Nevezetes azonosságok:

mateksoft.hu

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\quad (x+3)^2 = x^2 + 6\cdot x + 9$ $\quad (2x+3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\quad (x-3)^2 = x^2 - 6\cdot x + 9$ $\quad (2x-3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ $\quad (x+y+2)^2 = x^2 + y^2 + 4 + 2xy + 4x + 4y$

$(3x-y+5)^2 = 9x^2 + y^2 + 25 - 6xy + 30x - 10y$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $\quad (x+2)^3 = x^3 + 3\cdot x^2\cdot 2 + 3\cdot x\cdot 2^2 + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $\quad (x-2)^3 = x^3 - 3\cdot x^2\cdot 2 + 3\cdot x\cdot 2^2 - 2^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ $\quad x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$ $\quad 4x^2 - 36 = (2x)^2 - 6^2 = (2x+6)(2x-6)$

$a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$ $\quad x^3 + 2^3 = (x+2)\left(x^2 - 2x + 4\right)$

$a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$ $\quad x^3 - 2^3 = (x-2)\left(x^2 + 2x + 4\right)$

Hatványozás azonosságai

Azonos alapú hatványok:

$a^n\cdot a^k = a^{n+k}$ $\quad x^4\cdot x^6 = x^{10}$ $\quad 2^{x+3}\cdot 2^{x+4} = 2^{x+3+x+4} = 2^{2x+7}$

$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$ $\quad \frac{x^8}{x^5} = x^3$ $\quad \frac{2^{2x+4}}{2^{x+2}} = 2^{2x+4-(x+2)} = 2^{2x+4-x-2} = 2^{x+2}$

$\left(a^n\right)^k = a^{n\cdot k}$ $\quad \left(x^3\right)^5 = x^{15}$ $\quad \left(2^{x+2}\right)^3 = 2^{3\cdot(x+2)} = 2^{3x+6}$

$\sqrt[k]{a^n} = a^{\frac{n}{k}}$ $\quad \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ $\quad \sqrt[5]{x^8} = x^{\frac{8}{5}}$

Azonos kitevőjű hatványok:

$a^n\cdot b^n = (a\cdot b)^n$ $\quad x^3\cdot y^3 = (x\cdot y)^3$ $\quad 2^{x+1}\cdot 9^{x+1} = (2\cdot 9)^{x+1} = 18^{x+1}$

visszafelé

$(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n$ $\quad (x\cdot y)^5 = x^5\cdot y^5$ $\quad \left(x^5\cdot y^7\right)^2 = x^{10}\cdot y^{14}$

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ $\quad \frac{x^5}{y^5} = \left(\frac{x}{y}\right)^5$ $\quad \frac{3^3}{5^3} = \left(\frac{3}{5}\right)^3$

visszafelé

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$ $\quad \left(\frac{x^3}{y^5}\right)^4 = \frac{x^{12}}{y^{20}}$

Gyökvonás azonosságai

$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\cdot b}$ $\quad\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{x\cdot y}$ $\quad\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2$

visszafelé

$\sqrt[n]{a\cdot b} = \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$ $\quad\sqrt{25\cdot 3} = \sqrt{25}\cdot\sqrt{3} = 5\cdot\sqrt{3}$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \qquad \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n\cdot k]{a} \qquad \sqrt[5]{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[15]{x}$$

$$\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}} \qquad \sqrt[5]{x^3} = x^{\frac{3}{5}} \qquad \sqrt[3]{2^8} = 2^{\frac{8}{3}}$$

Logaritmus azonosságai

$\log_a x + \log_a y = \log_a(x\cdot y)$ $\quad\log_2 5 + \log_2 3 = \log_2 15$ $\quad\log_3(x+1) + \log_3(x-2) = \log_3(x+1)(x-2)$

$$\log_a x - \log_a y = \log_a\left(\frac{x}{y}\right) \qquad \log_2 5 - \log_2 3 = \log_2\frac{5}{3} \qquad \log_3(x+1) - \log_3(x-2) = \log_3\frac{x+1}{x-2}$$

$n\cdot\log_a x = \log_a x^n$ $\quad 3\cdot\log_2 7 = \log_2 7^3$ visszafelé $\log_5 x^8 = 8\cdot\log_5 x$

átírás másik alapra:

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b} \qquad \log_4 9 = \frac{\log_3 9}{\log_3 4}$$

Közepek:

Számtani közép

$$A = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} \qquad A(10\,,\,22) = \frac{10+22}{2} = 16 \qquad A(5\,,\,7\,,\,12) = \frac{5+7+12}{3} = 8$$

Mértani közép

$$G = \sqrt[n]{x_1\cdot x_2\cdot \ldots\cdot x_n} \qquad G(2\,,\,50) = \sqrt{2\cdot 50} = \sqrt{100} = 10$$

$$G(5\,,\,10\,,\,20) = \sqrt[3]{5\cdot 10\cdot 20} = \sqrt[3]{1000} = 10$$

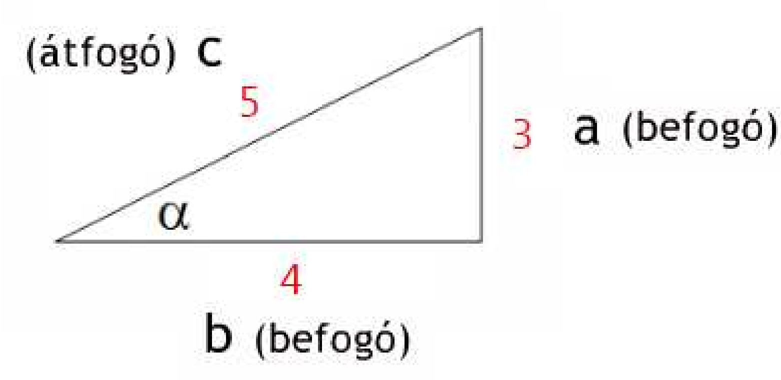
Szögfüggvények derékszögű háromszögben

$$\sin\alpha = \frac{\text{szemközti}}{\text{átfogó}} = \frac{a}{c} = \frac{3}{5}$$

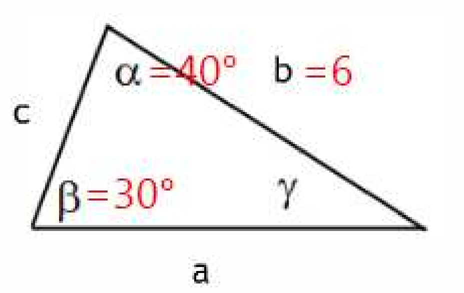
$$\cos\alpha = \frac{\text{melletti}}{\text{átfogó}} = \frac{b}{c} = \frac{4}{5}$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{\text{szemközti}}{\text{melletti}} = \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\text{ctg}\alpha = \frac{\text{melletti}}{\text{szemközti}} = \frac{b}{a} = \frac{4}{3}$$



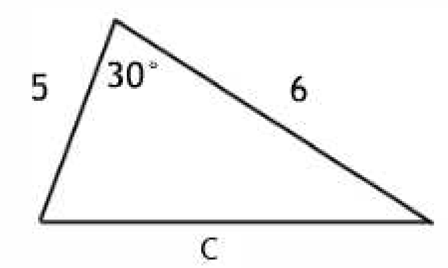
Szinusztétel



$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

$$\frac{a}{\sin 40°} = \frac{6}{\sin 30°}$$

Koszinusztétel



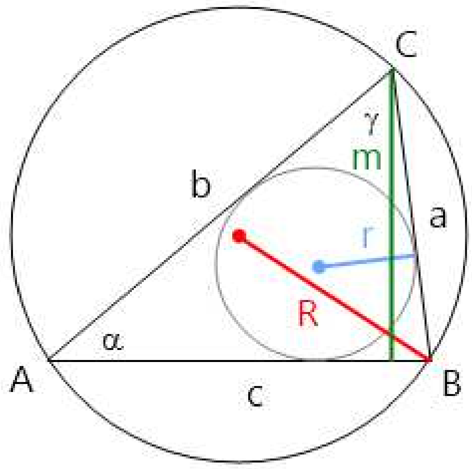
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b\cdot\cos\alpha$$

$$c^2 = 5^2 + 6^2 - 2\cdot 5\cdot 6\cdot\cos 30°$$

Nevezetes szögek szögfüggvényei

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
ctg	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-

Háromszög



$$K(\text{kerület}) = a + b + c$$

$$s(\text{félkerület}) = \frac{K}{2}$$

$$T(\text{terület}) = \frac{a \cdot m_a}{2}$$

Az egyik oldal szorozva a hozzátartozó magassággal és osztva kettővel.

$$T = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2}$$

Két oldal szorozva a közbezárt szög szinuszával és osztva kettővel.

$$T = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

Három oldal szorzatát osztjuk, a köré írható kör sugarának a négyszeresével.

$$T = s \cdot r$$

A félkerület szorozva a beleírható kör sugarával.

Héron – képlet

$$T = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

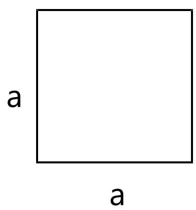
Praktikus képlet, ha ismerünk egy oldalt és a szemközti szöget. Mert könnyen meghatározható az **R**!

$$a = 2 \cdot R \cdot \sin\alpha$$

$$b = 2 \cdot R \cdot \sin\beta$$

$$c = 2 \cdot R \cdot \sin\gamma$$

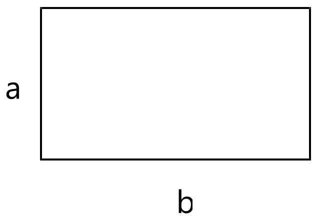
Négyzet



$$K = 4a$$

$$T = a^2$$

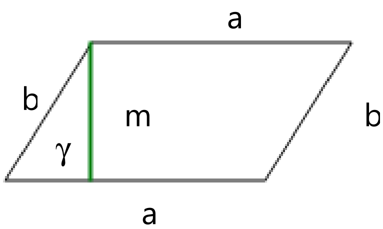
Téglalap



$$K = 2a + 2b$$

$$T = a \cdot b$$

Paralelogramma

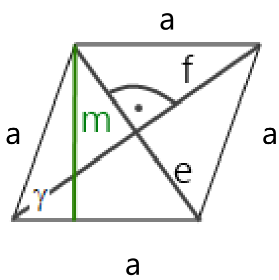


$$K = 2a + 2b$$

$$T = a \cdot m_a$$

$$T = a \cdot b \cdot \sin\gamma$$

Rombusz



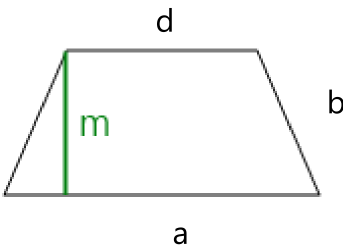
$$K = 4a$$

$$T = a \cdot m_a$$

$$T = a \cdot a \cdot \sin\gamma$$

$$T = e \cdot \frac{f}{2}$$

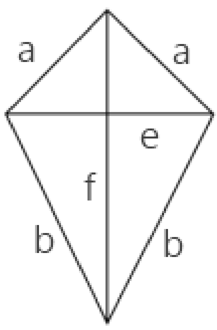
Trapéz



$$K = a + b + c + d$$

$$T = \frac{a + c}{2} \cdot m$$

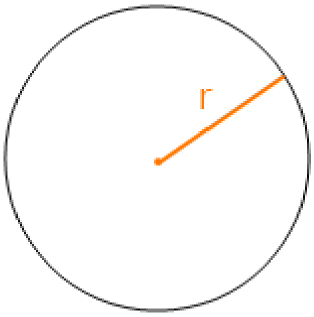
Deltoid

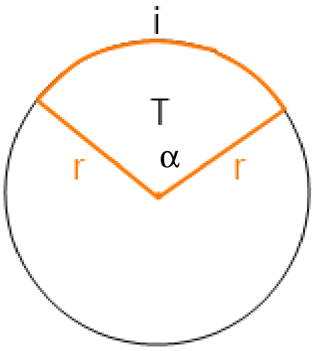


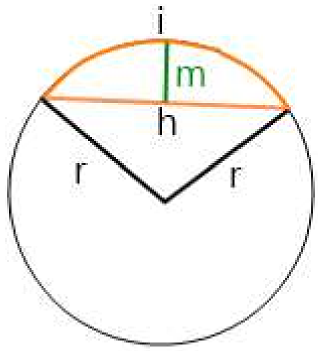
$$K = 2a + 2b$$

$$T = \frac{e \cdot f}{2}$$

Kör | **Körcikk** | **Körszelet**







$$K = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$T = r^2 \cdot \pi$$

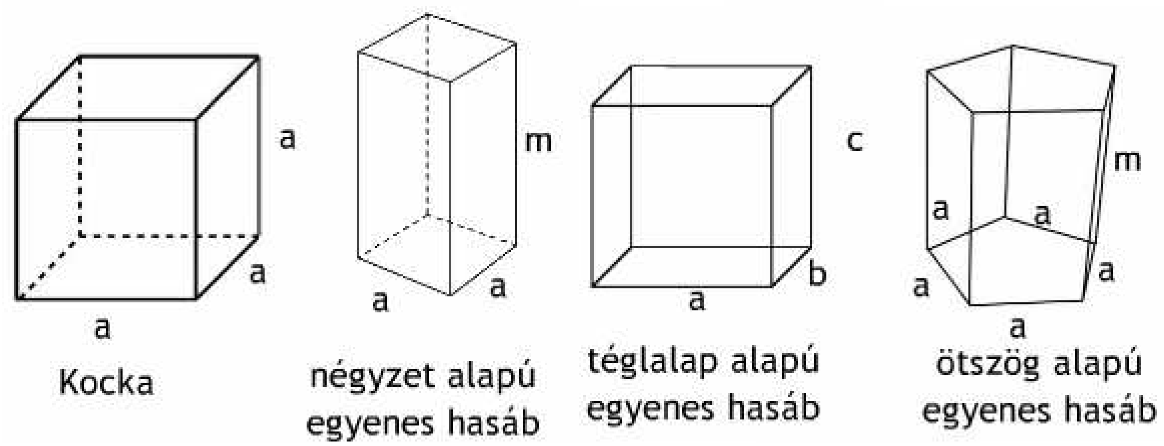
$$i = \frac{\pi}{180°} \cdot r \cdot \alpha \qquad (\pi = 3,14...)$$

$$T = \frac{r \cdot i}{2} \quad \text{vagy} \quad T = \frac{\pi}{360°} \cdot r^2 \cdot \alpha$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot (r \cdot i - h(r - m))$$

Felszín, térfogat

Hasábok (lehet négyzet, téglalap, ötszög, tízszög alapú is)



$$V(\text{térfogat}) = T_a \cdot M$$

Alapterület szorozva a magassággal. A fenti ábrák szépen szemléltetik, hogy az alapterület igen sokféle lehet.

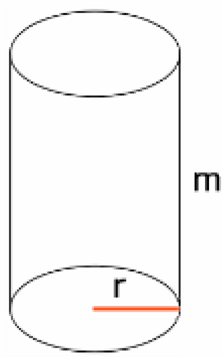
$$A(\text{felszín}) = 2 \cdot T_a + T_p$$

Két darab alapja van (alul, felül) és palástja (körbe). A palást = oldallapok összterülete.

Henger (kör alapú hasáb)

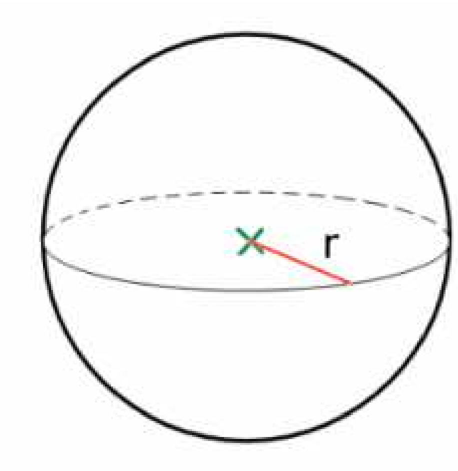
$V(\text{térfogat}) = T_a \cdot M = r^2 \cdot \pi \cdot M$ Mert az alapterülete kör!

$A(\text{felszín}) = 2 \cdot T_a + T_p = 2 \cdot \underbrace{r^2 \pi}_{T_a} + \underbrace{2 \cdot r \cdot \pi \cdot M}_{T_p}$ (A kör kerülete szorozva a magassággal!)



mateksoft.hu

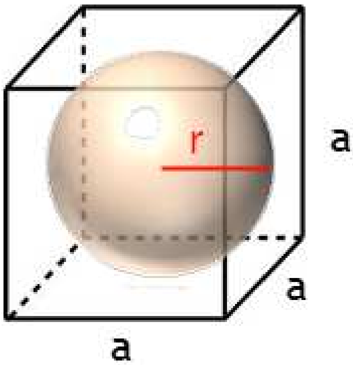
Gömb



$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

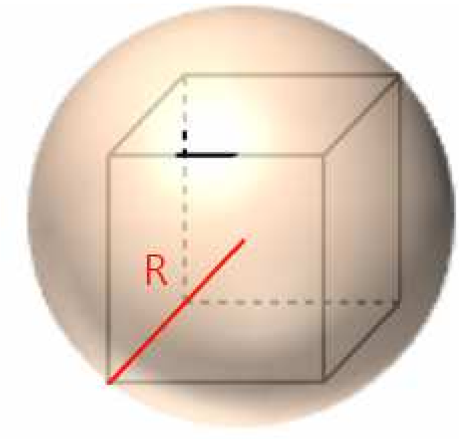
$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

Kockába gömb:



$$r = \frac{a}{2}$$

Gömbbe kocka:



R = a testátló fele

Trigonometria

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad tg30° = \frac{\sin30°}{\cos30°}$$

$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad ctg30° = \frac{\cos30°}{\sin30°}$$

$$tg\alpha = \frac{1}{ctg\alpha} \qquad tg30° = \frac{1}{ctg30°}$$

$$ctg\alpha = \frac{1}{tg\alpha} \qquad ctg\alpha = \frac{1}{tg30°}$$

$$\sin\alpha = \cos(90° - \alpha) \qquad \sin30° = \cos(90° - 30°)$$

$$\cos\alpha = \sin(90° - \alpha) \qquad \cos30° = \sin(90° - 30°)$$

$$\sin2\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \qquad \sin2x = 2 \cdot six \cdot cosx$$

$$\cos2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \qquad \cos2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta \qquad \sin(x + 30°) = \sin x \cdot \cos30° + \cos x \cdot \sin30°$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta \qquad \sin(x - 30°) = \sin x \cdot \cos30° - \cos x \cdot \sin30°$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta \qquad \cos(x + 30°) = \cos x \cdot \cos30° - \sin x \cdot \sin30°$$

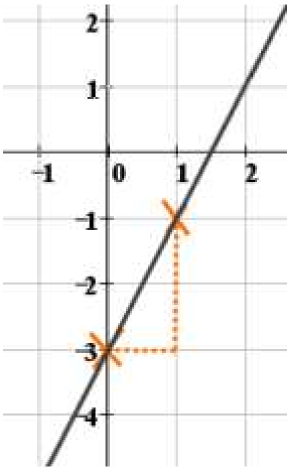
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta \qquad \cos(x - 30°) = \cos x \cdot \cos30° + \sin x \cdot \sin30°$$

Elsőfokú lineáris függvény:

$y = mx + b$

m = meredekség
b = hol metszi az y-tengelyt

$y = 2x - 3$

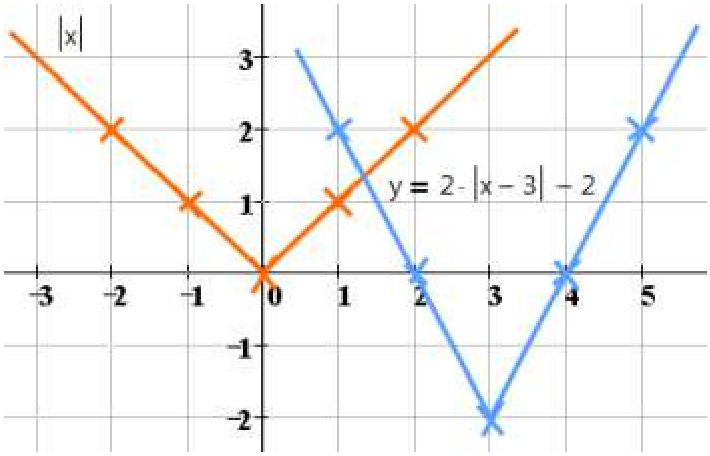


Abszolútérték-függvény

$y = a \cdot |x + b| + c$

a = nyújtás/zsugorítás függőlegesen
b = x-tengelyen mozgatás ellenkező irányba
c = y-tengelyen mozgatás "normális" irányba

$y = 2 \cdot |x - 3| - 2$

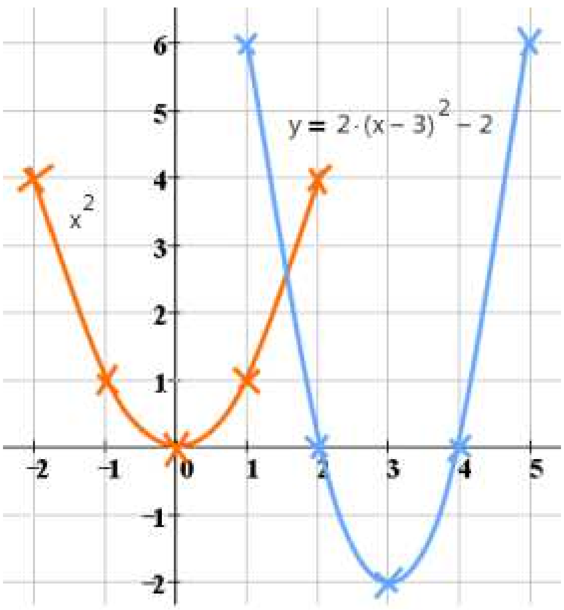


Másodfokú függvény:

$y = a \cdot (x + b)^2 + c$

a = nyújtás/zsugorítás függőlegesen
b = x-tengelyen mozgatás ellenkező irányba
c = y-tengelyen mozgatás "normális" irányba

$y = 2 \cdot (x - 3)^2 - 2$

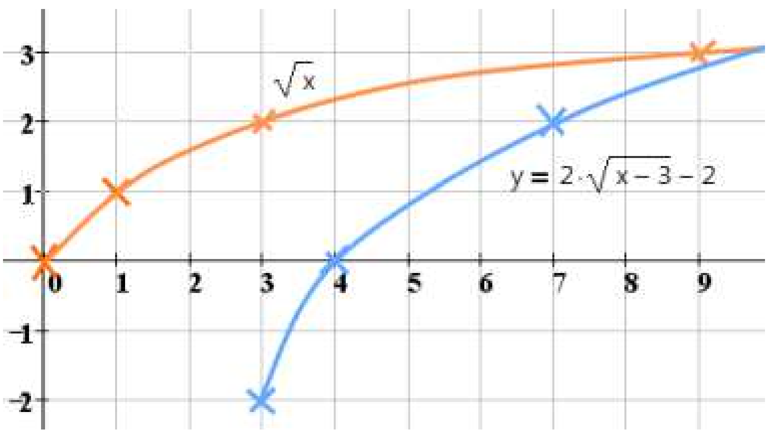


Négyzetgyökfüggvény

$y = a \cdot \sqrt{x + b} + c$

a = nyújtás/zsugorítás függőlegesen
b = x-tengelyen mozgatás ellenkező irányba
c = y-tengelyen mozgatás "normális" irányba

$y = 2 \cdot \sqrt{x - 3} - 2$

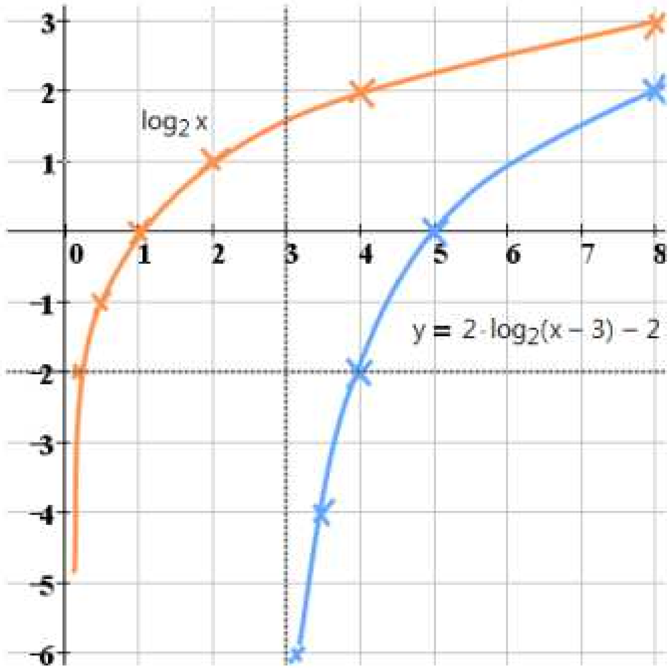


Logaritmusfüggvény

$$y = a \cdot \log_2(x + b) + c$$

a = nyújtás/zsugorítás függőlegesen
b = x-tengelyen mozgatás ellenkező irányba
c = y-tengelyen mozgatás "normális" irányba

$$y = 2 \cdot \log_2(x - 3) - 2$$

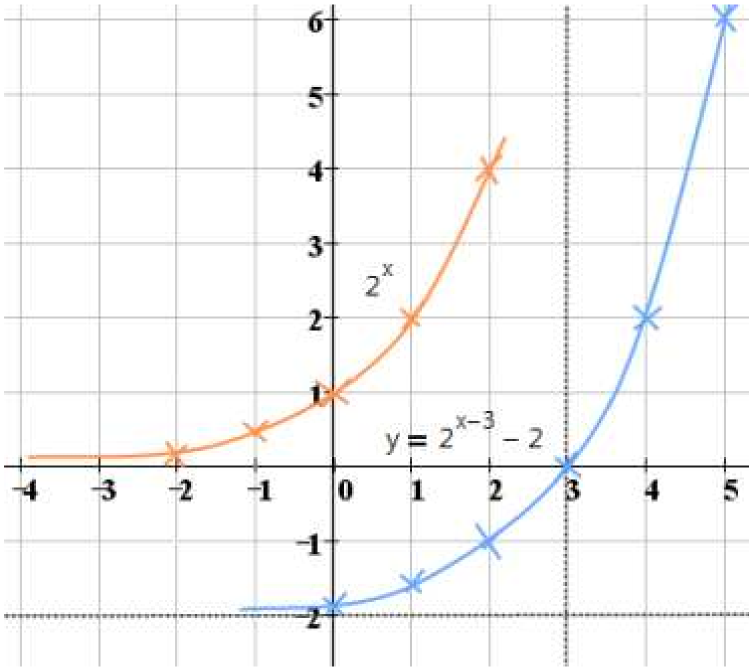


Exponenciális függvény

$$y = a \cdot 2^{x+b} + c$$

a = nyújtás/zsugorítás függőlegesen
b = x-tengelyen mozgatás ellenkező irányba
c = y-tengelyen mozgatás "normális" irányba

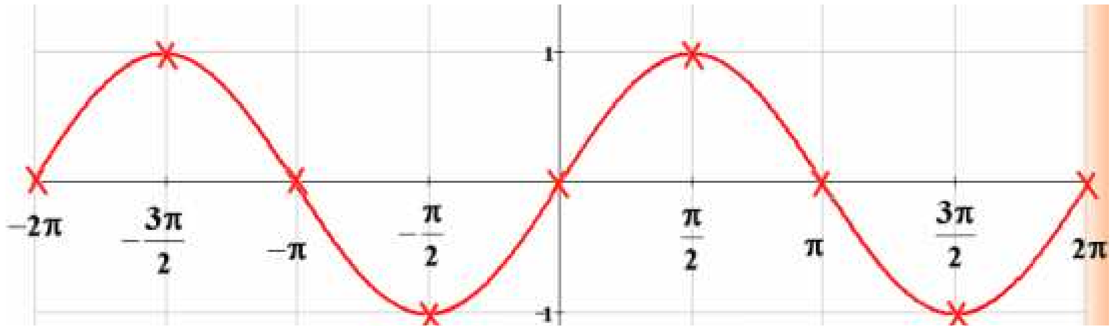
$$y = 2^{x-3} - 2$$



Szinuszfüggvény

$y = \sin x$

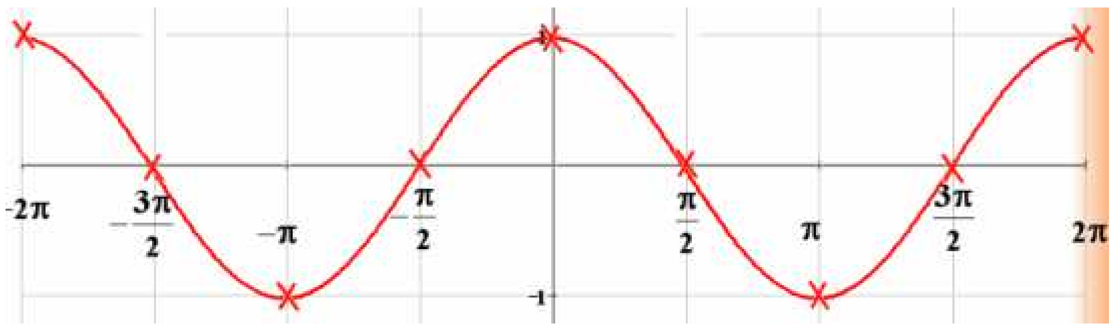
periódus: 2π



Koszinuszfüggvény

$y = \cos x$

periódus: 2π



mateksoft.hu