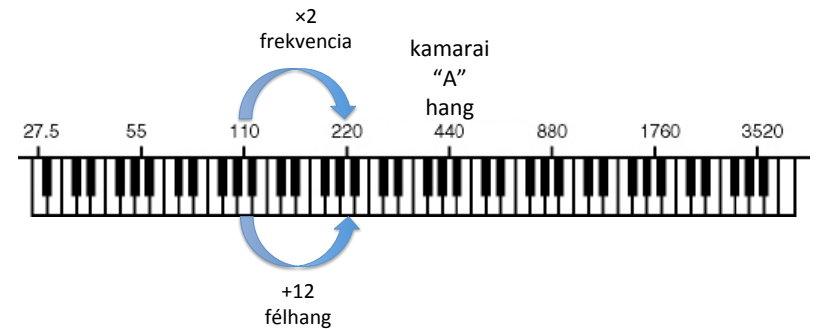


Logaritmusfüggvény: példa

Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai

2. előadás
Kinematika – mozgások

2017. szeptember 14.
AGÓCS Gergely



Logaritmusfüggvény

INTEGRÁLIS ALAK

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

GYAKORLATI MEGFONTOLÁSOK:

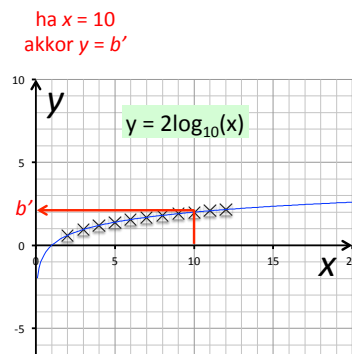
- az alap 10 (néha e vagy 2)
- ha az alapot rögzítjük, a szorzóparaméter megváltozik a következőképpen:

$$b \cdot \log_a(x) = b / \log_{10}(a) \cdot \log_{10}(x) = b' \cdot \log_{10}(x)$$

VÁLTOZÓK: függő változó, független változó

$$y = b' \cdot \log_{10}(x)$$

PARAMÉTEREK: szorzó paraméter



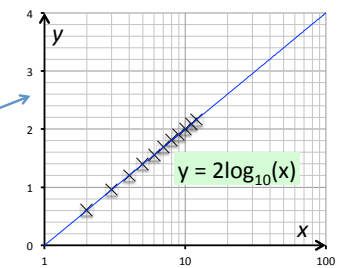
„DIFFERENCIÁLIS” ALAK

$$\Delta y \sim \Delta x / x$$

A függő változó **megváltozása** arányos a független változó **relatív megváltozásával**

Logaritmusfüggvény: linearizáció

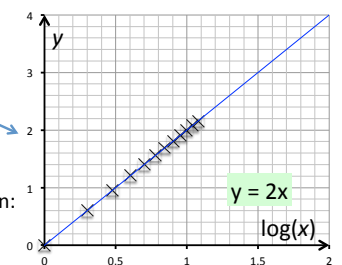
grafikus linearizáció
ábrázoljuk y-t lineáris és x-et logos skálán:
a kapcsolat lineárisnak tűnik, de továbbra is logos



INTEGRÁLIS ALAK

$$y = b' \cdot \log_{10}(x)$$

számtani linearizáció
ábrázoljuk y-t $\log(x)$ függvényében:
a kapcsolat lineáris



Logaritmusfüggvény: példák

a Biofizika Képlettárból ...és máshonnan

#1: az entrópia statisztikus definíciója
(III.72)

$$S = k \ln \Omega$$

$$S = k \cdot \log_e(\Omega)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#2: a decibel- (dB-) skála
(VII.10)

$$n = 10 \log A_p$$

$$n = 10 \cdot \log_{10}(A_p)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#3: az abszorbanca definíciója
(VI.34)

$$A = \lg(I_0/I)$$

$$A = 1 \cdot \log_{10}(I_0/I)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#4: a pH-skála

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

$$\text{pH} = -1 \cdot \log_{10}([\text{H}^+]/(1 \text{ M}))$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

5

Derivált és integrál: példa

x	y = x ²	y' = Δy/Δx	y'' = Δ(Δy/Δx)/Δx
0	0		
1	1	1	
2	4	3	2
3	9	5	2
4	16	7	2
5	25	9	2
6	36	11	2
7	49	13	2
8	64	15	2
9	81	17	2
10	100	19	2

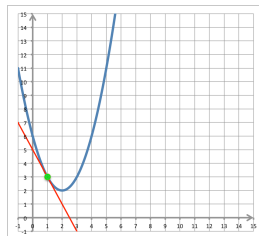
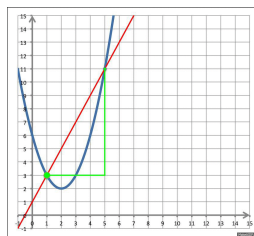
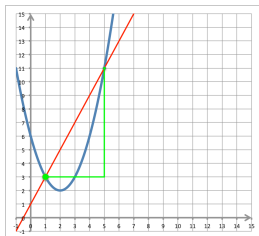
6

Derivált: az érintő meredeksége

differentiálhányados:
 $\Delta y/\Delta x$
a szelő meredeksége

$$\Delta \rightarrow d$$

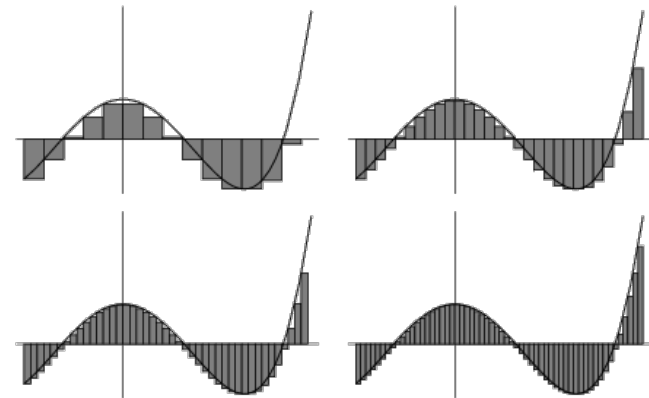
differentiálhányados
(= derivált):
 dy/dx
az érintő meredeksége



7

Integrál: görbe alatti terület

$$\Sigma \rightarrow \int$$



8

Egyenes vonalú mozgások

Mennyiségek, egységek és egyenletek

elmozdulás: $\Delta s = s_2 - s_1$ $[\Delta s] = \text{m}$
 sebesség: $v = \Delta s / \Delta t$ $[v] = \text{m/s}$
 gyorsulás: $a = \Delta v / \Delta t$ $[a] = \text{m/s}^2$

Egyenes vonalú egyenletes mozgás

$s_t = s_0 + v \cdot t$
 $v = \text{konstans}$
 $a = 0$

Egyenes vonalú egyenletes gyorsulás

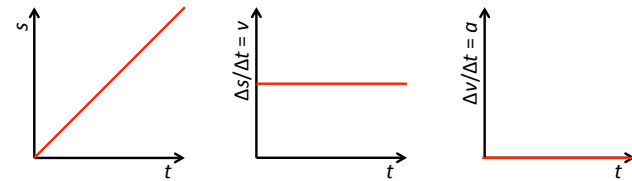
$s_t = s_0 + v_0 \cdot t + a/2 \cdot t^2$
 $v_t = v_0 + a \cdot t$
 $a = \text{konstans}$

9

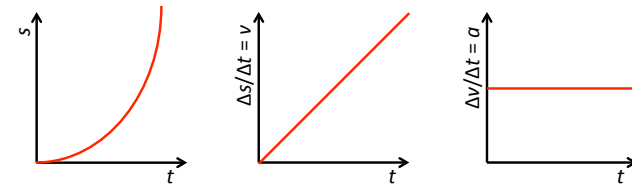
Derivált és integrál: alkalmazás

Egyenes vonalú mozgás

egyes vonalú egyenletes mozgás:



egyes vonalú egyenletes gyorsulás:



10

Körmozgás

Mennyiségek, egységek és egyenletek

elfordulás: $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ $[\Delta \varphi] = \text{rad}$
 szögsebesség, körfrekvencia: $\omega = \Delta \varphi / \Delta t$ $[\omega] = \text{rad/s}$
 kerületi sebesség: $v = r \cdot \Delta \varphi / \Delta t = r \cdot \omega$ $[v] = \text{m/s}$

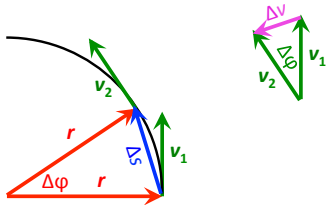
centripetális gyorsulás: $a_{cp} = v^2 / r = r \cdot \omega^2$ $[a] = \text{m/s}^2$

(1) közelítés kis szögek esetén:
elmozdulás = ívhossz = $v \cdot \Delta t \approx \Delta s$

(2) hasonlóság miatt:
 $\Delta v / v = \Delta s / r$

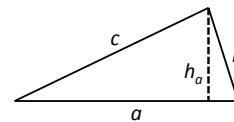
(1) + (2):
 $\Delta v / v = v \cdot \Delta t / r$

$a_{cp} = v^2 / r$

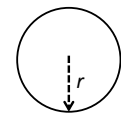


11

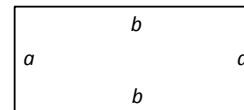
Kerület és terület



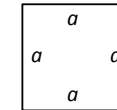
HÁROMSZÖG
kerület: $a+b+c$
terület: $a \cdot h_a / 2$



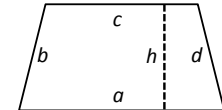
KÖR
kerület: $2\pi r$
terület: $r^2 \pi$



TÉGLALAP
kerület: $2 \cdot (a+b)$
terület: $a \cdot b$



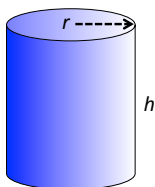
NÉGYZET
kerület: $4a$
terület: $a \cdot a = a^2$



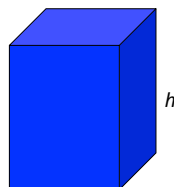
TRAPÉZ
kerület: $a+b+c+d$
terület: $(a+c) / 2 \cdot h$

12

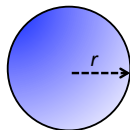
Felszín és térfogat



HENGER (nyitott)
felszín (csak palást): $2r\pi \cdot h$
térfogat: $r^2\pi \cdot h$



HASÁB (nyitott)
felszín (csak palást):
(alap kerülete) $\cdot h$
térfogat: (alapterület) $\cdot h$



GÖMB
felszín: $4r^2\pi$
térfogat: $4r^3\pi/3$

13

Egységek – átváltás

„van prefixum”-ból „nincs prefixum”:

$$15 \text{ km} = 15 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$15 \text{ cg} = 15 \cdot 10^{-2} \text{ g}$$

„nincs prefixum”-ból „van prefixum”:

$$15 \text{ m} = 15 / 10^3 \text{ km}$$

$$15 \text{ g} = 15 / 10^{-2} \text{ cg}$$

„van prefixum”-ból „van prefixum”:

$$15 \text{ km} = 15 \cdot 10^3 \text{ m} = 15 \cdot 10^3 / 10^{-2} \text{ cm}$$

ha az egységnek van kitevője is:

$$15 \text{ km}^3 = 15 \cdot (10^3 \text{ m})^3 = 15 \cdot (10^3)^3 \text{ m}^3$$

$$15 \text{ m}^3 = 15 / (10^3)^3 \text{ km}^3$$

literből köbméter és viszont:

$$1 \text{ m}^3 = 10 \text{ hL} = 1000 \text{ L}$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$$

$$1 \text{ mm}^3 = 1 \mu\text{L}$$

idő másodpercben:

$$2 \text{ days } 3 \text{ h } 12 \text{ min } 30 \text{ s} = ((2 \cdot 24 + 3) \cdot 60 + 12) \cdot 60 + 30 \text{ s}$$

fok, ívperc, ívmásodperc:

$$45^\circ 40' 30'' = (45 + 40/60 + 30/60^2)^\circ$$

fokból radián és viszont:

$$1 \text{ rad} = (360/2\pi)^\circ$$

$$1^\circ = (2\pi/360) \text{ rad}$$

összetett egységek:

$$15 \text{ kg/m}^3 = 15 \cdot 10^3 / (1/(10^{-2})^3) \text{ g/cm}^3$$

$$45 \text{ km/h} = 45 \cdot 10^3 / 3600 \text{ m/s}$$

Celsius-fokból kelvin és viszont:

$$T = 15^\circ\text{C} = (15 + 273) \text{ K}$$

$$T = 15 \text{ K} = (15 - 273)^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = 15^\circ\text{C} = 15 \text{ K}$$

$$\Delta T = 15 \text{ K} = 15^\circ\text{C}$$

14