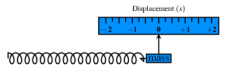


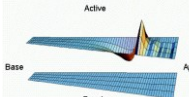
Grundlagen der medizinischen Biophysik

5. Vorlesung 28. 09. 2017


Mechanik – Schwingungen und Wellen



Wellen auf der Basilarmembran im Innenohr:



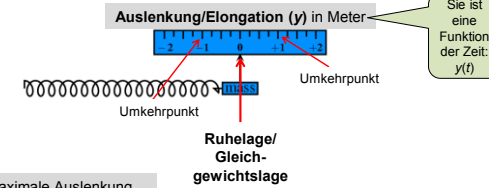
Elektrische Schwingungen des Herzens (EKG):



1. Grundbegriffe der Schwingungslehre
2. Schwingungstypen
3. Harmonische Schwingung
4. Rücktreibende Kraft
5. Eigenschwingung und Eigenfrequenz
6. Federpendel
7. Erzwungene Schwingung
8. Resonanz
9. Grundbegriffe der Wellenlehre
10. Wellenlänge, $c = \lambda \cdot f$
11. Transversal- und Longitudinalwellen
12. Mechanische Wellen - Schall
13. Elektromagnetische Wellen - Licht
14. (Lineare) Polarisation
15. Reflexion und Brechung
16. Interferenz
17. Stehende Wellen
18. Beugung (Diffraction)
19. Huygenssches Prinzip

Grundbegriffe der Schwingungslehre

Oszillator: Physikalisches System, das Schwingungen ausführen kann (z.B. Federpendel)
Schwingung (mechanisch): Periodische Hin- und Herbewegung eines Körpers um eine Ruhelage





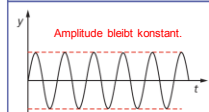

Amplitude (A): Maximale Auslenkung

Zur Erinnerung:

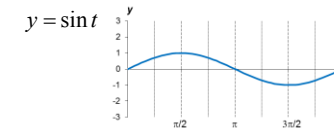
- **Periodenzeit/Periodendauer/Schwingungsdauer (T):** Zeitdauer einer Schwingung/Periode
- **Frequenz/Schwingungszahl (f):** Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit. Es gilt:

$$f = \frac{1}{T} \quad \left(\frac{1}{s} = \text{Hz} \right)$$
- **Kreisfrequenz (ω):** Anzahl der Schwingungen pro 2π . Es gilt: $\omega = 2\pi f$

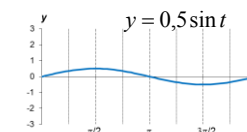
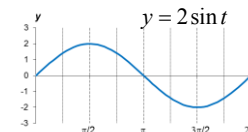
Schwingungstypen

Harmonische Schwingung (sinusförmige Schwingung)	Nicht harmonische Schwingung (nicht sinusförmige Schwingung)
	
Uhrpendel, Federpendel, schwingende Wassersäule, Federschwinger	Stimmbänder beim Menschen, Schwingungsdämpfer beim Auto
Ungedämpfte Schwingung	Gedämpfte Schwingung
 Amplitude bleibt konstant.	 Amplitude nimmt mit der Zeit ab.
Membran eines Lautsprechers bei einem Ton bestimmter Lautstärke	Sich selbst überlassenes Federpendel, Schwingungsdämpfer

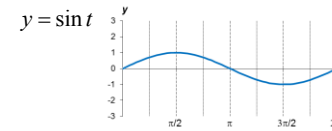
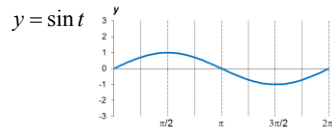
Exkurs: Sinusfunktion



$y = A \cdot \sin t$ A ist ein Parameter (Amplitude), der die Kurve beeinflusst.

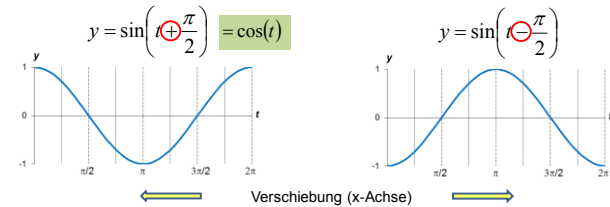
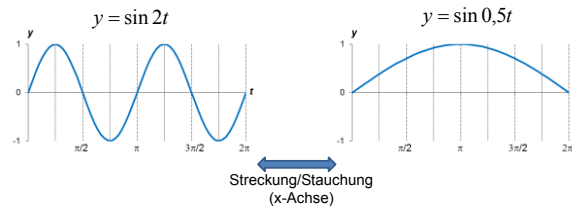


Streckung/Stauchung
(y-Achse)



$y = \sin(\omega t) = \sin \omega t$ ω ist ein Parameter (Kreisfrequenz), der die Kurve beeinflusst.

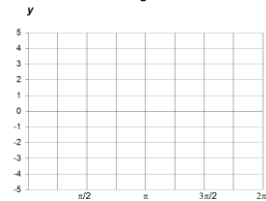
$y = \sin(t + \varphi_0)$ φ_0 ist ein Parameter (Anfangsphase), der die Kurve beeinflusst.



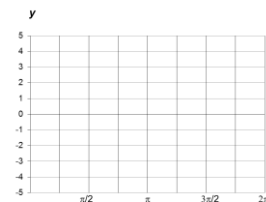
Übung

Stellen Sie die folgenden mathematischen Funktionen in dem Diagramm dar.

$$y = 2 \cdot \sin 4t$$

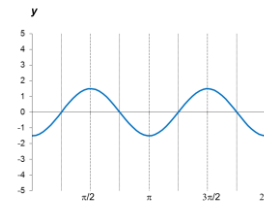
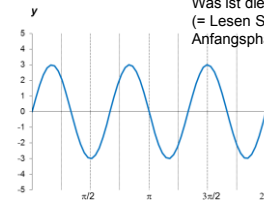


$$y = 4 \cdot \sin 0,25t$$

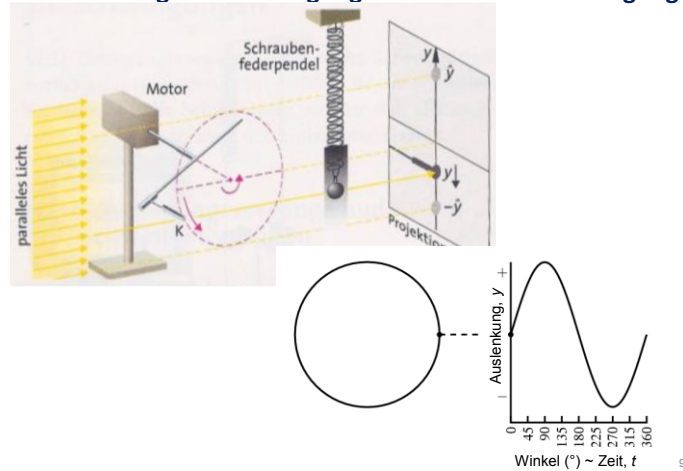


Übung

Was ist die mathematische Funktion der Kurve in dem Diagramm?
(= Lesen Sie vom Diagramm Amplitude, Kreisfrequenz und Anfangsphase ab.)

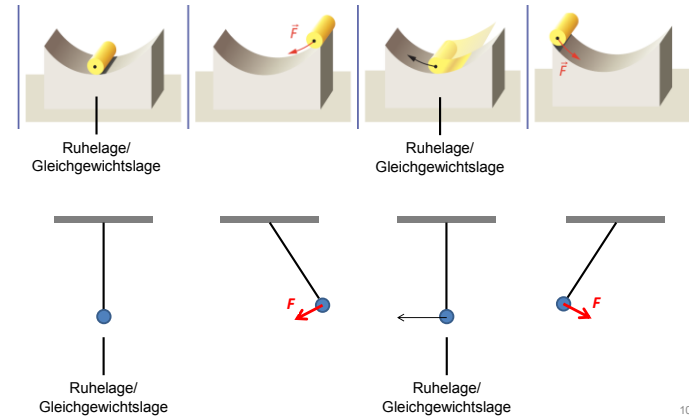


Gleichförmige Kreisbewegung – harmonische Schwingung



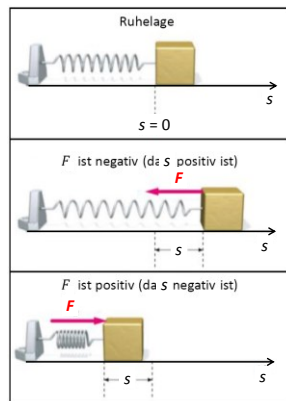
Rücktreibende Kraft

Was für Kraft ist nötig zur harmonischen Schwingung?



Rücktreibende Kraft

$$F = -D \cdot s$$



Für die rücktreibende Kraft gilt:

- Ständig zur Ruhelage gerichtet
- Proportional zur Auslenkung, aber in entgegengesetzter Richtung (negatives Vorzeichen)

Eigenschwingung (freie Schwingung)

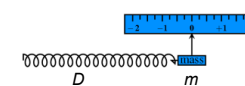
Voraussetzung:
Durch eine einmalige Einwirkung wird ein Oszillator in Schwingung gebracht.

Eigenschwingung: ohne weitere Einwirkungen ablaufende Schwingung.

Eigenfrequenz: die Frequenz einer Eigenschwingung.

Sie wird durch die Eigenschaften des Oszillators (Masse, geometrische Größen, Materialeigenschaften usw.) bestimmt.

Federpendel

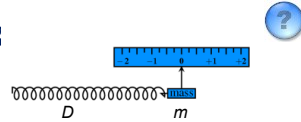


$$f_{\text{Eigen}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Bemerkung:
Die Formel gilt nur im Idealfall, wenn die Schwingung harmonisch (also nicht gedämpft) ist. In der Wirklichkeit gibt es immer Energieverluste (Reibung, Luftwiderstand, ...), und die Schwingung wird gedämpft.

Übung

Das Federpendel in der Animation hat die folgenden Parameter: $D = 500 \text{ N/m}$, $m = 50 \text{ g}$ und die Auslenkungsskala wurde auf Dezimeter eingeteilt.



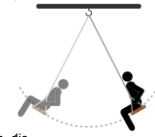
- Berechnen Sie
- die Eigenfrequenz
 - die Periodenzeit
 - die Spannenergie bei den Umkehrpunkten
 - die maximale Geschwindigkeit des Körpers (!)

Erzwungene Schwingung

Schwingung unter dem Einfluss einer äußeren periodischen Erregungskraft.



Die eine Stimmgabel wird angeschlagen, die erzeugte Luftdruckschwankungen versetzen auch die andere Stimmgabel in Schwingung (falls beide auf die gleiche Tonhöhe abgestimmt sind).

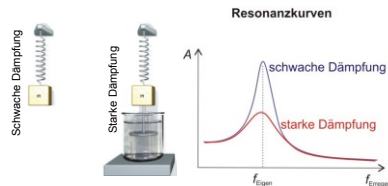
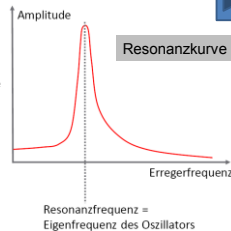


Das Trommelfell wird durch Luftdruckschwankungen in Schwingung versetzt und leitet diese über die Gehörknöchelchen weiter.

- Durch die erzwungene Schwingung kann die harmonische Schwingung mit einer konstanten Amplitude trotz der Energieverluste aufrechterhalten werden.
- Dabei nimmt das schwingende System die Frequenz des Erregers an.

Resonanz

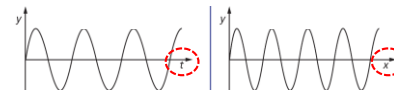
- Wird einem schwingungsfähigen System von einem äußeren Erreger periodisch Energie zugeführt, so vollführt es, nach einer gewissen Einschwingzeit, eine erzwungene Schwingung
- Abhängig von der Erregerfrequenz treten unterschiedlich große Schwingungsamplituden auf
- Stimmt die Erregerfrequenz mit der Eigenfrequenz des schwingenden Systems überein, so tritt eine besonders starke erzwungene Schwingung mit sehr großen Amplituden auf
- Das Auftreten von besonders großen Amplituden bei einer bestimmten Frequenz wird als **Resonanz** bezeichnet, die Frequenz, bei der Resonanz auftritt, heißt **Resonanzfrequenz**



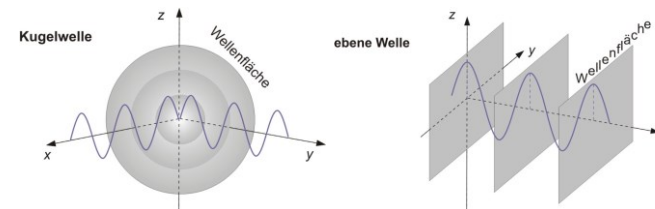
Bemerkung:
Das Phänomen der Resonanz wird in vielen technischen Geräten ausgenutzt (z. B. MRT, Laser, ...)

Grundbegriffe der Wellenlehre

- Ausbreitung eines Schwingungszustandes in einem schwingungsfähigen Medium
- Eine zeitlich und räumlich periodische Änderung einer physikalischen Größe

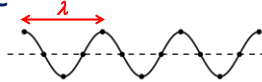


Wellenfläche oder Wellenfront: Eine Fläche, auf der sich alle Punkte in gleicher Phase, d. h. im selben Schwingungszustand, befinden.

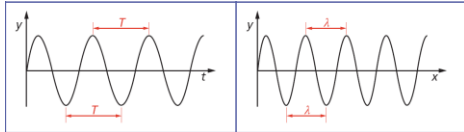


Wellenlänge

Wellenlänge (λ): Die Länge einer Welle, der Abstand zwischen gleichphasigen Punkten



- Die Wellenlänge ist analog zur Periodenzeit, sie beschreibt die räumliche Periodizität, während die Periodenzeit die zeitliche Periodizität charakterisiert.



Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Periodenzeit (bzw. Frequenz):

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle

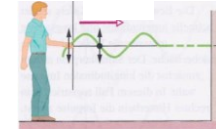
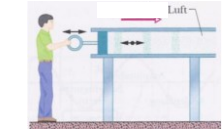
Bemerkung:
Der Zusammenhang hat allgemeine Gültigkeit, er gilt für jegliche Wellen (für mechanische, elektromagnetische Wellen, auch für Materiewellen)

17

Longitudinal- und Transversalwellen

Abhängig davon, wie die Auslenkungsrichtung (Schwingungsrichtung) und die Wellenausbreitungsrichtung zueinander stehen, unterscheidet man Longitudinal- und Transversalwellen:

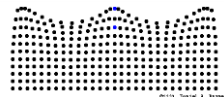
- Longitudinalwellen:** Schwingungsrichtung parallel zur Ausbreitungsrichtung
- Transversalwellen:** Schwingungsrichtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung



18

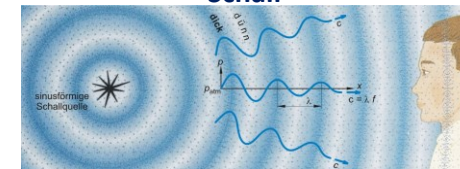
Mechanische Wellen

- Sind unbedingt an die Bewegung von Materie gebunden (benötigen einen Träger)
- Bewegung von Materiestücken z.B.:
 - Wasserwellen (Wasser)
 - Schallwellen (Luft)
- Können sowohl Longitudinal- als auch Transversalwellen darstellen
- Mechanische Longitudinalwellen können sich in jedem Medium ausbreiten, mechanische Transversalwellen nur in Festkörpern
- Mit der Ausbreitung der Wellen ist ein Energietransport, aber kein Materietransport verbunden



19

Schall



- Schallwellen sind mechanische Wellen und können auf Grundlage des menschlichen Hörens in vier Bereiche eingeteilt werden:

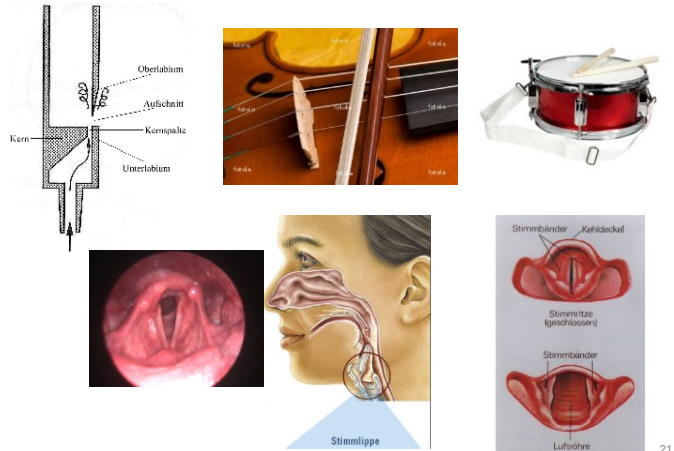
Schallbereiche	Infraschall	Hörschall	Ultraschall	Hyperschall
Frequenzwerte (Hz)	< 20	20–20 000	20 000–10 ⁹	10 ⁹ <

- Die Schallgeschwindigkeit ist im Allgemeinen in Gasen kleiner als in Flüssigkeiten und in Flüssigkeiten kleiner als in Festkörpern

Stoff	c_{Schall} (m/s)
Luft (0°C, 101 kPa)	330
Helium (0°C, 101 kPa)	965
Wasser (20°C)	1483
Fettgewebe	1470
Muskelgewebe	1568
Knochen (kompakt)	3600
Eisen	5950

20

Exkurs: Erzeugung von Schallwellen



21

Übung

Der Delfin sendet Schallwellen mit einer Wellenlänge von 7 mm aus.

a) Berechnen Sie die Frequenz im Wasser.

b) Zu welchem Frequenzbereich gehört dieser Schall?

c) Die Schallwellen treten aus dem Wasser in die Luft heraus. Berechnen Sie die Frequenz in der Luft.

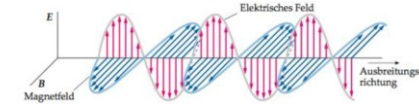
d) Berechnen Sie die Wellenlänge in der Luft.



23

Exkurs: Elektromagnetische Wellen

- Wellen aus gekoppelten elektrischen und magnetischen Feldern

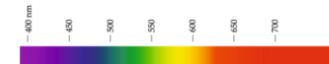


- Das elektromagnetische Feld ist das schwingungsfähige Medium, sodass sich diese Wellen auch im Vakuum ausbreiten können
- Beschreiben Transversalwellen (die somit polarisiert werden können)
- Alle elektromagnetischen Wellen breiten sich im Vakuum mit derselben Geschwindigkeit, der Lichtgeschwindigkeit aus:

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Licht – die bekannteste elektromagnetische Welle

- Das **sichtbare Spektrum des Lichts** umfasst den Wellenlängenbereich von ca. 380 nm–780 nm (VIS-Bereich) → **400 nm–800 nm**



22

Übung

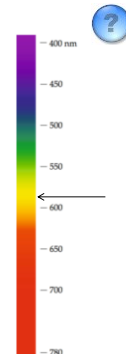
Aufgabe 1. Berechnen Sie die Frequenz des Lichtes mit einer Wellenlänge von 590 nm.

Aufgabe 2. Ein bei Augenoperationen verwendeter KrF-Laser funktioniert bei einer Frequenz von 1,21 PHz.

a) Berechnen Sie die Wellenlänge dieses Laserlichts.

b) Was für eine Farbe hat dieses Licht?

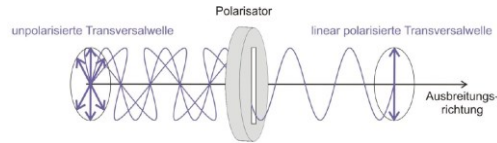
c) Was ist die Frequenz dieses Lichts in dem Auge?



24

(Lineare) Polarisation

- Bei Transversalwellen stehen Schwingungs- und Ausbreitungsrichtung senkrecht zueinander
- Die Schwingungsrichtung ist dabei aber noch nicht genau definiert, obwohl sie die ganze Zeit senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht (= unpolarisierte Welle)
- Die „Auswahl“ einer Schwingungsrichtung (Schwingungsebene) mit Hilfe eines Polarisators wird lineare Polarisation genannt

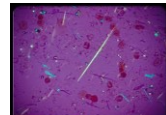


Polarisation von Licht

Ein Beispiel: Polarisationsmikroskop



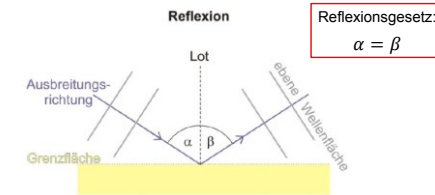
Gicht



Ablagerung von Harnsäure-Kristalle

25

Grenzflächenphänomene: Reflexion

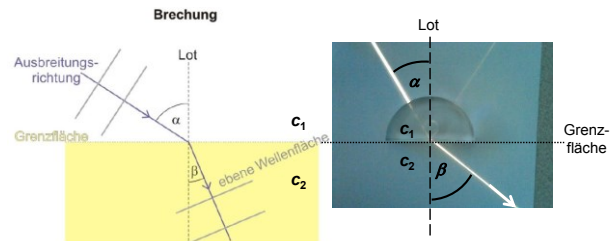


Reflexionsgesetz:
 $\alpha = \beta$



26

Grenzflächenphänomene: Brechung



Brechungsgesetz:
 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}$



27

Übung

Ein Lichtstrahl fällt unter einem Einfallswinkel von 70° aus der Luft auf eine Wasseroberfläche. Ein Teil des Strahls dringt in das Wasser ein.
a) Berechnen Sie den Brechungswinkel dieses Strahls!

Material	Lichtgeschwindigkeit (m/s)
Luft	$3 \cdot 10^8$
Wasser	$2,25 \cdot 10^8$

b) Welchen Winkel bilden der gebrochene Strahl und der reflektierte Strahl?

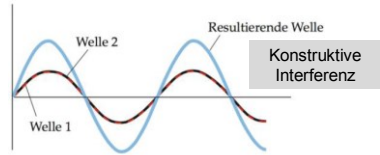
28

Interferenz

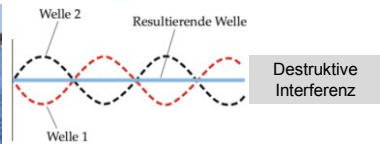
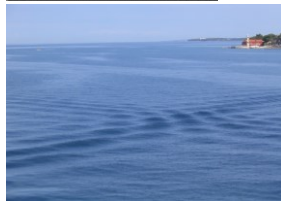
Video

Überlagerung zweier oder mehrerer Wellenzüge

- bei gleichen Wellenlängen
- bei festen Phasenbeziehungen



Konstruktive Interferenz



Destruktive Interferenz

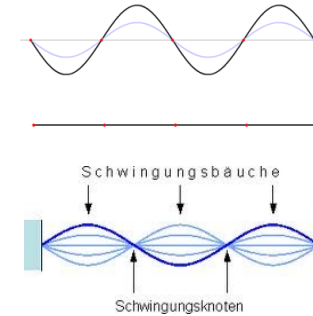
29

Stehende Wellen

Video

Reflexion einer Welle

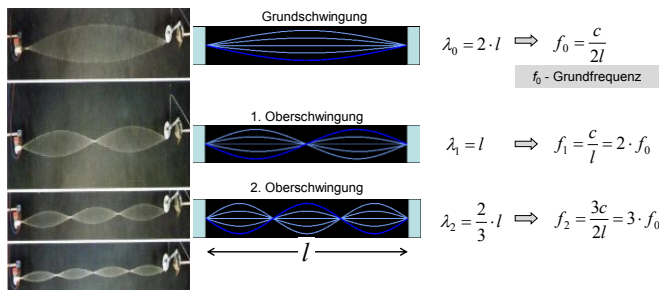
- am freien Ende
- am festen Ende



- Entstehen durch Überlagerung zweier gegenläufiger ebener Wellen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude (z.B. Überlagerung von reflektierter und einfallender Welle)
- Alle Punkte schwingen mit gleicher Phase, aber unterschiedlicher Amplitude
- An einem festen Ende befindet sich ein Knotenpunkt
- An einem freien Ende befindet sich ein Schwingungsbauch

30

Z. B.: Ein System mit zwei festen Enden (beide sind Knotenpunkte)



$$\lambda_0 = 2 \cdot l \Rightarrow f_0 = \frac{c}{2l}$$

f_0 - Grundfrequenz

$$\lambda_1 = l \Rightarrow f_1 = \frac{c}{l} = 2 \cdot f_0$$

$$\lambda_2 = \frac{2}{3} \cdot l \Rightarrow f_2 = \frac{3c}{2l} = 3 \cdot f_0$$

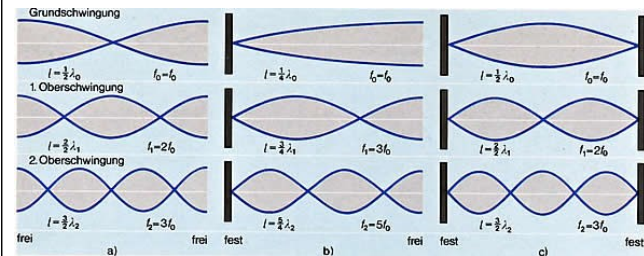
Bemerkung:

Die Grundfrequenz einer Geigesaite z. B. kann eingestellt werden durch

- die Variation der Länge der Saite
- die Variation des Spannungszustandes der Saite (\rightarrow Ausbreitungsgeschwindigkeit)

31

Weitere Möglichkeiten:



Bemerkung:

Viele technische Geräte und auch physiologische Vorgänge beruhen auf dem Prinzip von stehenden Wellen, z. B.

- Laser
- Außenohr

32

Übung

Eine Geigesaiten ist 20 cm lang. Die Wellen laufen entlang der Saite mit einer Geschwindigkeit von 176 m/s. Berechnen Sie
a) die Wellenlänge und die Frequenz der Grundschiwingung

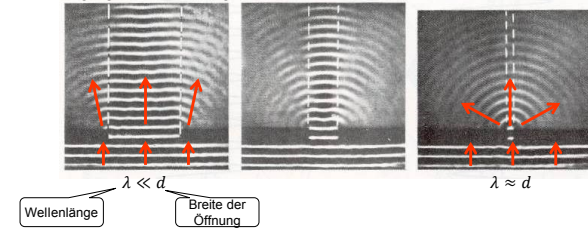
b) die Wellenlänge und die Frequenz der 1. Oberschiwingung



Beugung (Diffraktion)

Abweichung von der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung einer Welle am Rand einer Öffnung oder eines Hindernisses

Z. B. Beugung an einer Öffnung:



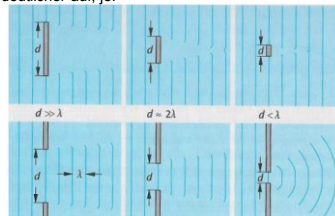
Eindringen von Wellen in den geometrischen Schattenraum hinter Hindernissen oder Öffnungen

33

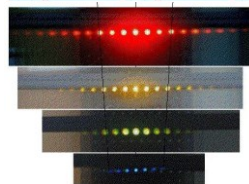
34

- Abhängig von dem Verhältnis der Größe des Hindernisses bzw. der Öffnung und der Wellenlänge ist die Beugung mehr oder weniger stark ausgeprägt
- Das Phänomen der Beugung tritt umso deutlicher auf, je:

- kleiner das Hindernis oder die Öffnung sind (bei konstanter Wellenlänge)



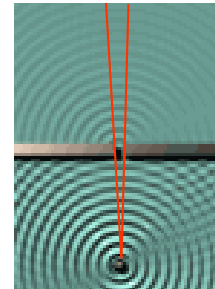
- größer die Wellenlänge ist (bei konstanter Öffnung)



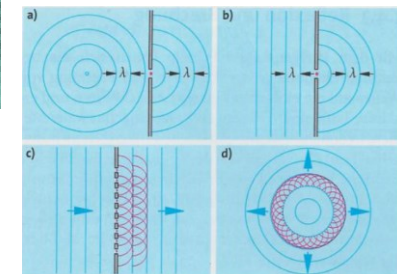
Bemerkung:
Die Beugung des Lichts limitiert die Auflösung von optischen Geräten, wie Mikroskop, Auge usw.

35

Huygenssches Prinzip



- Jeder Punkt einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt einer neuen kugelförmigen Welle, der sogenannten Elementarwelle, betrachtet werden
- Die Elementarwelle breitet sich mit gleicher Geschwindigkeit und Frequenz wie die ursprüngliche Welle aus
- Die Einhüllende einer Wellenfront ergibt die neue Wellenfront



36