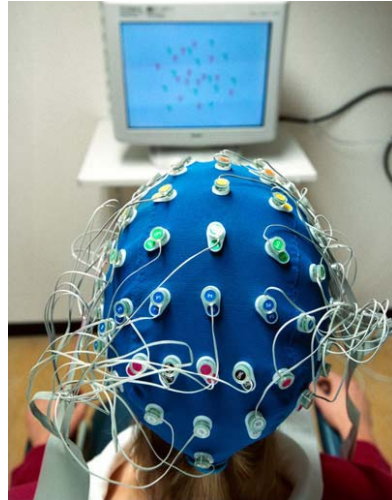
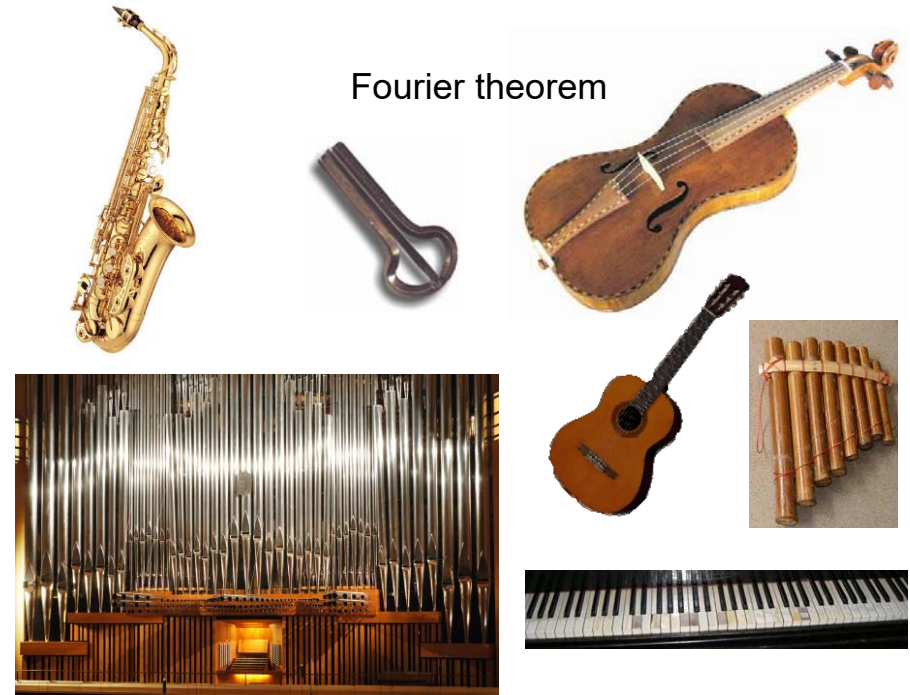


Signalverarbeitung

1. Fourier Theorem
2. Signalverarbeitungskette

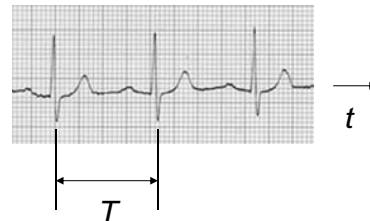


Fourier theorem



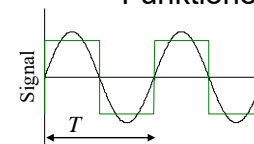
Fourier-Theorem für periodische Funktionen (Signale):
 Jede periodische Funktion kann durch eine Summe von Sinus- (harmonischen) Funktionen (Grundfrequenz + Obertöne) hergestellt werden.

periodische Funktion: es gibt eine Periode(nzeit), T

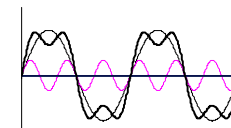


$1/T = f_0$, f_0 ist die Frequenz des Signals
 f_0 ist die Frequenz der ersten Sinusfunktion: **Grundfrequenz** (Grundschiwingung)
 $2f, 3f, 4f, \dots$: **Obertöne** (Oberschwingungen)
 (Linienpektrum)

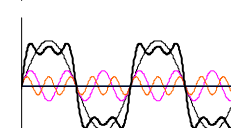
Funktionen



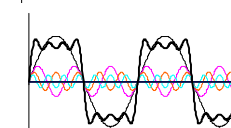
Rechteckf.
Grundfr.



Grundfr. +
3. Oberton

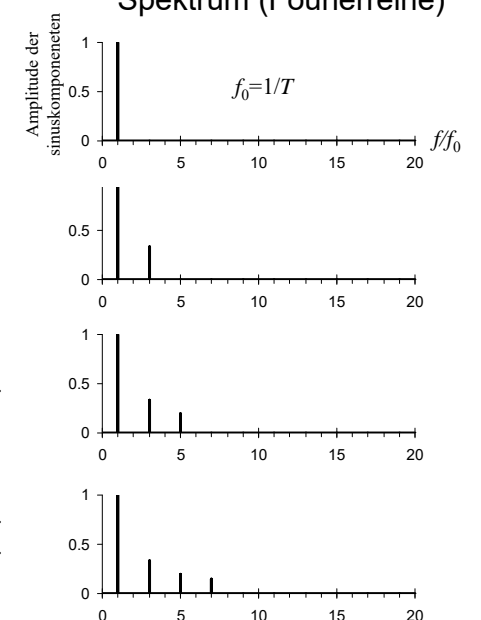


Grundfr. +
3. Oberton +
5. Oberton

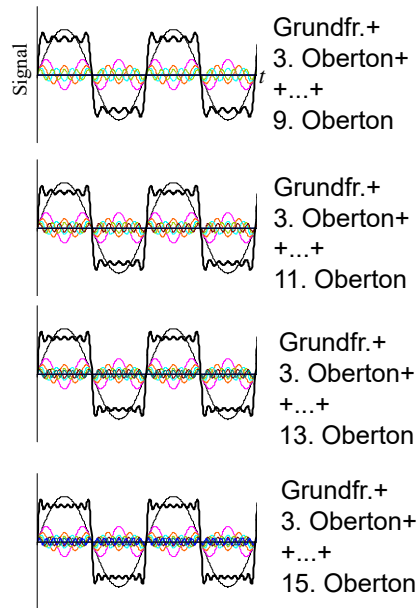


Grundfr. +
3. Oberton +
5. Oberton +
7. Oberton

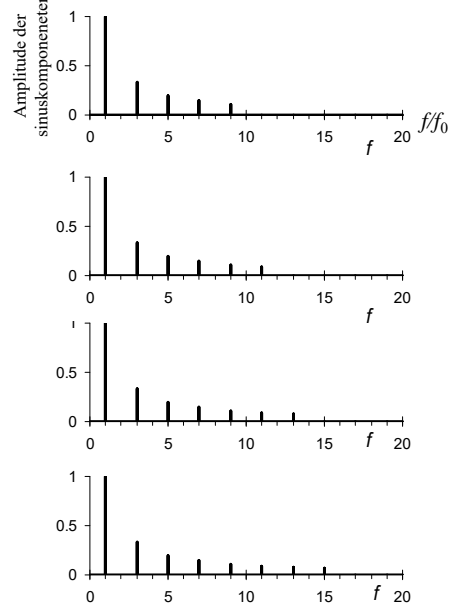
Spektrum (Fourierreihe)



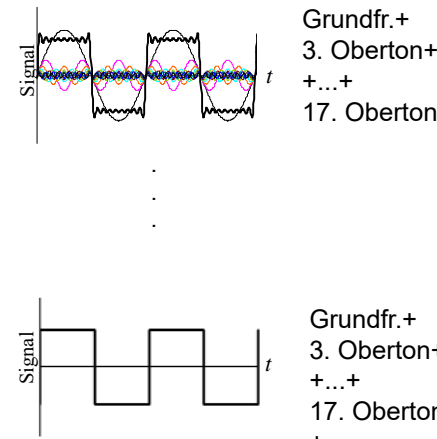
Funktionen



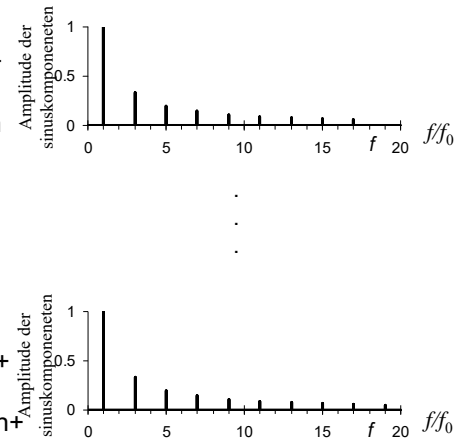
Spektrum (Fourierreihe)



Funktionen

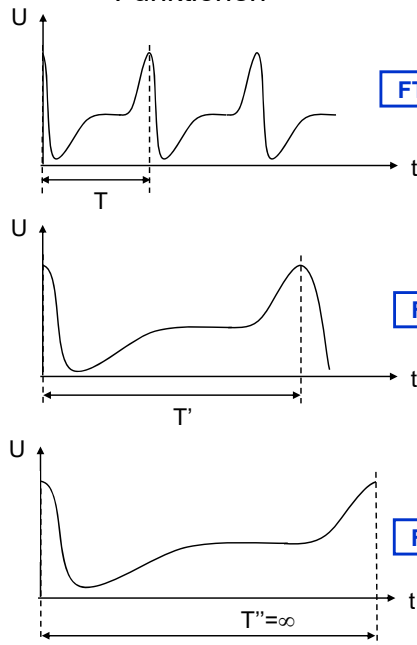


Spektrum (Fourierreihe)

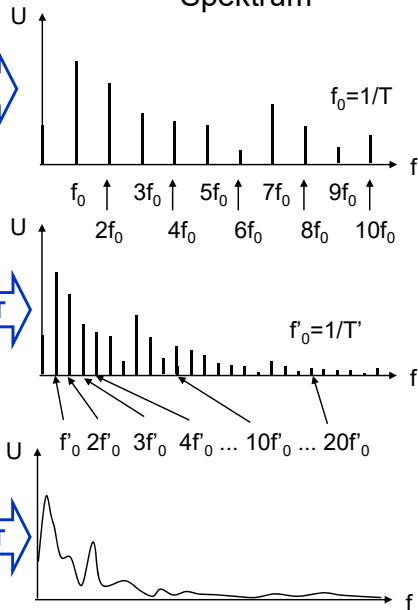


6

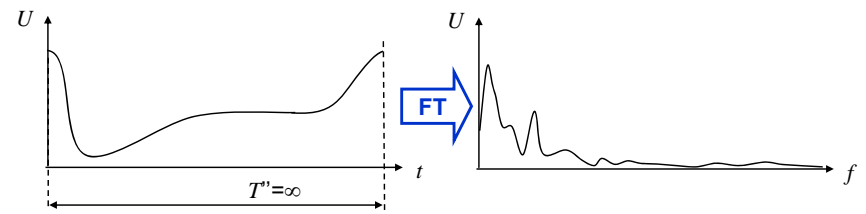
Funktionen



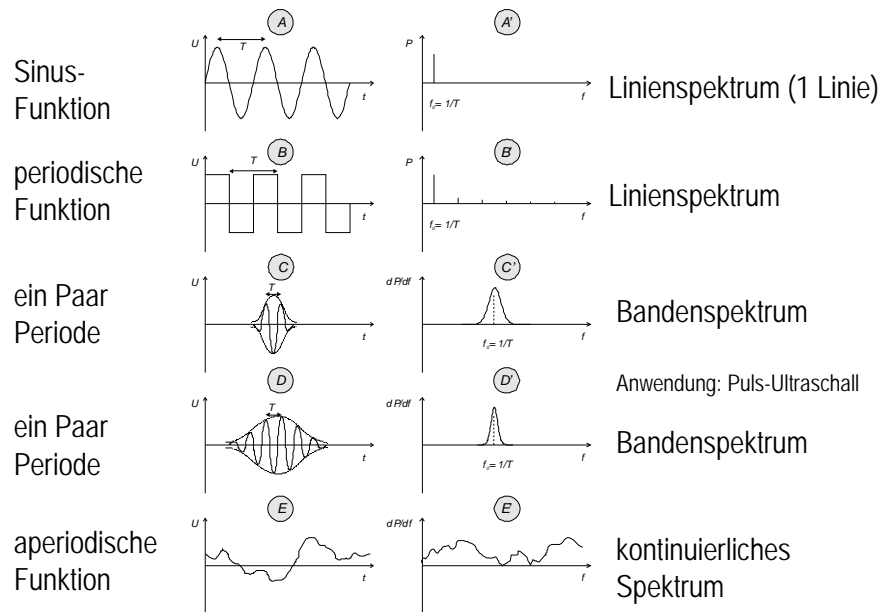
Spektrum



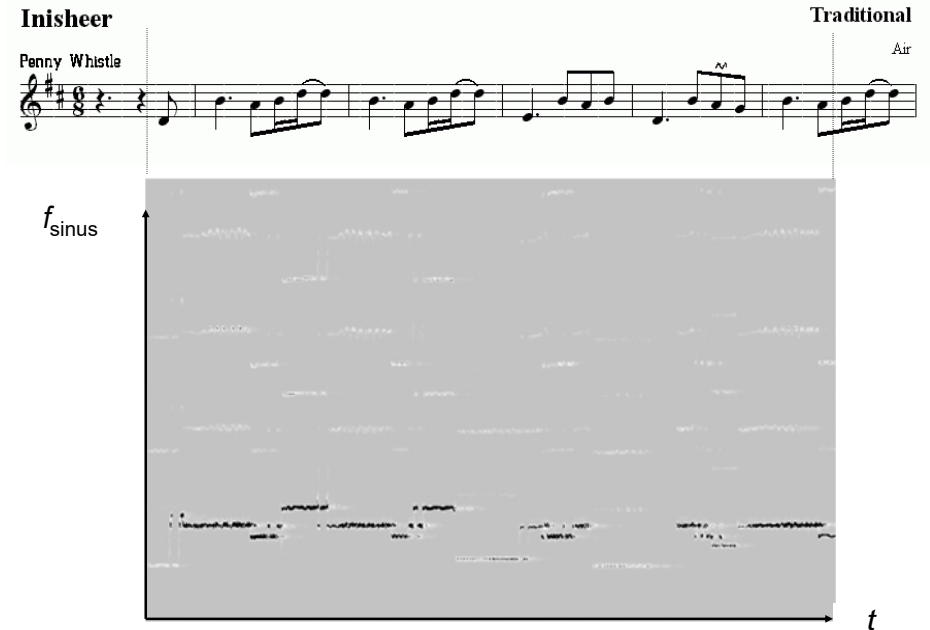
Fourier-Theorem für aperiodische Funktionen (Signale):
Jede Funktion kann durch eine Summe von Sinus-
(harmonischen) Funktionen hergestellt werden.
Das Spektrum: kontinuierliches Spektrum.



8



9

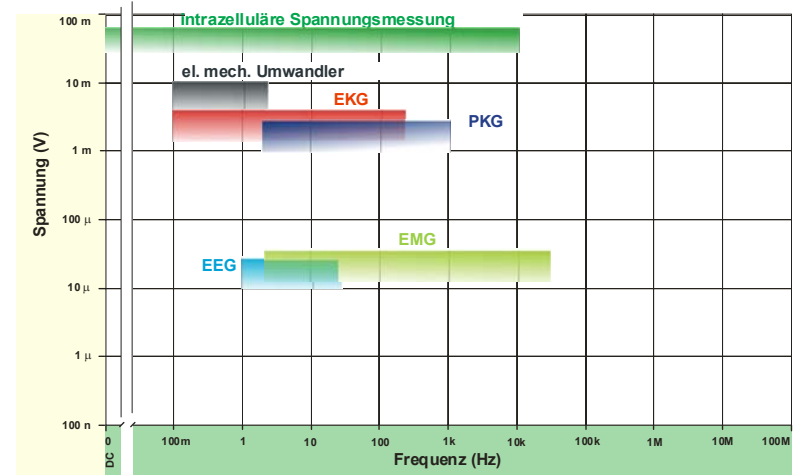


Einige charakteristischen Daten bioelektrischer Potentiale

Aktionspotential	Frequenzbereich (Hz)	Spannung (mV)	Bemerkungen
Einzelzelle	0-10000	50-130	monophasisches Aktionspotential
Elektrokardiographie	0,1-200	0,1-3	
Elektroenzephalographie	1-70	0,001-0,1	
Elektrokortikographie	10-100	0,01-0,1	
Elektromyographie	10-1000	0,1-5	Oberflächen-elektrode
Elektromyographie	10-10000	0,05-5	Nadelelektrode
Elektroretinographie	0,1-100	0,02-0,3	

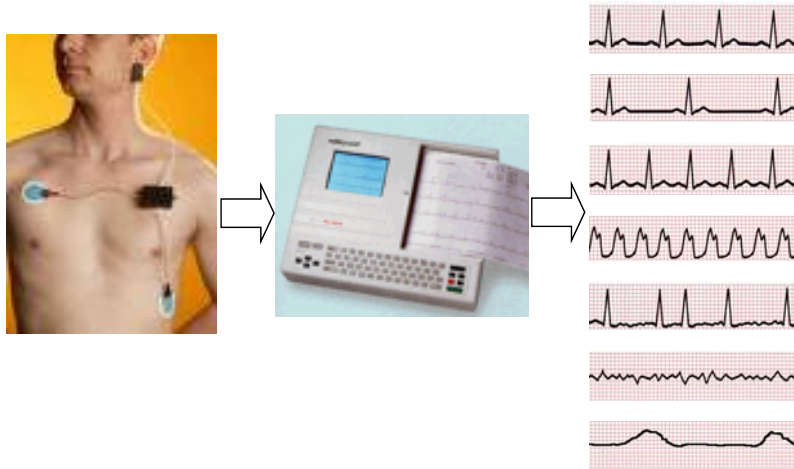
11

Einige charakteristischen Daten bioelektrischer Potentiale

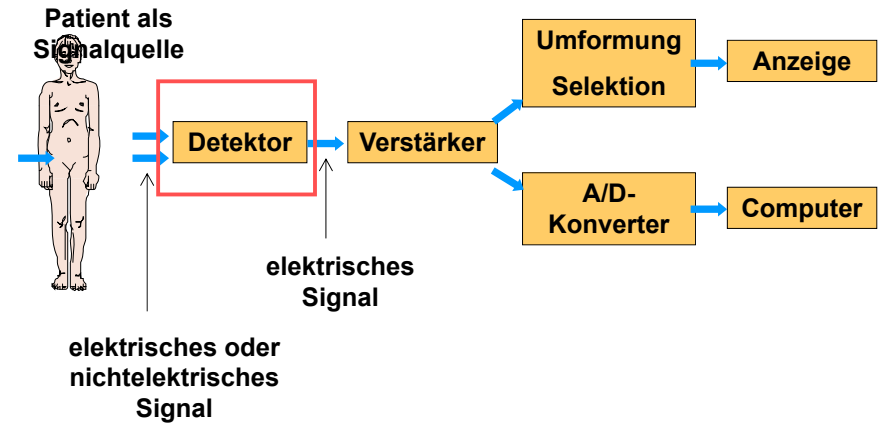


12

Signalverarbeitungskette



13



14

Detektor

(Sensor, Umformer, Wandler, Transducer, ...)



Umwandlung der nichtelektrischen in elektrischen Signale.



Bei elektrischen Signalen: Detektor → Elektroden



Sensoren

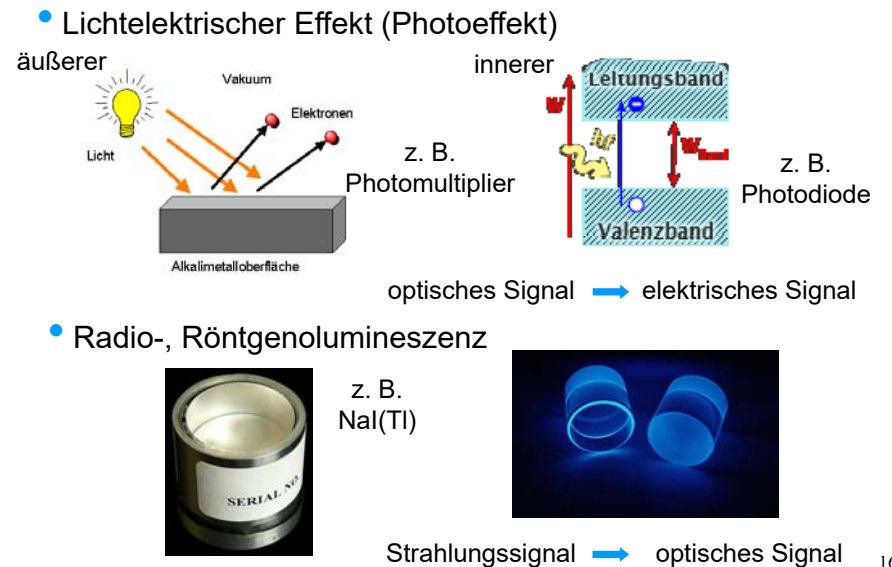
aktive passive

Sensoren

mit Analog-Ausgang mit Digital-Ausgang

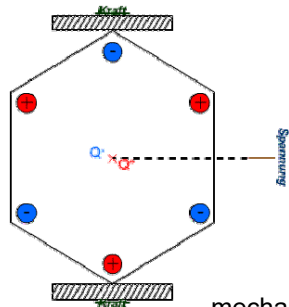
15

Einige Detektor-Effekte



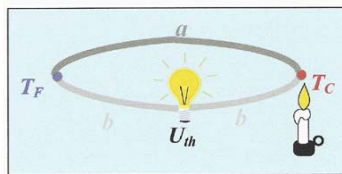
16

- Piezoelektrischer Effekt (griech. *piézein* - pressen, drücken)



mechanisches Signal → elektrisches Signal

- Seebeck-Effekt



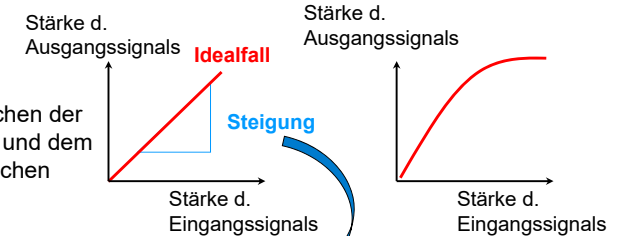
thermisches Signal → elektrisches Signal

17

Kenngrößen des Detektors

- Kennlinie

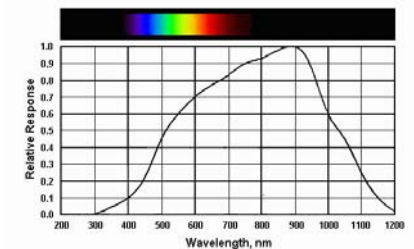
... beschreibt den Zusammenhang zwischen der zu messenden Größe und dem resultierenden elektrischen Ausgangssignal.



- Empfindlichkeit (Sensitivität)

... ist die Steigung der Kennlinie.

- Empfindlichkeitskurve



Typical Silicon Photodiode Spectral Response

18

- Auflösung

zeitliche, räumliche, ...

Rauschen

Rauschen: die gemessenen (als Signalinformationen dienenden) physikalischen Parameter, die nicht von den zu untersuchenden Erscheinungen stammen, also keine Nutzinformationen übermitteln.

Signal-Rausch-Verhältnis (S/R):

$$S/R = \frac{\text{mittlere Nutzsignalleistung}}{\text{mittlere Rauschleistung}} \quad \text{oder} \quad \frac{\text{Signalimpulszahl}}{\text{Rauschimpulszahl}}$$

- ist ein Maß für die Qualität eines aus einer Quelle stammenden Nutzsignals, das von einem Rauschsignal überlagert ist
- bezeichnet oft als **SNR** oder **S/N** vom Englischen signal-to-noise ratio

19

Beispiel für verschiedene S/R-Werte:

Signal/Rausch = 1

dbiueriddueadeanuskicnedjnuidcdhotqviearla
snttrwgomrdtulaigcoahffümhrhdcaasuwoadsc
dbirecmceqnjsucqhdeonaaautsfichjnuednnm
napcmhfeknj

Signal/Rausch = 5

dbiueideensinednichtviterantwortlicohaffürd
caswadsiemcenscqhenausihnenmachen

Signal/Rausch = 11

diecidetensindnichtfvmerantwortlichfürdasw
asdiemenschenausihnenmaochenm

20

Signal/Rausch = 5

dbiueideensinednichtviterantwortlicohaffür
dcaswadsiemcenscqhenausiennenmachfen

dbiueideensinednichtviterantwortlicohaffür
dcaswadsiemcenscqhenausiennenmachfen

Filtern

dbiueideensinednichtviterantwortlicohaffür
dcaswadsiemcenscqhenausiennenmachfen

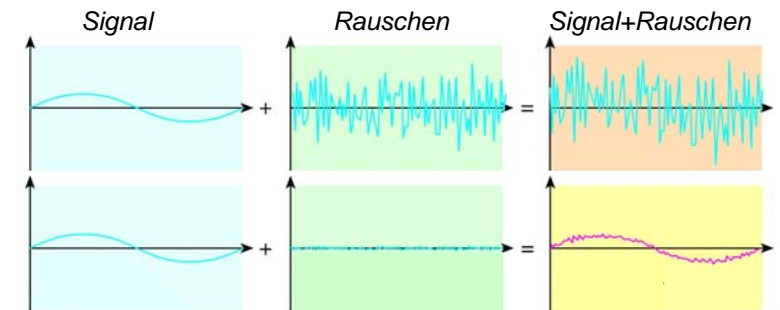
d i eideensin dnichtv erantwortlic h f ür
d a s w a s diem ens c henausiennen mach en

(Werner Heisenberg)

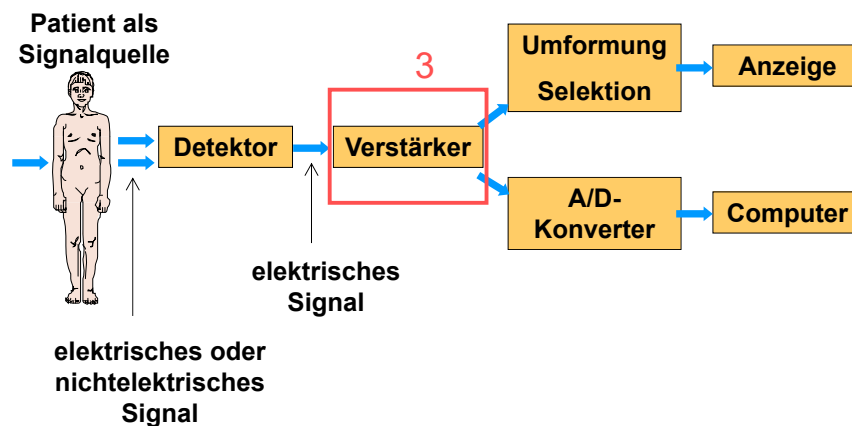
21

Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses

- Anheben der Signalstärke
- Verminderung des Rauschens
 - Abschirmung
 - Filterung
 - Mittelung



22



23

(elektrischer) Verstärker

Eingangssignal $P_{\text{ein}}, U_{\text{ein}}$ → **Verstärker** → Ausgangssignal $P_{\text{aus}}, U_{\text{aus}}$

Anforderungen: (1) $P_{\text{ein}} < P_{\text{aus}}$
(2) zeitlicher Ablauf von Ausgangssignal und Eingangssignal (möglichst) gleich

Charakteristische Parameter:

Leistungsverstärkungsfaktor $V_P = \frac{P_{\text{aus}}}{P_{\text{ein}}}$

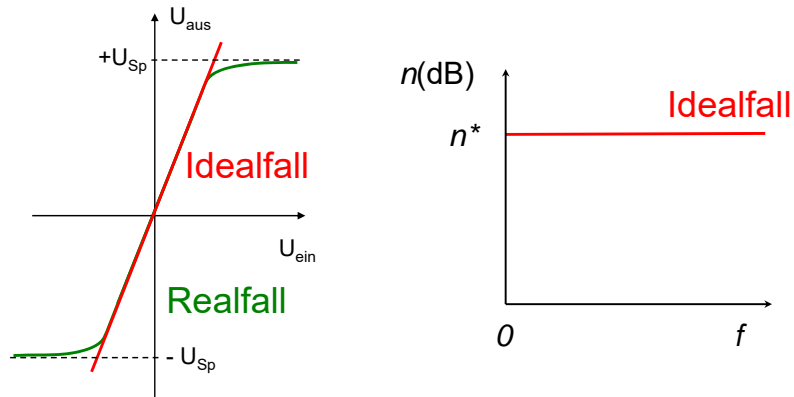
Spannungsverstärkungsfaktor $V_U = \frac{U_{\text{aus}}}{U_{\text{ein}}}$

Verstärkung mit Dezibel-Zahl:

$$n = 10 \cdot \lg \frac{P_{\text{aus}}}{P_{\text{ein}}} \text{ (dB)} = 10 \cdot \lg V_P \text{ (dB)}$$

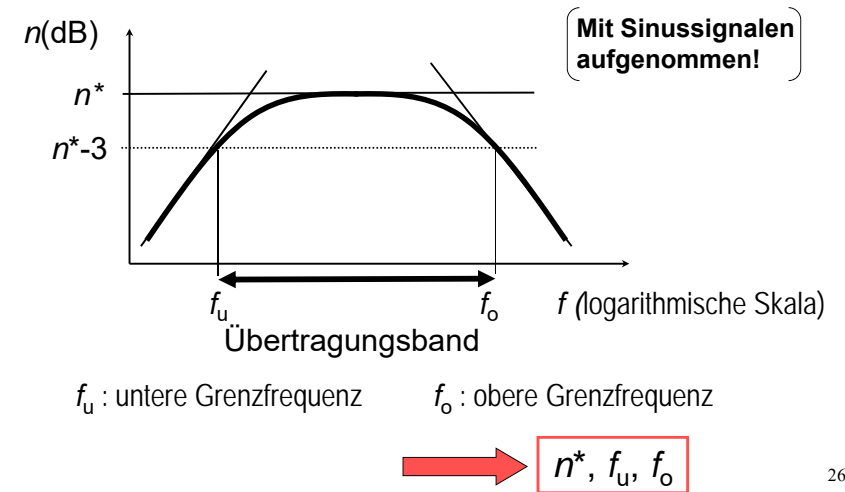
24

Frequenzübertragungsfunktion (Frequenzgang, Frequenz-Antwort-Funktion, Übertragungskennlinie)

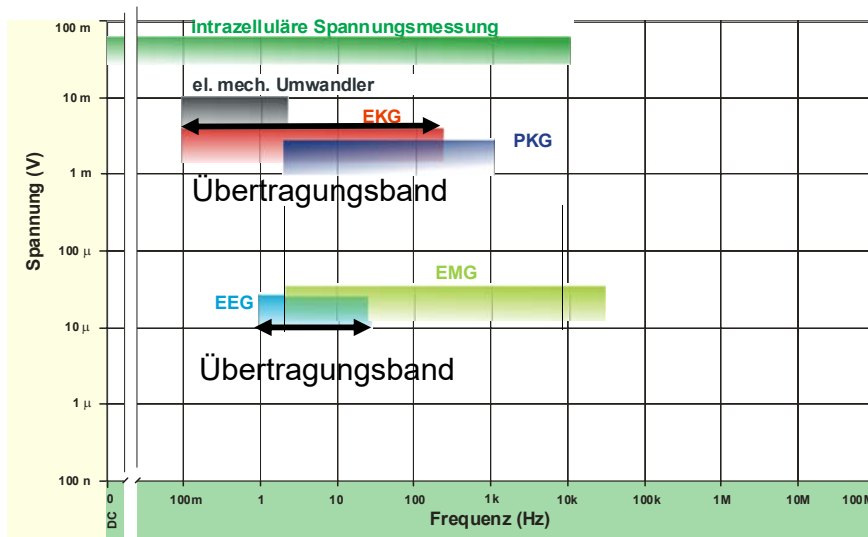


25

Frequenzübertragungsfunktion (Frequenzgang, Frequenz-Antwort-Funktion, Übertragungskennlinie)

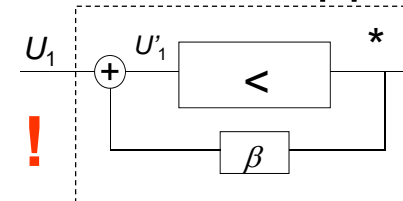


26



27

Rückkopplung(sverstärker)



$$V_R = \frac{V}{1 - \beta V}$$

V : Spannungsverstärkungsfaktor des Verstärkers (ohne R.k.)

β : Rückkopplungsfaktor

V_R : Spannungsverstärkungsfaktor des rückgekoppelten Verstärkers

Mitkopplung (positive R.k. – gleiche Phase):

$$\beta > 0, V_R > V$$

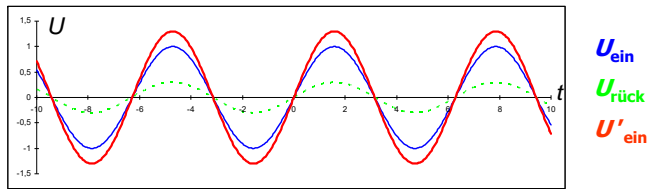
Gegenkopplung (negative R.k. – entgegengesetzte Phase):

$$\beta < 0, V_R < V$$

28

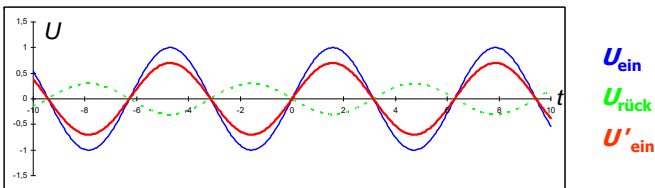
Mitkopplung (positive R.k. – gleiche Phase):

$\beta > 0, V_R > V$ → Sinusoszillator ($\beta V = 1$, Verstärkung: „unendlich“)
→ Ultraschall(generator), Wärmetherapie(gen.)

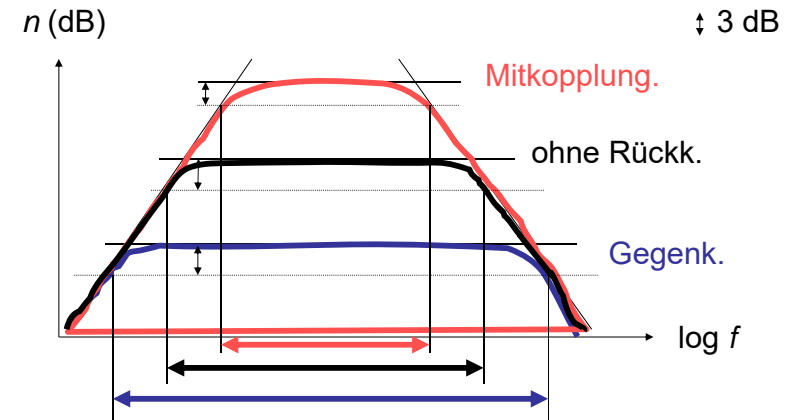


Gegenkopplung (negative R.k. – entgegengesetzte Phase):

$\beta < 0, V_R < V$ → alle Verstärker von hoher Qualität



29

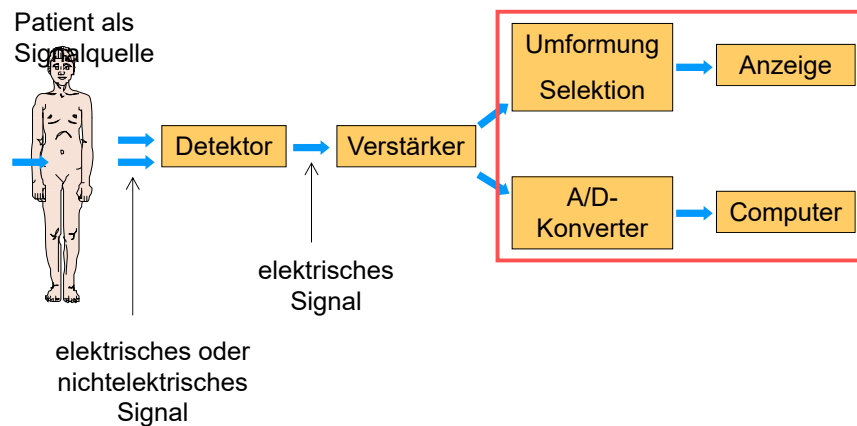


Mitkopplung: Übertragungsband – schmaler (Nachteil)

Gegenkopplung: Übertragungsband – breiter (Vorteil)

30

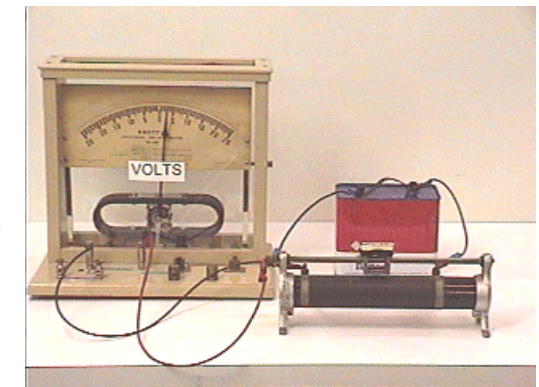
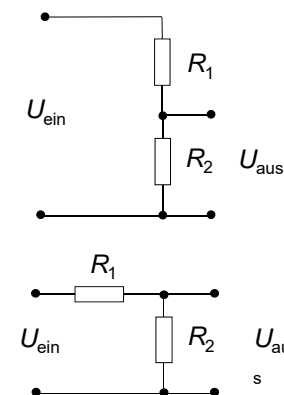
Medizinische Signalanalysekette 4



31

Filterierung: Hochpass und Tiefpass Filtern

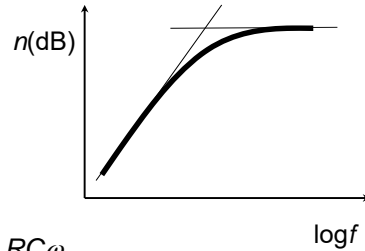
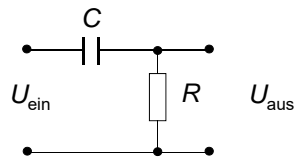
Einführung:
Spannungsteiler



$$U_{\text{aus}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{\text{ein}}$$

32

Hochpass Filter (high-pass filter)



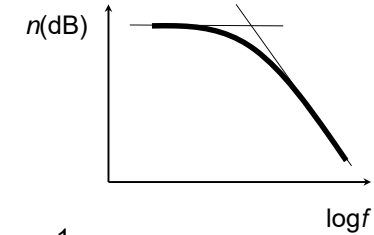
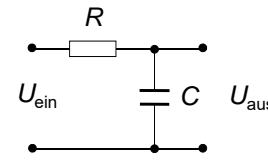
$$U_{\text{aus}} = \frac{R}{\sqrt{\frac{1}{C^2 \omega^2} + R^2}} U_{\text{ein}} = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} U_{\text{ein}}$$

bei kleiner Frequenzen: wenn $\omega \ll \omega_0$ ($\omega \approx 0$), $U_{\text{aus}} = 0$

bei grosser Frequenzen: wenn $\omega \gg \omega_0$ ($\omega \approx \infty$), $U_{\text{aus}} = U_{\text{ein}}$

33

Tiefpass Filter (low-pass filter)



$$U_{\text{aus}} = \frac{\frac{1}{C\omega}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}}} U_{\text{ein}} = \frac{1}{\sqrt{R^2 C^2 \omega^2 + 1}} U_{\text{ein}}$$

bei kleiner Frequenzen: ha $\omega \ll \omega_0$ ($\omega \approx 0$), $U_{\text{aus}} = U_{\text{ein}}$

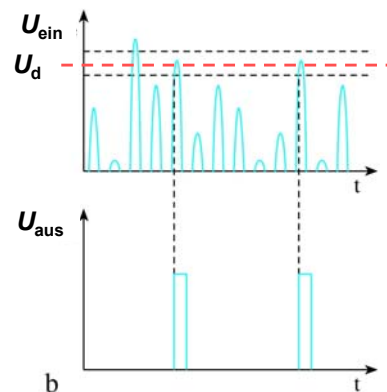
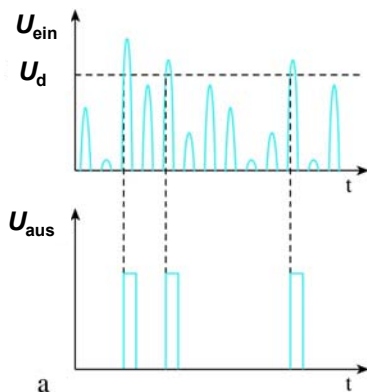
bei grosser Frequenzen: ha $\omega \gg \omega_0$ ($\omega \approx \infty$), $U_{\text{aus}} = 0$

34

Selektierung von Impulssignalen

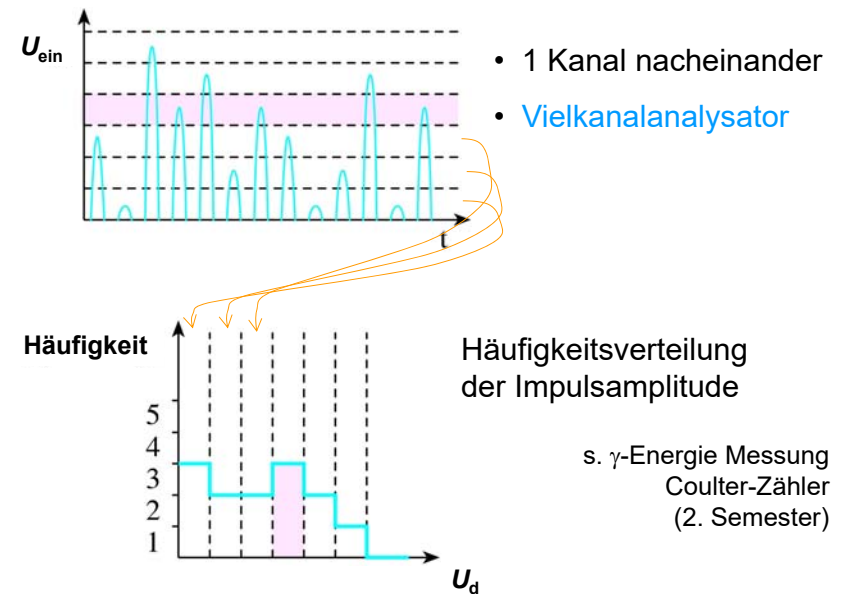
Integraldiskriminator (ID)

Differenzialdiskriminator (DD)



s. monostabiler Multivibrator (2. Semester)

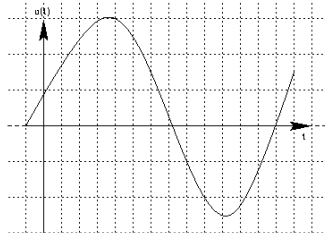
35



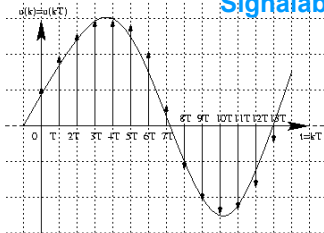
36

A/D-Konversion

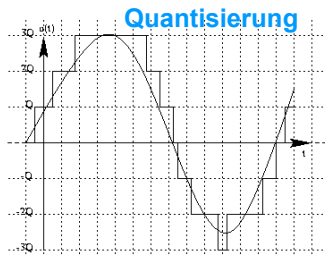
Signalabtastung



analoges Signal: zeit- und wertkontinuierliches S.

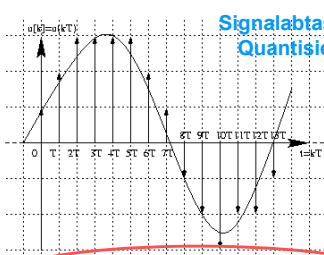


zeitdiskretes, wertkontinuierliches S.



Quantisierung

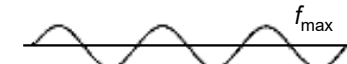
wertdiskretes, zeitkontinuierliches S.



Signalabtastung + Quantisierung

digitales Signal: zeit- und wertdiskretes S.

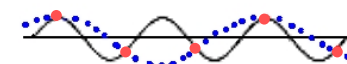
zeitdiskretes Signal: man kennt den Signalwert nicht in allen Zeitpunkten



Sinusfunktion höchster Frequenz die zur
Fourierschen Herstellung nötig ist



$f_{abtast} = f_{max}$, rekonstruiertes Signal: konstant



$f_{abtast} = 1,5 f_{max}$, die Frequenz des rekonstruierten
Signals ist falsch

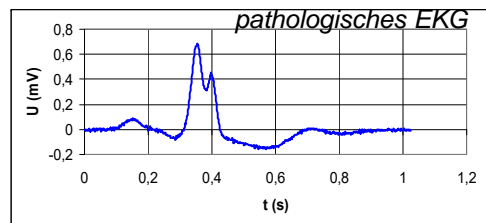


$f_{abtast} = 2 f_{max}$, die Frequenz des
rekonstruierten Signals ist korrekt

Nyquist-Shannon Abtasttheorem:

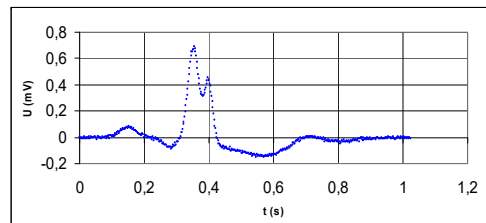
Ein Signal einer Maximalfrequenz f_{max} muss mit einer Frequenz größer als $2f_{max}$ abgetastet werden, damit man aus dem so erhaltenen zeitdiskreten Signal das Ursprungssignal ohne Informationsverlust rekonstruieren kann.

$$\begin{aligned} \text{z.B.: hifi, } f_{max} &= 20 \text{ kHz} \\ f_{abtast} &= 44,1 \text{ kHz} > 2 \cdot 20 \text{ kHz} \end{aligned}$$

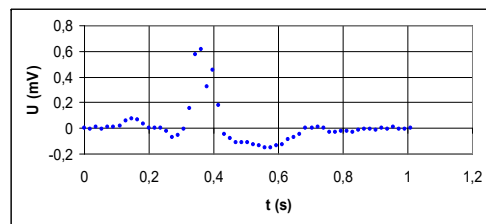


pathologisches EKG

analoges Signal $f_{max} = 200 \text{ Hz}$

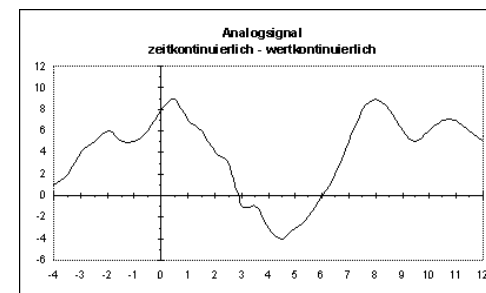


zeitdiskretes Signal
 $f_{abtast} = 500 \text{ Hz} > 2 f_{max}$

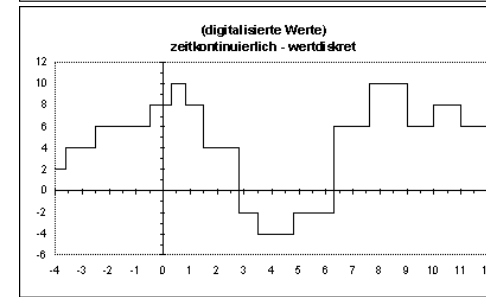


zeitdiskretes Signal
 $f_{abtast} = 50 \text{ Hz} < 2 f_{max}$

wertdiskretes Signal: der Wert des Signals kann nicht beliebig groß sein



Analogsignal
zeitkontinuierlich - wertkontinuierlich



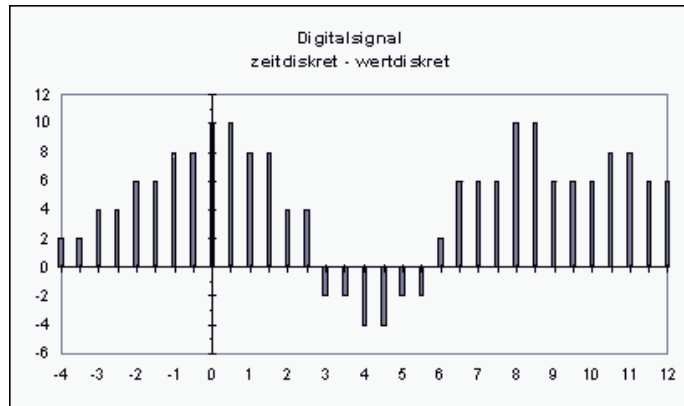
(digitalisierte Werte)
zeitkontinuierlich - wertdiskret

binäres Signal =
zwei Werte (Zustände)

- 1 bit \rightarrow 2 Werte 2^1
- 2 bit \rightarrow 4 Werte 2^2
- 3 bit \rightarrow 8 Werte 2^3

$$\begin{aligned} \text{z.B.: hifi, } 16 \text{ bit} &= 2^{16} = 65\,536 \\ \text{(CD Standard)} \\ 24 \text{ bit} &= 2^{24} = 16\,777\,216 \\ \text{("beste" Tonkarte)} \end{aligned}$$

Digitalsignal: zeit- und wertdiskretes Signal



- wesentlich geringere Störanfälligkeit
- eine fast vollständige regenerierbarkeit entlang der Übertragungsstrecke

41

Anzeigergeräte

