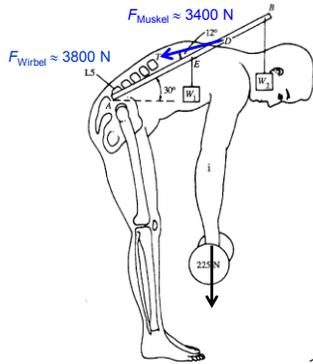


# Grundlagen der medizinischen Biophysik

3. Vorlesung 21. 09. 2017

## Mechanik – Dynamik; Arbeit und Energie



1. Wechselwirkungen
2. 1. newtonsches Gesetz
3. Kraft
4. 2. und 3. newtonsche Gesetze
5. Besondere Kräfte und Kraftgesetze
  - Gravitationskraft
  - Schwerkraft
  - Gewichtskraft
  - Federkraft
  - Reibungskraft
6. Arbeit und Energie
  - Hubarbeit und Lageenergie
  - Beschleunigungsarbeit und Bewegungsenergie
  - Soannarbeit und Spannenergie
7. Leistung
8. Energieerhaltung
9. Masse-Energie-Äquivalenz



1

## Dynamik

Die Dynamik stellt eine neue Frage: **Was ist die Ursache der Bewegungsänderungen?**



Die Antwort:  
Die **Wechselwirkung**  
des untersuchten  
Körpers **mit anderen  
Körpern!**

2

## 1. newtonsches Gesetz/Trägheitsprinzip

Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, solange der Körper keine Wechselwirkungen mit anderen Körpern hat.



Der Puck wird solange im Zustand der Ruhe bleiben, bis ihn eine Kraft zwingt, seinen Bewegungszustand zu ändern.



Der Puck ändert seinen Bewegungszustand, da auf ihn eine Kraft wirkt, die ihn beschleunigt.



Der Puck wird solange weiter gleiten, bis ihn eine Kraft abbremst.

(Zur Erinnerung: Ruhe und gleichförmige geradlinige Bewegung können voneinander nicht unterschieden werden!)

Die Wechselwirkungen können unterschiedlich stark sein. Man braucht eine neue Größe zur Beschreibung der Stärke der Wechselwirkung → „Kraft“.

3

## Kraft



Je stärker die Wechselwirkung, desto stärker wird der Puck beschleunigt ⇒ die neue Größe Kraft ( $F$ ) muss zur Beschleunigung proportional sein:

$$F \sim a$$



Beim Werfen von Bowlingkugeln unterschiedlicher Masse fällt auf, dass, wenn der Wurf immer gleich stark ausgeführt wird, leichte Kugeln stärker beschleunigt werden als schwere Kugeln. Damit die schwere Kugel gleich stark beschleunigt wird, muss man einen stärkeren Wurf ausführen ⇒ die neue Größe Kraft ( $F$ ) muss zur Masse auch proportional sein:

$$F \sim m$$

$$\text{Kraft (F): } F = m \cdot a \quad \left( \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right)$$



- Die Richtung der Kraft ist immer gleich der Richtung der Beschleunigung.

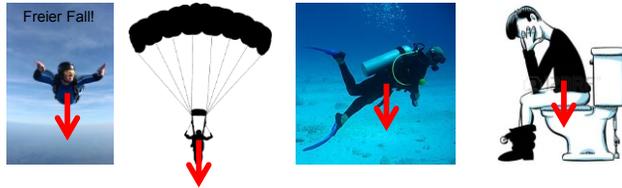
4

## Anwendung: Schwerkraft

Beim freien Fall ist  $a = g \Rightarrow$  Eine Kraft von  $F = m \cdot a = m \cdot g$  muss auf den Körper wirken!

$$\text{Schwerkraft } (F_S): F_S = m \cdot g$$

- Die Schwerkraft wirkt im Gravitationsfeld der Erde auf jeden Körper unabhängig davon ob der Körper frei fällt oder nicht ganz frei fällt oder schwebt oder irgendwo ruht.



Die gleiche Schwerkraft wirkt jedesmal, doch sind die Bewegungsänderungen unterschiedlich! Es gibt nämlich weitere Kräfte, die auf den Körper wirken!

5

## 2. newtonsches Gesetz/Dynamisches Grundgesetz

Falls mehrere Kräfte auf den untersuchten Körper wirken, kann man die Kräfte (vektoriell) addieren:

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots = \sum F = ma$$

Bemerkung:

In den Rechenaufgaben werden nur Situationen behandelt, in welchen die Kräfte in einer Gerade liegen. Dann wird die vektorielle Addierung auf +/- vereinfacht.

### Spezialfall: Gleichgewicht

$$\sum F = 0 \Rightarrow a = 0, \text{ d. h. der Körper befindet sich in Ruhe oder führt eine gleichförmige Bewegung durch}$$

6

## Übung

Analysieren wir die Kräfte auf der Folie 5:

+ ↓ Willkürlich festgelegte positive Richtung	<p>Freier Fall</p>	<p>Kein freier Fall</p>	<p>Luftwiderstand</p>
	<p>Voraussetzung: freier Fall</p>	<p>Der Mann hat eine Beschleunigung, nur kleiner als <math>g</math>.</p>	<p>Voraussetzung: gleichförmige Bewegung (<math>v = \text{konst.}</math>)</p>
	$a = g$	$a < g$	$a = 0$
	$\sum F = F_S$	$\sum F = F_S - F_L = ma$	$\sum F = F_S - F_L = 0$
		$F_L < F_S$	$F_S = F_L$

7

## Übung

Analysieren wir die Kräfte auf der Folie 5:

+ ↓ Willkürlich festgelegte positive Richtung	<p>Auftriebskraft</p>	<p>Unterstützungskraft (Gewichtskraft)</p>
	<p>Voraussetzung: Schweben (<math>v = 0</math>)</p>	<p><math>v = 0</math></p>
	$a = 0$	$a = 0$
	$\sum F = F_S - F_A = 0$	$\sum F = F_S - F_G = 0$
	$F_S = F_A$	$F_S = F_G = mg$

8

## Übung



**Aufgabe 1:** Wie groß ist die Beschleunigung des Mannes, wenn  $m = 80 \text{ kg}$  und  $F_L = 720 \text{ N}$  sind?



Der Mann hat eine Beschleunigung, nur kleiner als  $g$ .

$$a < g$$

$$\sum F = F_S - F_L = ma$$

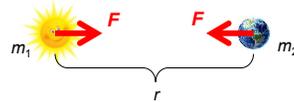
$$F_L < F_S$$

**Aufgabe 2:** Der Mann ( $m = 80 \text{ kg}$ ) fällt mit einer Beschleunigung von  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Wie groß ist der Luftwiderstand?

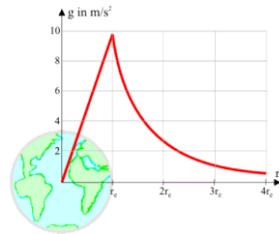
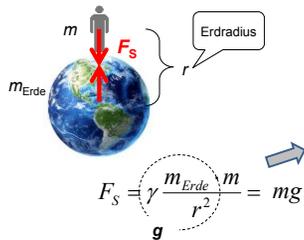
## Besondere Kräfte und ihre Kraftgesetze – Gravitationskraft und Gravitationsgesetz

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Gravitationskonstante

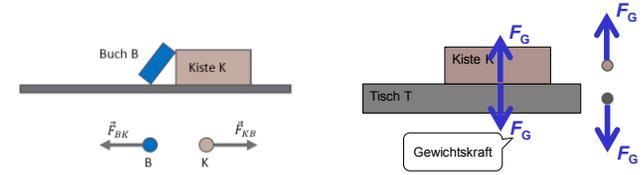
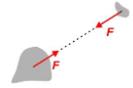


**Schwerkraft auf der Erde:**



## 3. newtonsches Gesetz/Wechselwirkungsgesetz

- Wenn zwei Körper miteinander wechselwirken, dann üben beide je eine Kraft auf den anderen aus.
- Die Kräfte, die die Körper aufeinander ausüben, besitzen denselben Betrag, aber die entgegengesetzte Richtung.
- Die Kräfte treten also immer paarweise auf und werden als Kraft-Gegenkraft-Paar (Aktions-Reaktions-Paar) bezeichnet



Im Gleichgewicht:  $F_G = mg$

## Besondere Kräfte und ihre Kraftgesetze – Federkraft und Hookesches Gesetz

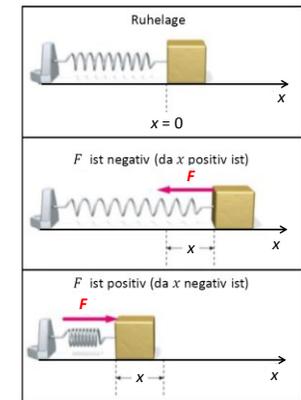
Das Ergebnis einer Kraftwirkung (Wechselwirkung) kann neben der Bewegungsänderung auch eine Formänderung (Deformation) sein!

$$F = -D \cdot s$$

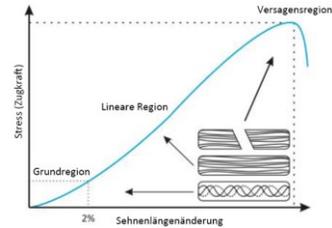
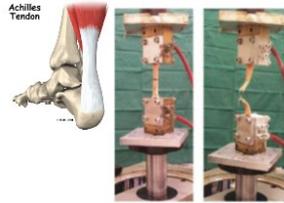
**Federkonstante**

(N/m)  
Sie hängt von den Eigenschaften der Feder (Material, Geometrie) ab.

- Diese Kraft wird auch Rückstellkraft genannt.



## Biomechanik von Sehnen und Bändern



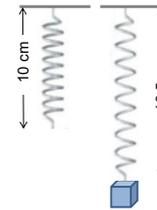
Das Hookesche Gesetz gilt annähernd für die Achillessehne, sie kann mit einer Feder modelliert werden

Zu einer 2%-igen Dehnung der Achillessehne braucht man eine Kraft von 1200 N. Berechnen Sie die Federkonstante der Sehne.



13

## Übung



Die Federkonstante der Feder beträgt 500N/m. Berechnen Sie die Masse des Gewichts.

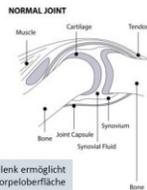
## Besondere Kräfte – Reibungskraft



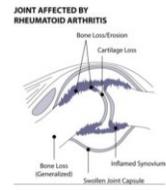
Mikroskopische Kontaktfläche – molekulare Anziehungskräfte  $\Rightarrow$  Reibungskraft



Die konstante Federkraft beträgt 20 N und der Körper gleitet gleichförmig. Wie groß ist die Reibungskraft?



In einem gesunden Gelenk ermöglicht u.a. eine intakte Knorpeloberfläche die nahezu reibungsfreie Bewegung.



Die Zerstörung des Gelenkknorpels z.B. im Rahmen der rheumatoiden Arthritis erhöht die Reibung im Gelenk.

15

## Arbeit und Energie



- Wie stark der Mann ziehen muss, wird durch die Kraft  $F$  angegeben.
- Diese Kraft bleibt aber gleich, egal ob der LKW z. B. 2 m oder 20 m gezogen wird. Der Mann hingegen wird unterschiedlich müde.
- Die Kraft reicht also nicht aus diese Wechselwirkung zwischen Mann und LKW völlig beschreiben zu können. Man braucht eine neue Größe, die auch den Weg berücksichtigt  $\rightarrow$  „Arbeit“.

16

## Arbeit und Energie



- Der Mann verrichtet eine Arbeit an dem LKW.
- Dabei wird Energie vom Mann auf den LKW übertragen.
- Der Mann verliert Energie, der LKW gewinnt an Energie.



- Der Mann verrichtet beim Heben eine Arbeit an dem Gewicht.
- Dabei wird Energie vom Mann auf das Gewicht übertragen.
- Der Mann verliert Energie, das Gewicht gewinnt an Energie.



- Die Frau verrichtet beim Spannen eine Arbeit an dem Bogen.
- Dabei wird Energie von der Frau auf den Bogen übertragen.
- Die Frau verliert Energie, der Bogen gewinnt an Energie.
- Diese Energie wird in dem Bogen gespeichert.

Arbeit  $\equiv$  „Energieübertragung“

Energie  $\equiv$  „gespeicherte Arbeit“

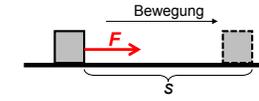
Die Arbeit beschreibt einen Prozess, die Energie hingegen den Zustand eines Körpers.

Energie kann weder erzeugt, noch vernichtet werden. Sie kann nur von einem System auf ein anderes übertragen werden bzw. von einer Energieform in eine andere umgewandelt werden.

17

## Arbeit

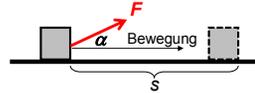
Wenn Bewegungsrichtung und Krafrichtung übereinstimmen:



$$\text{Arbeit (W): } W = F \cdot s \quad (\text{Nm} = \text{J})$$

Joule  
(auch die  
Maßeinheit  
der Energie)

Wenn Bewegungsrichtung und Krafrichtung einen Winkel  $\alpha$  einschließen:



$$\text{Arbeit (W): } W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$



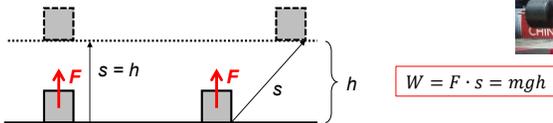
Berechnen Sie die Arbeit des Mannes, wenn er den LKW mit einer horizontalen (!) Kraft von 1400 N eine Strecke von 30 m zieht.



18

## Hubarbeit und Lageenergie (potenzielle Energie)

Die beim Anheben eines Körpers um die Höhe  $h$  zu verrichtende Arbeit wird als Hubarbeit bezeichnet:



Die verrichtete Arbeit erscheint dann als Lageenergie oder potenzielle Energie:

$$E_{\text{pot}} = mgh$$

- Das Nullniveau der Lageenergie kann willkürlich festgelegt werden.

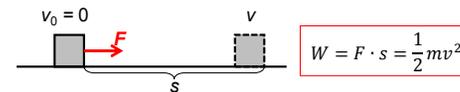
Die gespeicherte Lageenergie kann dann für nützliche Zwecke verwendet werden ☺:



19

## Beschleunigungsarbeit und Bewegungsenergie (kinetische Energie)

Die bei der Beschleunigung eines Körpers von der Geschwindigkeit von 0 auf  $v$  zu verrichtende Arbeit wird als Beschleunigungsarbeit bezeichnet:



Die verrichtete Arbeit erscheint dann als Bewegungsenergie oder kinetische Energie:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$$

Die gespeicherte Bewegungsenergie kann dann für nützliche Zwecke verwendet werden ☺:



(Das Beispiel ist nicht das beste: Hier verrichtet man nur am Anfang und nur kurzzeitig eine Beschleunigungsarbeit, im Großteil wird die Arbeit durch die Reibung als Wärme erscheinen!)



20

## Spannarbeit und Spannenergie (elastische Energie)

Die bei der Verlängerung einer Feder (oder Spannung eines Bogens) um  $s$  zu verrichtende Arbeit wird als Spannarbeit bezeichnet:



$$W = F \cdot s = \frac{1}{2} D s^2$$



Die verrichtete Arbeit erscheint dann als Spannenergie oder elastische Energie:

$$E_{el} = \frac{1}{2} D s^2$$

Die gespeicherte elastische Energie kann dann für nützliche Zwecke verwendet werden ☺:



Außerhalb der drei mechanischen Energieformen ( $E_{pot}$ ,  $E_{kin}$  und  $E_{el}$ ) gibt es auch andere Energieformen: thermische Energie (Wärme), elektrische Energie, magnetische Energie, Kernenergie, usw.

21

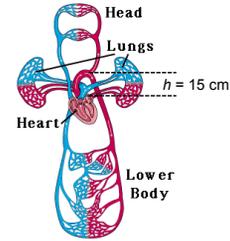
## Leistung



- Wie stark der Mann ziehen muss, wird durch die Kraft  $F$  bzw. wie viel Arbeit er bei einer Strecke von  $s$  verrichtet, wird durch die Arbeit angegeben.
- Kraft und Arbeit bleiben gleich, egal ob die Strecke z. B. in 2 Minuten oder in 20 Minuten zurückgelegt wird.
- Man braucht eine neue Größe, die auch die Zeit berücksichtigt → „Leistung“.

23

## Übung



Das Blut wird durch die Herzkontraktion auf eine Geschwindigkeit von 40cm/s beschleunigt und um 15 cm gehoben. In einer Kontraktion wird eine Blutmenge von 60 g ausgepumpt. Berechnen Sie  
a) die Beschleunigungsarbeit

b) die Hubarbeit

c) die Gesamtarbeit des Herzens in einer Kontraktion

22

## Leistung

$$\text{Leistung (P): } P = \frac{W}{t} \left( \frac{J}{s} = W \right)$$

Watt



*Fortsetzung der früheren Aufgabe:* Berechnen Sie die Leistung des Herzens, wenn eine Kontraktion 0,2 s lang dauert.



*Fortsetzung der früheren Aufgabe:* Berechnen Sie die Leistung des Mr. Strongmans, wenn er beim Ziehen des LKWs die 30 m Strecke in 41 s zurücklegt.

24

## Energieerhaltung

### Energieerhaltungssatz (im Allgemeinen):

Energie kann weder erzeugt, noch vernichtet werden. Sie kann nur von einem System auf ein anderes übertragen werden bzw. von einer Energieform in eine andere umgewandelt werden.

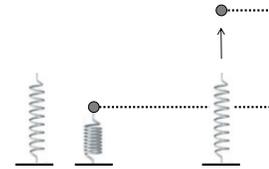


Wenn die Reibung vernachlässigbar ist (und andere elektrische, magnetische Erscheinungen nicht berücksichtigt werden), dann gilt der **Energieerhaltungssatz für die mechanischen Energieformen:**

$$\sum E_i = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} + E_{\text{el}} = \text{konstant}$$

25

## Übung



Wie stark muss eine Schraubenfeder mit der Federkonstante von 2000 N/m gestaucht werden, damit die Kugel mit der Masse von 30 g bis zur einer Höhe von 10 m fliegt?

26

## Masse-Energie-Äquivalenz

Nach der Relativitätstheorie sind Masse und Energie gleichwertig und über folgende Gleichung miteinander verknüpft:

$$E = m \cdot c^2$$

Zur Masse gehörende Energie

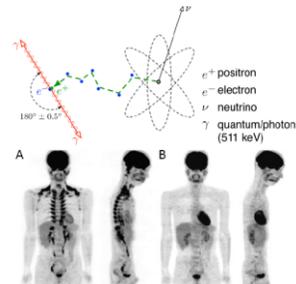
Masse eines Teilchens

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum:  $3 \cdot 10^8$  m/s



Der Zusammenhang ist bei solchen Erscheinungen verwendbar, wo Teilchen verschwinden und sich ihre Massen in Energie umwandeln, oder wo aus Energie neue Teilchen entstehen, z. B. bei der Paarvernichtung in der PET Untersuchung:

- Bei der Positronen-Emissions-Tomographie werden dem Körper Beta-Plus-Strahler appliziert
- Diese zerfallen, wobei u.a. ein Positron entsteht
- Dieses Positron vereinigt sich nach kurzer Zeit mit einem Elektron und die beiden werden vollständig in Energie umgewandelt (Annihilation = Paarvernichtung), wobei 2 Gamma-Photonen entstehen, die dann detektiert werden
- Jedes dieser Gamma-Photonen besitzt eine Energie von 510 keV



27

Hausaufgaben: Grundskript Kapitel 5 und 6



28