

Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai

1. előadás

A biofizikai törvények megértéséhez szükséges minimális matematika. Fizikai mennyiségek és mértékegységeik

2017. szeptember 12.

AGÓCS Gergely

1

Hogyan készüljünk fel?

- egyetem = **önálló tanulás**
- források:
 - az előadásokon készített **saját** jegyzetek (kedd 19⁰⁰–20²⁰; csütörtök 19⁴⁰–21⁰⁰; EOK „Szent-Györgyi Albert” előadó; **csak az első négy héten**)



Agócs G.



Gál-Somkuti J.



Mártonfalvi Zs.

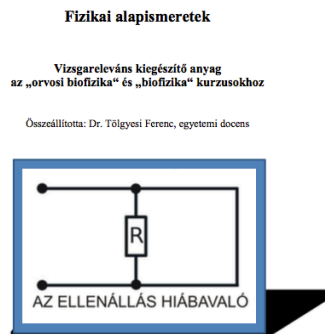


Bozó T.

2

Hogyan készüljünk fel?

- egyetem = **önálló tanulás**
- források:
 - az előadásokon készített **saját** jegyzetek (kedd 19⁰⁰–20²⁰; csütörtök 19⁴⁰–21⁰⁰; EOK „Szent-Györgyi Albert” előadó; **csak az első négy héten**)
 - Tölgyesi: *Fizikai alapismeretek* (e-könyv)



Semmelweis Egyetem
Biofizikai és Sugárbiológiai Intézet
2016

3

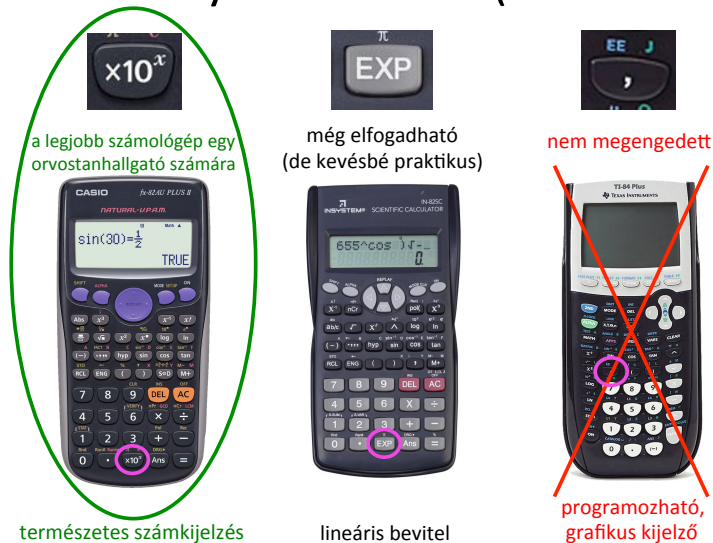
Hogyan készüljünk fel?

- egyetem = **önálló tanulás**
- források:
 - az előadásokon készített **saját** jegyzetek (kedd 19⁰⁰–20²⁰; csütörtök 19⁴⁰–21⁰⁰; EOK „Szent-Györgyi Albert” előadó; **csak az első négy héten**)
 - Tölgyesi: *Fizikai alapismeretek* (e-könyv)
 - honlap: biofiz.semmelweis.hu
 - tantárgyi követelmények
 - előadásbeosztás és diák
 - e-könyv



4

Tudományos számírás (normálalak)



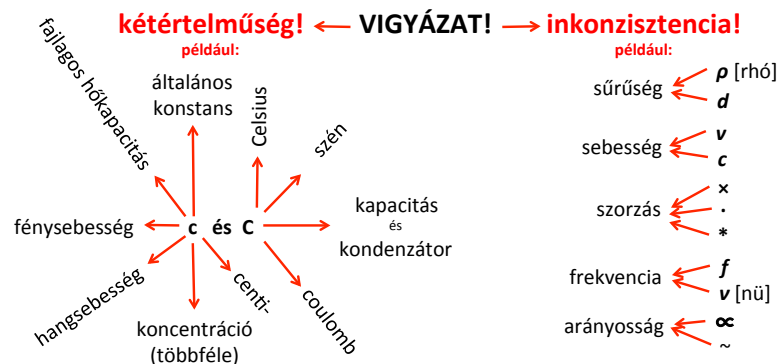
5

Szimbólumok használata a tudományban

A tudományok rengeteg latin és görög betűs szimbólumot (illetve ezek kombinációit) használnak, így a görög ábécé megtanulása elengedhetetlen.

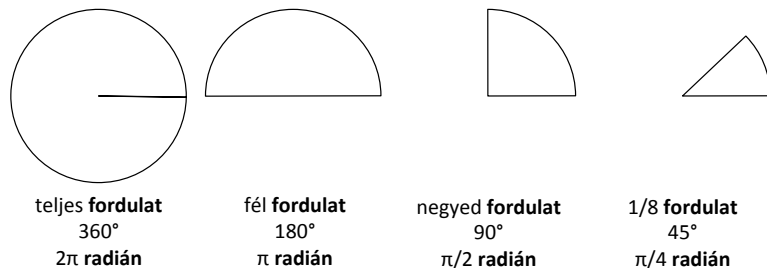
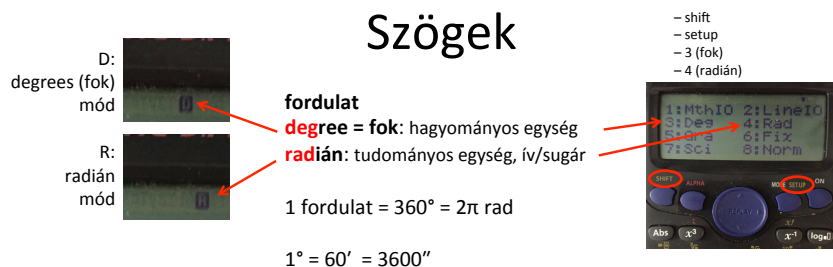
Azonban a mennyiségek és mértékegységek száma sokkal nagyobb, mint a jelzésükre rendelkezésre álló betűk száma, ami félreértéshez vezethet.

Emiatt lényeges a KONTEXTUS!



6

Szögek



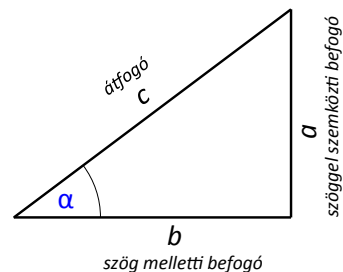
7

Trigonometrikus függvények

fok: hagyományos egység

radián: tudományos egység, ív/sugar

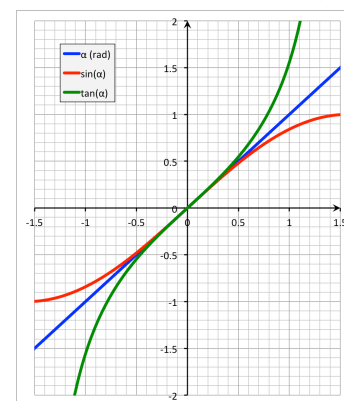
1 fordulat = 360° = 2π rad



szinusz: $\sin(\alpha) = a/c$
koszinusz: $\cos(\alpha) = b/c$
tangens: $\tan(\alpha) = tg(\alpha) = a/b$

kis szögekre ($<10^\circ \approx 0.2 \text{ rad}$):

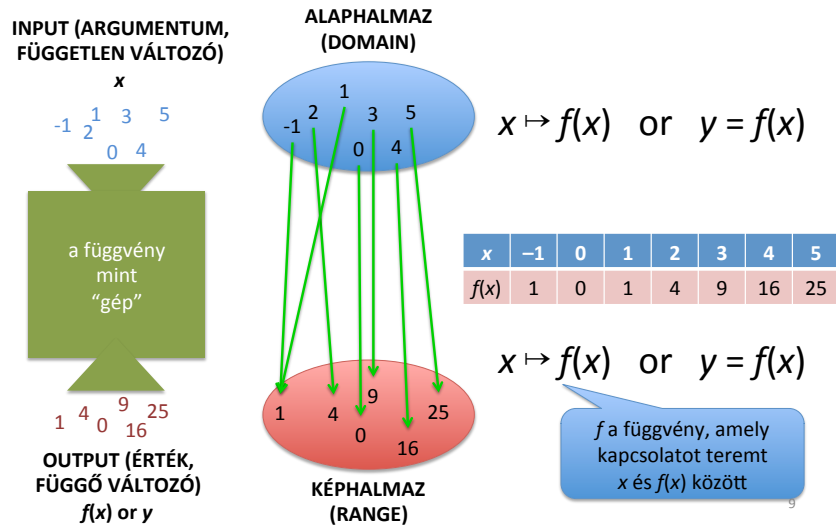
$\sin(\alpha) \approx \alpha [\text{rad}] \approx \tan(\alpha)$



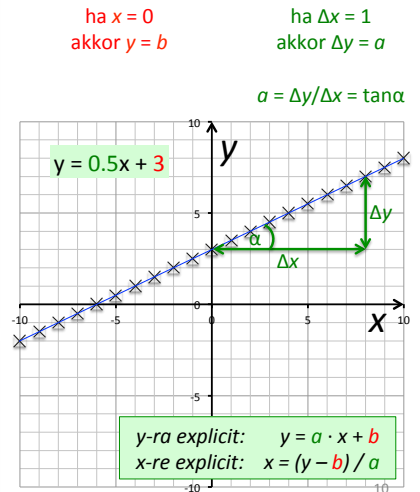
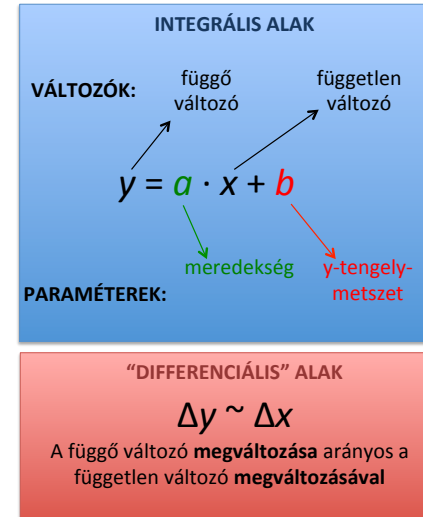
8

Mi a függvény?

Egy halmaz elemeinek egyértelmű hozzárendelése egy másik halmaz elemeihez



Lineáris függvény



Lineáris függvény: példák

a Biofizika Képlettárból

#1: egyetemes gáztörvény (II.35)

$$pV = nRT \text{ (ha } n \text{ \& } V \text{ állandó)}$$

$$p = nR/V \cdot T + 0$$

$$y = a \cdot x + b$$

#2: fényelektromos jelenség (II.37)

$$E_{\text{kin}} = hf - W_{\text{em}}$$

$$E_{\text{kin}} = h \cdot f + (-W_{\text{em}})$$

$$y = a \cdot x + b$$

#3: gyengítési együttható (II.85)

$$\mu = \mu_m \cdot \rho$$

$$\mu = \mu_m \cdot \rho + 0$$

$$y = a \cdot x + b$$

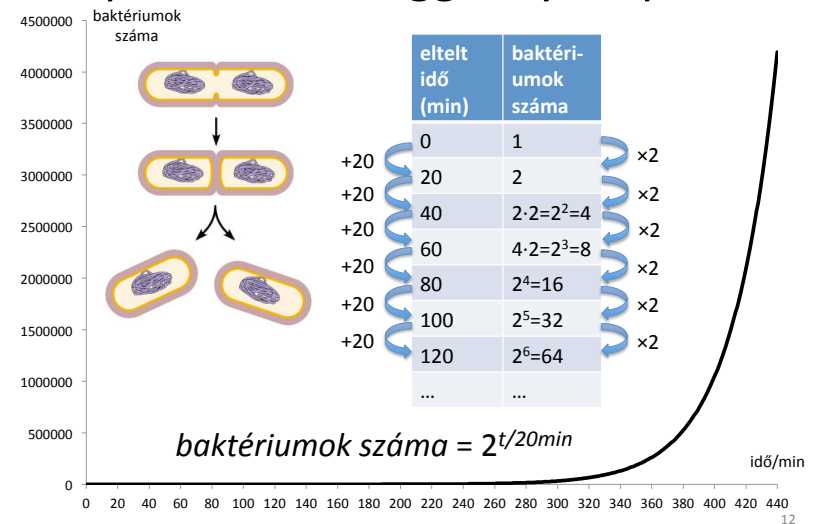
#4: Ohm törvénye

$$R = U/I$$

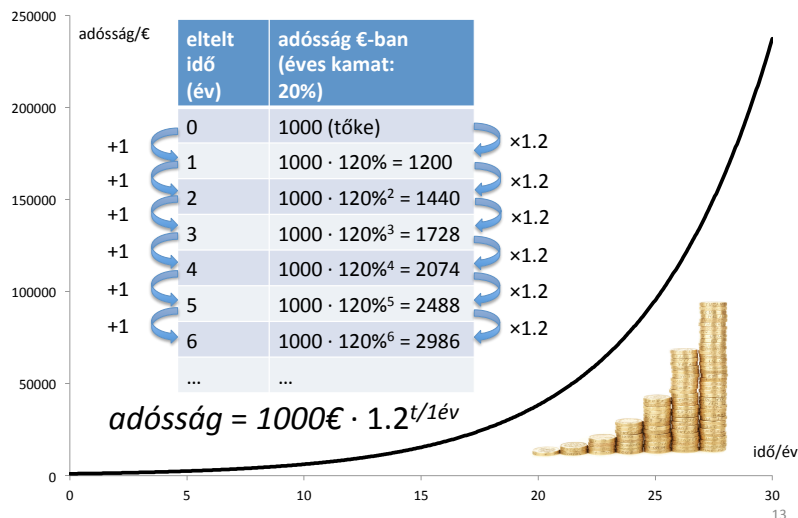
$$I = 1/R \cdot U + 0$$

$$y = a \cdot x + b$$

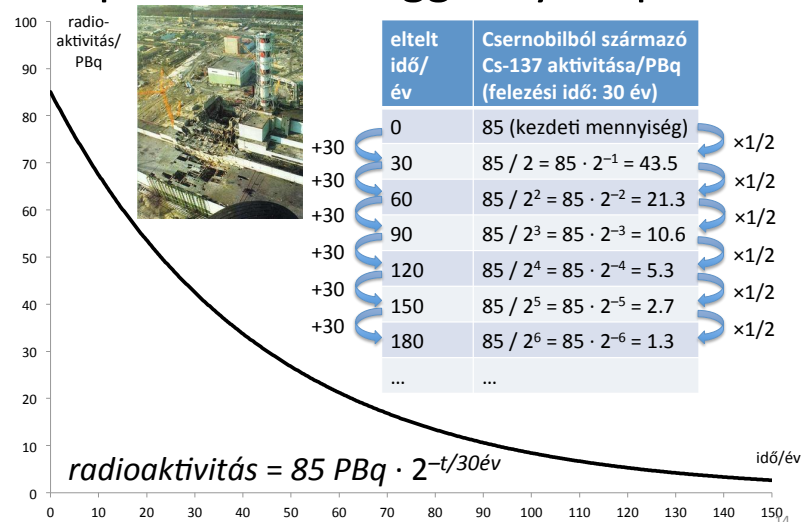
Exponenciális függvény: 1. példa



Exponenciális függvény: 2. példa



Exponenciális függvény: 3. példa



Exponenciális függvény

INTEGRÁLIS ALAK

$$y = b \cdot a^x$$

GYAKORLATI MEGFONTOLÁSOK:

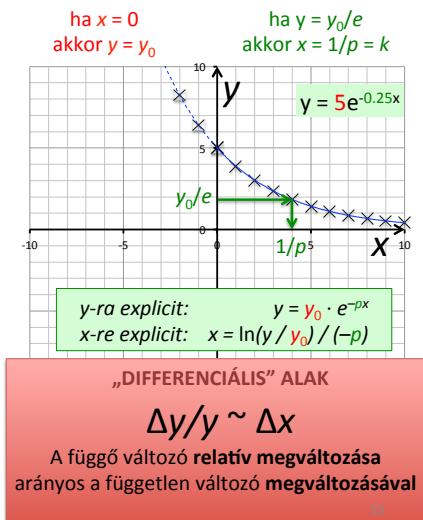
- az alap legyen e (esetleg 2 vagy 10)
- emiatt új szorzóparamétert kell bevezetni a kitevőben: p vagy $1/k$
- a kitevő előjele negatív
- b -t inkább jelölje y_0

VÁLTOZÓK:

függő változó: y
független változó: x

$y = y_0 \cdot e^{-px} = y_0 \cdot e^{-x/k}$

PARAMÉTEREK: exponenciális együttható, együttható a kitevőben



Exponenciális függvény: linearizáció

grafikus linearizáció
ábrázoljuk y -t logos skálán x függvényében:
a kapcsolat lineárisnak tűnik, de továbbra is exponenciális

INTEGRÁLIS ALAK

$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

$$\log y = \log(y_0 \cdot e^{-p \cdot x})$$

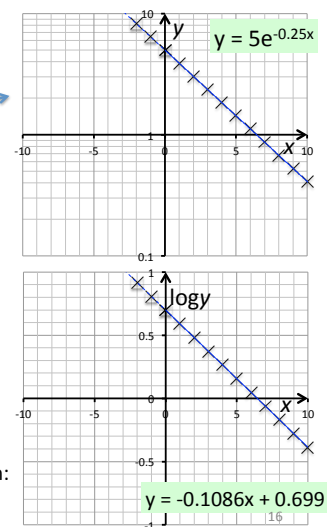
$$\log y = \log y_0 + \log(e^{-p \cdot x})$$

$$\log y = \log y_0 - p \cdot x \cdot \log e$$

$$\log y = \underbrace{-p \cdot \log e}_a \cdot x + \underbrace{\log y_0}_b$$

metszet = $\log(y_0)$
 $\log(5) = 0.699$
meredekség = $-p \cdot \log(e)$
 $-0.25 \cdot \log(e) = -0.1086$

számtani linearizáció
ábrázoljuk $\log(y)$ -t x függvényében:
a kapcsolat lineáris



Exponenciális függvény: példák a Biofizika Képlettárból

#1: sugárzásgyengülés törvénye
(II.11)

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

#2: Boltzmann-eloszlás
(I.25)

$$n_i = n_0 \cdot e^{-\Delta \epsilon / (kT)}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

#3: bomlástörvény
(II.96)

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

#4: RC-kör kisülése
(VII.2)

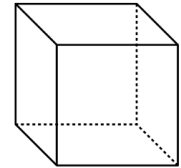
$$U = U_0 \cdot e^{-t/(RC)}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

17

Hatványfüggvény: példa

tömeg ~ térfogat ~ [test]hossz³
felület ~ [test]hossz²



18

Hatványfüggvény

INTEGRÁLIS ALAK

VÁLTOZÓK: függő változó, független változó

$$y = b \cdot x^a$$

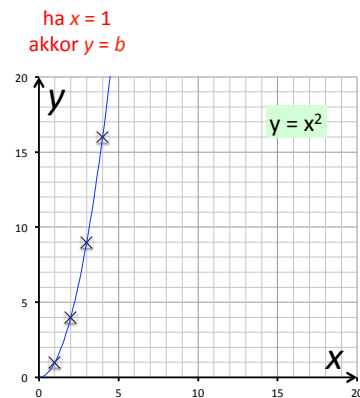
PARAMÉTEREK: preexpo-nenciális együttható, kitevő

y-ra explicit: $y = b \cdot x^a$
x-re explicit: $x = (y/b)^{1/a}$

“DIFFERENCIÁLIS” ALAK

$$\Delta y/y \sim \Delta x/x$$

A függő változó relatív megváltozása arányos a független változó relatív megváltozásával



a fordított arányosság és a gyökfüggvény is hatványfüggvény

$$y = \frac{b}{x} = b \cdot x^{-1}$$

$$y = \sqrt{x} = x^{1/2}$$

Hatványfüggvény: linearizáció

grafikus linearizáció
ábrázoljuk y-t és x-et is logos skálán:
a kapcsolat lineárisnak tűnik, de továbbra is hatványos

INTEGRÁLIS ALAK

$$y = b \cdot x^a$$

$$\log y = \log(b \cdot x^a)$$

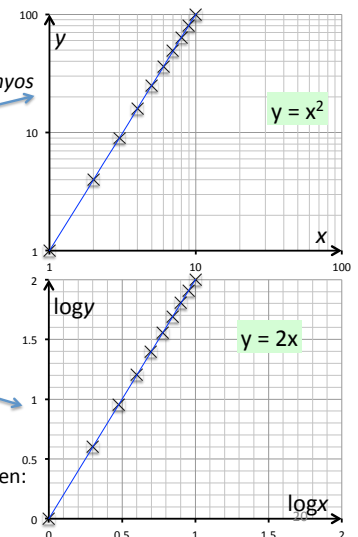
$$\log y = \log b + \log(x^a)$$

$$\log y = \log b + a \cdot \log x$$

$$\log y = a \cdot \log x + \log b$$

metszet = $\log(b)$
 $\log(1) = 0$
meredekség = a
 $a = 2$

számtani linearizáció
ábrázoljuk $\log(y)$ -t $\log(x)$ függvényében:
a kapcsolat lineáris

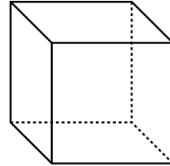
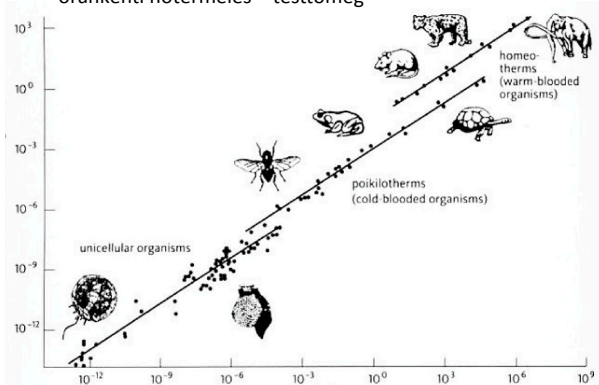


Hatványfüggvény: példa

Allometrikus skálázódás
(pl. Kleiber-törvény)

tömeg \sim térfogat \sim [test]hossz³
felület \sim [test]hossz²

óránkénti hőtermelés \sim testtömeg^{3/4}



21

Hatványfüggvény: példák a Biofizika Képlettárból

#1: de Broglie-hullámhossz
(I.3)

$$\lambda = h/p$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m \cdot x^1} = b \cdot x^{-1}$$

#2: Stefan–Boltzmann-törvény
(II.41)

$$M_{\text{fekete}} = \sigma \cdot T^4$$

$$y = b \cdot x^a$$

#3: Duane–Hunt-törvény
(II.80)

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU_{\text{anode}}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{e \cdot U} = \frac{hc}{e} \cdot U^{-1} = b \cdot x^{-1}$$

#4: a sajátfrekvencia tömegfüggése
(Rezonancia 6)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot k^{1/2} \cdot m^{-1/2} = b \cdot x^{-1/2}$$

22