

# Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai

## 1. előadás

A biofizikai törvények megértéséhez szükséges minimális matematika. Fizikai mennyiségek és mértékegységeik

2018. szeptember 11.

AGÓCS Gergely

1

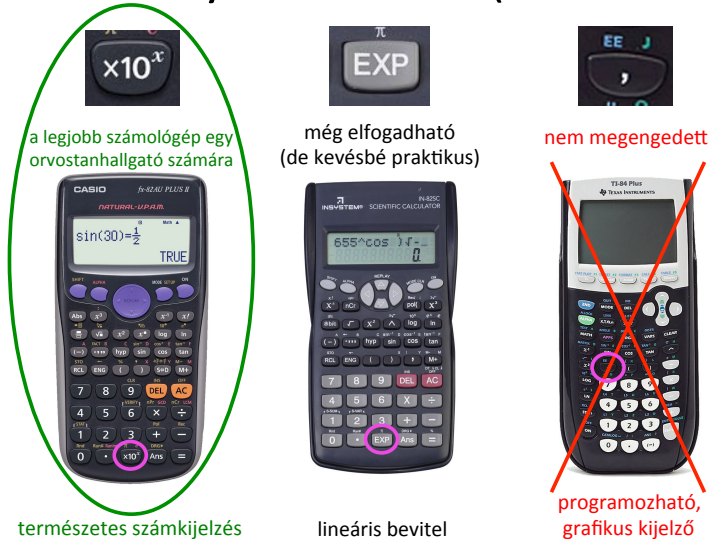
# Hogyan készülünk fel?

- egyetem = **önálló tanulás**
- források:
  - az előadásokon készített **saját** jegyzetek (*kedd 17<sup>30</sup>–18<sup>50</sup>; csütörtök 16<sup>10</sup>–17<sup>30</sup>; EOK „Szent-Györgyi Albert” előadó; csak az első négy héten*)
  - Tölgyesi: *Fizikai alapismeretek* (e-könyv)
  - honlap: [biofiz.semmelweis.hu](http://biofiz.semmelweis.hu)
    - tantárgyi követelmények
    - előadásbeosztás és diák
    - e-könyv



2

# Tudományos számírás (normálalak)

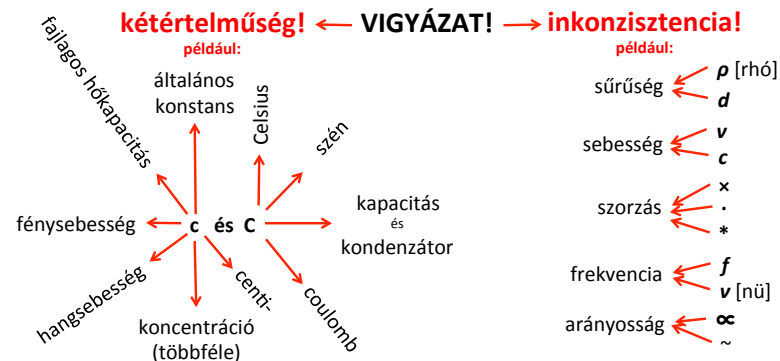


3

# Szimbólumok használata a tudományban

A tudományok rengeteg latin és görög betűs szimbólumot (illetve ezek kombinációit) használnak, így a görög ábécé megtanulása elengedhetetlen.

Azonban a mennyiségek és mértékegységek száma sokkal nagyobb, mint a jelzésükre rendelkezésre álló betűk száma, ami félreértéshez vezethet. Emiatt lényeges a KONTEXTUS!



4

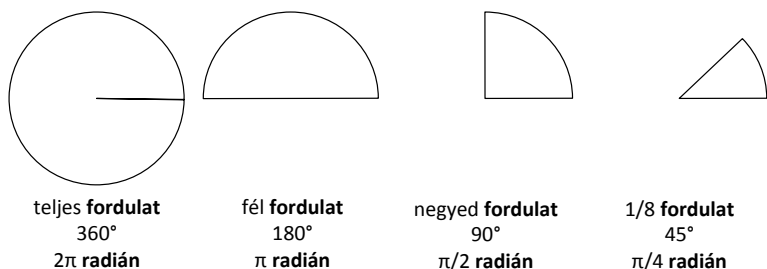
# Szögek

D: degrees (fok) mód  
R: radián mód

**fordulat**  
**degree = fok:** hagyományos egység  
**radián:** tudományos egység, ív/sugár

1 fordulat =  $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$   
 $1^\circ = 60' = 3600''$

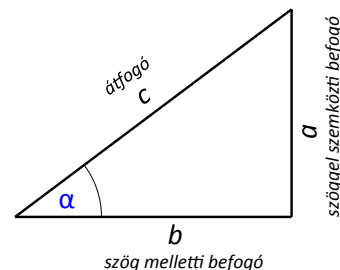
– shift  
– setup  
– 3 (fok)  
– 4 (radián)



5

# Trigonometrikus függvények

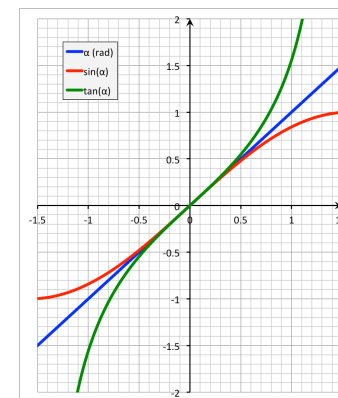
**fok:** hagyományos egység  
**radián:** tudományos egység, ív/sugár  
1 fordulat =  $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$



**szinusz:**  $\sin(\alpha) = a/c$   
**koszinusz:**  $\cos(\alpha) = b/c$   
**tangens:**  $\tan(\alpha) = tg(\alpha) = a/b$

kis szögekre ( $<10^\circ \approx 0.2 \text{ rad}$ ):

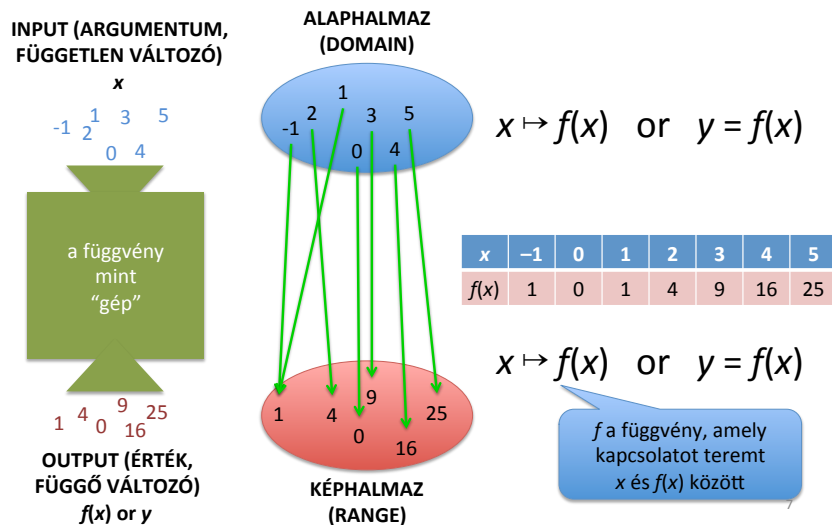
$$\sin(\alpha) \approx \alpha [\text{rad}] \approx \tan(\alpha)$$



6

# Mi a függvény?

Egy halmaz elemeinek egyértelmű hozzárendelése egy másik halmaz elemeihez



# Lineáris függvény

**INTEGRÁLIS ALAK**

**VÁLTOZÓK:** függő változó, független változó

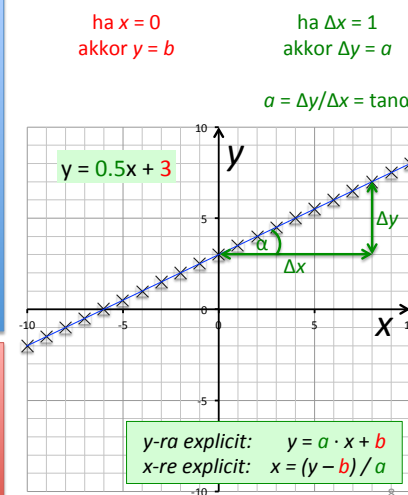
$y = a \cdot x + b$

**PARAMÉTEREK:** meredekség, y-tengely-metszet

**"DIFFERENCIÁLIS" ALAK**

$\Delta y \sim \Delta x$

A függő változó **megváltozása** arányos a független változó **megváltozásával**



## Lineáris függvény: példák a Biofizika Képlettárból

#1: egyetemes gáztörvény  
(I.35)

$$pV = nRT \text{ (ha } n \text{ \& } V \text{ állandó)}$$

$$p = nR/V \cdot T + 0$$

$$y = a \cdot x + b$$

#2: fényelektromos jelenség  
(II.37)

$$E_{\text{kin}} = hf - W_{\text{em}}$$

$$E_{\text{kin}} = h \cdot f + (-W_{\text{em}})$$

$$y = a \cdot x + b$$

#3: gyengítési együttható  
(II.85)

$$\mu = \mu_m \cdot \rho$$

$$\mu = \mu_m \cdot \rho + 0$$

$$y = a \cdot x + b$$

#4: Ohm törvénye

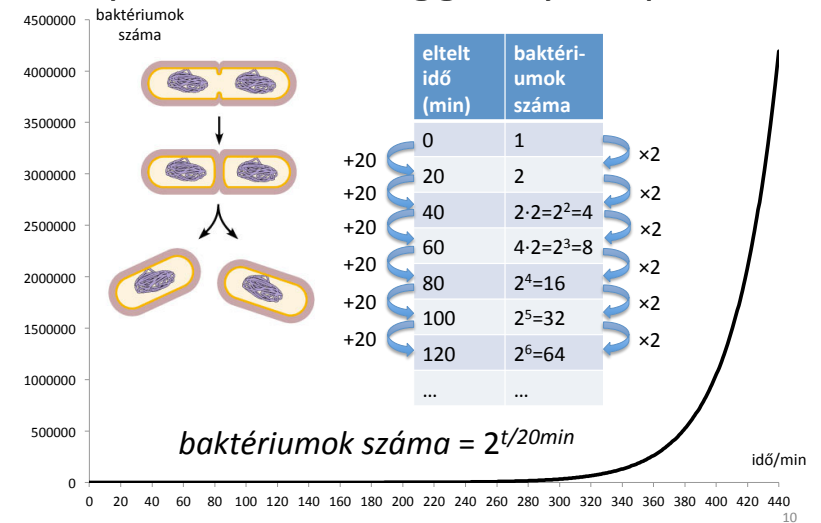
$$R = U/I$$

$$I = 1/R \cdot U + 0$$

$$y = a \cdot x + b$$

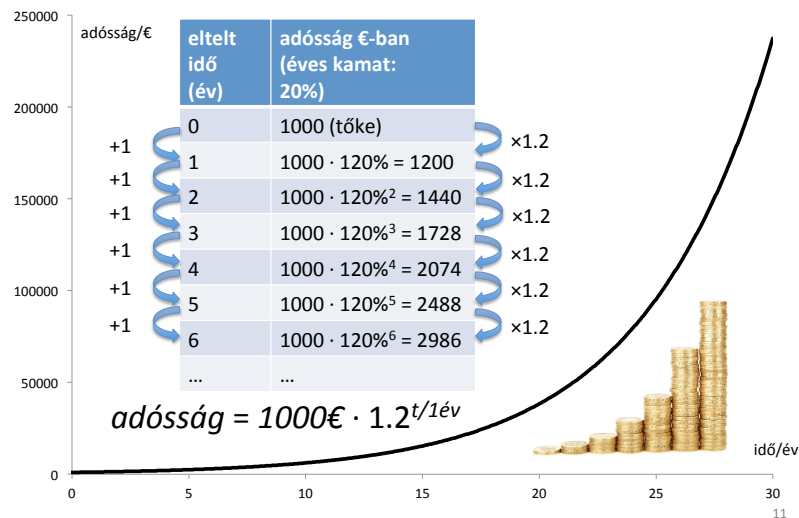
9

## Exponenciális függvény: 1. példa



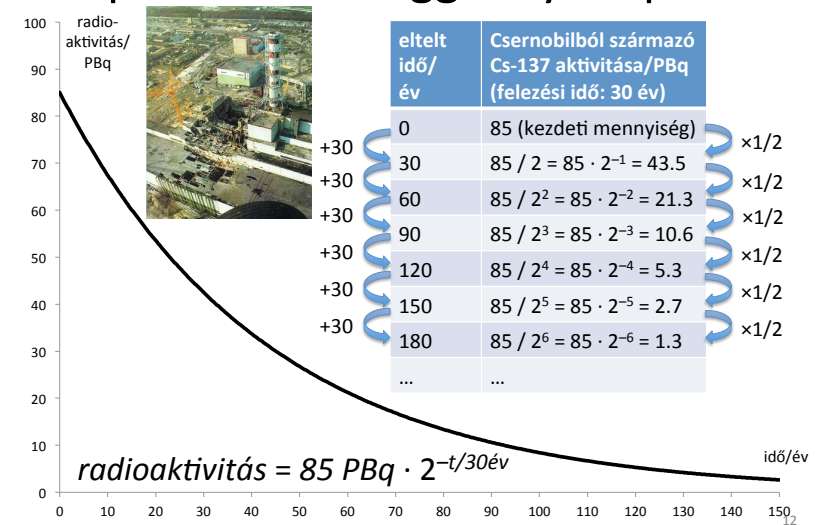
10

## Exponenciális függvény: 2. példa



11

## Exponenciális függvény: 3. példa



12

# Exponenciális függvény

**INTEGRÁLIS ALAK**

$$y = b \cdot a^x$$

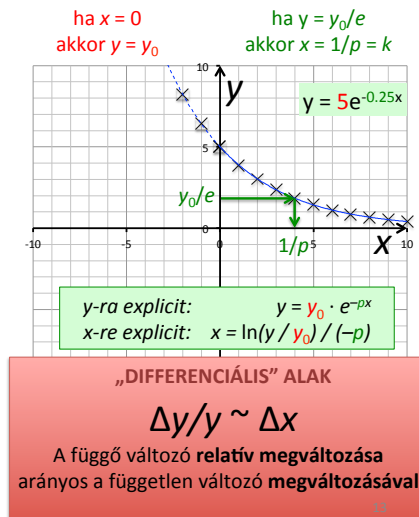
**GYAKORLATI MEGFONTOLÁSOK:**

- az alap legyen  $e$  (esetleg 2 vagy 10)
- emiatt új szorzóparamétert kell bevezetni a kitevőben:  $p$  vagy  $1/k$
- a kitevő előjele negatív
- $b$ -t inkább jelölje  $y_0$

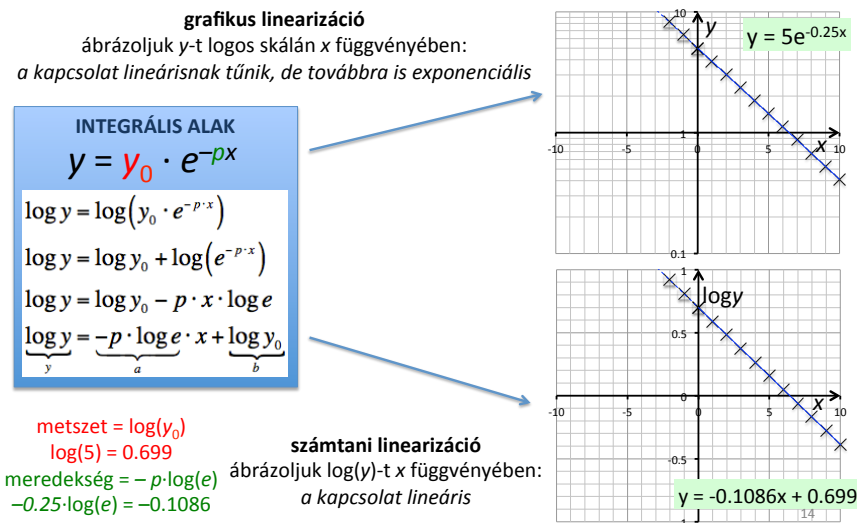
**VÁLTOZÓK:** függő változó  $y$ , független változó  $x$

$$y = y_0 \cdot e^{-px} = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

**PARAMÉTEREK:** exponenciális együttható  $y_0$ , együttható a kitevőben  $p$  vagy  $1/k$



# Exponenciális függvény: linearizáció



## Exponenciális függvény: példák

a Biofizika Képlettárból

#1: sugárzásgyengülés törvénye (II.11)

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

#2: Boltzmann-eloszlás (I.25)

$$n_i = n_0 \cdot e^{-\Delta \epsilon / (kT)}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

#3: bomlástörvény (II.96)

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

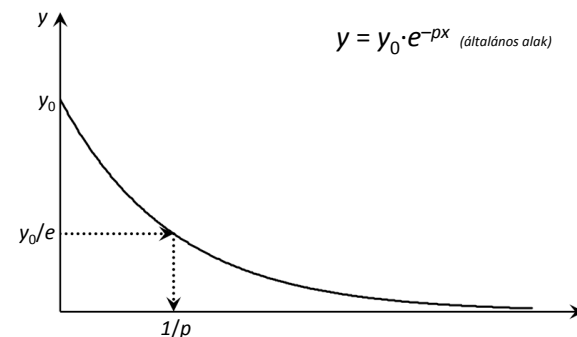
$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

#4: RC-kör kisülése (VII.2)

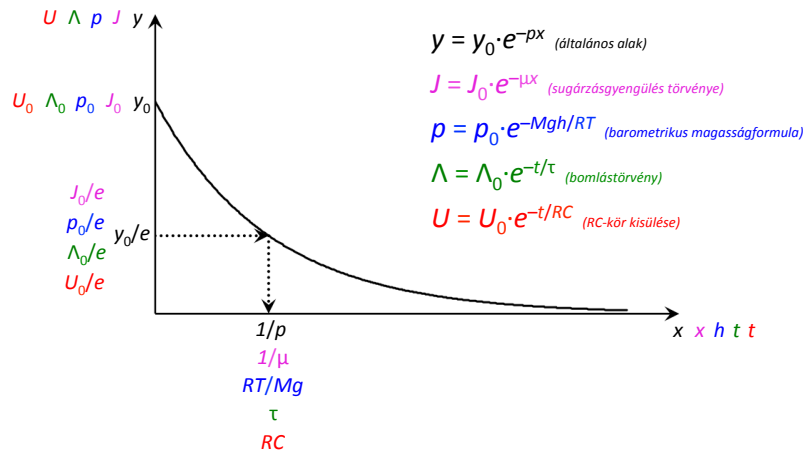
$$U = U_0 \cdot e^{-t/(RC)}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

$e$ -alapú exponenciális függvények grafikonja

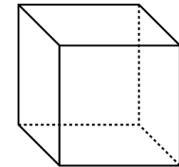


## e-alapú exponenciális függvények grafikonja



## Hatványfüggvény: példa

tömeg  $\sim$  térfogat  $\sim$  [test]hossz<sup>3</sup>  
 felület  $\sim$  [test]hossz<sup>2</sup>



18

## Hatványfüggvény

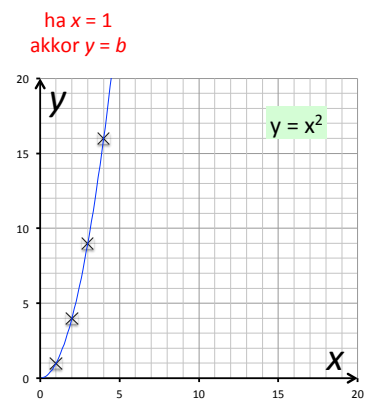
**INTEGRÁLIS ALAK**

**VÁLTOZÓK:** függő változó, független változó

$y = b \cdot x^a$

**PARAMÉTEREK:** preexponenciális együttható, kitevő

y-ra explicit:  $y = b \cdot x^a$   
 x-re explicit:  $x = (y/b)^{1/a}$



a fordított arányosság és a gyökfüggvény is hatványfüggvény

$$y = \frac{b}{x} = b \cdot x^{-1}$$

$$y = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

## Hatványfüggvény: linearizáció

**grafikus linearizáció**  
 ábrázoljuk y-t és x-et is logos skálán:  
 a kapcsolat lineárisnak tűnik, de továbbra is hatványos

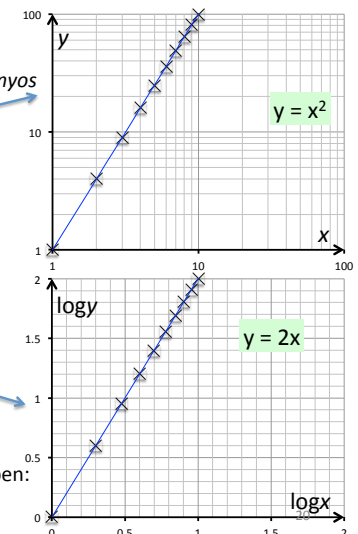
**INTEGRÁLIS ALAK**

$y = b \cdot x^a$

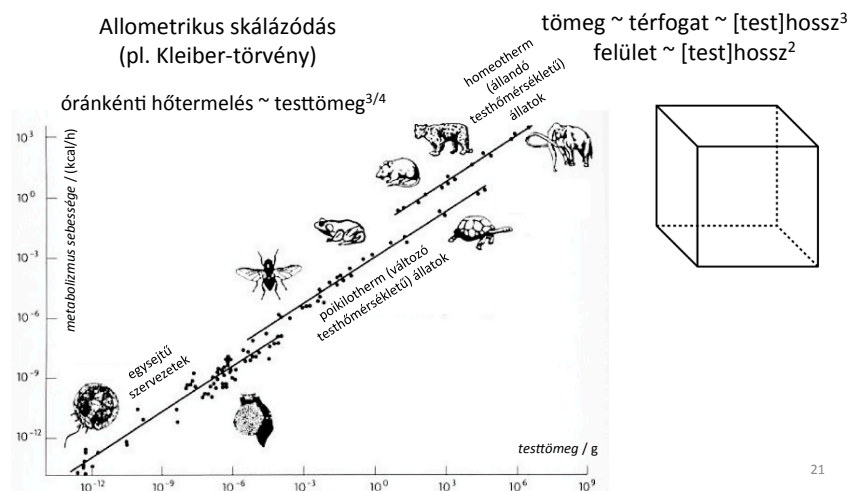
$\log y = \log(b \cdot x^a)$   
 $\log y = \log b + \log(x^a)$   
 $\log y = \log b + a \cdot \log x$   
 $\underbrace{\log y}_y = \underbrace{\log b}_x + \underbrace{a \cdot \log x}_b$

metszet =  $\log(b)$   
 $\log(1) = 0$   
 meredekség =  $a$   
 $a = 2$

**számtani linearizáció**  
 ábrázoljuk  $\log(y)$ -t  $\log(x)$  függvényében:  
 a kapcsolat lineáris



# Hatványfüggvény: példa



# Hatványfüggvény: példák a Biofizika Képlettárból

#1: de Broglie-hullámhossz

(I.3)

$$\lambda = h/p$$

$$\lambda = h \cdot p^{-1}$$

$$y = b \cdot x^a$$

#2: Stefan-Boltzmann-törvény

(II.41)

$$M_{\text{fekete}} = \sigma \cdot T^4$$

$$y = b \cdot x^a$$

#3: Duane-Hunt-törvény

(II.80)

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU_{\text{anode}}}$$

$$\lambda_{\min} = hc/e \cdot U^{-1}$$

$$y = b \cdot x^a$$

#4: a sajátfrekvencia tömegfüggése

(Rezonancia 6)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_0 = k^{1/2}/(2\pi) \cdot m^{-1/2}$$

$$y = b \cdot x^a$$

22