

Medizinische Biophysik 2018. 04. 25.

Transportprozesse

III. Diffusion (Stofftransport) Fortsetzung

3. Das 2. Ficksche Gesetz

4. Diffusion als Random Walk

5. Zusammenfassend über die „Schnelligkeit“ der Diffusion

6. Anwendungen:
- O₂-Diffusion Lunge-Blut
 - Laterale Diffusion in Membranen
 - Diffusion durch Membranen (passiver Transport)
 - Diffusion von Ionen durch eine Membran, Diffusionspotenzial, Nernst-Gleichung

Diffusion durch thermische Molekularbewegung



Diffusionsstromstärke (I): $I = \frac{\Delta v}{\Delta t} \left(\frac{\text{mol}}{\text{s}} \right)$

1. Ficksches Gesetz: $\frac{\Delta v}{\Delta t} = -DA \frac{\Delta c}{\Delta x}$

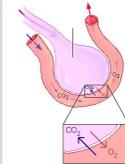
Diffusionskoeffizient

Diffusionskoeffizient

- ☐ stoffspezifisch
- ☐ temperaturabhängig

Einstein-Stokes-Gleichung (Diffusionskoeffizient von kugelförmigen Teilchen): $D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$

Anwendung vom 1. Fickschen Gesetz: O₂-Diffusion



Die Anwendung des 1. Fickschen Gesetzes ist nur bei stationären Bedingungen einfach. Ist eine Verallgemeinerung möglich?

3. Das 2. Ficksche Gesetz:

bisshen anschaulichere Form: $D \frac{\Delta \left(\frac{\Delta c}{\Delta x} \right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$

exakte mathematische Form: $D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}$

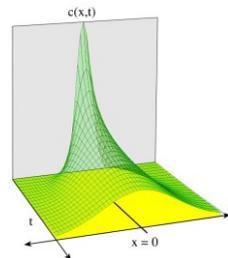
- Partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung
- Lösung: die Funktion c(x, t)

Beispiele für Lösungen:

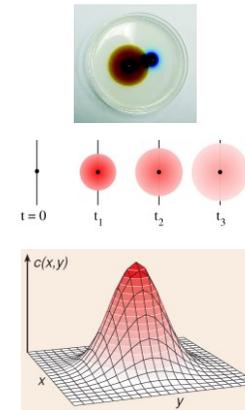
➤ Für eindimensionale Diffusion:

anim $c(x) = \frac{c_0 \Delta x}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}$

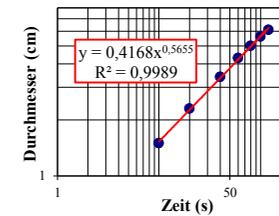
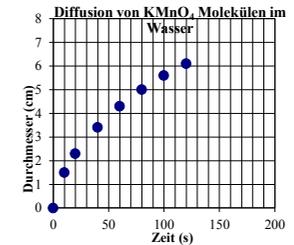
$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$



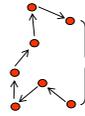
➤ Für zweidimensionale Diffusion:



Siehe auch Praktikum!



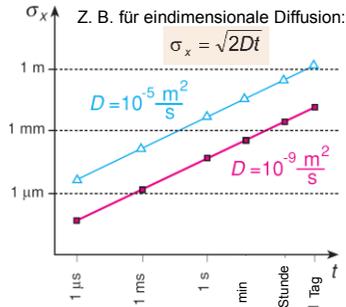
4. Diffusion als Random Walk



$$\sigma = ?$$

$$\sigma \approx \sqrt{D \cdot t}$$

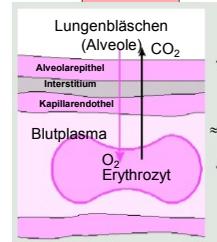
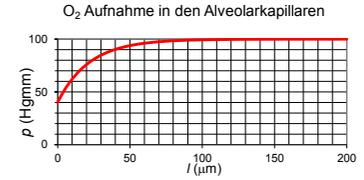
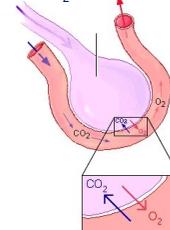
5. Zusammenfassend über die „Schnelligkeit“ der Diffusion



5

6. Anwendungen:

- O₂-Diffusion Lunge-Blut



Random Walk: Wie viel Zeit brauchen die O₂-Moleküle dazu im Durchschnitt?

$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$

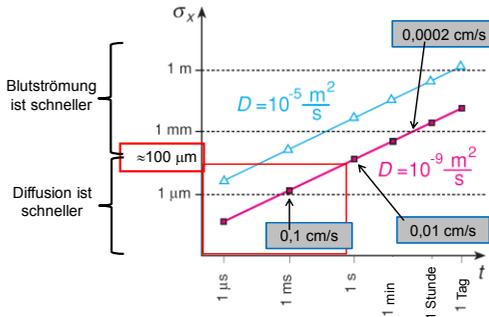
D für O₂ im Wasser:
 $1,9 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s} \approx 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$

6

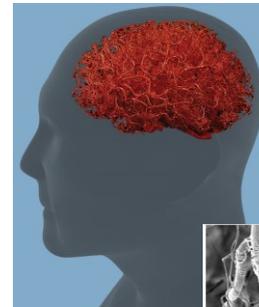
Zusammenfassend: Welcher Transportprozess ist „schneller“ für O₂-Transport?

Blutströmung:

Gefäß	Kapillaren
v (cm/s)	0,022



7



Kapillarenetz mit einem charakteristischen Abstand von 100 μm!

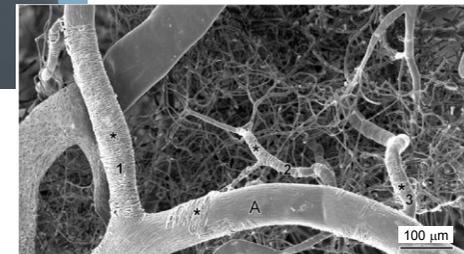
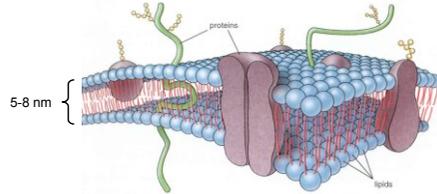


Figure 6. Scanning electron micrograph revealing vasculature within the area corresponding to the maximum acoustically mediated intronic signal. The arteries (A) and veins (V) can be clearly distinguished. 1, 2, 3: Three types of arterial collateral vessels (see text). Note evidence of smooth muscle banding (asterisks) on arterial walls. Scale = 100 μm.

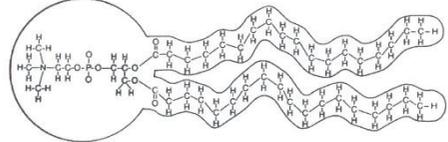
8

Anwendung: Diffusion in Membranen



Beispiel

Ein Phospholipidmolekül: Phosphatidylcholin

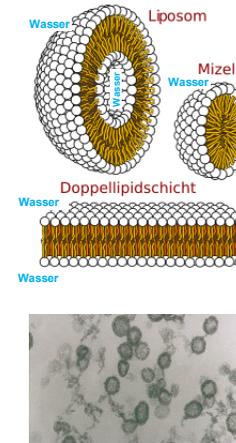


Polarer, hydrophiler Kopf

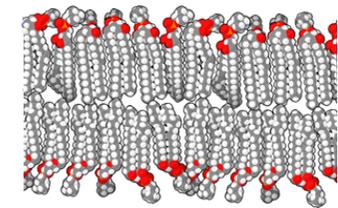
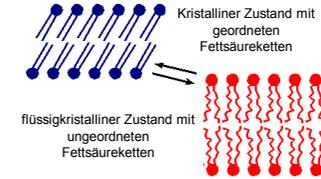
Apolare, hydrophobe Schwänze

9

Zur Erinnerung: Lyotrope Flüssigkristalle



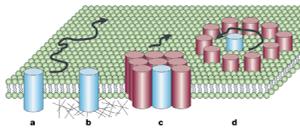
Phasenübergang in der Lipiddoppelschicht



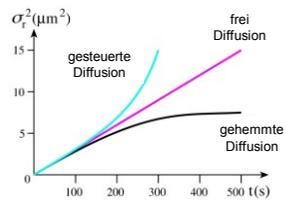
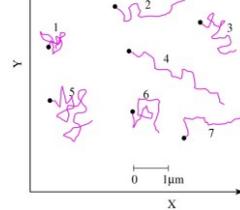
$$\eta_{\text{Gel}} > \eta_{\text{Fluid}} \gg \eta_{\text{Wasser}}$$

10

Laterale Diffusion in Membranen



Messung z. B. durch SPT (single particle tracking):

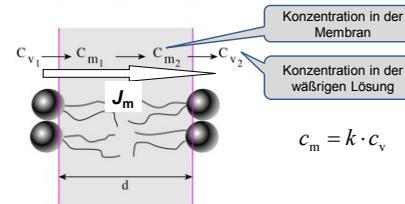


Lipide (mobiler Anteil >90%):
 $D_{\text{lateral}} \approx 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$

Proteine (mobiler Anteil 10-90%):
 $D_{\text{lateral}} \approx 10^{-13} - 10^{-17} \text{ m}^2/\text{s}$

11

Diffusion durch Membranen (passiver Transport)



Konzentration in der Membran

Konzentration in der wässrigen Lösung

$$c_m = k \cdot c_v$$

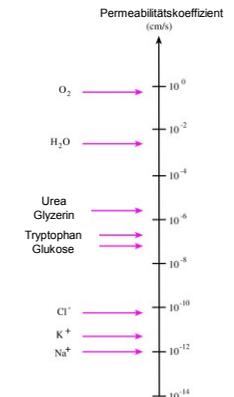
> 1. Ficksches Gesetz:

$$J_m = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{m2} - c_{m1}}{d}$$

$$= -D \cdot k \cdot \frac{c_{v2} - c_{v1}}{d} = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

$$J_m = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)

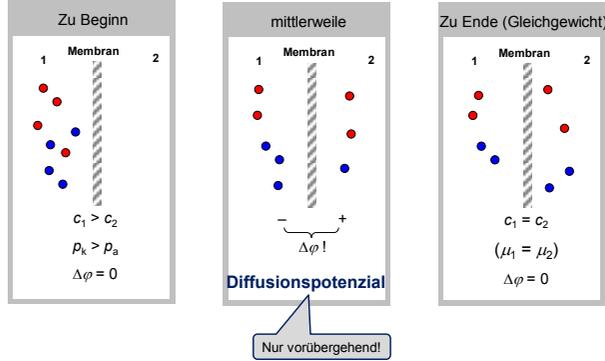


12

▪ Diffusion von Ionen durch eine Membran (zwei Spezialfälle)

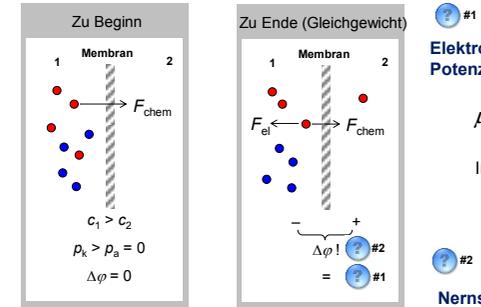
einwertige Ionen: ● Kation (k) ● Anion (a)

1. Die Permeabilitätswerte sind unterschiedlich, z. B. $p_k > p_a$



13

2. Die Permeabilität für das eine Ion ist Null, z. B. $p_a = 0$



#1
Elektrochemisches Potenzial (J/mol):

$$\mu_e = \mu + F \cdot \varphi$$

Im Gleichgewicht:

$$\mu_{e1} = \mu_{e2}$$

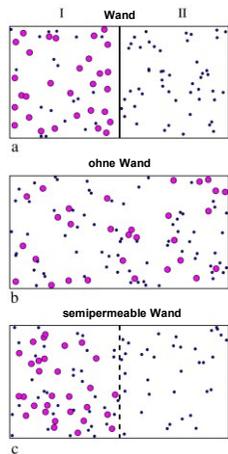
#2
Nernst-Gleichung:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{RT}{F} \ln \frac{c_2}{c_1}$$

● Kation (k)
● Anion (a)

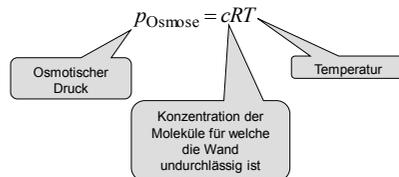
14

Eine weitere Anwendung: Osmose



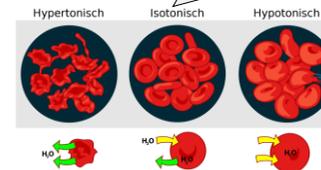
J. H. van't Hoff
1852-1911
Chemiker

Van't Hoff-Gesetz:
(für Gase und auch für dünne Lösungen)

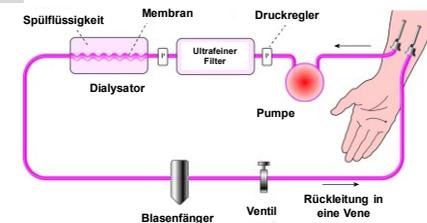


15

Isonisch sind zwei Lösungen, wenn ihre osmotische Druckwerte gleich groß sind



Hämodialyse



16