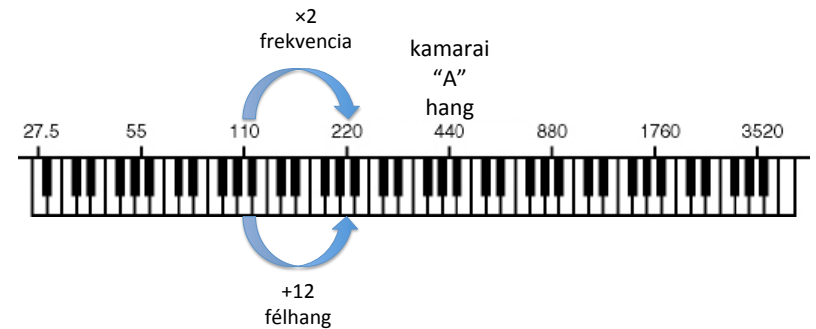


# Logaritmusfüggvény: példa

## Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai

2. előadás  
Függvénytan 2., Átváltások  
Kinematika – mozgások  
2018. szeptember 13.  
AGÓCS Gergely



1

## Logaritmusfüggvény

**INTEGRÁLIS ALAK**

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

**GYAKORLATI MEGFONTOLÁSOK:**

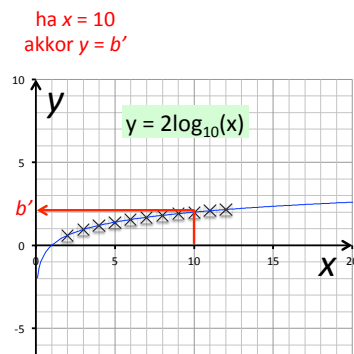
- az alap 10 (néha e vagy 2)
- ha az alapot rögzítjük, a szorzóparaméter megváltozók a következőképpen:

$$b \cdot \log_a(x) = \frac{b}{\log_{10}(a)} \cdot \log_{10}(x) = b' \cdot \log_{10}(x)$$

**VÁLTOZÓK:** függő változó, független változó

$$y = b' \cdot \log_{10}(x)$$

**PARAMÉTEREK:** szorzó paraméter



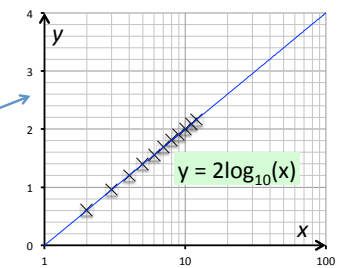
**„DIFFERENCIÁLIS” ALAK**

$$\Delta y \sim \Delta x/x$$

A függő változó **megváltozása** arányos a független változó **relatív megváltozásával**

## Logaritmusfüggvény: linearizáció

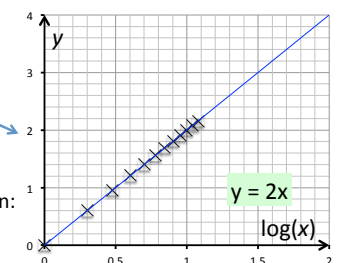
**grafikus linearizáció**  
ábrázoljuk y-t lineáris és x-et logos skálán:  
a kapcsolat lineárisnak tűnik, de továbbra is logos



**INTEGRÁLIS ALAK**

$$y = b' \cdot \log_{10}(x)$$

**számtani linearizáció**  
ábrázoljuk y-t  $\log(x)$  függvényében:  
a kapcsolat lineáris



# Logaritmusfüggvény: példák

a Biofizika Képlettárból ...és máshonnan

#1: az entrópia statisztikus definíciója

(III.72)

$$S = k \ln \Omega$$

$$S = k \cdot \log_e(\Omega)$$

#2: a decibel- (dB-) skála

(VII.10)

$$n = 10 \log A_p$$

$$n = 10 \cdot \log_{10}(A_p)$$

#3: az abszorbanca definíciója

(VI.34)

$$A = \lg(J_0/J)$$

$$A = 1 \cdot \log_{10}(J_0/J)$$

#4: a pH-skála

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

$$\text{pH} = -1 \cdot \log_{10}([\text{H}^+]/(1 \text{ M}))$$

5

# Logaritmusfüggvény: példák

a Biofizika Képlettárból ...és máshonnan

#1: az entrópia statisztikus definíciója

(III.72)

$$S = k \ln \Omega$$

$$S = k \cdot \log_e(\Omega)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#2: a decibel- (dB-) skála

(VII.10)

$$n = 10 \log A_p$$

$$n = 10 \cdot \log_{10}(A_p)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#3: az abszorbanca definíciója

(VI.34)

$$A = \lg(J_0/J)$$

$$A = 1 \cdot \log_{10}(J_0/J)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#4: a pH-skála

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

$$\text{pH} = -1 \cdot \log_{10}([\text{H}^+]/(1 \text{ M}))$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

6

# Derivált és integrál: példa

x	y = x <sup>2</sup>	y' = Δy/Δx	y'' = Δ(Δy/Δx)/Δx
0	0		
1	1	1	
2	4	3	2
3	9	5	2
4	16	7	2
5	25	9	2
6	36	11	2
7	49	13	2
8	64	15	2
9	81	17	2
10	100	19	2

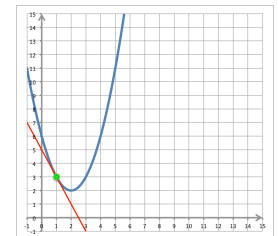
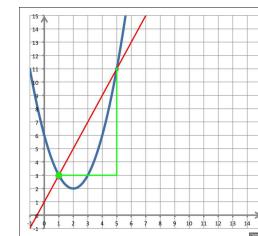
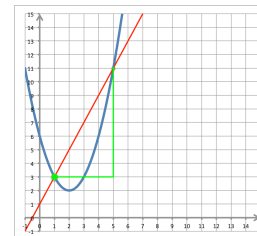
7

# Derivált: az érintő meredeksége

differentiáhányados:  
Δy/Δx  
a szelő meredeksége

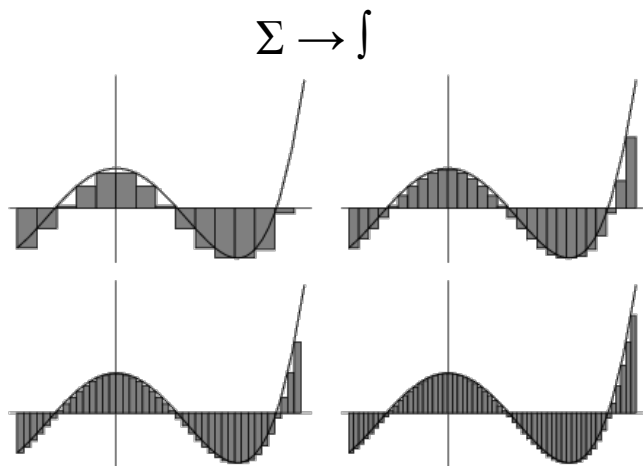
$$\Delta \rightarrow d$$

differentiáhányados  
(= derivált):  
dy/dx  
az érintő meredeksége



8

## Integrál: görbe alatti terület



9

## Egyenes vonalú mozgások

Mennyiségek, egységek és egyenletek

elmozdulás: $\Delta s = s_2 - s_1$	$[\Delta s] = \text{m}$
sebesség: $v = \Delta s / \Delta t$	$[v] = \text{m/s}$
gyorsulás: $a = \Delta v / \Delta t$	$[a] = \text{m/s}^2$

Egyenes vonalú egyenletes mozgás

$$s_t = s_0 + v \cdot t$$

$$v = \text{konstans}$$

$$a = 0$$

Egyenes vonalú egyenletes gyorsulás

$$s_t = s_0 + v_0 \cdot t + a/2 \cdot t^2$$

$$v_t = v_0 + a \cdot t$$

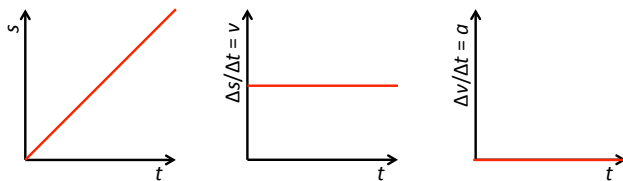
$$a = \text{konstans}$$

10

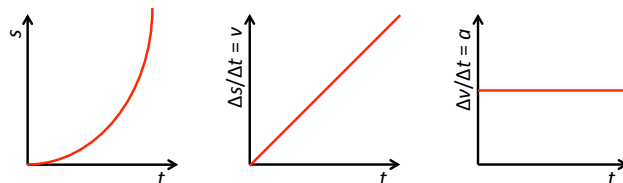
## Derivált és integrál: alkalmazás

Egyenes vonalú mozgás

egyes vonalú egyenletes mozgás:



egyes vonalú egyenletes gyorsulás:



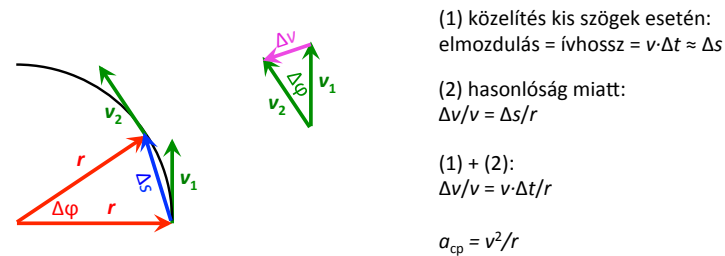
11

## Körmozgás

Mennyiségek, egységek és egyenletek

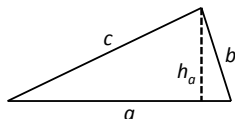
elfordulás: $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$	$[\Delta \varphi] = \text{rad}$
szögsebesség, körfrekvencia: $\omega = \Delta \varphi / \Delta t$	$[\omega] = \text{rad/s}$
kerületi sebesség: $v = r \cdot \Delta \varphi / \Delta t = r \cdot \omega$	$[v] = \text{m/s}$

centripetális gyorsulás: $a_{cp} = v^2 / r = r \cdot \omega^2$	$[a] = \text{m/s}^2$
--	----------------------

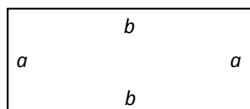


12

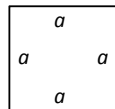
## Kerület és terület



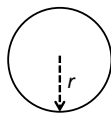
HÁROMSZÖG  
kerület:  $a+b+c$   
terület:  $a \cdot h_a / 2$



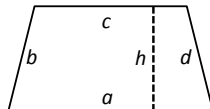
TÉGLALAP  
kerület:  $2 \cdot (a+b)$   
terület:  $a \cdot b$



NÉGYZET  
kerület:  $4a$   
terület:  $a \cdot a = a^2$



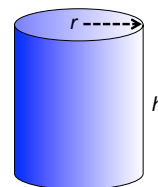
KÖR  
kerület:  $2\pi r$   
terület:  $\pi r^2$



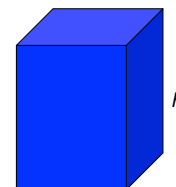
TRAPÉZ  
kerület:  $a+b+c+d$   
terület:  $(a+c)/2 \cdot h$

13

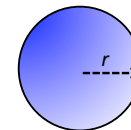
## Felszín és térfogat



HENGER (nyitott)  
felszín (csak palást):  $2\pi r \cdot h$   
térfogat:  $\pi r^2 \cdot h$



HASÁB (nyitott)  
felszín (csak palást):  
(alap kerülete)  $\cdot h$   
térfogat: (alapterület)  $\cdot h$



GÖMB  
felszín:  $4\pi r^2$   
térfogat:  $\frac{4}{3}\pi r^3$

14

## Egységek – átváltás



15

## Egységek – átváltás

„van prefixum”-ból „nincs prefixum”:

15 km =  $15 \cdot 10^3$  m

15 g =  $15 \cdot 10^{-2}$  cg

„nincs prefixum”-ból „van prefixum”:

15 m =  $15 / 10^3$  km

15 g =  $15 / 10^{-2}$  cg

„van prefixum”-ból „van prefixum”:

15 km =  $15 \cdot 10^3$  m =  $15 \cdot 10^3 / 10^{-2}$  cm

ha az egységnek van kitevője is:

15 km<sup>3</sup> =  $15 \cdot (10^3 \text{ m})^3 = 15 \cdot (10^3)^3 \text{ m}^3$

15 m<sup>3</sup> =  $15 / (10^3)^3 \text{ km}^3$

literből köbméter és viszont:

1 m<sup>3</sup> = 10 hL = 1000 L

1 dm<sup>3</sup> = 1 L

1 cm<sup>3</sup> = 1 mL

1 mm<sup>3</sup> = 1 µL

idő másodpercben:

2 days 3 h 12 min 30 s =  $((2 \cdot 24 + 3) \cdot 60 + 12) \cdot 60 + 30$  s

fok, ívperc, ívmásodperc:

45° 40' 30" =  $(45 + 40/60 + 30/60^2)^\circ$

fokból radián és viszont:

1 rad =  $(360/2\pi)^\circ$

1° =  $(2\pi/360)$  rad

összetett egységek:

15 kg/m<sup>3</sup> =  $15 \cdot 10^3 / (1/(10^{-2})^3) \text{ g/cm}^3$

45 km/h =  $45 \cdot 10^3 / 3600 \text{ m/s}$

Celsius-fokból kelvin és viszont:

T = 15 °C =  $(15 + 273)$  K

T = 15 K =  $(15 - 273)$  °C

ΔT = 15 °C = 15 K

ΔT = 15 K = 15 °C

16