)$: zerfallene radioaktive Kerne im Zeitintervall Δt

$N(t)$: radioaktive Atomkerne zur Zeit t

(-) Vorzeichen: die Zahl der Zerfälle mit der Zeit abnimmt.

$$\Delta N(t) \sim -N(t) \cdot \Delta t$$

$$\frac{\Delta N(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot \Delta t \quad \lambda - \text{Zerfallskonstante}$$

$$[\lambda] = 1/s$$

30

dN : zerfallene radioaktive Kerne im Zeitintervall dt

$N(t)$: radioaktive Atomkerne zur Zeit t

(-) Vorzeichen: die Zahl der Zerfälle mit der Zeit abnimmt.

infinitesimale Form:

$$dN(t) \sim -N(t) \cdot dt$$

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot dt \quad \lambda - \text{Zerfallskonstante}$$

$$[\lambda] = 1/s$$

31

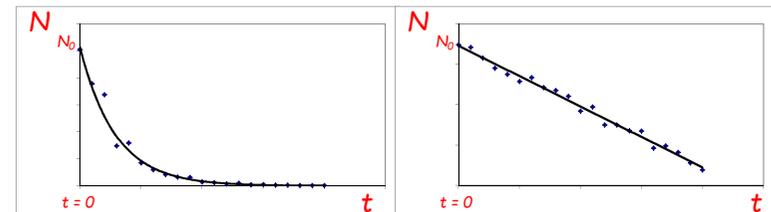
Zerfallsgesetz

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N_0 - die Anzahl der instabilen Kerne zur Zeit $t = 0$

e - Eulersche Zahl; $e = 2,718281828$

λ - Zerfallskonstante



lineare Darstellung

halblogarithmische Darstellung

32

Deutung der Zerfallskonstante:

$$\frac{\Delta N(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot \Delta t$$

Anteil der zerfallenen Kerne im Zeitintervall Δt

$\lambda \cdot \Delta t$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Kern während Δt zerfällt.

33

λ - Zerfallskonstante

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad \text{mittlere Lebensdauer}$$

Wie viele instabile Kerne sind nach $t = \tau$ langer Zeit im Präparat vorhanden?

$$N(\tau) = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot \tau}$$

$$\frac{N(\tau)}{N_o} = e^{-\lambda \cdot \frac{1}{\lambda}} \Rightarrow \frac{N(\tau)}{N_o} = e^{-1}$$

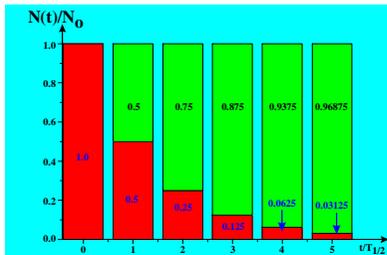
τ gibt an, nach welcher Zeit die Anzahl der instabilen Kerne auf den e-ten (37%) Teil ihres Anfangswertes gesunken ist.

34

Nach welcher Zeit hat sich die Hälfte der zum Zeitpunkt $t = 0$ vorhandenen instabilen Kerne umgewandelt?

Halbwertszeit: $T_{1/2}$

Die Halbwertszeit ($T_{1/2}$) ist diejenige Zeit, in der die Anzahl der vorhandenen instabile Atomkerne jeweils auf die Hälfte abnimmt.



35

$$N(t = T_{1/2}) = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \quad N(t = T_{1/2}) = \frac{N_o}{2}$$

$$\frac{N_o}{2} = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \quad \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$$

$$\Rightarrow 2 = e^{\lambda \cdot T_{1/2}}$$

$$\ln 2 = \ln(e^{\lambda \cdot T_{1/2}}) \Rightarrow \ln 2 = \lambda \cdot T_{1/2}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$N(t) = N_o e^{-\lambda t} \quad \longleftrightarrow \quad \frac{N(t)}{N_o} = 2^{-t/T_{1/2}}$$

36

Wieviel Kerne zerfallen pro Sekunde: $\Delta N/\Delta t = ?$

Aktivität eines Präparates

$$\Lambda(t) = -\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} \Rightarrow \Lambda(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

$$\begin{aligned} -\frac{dN(t)}{dt} &= \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} \\ \Lambda(t) &= \lambda \cdot N(t) \quad \Lambda_0 = \lambda \cdot N_0 \\ \Lambda(t) &= \Lambda_0 \cdot e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

Bezeichnungen: Λ, A

[Λ] = Zerfall/Sekunde = Bq (Becquerel)

37

$$\Lambda = \lambda \cdot N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N$$

Konsequenzen:

1.) wenn anfangs dieselbe Kernmenge (N_0) vorhanden ist, kürzere Halbwertszeit erhöht die Aktivität: mehr Kerne zerfallen pro Zeiteinheit.

2.) um eine gewünschte Aktivität zu erreichen, ist eine kleinere Anfangsmenge aus einem Isotop kürzerer Halbwertszeit nötig.

kleinere Strahlenbelastung bei Isotopendiagnostik!!!

39

Bemerkung:

1. spezifische Aktivität
- auf die Masseneinheit bezogene Aktivität

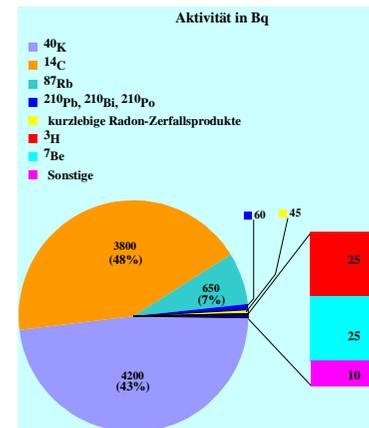
Einheit: Bq/g

2. Aktivitätskonzentration
- auf die Volumeneinheit bezogene Aktivität

Einheit: Bq/ml

38

Radioaktive Isotope im menschlichen Körper



auf 70 kg bezogen

Gesamtaktivität ~ 9000 Bq

40

Biologische und effektive Halbwertszeit

λ_{phys} - physikalische Zerfallskonstante
 λ_{biol} - biologische Zerfallskonstante

Sei $\lambda_{eff} \cdot \Delta t$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Kern während Δt zerfällt oder ausgeschieden wird.

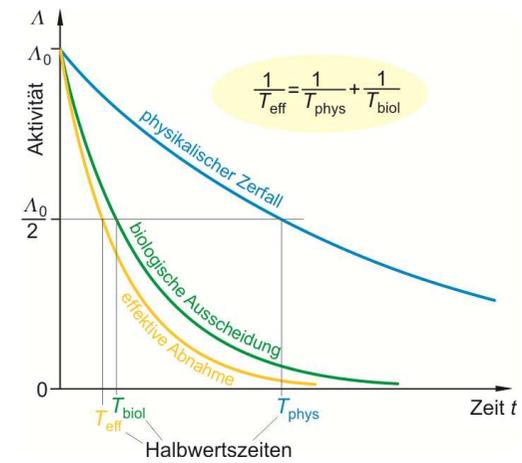
$$\lambda_{eff} \cdot \Delta t = \lambda_{phys} \cdot \Delta t + \lambda_{biol} \cdot \Delta t$$

$$\lambda_{eff} = \lambda_{phys} + \lambda_{biol} \quad \longrightarrow \quad \frac{\ln 2}{T_{eff}} = \frac{\ln 2}{T_{phys}} + \frac{\ln 2}{T_{biol}} \quad \longrightarrow$$

$$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T_{phys}} + \frac{1}{T_{biol}}$$

41

Biologische und effektive Halbwertszeit



42