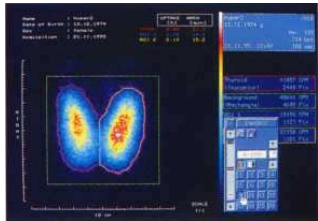
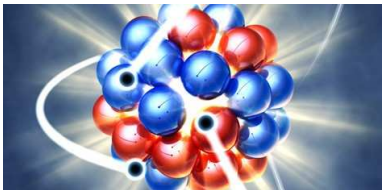


# Radioaktivität und Kernstrahlungen



Ausschliesslich für den Unterrichtsgebrauch

## Der Atomkern und seine Bestandteile

Aufbau: Protonen (p)  
Neutronen (n) } Nukleon



Nukleon	Symbol-schreibweise	Ruhemasse	Ruheenergie	Ladung
Proton	${}^1_1p$	$1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $1,007276 \text{ u}$	$938,28 \text{ MeV}$	$+1e$ $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Neutron	${}^1_0n$	$1,67493 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $1,008665 \text{ u}$ ( $1 \text{ u} = 1,660540 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ )	$939,57 \text{ MeV}$	0

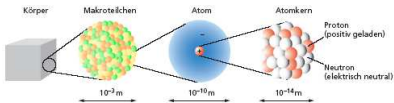
Massenzahl:  $A = Z + N$

Ordnungszahl  
(Kernladungszahl)



Neutronenzahl

## Das Tröpfchenmodell



Kernradius:  $r = r_0 \cdot A^{1/3}$   $r_0 = 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ m}$

Kraft	Wirkt auf	Reichweite	Relative Stärke	Beispiel
elektromagnetische Kraft	elektrisch geladene Teilchen	nimmt mit $r^{-2}$ ab	$10^{-2}$	Zusammenhalt des Atoms
starke Kraft	Nukleonen (Quarks)	$10^{-15} \text{ m}$	1	Zusammenhalt des Atomkerns
schwache Kraft	alle Teilchen	$10^{-17} \text{ m}$	$10^{-13}$	Beta-Zerfall
Gravitationskraft	alle Teilchen	nimmt mit $r^{-2}$ ab	$10^{-40}$	Zusammenhalt des Planetensystems



Ein durch Massenzahl und Kernladungszahl eindeutig charakterisierter Atomkern wird als **Nuklid** bezeichnet.

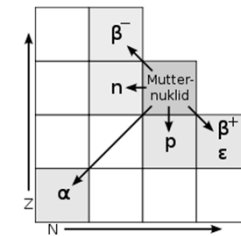
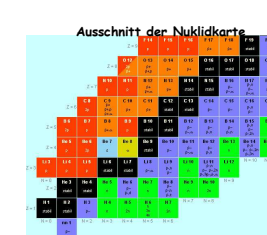
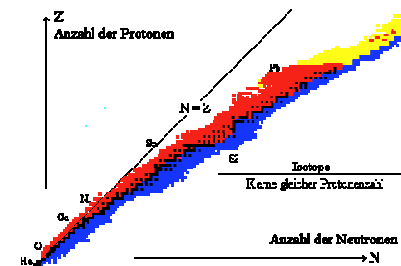
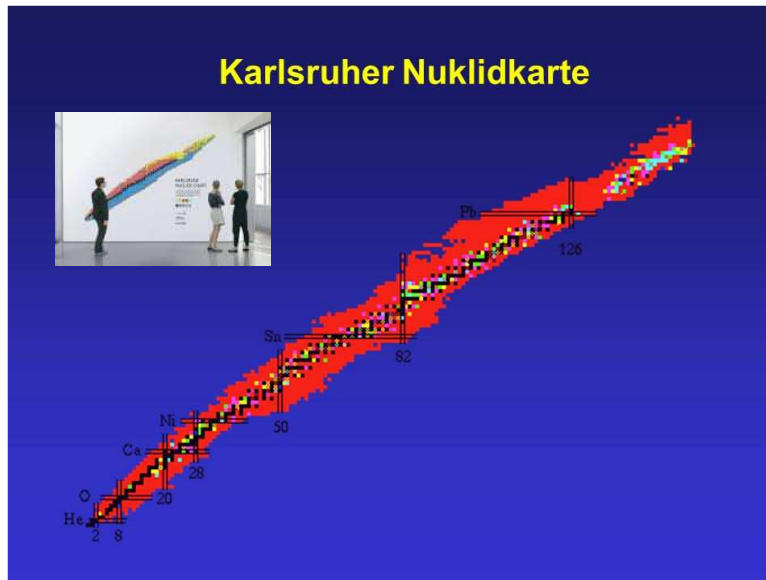
**Isotope:** Kerne mit gleicher Protonenzahl aber mit unterschiedlicher Neutronenzahl (z.B.  ${}^{11}\text{C}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{14}\text{C}$ )

**Isomere:** Kerne mit gleicher Massen- und Protonenzahl aber verschiedenem Anregungszustand (z.B.  ${}^{99\text{m}}\text{Tc}$ ,  ${}^{99}\text{Tc}$ )

Bemerkung:

$$m_K < Z \cdot m_p + N \cdot m_n$$

Massendefekt ( $\Delta m$ ) => Bindungsenergie des Kerns ( $E = \Delta m \cdot c^2$ )



6

## Kernumwandlung und Radioaktivität

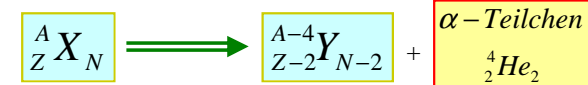
Henri Becquerel - 1896  
 Ehepaar Marie und Pierre Curie 1898 - Radium, Polonium  
 => Nobel Preis in Physik 1903

**Kernumwandlung (Kernreaktion):**  
 die Umwandlung von Atomkernen in andere Kerne.  
 - Bei einer Kernumwandlung wird Strahlung abgegeben.  
 -> **radioaktive Strahlung** oder **Kernstrahlung**

**Radioaktivität:**  
 die Atomkerne verändern sich unter Abgabe von Strahlung.

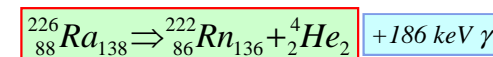
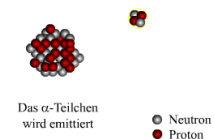
7

## α- Zerfall



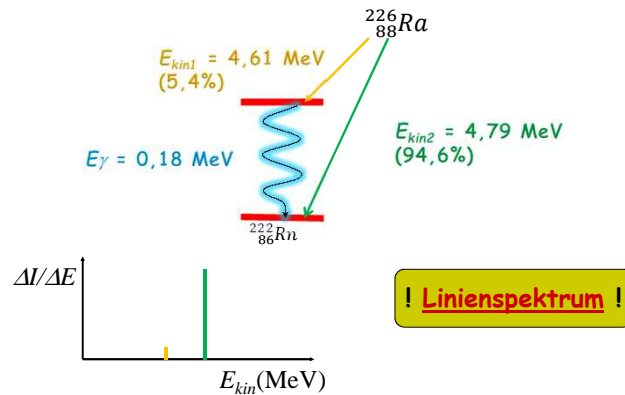
### Charakterisierung:

- relative Atommasse:  $A \approx 4$
- elektrische Ladung:  $q = + 2e$
- kinetische Energie: 1 - 10 MeV
- Teilchengeschwindigkeit:  $\approx 1/10 \cdot c_0$



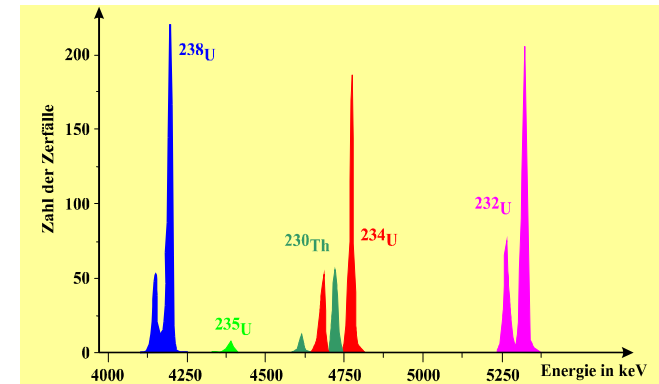
8

Natürliche Zerfallsreihen:  
 $^{232}\text{Th}$  (Thoriumreihe),  $^{237}\text{Np}$  (Neptuniumreihe),  $^{238}\text{U}$  (Uranium-Radium-Reihe) und  $^{235}\text{U}$  (Uranium-Aktinium-Reihe)



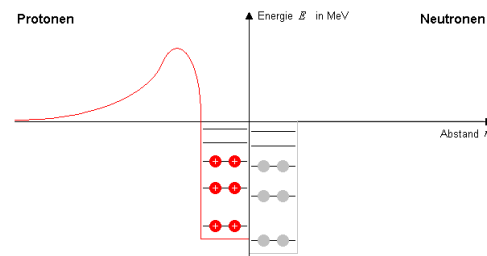
9

Die kinetische Energie eines  $\alpha$ -Teilchens hängt vom zerfallenden Kern ab.



Besitzt auch der Atomkern eine Schalenstruktur? 10

Das Potentialtopfmodell des Atomkerns



**Die Energieniveaus sind gequantelt;  
 getrennt für Protonen und Neutronen**

Erklärt das beobachtete Linienspektrum des  $\alpha$ -Zerfalls,  
 und auch der  $\gamma$ -Strahlung.

11

Wechselwirkung der  $\alpha$  - Strahlung mit der Materie



Ionisationsvermögen hoch  
 (fast) geradlinige Bahn →

1. lineare Ionendichte:  $\frac{\Delta n}{\Delta x}$

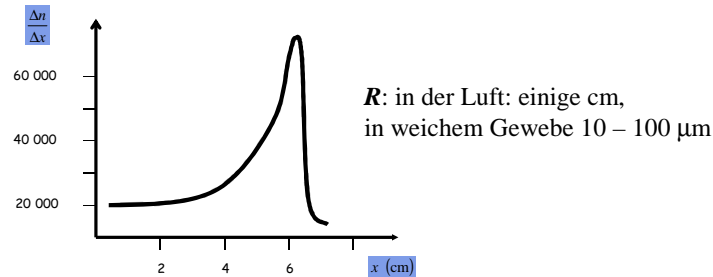
2. lineare Energieübertragung (LET) / Bremsvermögen (s):

$$s = \frac{\Delta E}{\Delta x}$$

$$s = \frac{n \cdot E_{\text{Ionenpaar}}}{\Delta x}$$

$E_{\text{Ionenpaar}}$  – zur Erzeugung eines Ionenpaares notwendige Energie 12

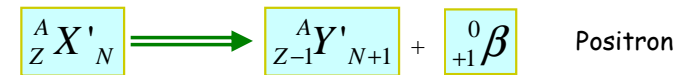
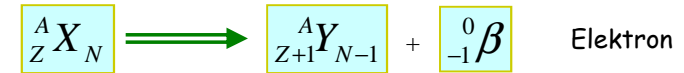
## Wechselwirkung der $\alpha$ - Strahlung mit der Materie



3. **Reichweite ( R )**: die Distanz, die ein Teilchen in einem Medium zurückgelegt hat, während seine Anfangsenergie auf den thermischen Wert abgesunken ist.

13

## $\beta$ - Zerfall

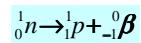
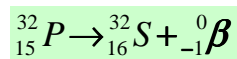


Bezeichnungen:  $\begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix} \beta, \beta^-, \beta, e$  Elektron  
 $\begin{matrix} 0 \\ +1 \end{matrix} \beta, \beta^+$  Positron

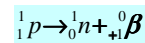
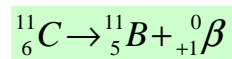
14

Bei Atomkernen mit

Neutronenüberschuß



Protonenüberschuß



Charakterisierung:

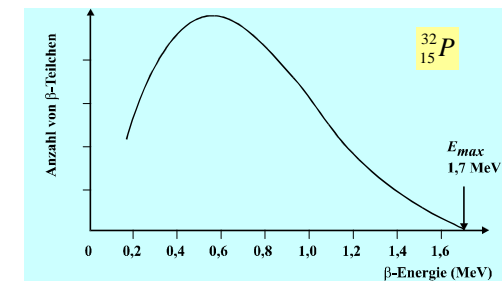
- Masse:  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- elektrische Ladung:  $q = \pm e$
- kinetische Energie: einige MeV
- Teilchengeschwindigkeit: bis zu  $0,99 \cdot c_0$

Obwohl Mutter- und Tochterkern wohldefinierte Energie besitzen, ergibt sich für das Elektron keine feste kinetische Energie.

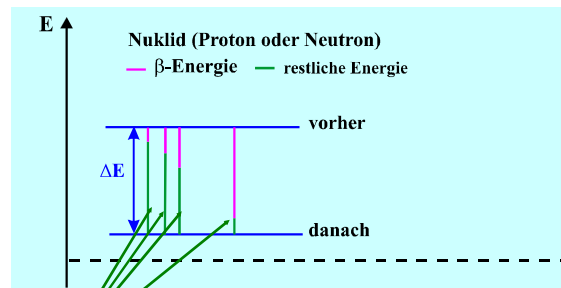
15

## Das Spektrum der $\beta$ -Strahlung

- Erwartet: Linienspektrum
- Beobachtet: kontinuierliches Spektrum, mit maximaler Energie !!

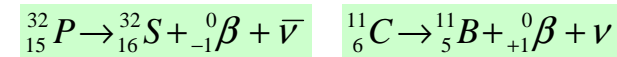
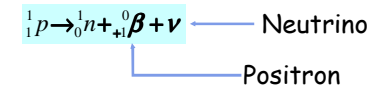
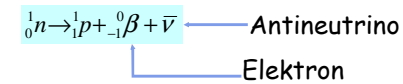


16



Die Energiedifferenz,  $\Delta E$  ist zwischen  $\beta$ -Teilchen und einem neutralen Teilchen, dem **Neutrino**. aufgeteilt – Pauli 1930.

17

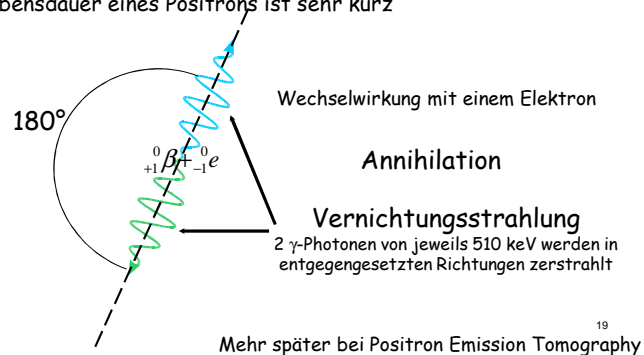


Erhaltungsgesetze: Energie, Ladung, Impuls, ...

18

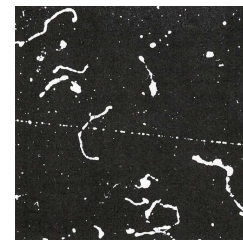
### Bemerkungen:

- Positronenstrahlung tritt bei künstlichen radioaktiven Isotopen auf (bei den kosmogenen Radionuklide auch)
- Die Lebensdauer eines Positrons ist sehr kurz



19

### Reichweite der $\beta$ - Strahlung



mehrere Kollisionen – zick-zack-förmige Bahn

**Ionisationsvermögen** ~ 1 000x kleiner als bei den  $\alpha$  - Teilchen

**Reichweite:** in der Luft: 10 cm – einige Meter,  
 in weichem Gewebe einige mm

20

## $\gamma$ -Strahlung



Eine Emission von  $\gamma$ -Photonen(Quanten) bedeutet keine Veränderung der Massen- oder Ordnungszahl. Sie stellt jedoch eine Energieänderung des Kerns dar.

21

## $\gamma$ -Strahlung

### Charakterisierung:

- elektromagnetische Welle bzw. Photon → Dualismus
- mit einer Ruhemasse von 0
- keine elektrische Ladung
- Photonenenergie: MeV
- Geschwindigkeit:  $c_0$  (Vakuumlichtgeschwindigkeit)

22

## Das Spektrum der $\gamma$ -Strahlung

- Linienspektrum
- charakteristisch für Isotop

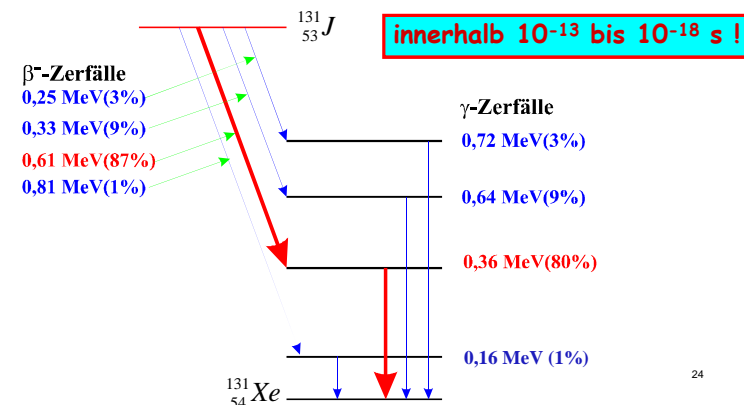
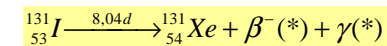
$$\begin{array}{l} {}^{51}\text{Cr}: E_\gamma = 0,32 \text{ MeV} \\ {}^{137}\text{Cs}: E_\gamma = 0,661 \text{ MeV} \end{array} \quad (\text{Praktikum: } \gamma\text{-Energie})$$

Identifizierung der Atomkerne anhand der  $\gamma$ -Strahlung  
⇒ **Isotopendiagnostik**

23

## Prompte $\gamma$ -Strahlung

z.B.:



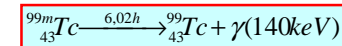
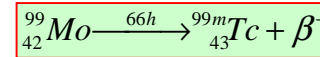
24

## Prompte $\gamma$ -Strahlung

Begleiteffekt von  $\alpha$  und  $\beta$ -Strahlung

Der angeregte Kern gibt seine Energieüberschuß innerhalb einer sehr kurzen Zeit in einem oder in mehreren Schritten durch Emission von  $\gamma$ -Strahlung ab.

## Isomerer Übergang



Der Kern bleibt nach der Teilchenemission für eine relativ lange Zeit (länger als  $10^{-10}$  s) in angeregtem Zustand.

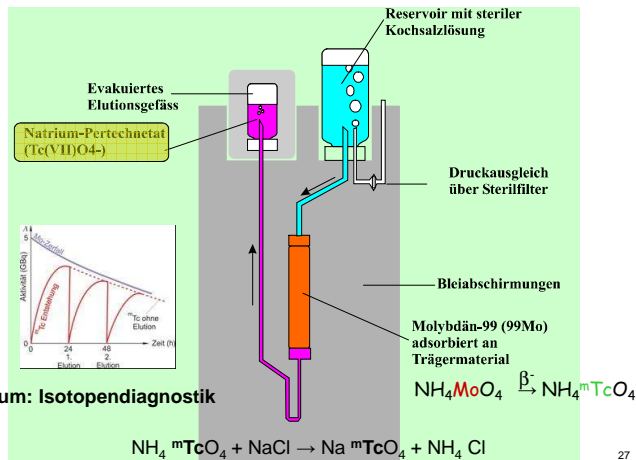
metastabiler Zustand

Isomer des Kerns  ${}^{99}_{43}\text{Tc}$

→ Technetium Generator

25

## Technetium Generator



27

➤  ${}^{99m}\text{Tc}$ -99 ist das meistbenützte Isotop für unterschiedliche Radiopharmaka

➤ a.) Na-Pertechnetat-Lösung (Generator-Eluat) für Darstellung der Schilddrüse und der Speicheldrüsen;

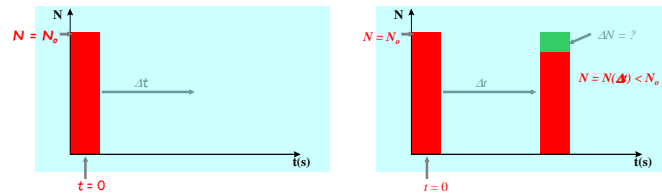
➤ b.) HSA-Makroaggregate für Lungenperfusions-Szintigraphie;

➤ c.) Iminoessigsäure-Derivate für Choleszintigraphie, Bestimmung der hepatobiliären Funktion; ...

28

## Beschreibung des Zerfallsprozesses

Radioaktiver Zerfall ist ein zufälliger Vorgang.  
Es lassen sich lediglich *statistische Aussagen* über diesen Vorgang für eine große Anzahl von Kernen machen.



$N_0$ : Anzahl der radioaktiven Kerne zur Zeit  $t = 0$

29

$\Delta N(t)$ : zerfallene radioaktive Kerne im Zeitintervall  $\Delta t$

$N(t)$ : radioaktive Atomkerne zur Zeit  $t$

( - ) Vorzeichen: die Zahl der Zerfälle mit der Zeit abnimmt.

$$\Delta N(t) \sim -N(t) \cdot \Delta t$$

$$\frac{\Delta N(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot \Delta t \quad \lambda - \text{Zerfallskonstante}$$

$[\lambda] = 1/s$

30

$dN$ : zerfallene radioaktive Kerne im Zeitintervall  $dt$

$N(t)$ : radioaktive Atomkerne zur Zeit  $t$

( - ) Vorzeichen: die Zahl der Zerfälle mit der Zeit abnimmt.

infinitesimale Form:

$$dN(t) \sim -N(t) \cdot dt$$

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot dt \quad \lambda - \text{Zerfallskonstante}$$

$[\lambda] = 1/s$

31

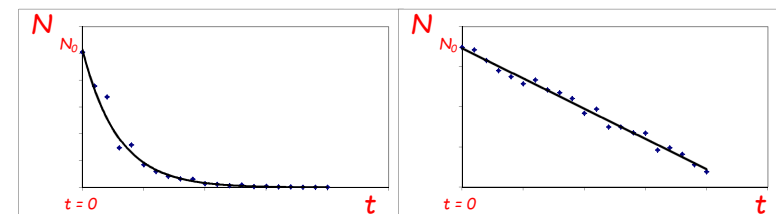
## Zerfallsgesetz

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$N_0$  - die Anzahl der instabilen Kerne zur Zeit  $t = 0$

$e$  - Eulersche Zahl;  $e = 2,718281828$

$\lambda$  - Zerfallskonstante



lineare Darstellung

halblogarithmische Darstellung

32



Deutung der Zerfallskonstante:

$$\frac{\Delta N(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot \Delta t$$

Anteil der zerfallenen Kerne im Zeitintervall  $\Delta t$

$\lambda \cdot \Delta t$  ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Kern während  $\Delta t$  zerfällt.

33

$\lambda$  – Zerfallskonstante

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad \text{mittlere Lebensdauer}$$

Wie viele instabile Kerne sind nach  $t = \tau$  langer Zeit im Präparat vorhanden?

$$N(\tau) = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot \tau}$$

$$\frac{N(\tau)}{N_o} = e^{-\lambda \cdot \frac{1}{\lambda}} \Rightarrow \frac{N(\tau)}{N_o} = e^{-1}$$

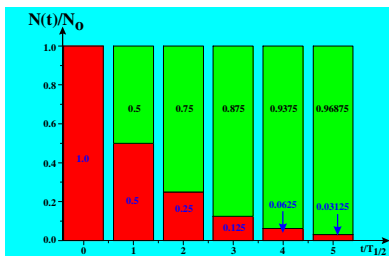
$\tau$  gibt an, nach welcher Zeit die Anzahl der instabilen Kerne auf den e-ten (37%) Teil ihres Anfangswertes gesunken ist.

34

Nach welcher Zeit hat sich die Hälfte der zum Zeitpunkt  $t = 0$  vorhandenen instabilen Kerne umgewandelt?

**Halbwertszeit:  $T_{1/2}$**

Die Halbwertszeit ( $T_{1/2}$ ) ist diejenige Zeit, in der die Anzahl der vorhandenen instabilen Atomkerne jeweils auf die Hälfte abnimmt.



35

$$N(t = T_{1/2}) = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \quad N(t = T_{1/2}) = \frac{N_o}{2}$$

$$\frac{N_o}{2} = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \quad \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$$

$$\Rightarrow 2 = e^{\lambda \cdot T_{1/2}}$$

$$\ln 2 = \ln(e^{\lambda \cdot T_{1/2}}) \Rightarrow \ln 2 = \lambda \cdot T_{1/2}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$N(t) = N_o e^{-\lambda t} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{N(t)}{N_o} = 2^{-t/T_{1/2}}$$

36

Wieviel Kerne zerfallen pro Sekunde:  $\Delta N/\Delta t = ?$

### Aktivität eines Präparates

$$\Lambda(t) = -\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} \Rightarrow \Lambda(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

$$\begin{aligned} -\frac{dN(t)}{dt} &= \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} \\ \Lambda(t) &= \lambda \cdot N(t) \quad \Lambda_0 = \lambda \cdot N_0 \\ \Lambda(t) &= \Lambda_0 \cdot e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

Bezeichnungen:  $\Lambda$ ,  $A$

$[ \Lambda ] = \text{Zerfall/Sekunde} = \text{Bq (Becquerel)}$

37

$$\Lambda = \lambda \cdot N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N$$

Konsequenzen:

1.) wenn anfangs dieselbe Kernmenge ( $N_0$ ) vorhanden ist, kürzere Halbwertszeit erhöht die Aktivität: mehr Kerne zerfallen pro Zeiteinheit.

2.) um eine gewünschte Aktivität zu erreichen, ist eine kleinere Anfangsmenge aus einem Isotop kürzerer Halbwertszeit nötig.

**kleinere Strahlenbelastung bei Isotopendiagnostik!!!**

39

Bemerkung:

1. spezifische Aktivität  
- auf die Masseneinheit bezogene Aktivität

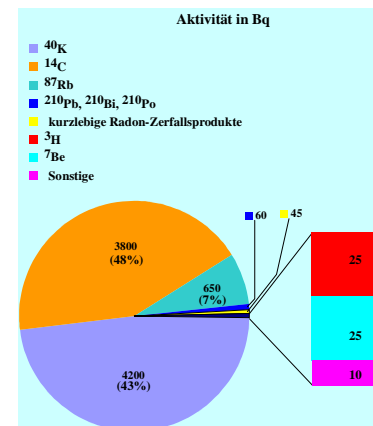
Einheit: Bq/g

2. Aktivitätskonzentration  
- auf die Volumeneinheit bezogene Aktivität

Einheit: Bq/ml

38

### Radioaktive Isotope im menschlichen Körper



auf 70 kg bezogen

Gesamtaktivität ~ 9000 Bq

40

## Biologische und effektive Halbwertszeit

$\lambda_{phys}$  - physikalische Zerfallskonstante  
 $\lambda_{biol}$  - biologische Zerfallskonstante

Sei  $\lambda_{eff} \cdot \Delta t$  die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Kern während  $\Delta t$  zerfällt oder ausgeschieden wird.

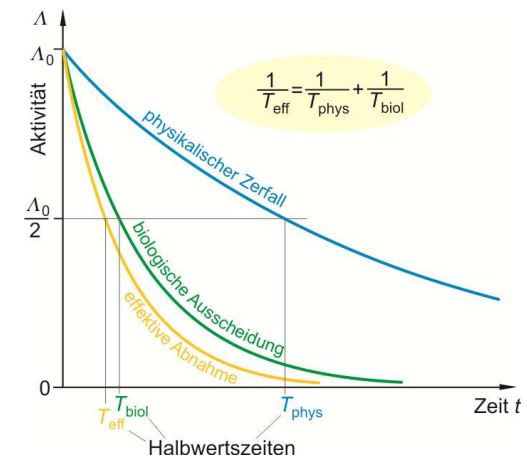
$$\lambda_{eff} \cdot \Delta t = \lambda_{phys} \cdot \Delta t + \lambda_{biol} \cdot \Delta t$$

$$\lambda_{eff} = \lambda_{phys} + \lambda_{biol} \quad \longrightarrow \quad \frac{\ln 2}{T_{eff}} = \frac{\ln 2}{T_{phys}} + \frac{\ln 2}{T_{biol}} \quad \longrightarrow$$

$$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T_{phys}} + \frac{1}{T_{biol}}$$

41

## Biologische und effektive Halbwertszeit



42