

Medizinische Biophysik 2018. 04. 25.

Transportprozesse

III. Diffusion (Stofftransport) Fortsetzung

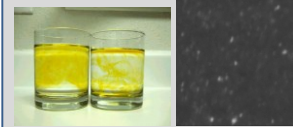
3. Das 2. Ficksche Gesetz

4. Diffusion als Random Walk

5. Zusammenfassend über die „Schnelligkeit“ der Diffusion

6. Anwendungen:
- O₂-Diffusion Lunge-Blut
 - Laterale Diffusion in Membranen
 - Diffusion durch Membranen (passiver Transport)
 - Diffusion von Ionen durch eine Membran, Diffusionspotenzial, Nernst-Gleichung

Diffusion
durch thermische
Molekularbewegung



Diffusionsstrom-
stärke (I): $I = \frac{\Delta v}{\Delta t} \left(\frac{\text{mol}}{\text{s}} \right)$

1. Ficksches Gesetz $\frac{\Delta v}{\Delta t} = -DA \frac{\Delta c}{\Delta x}$

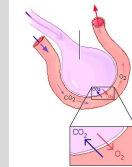
Diffusionskoeffizient

Diffusionskoeffizient

- stoffspezifisch
- temperaturabhängig

Einstein-Stokes-Gleichung
(Diffusionskoeffizient von
kugelförmigen Teilchen): $D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$

Anwendung vom
1. Fickschen Gesetz:
O₂-Diffusion



Die Anwendung des 1. Fickschen Gesetzes
ist nur bei stationären Bedingungen einfach.
Ist eine Verallgemeinerung möglich?

3. Das 2. Ficksche Gesetz:

$$D \frac{\Delta \left(\frac{\Delta c}{\Delta x} \right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$$

bisshen
anschaulichere Form

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

exakte
mathematische Form

- Partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung
- Lösung: die Funktion $c(x, t)$

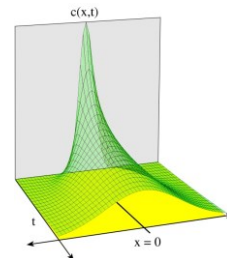
Beispiele für Lösungen:

➤ Für eindimensionale Diffusion:

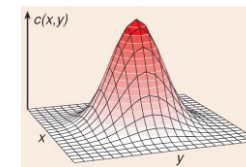
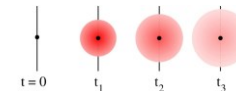
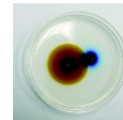
anim

$$c(x) = \frac{c_0 \Delta x}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}$$

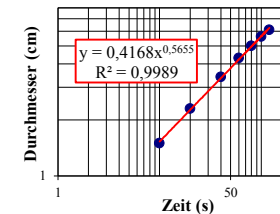
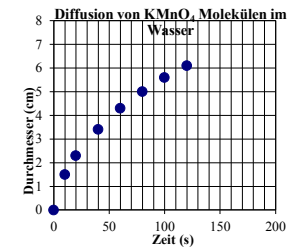
$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$



➤ Für zweidimensionale Diffusion:



Siehe auch Praktikum!



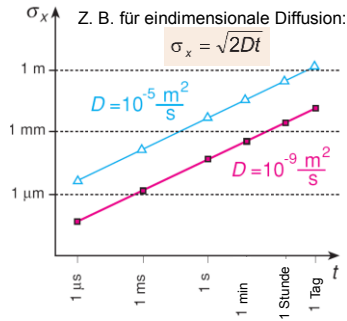
4. Diffusion als Random Walk



$$\sigma = \sqrt{D \cdot t}$$

$$\sigma \approx \sqrt{D \cdot t}$$

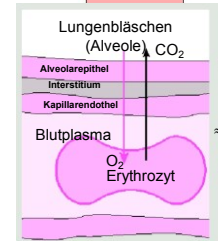
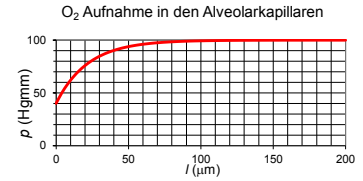
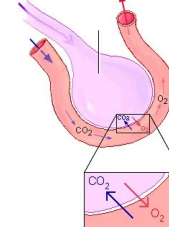
5. Zusammenfassend über die „Schnelligkeit“ der Diffusion



5

6. Anwendungen:

- O_2 -Diffusion Lunge-Blut ➤ 1. Ficksches Gesetz:



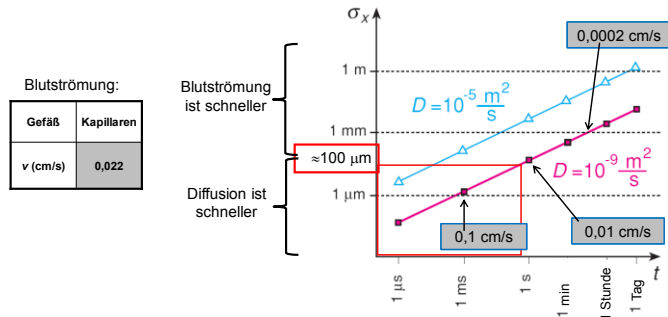
- Random Walk: Wie viel Zeit brauchen die O_2 -Moleküle dazu im Durchschnitt?

$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$

D für O_2 im Wasser:
 $1,9 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s} \approx 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$

6

- Zusammenfassend: Welcher Transportprozess ist „schneller“ für O_2 -Transport?



7



Kapillarenetz mit einem charakteristischen Abstand von $100 \mu\text{m}$!

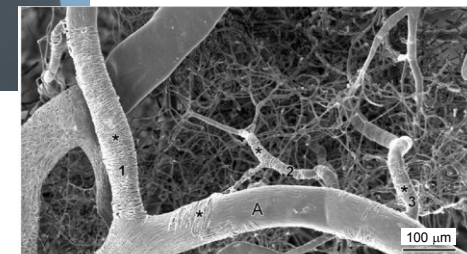
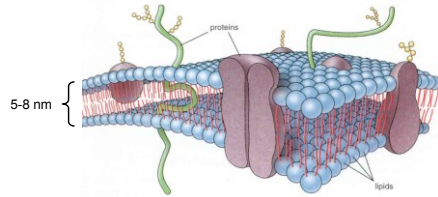


Figure 6. Scanning electron micrograph revealing vasculature within the area corresponding to the maximum acoustically evoked cortical signal. The arteries (A) and veins (V) can be clearly distinguished. 1, 2, 3: three types of arterial collateral vessels (see text). Faint evidence of smooth muscle banding (arrows) on arterial walls. Bar = 100 μm .

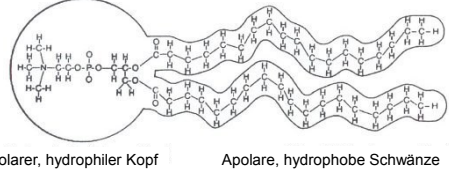
8

Anwendung: Diffusion in Membranen



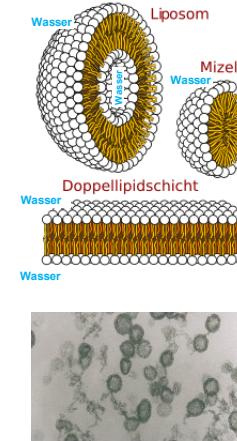
Beispiel

Ein Phospholipidmolekül: Phosphatidylcholin

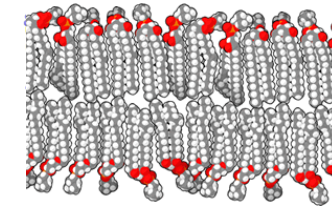
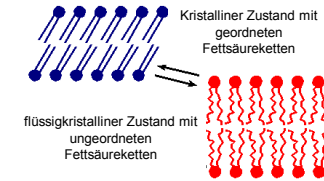


9

Zur Erinnerung: Lyotrope Flüssigkristalle



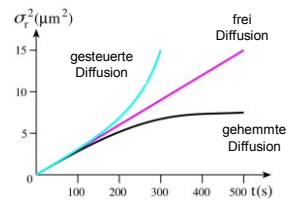
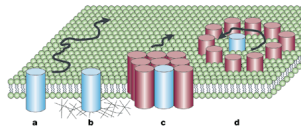
Phasenübergang in der Lipiddoppelschicht



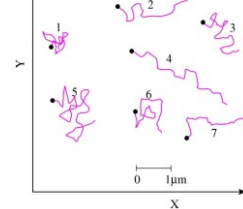
$$\eta_{\text{Gel}} > \eta_{\text{Fluid}} \gg \eta_{\text{Wasser}}$$

10

Laterale Diffusion in Membranen



Messung z. B. durch SPT (single particle tracking)

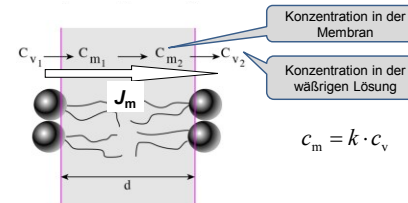


Lipide (mobiler Anteil >90%):
 $D_{\text{lateral}} \approx 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$

Proteine (mobiler Anteil 10-90%):
 $D_{\text{lateral}} \approx 10^{-13} - 10^{-17} \text{ m}^2/\text{s}$

11

Diffusion durch Membranen (passiver Transport)



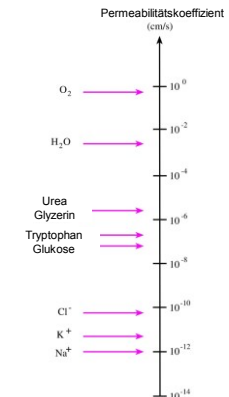
1. Ficksches Gesetz:

$$J_m = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{m2} - c_{m1}}{d} =$$

$$= -D \cdot k \cdot \frac{c_{v2} - c_{v1}}{d} = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

$$J_m = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)

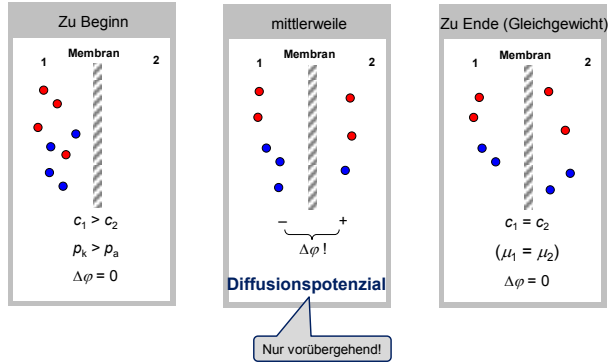


12

▪ Diffusion von Ionen durch eine Membran (zwei Spezialfälle)

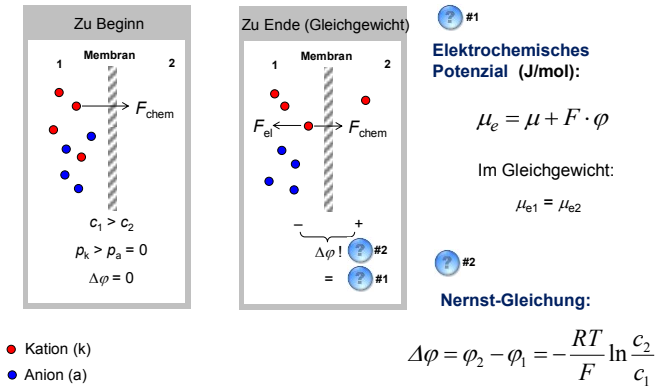
einwertige Ionen: ● Kation (k) ● Anion (a)

1. Die Permeabilitätswerte sind unterschiedlich, z. B. $p_k > p_a$



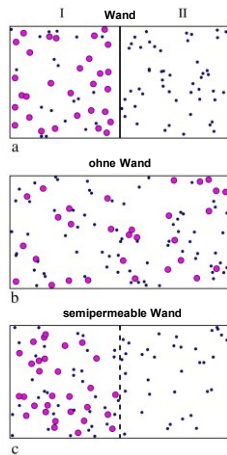
13

2. Die Permeabilität für das eine Ion ist Null, z. B. $p_a = 0$



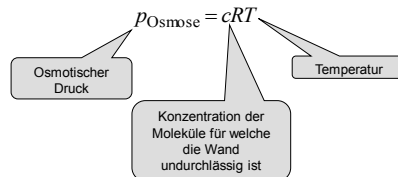
14

Eine weitere Anwendung: Osmose

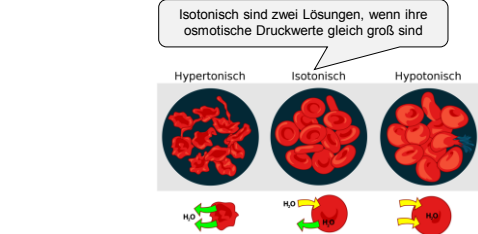


J. H. van't Hoff
1852-1911
Chemiker

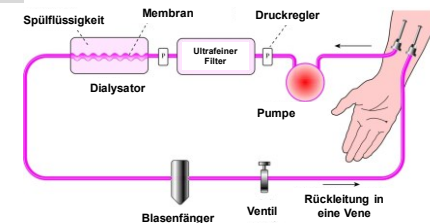
Van't Hoff-Gesetz:
(für Gase und auch für dünne Lösungen)



15



Hämodialyse



16