

# Az élő sejt fizikai biológiája II.

Előadók: Agócs Gergely, Ferenczy György, Hegedűs Tamás,  
Kellermayer Miklós, Osváth Szabolcs

Diffúzió, polimerizáció, reptáció (Dr. Kellermayer Miklós)	szep. 13
Motorfehérjék, egyensúlytól távoli folyamatok (Dr. Kellermayer Miklós)	szep. 27
A termodinamika 2. főtétele kis rendszerekben, Evans-Searles fluktuációs tétel (Dr. Osváth Szabolcs)	okt. 4
Crooks fluktuációs tétel és Jarzinski egyenlőség (Dr. Osváth Szabolcs)	okt. 11
Molekuláris motorok működése (Dr. Osváth Szabolcs)	okt. 18
Motorfehérjék működése a mikroszkóp alatt - laborbemutató (Dr. Agócs Gergely)	okt. 25
Fehérjék szerkezetének predikciója, szerkezeti adatok felhasználása adatbázisok segítségével (Dr. Hegedűs Tamás)	nov. 8
Fehérjék feltekeredésének és mozgásának modellezése (Dr. Hegedűs Tamás)	nov. 15
Fehérje-fehérje kölcsönhatások és fehérjehálózatok (Dr. Hegedűs Tamás)	nov. 22
Fehérje-ligandum kölcsönhatások és a kötődés termodinamikai jellemzése (Dr. Ferenczy György)	nov. 29
Fehérje-ligandum kötődés számítógépes modellezése I. Termodinamikai mennyiségek számítása (Dr. Ferenczy György)	dec. 6
Fehérje-ligandum kötődés számítógépes modellezése II. Termodinamikai mennyiségek becslése közelítő módszerekkel (Dr. Ferenczy György)	dec. 13

- Diffúzió, diffúzió-vezérelt folyamatok
- Biopolimérek alakja
- Polimérek diffúziója. Reptáció. Folyamatok és egyensúlyok a citoplazma sűrűjében.

## DIFFÚZIÓ, POLIMÉREK, REPTÁCIÓ

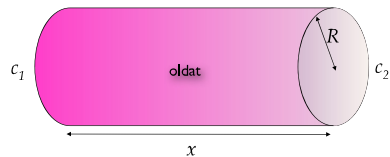
## TERMODINAMIKAI ÁRAMOK

- A természeti folyamatok ritkán reverzibilisek.
- Ha a rendszer különböző pontjain különbségek vannak az intenzív mennyiségekben, áramok (termodinamikai áramok) lépnek fel.
- A termodinamikai áramok az egyensúly helyreállítására irányulnak.

Termodinamikai áram	Áramot fenntartó intenzív mennyiség-különbség	Áramsűrűség	Törvény
Hőáram	Hőmérséklet ( $T$ )	$J_E = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$	Fourier
Térfogati áram	Nyomás ( $p$ )	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x}$	Hagen-Poiseuille
Elektromos áram	Elektromos potenciál ( $\varphi$ )	$J_Q = -\frac{1}{\rho} \frac{\Delta \varphi}{\Delta x}$	Ohm
Anyagáram (diffúzió)	Kémiai potenciál ( $\mu$ )	$J_n = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$	Fick

# ANYAGÁRAM (DIFFÚZIÓ)

Termodinamikai áram	Áramot fenntartó intenzív mennyiség-különbség	Áramsűrűség	Törvény
Anyagáram (diffúzió)	Kémiai potenciál ( $\mu$ )	$J_n = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$	Fick

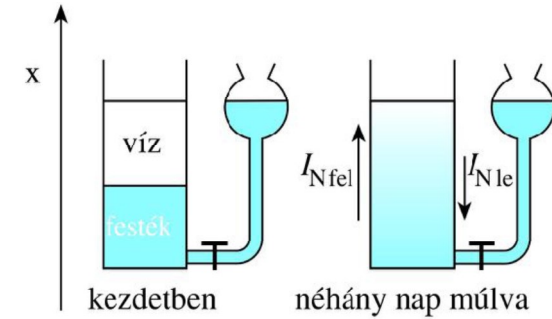


$m$  = anyagmennyiség  
 $t$  = idő  
 $R$  = sugár  
 $x$  = hossz  
 $(\Delta c / \Delta x)$  = koncentrációgradiens, fenntartója  $c_1 - c_2$   
 $A$  = cső-keresztmetszet  
 $J_n$  = anyagáram  
 $D$  = diffúziós állandó

$$\frac{m}{tA} = J_n = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$$

# DIFFÚZIÓ

- Részecskék hőmozgása révén létrejövő spontán elkeveredés, koncentráció-kiegyenlítődés.



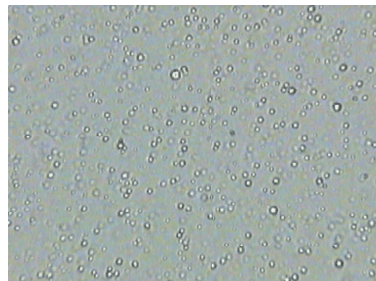
$$x^2 = 2Dt$$

$x$  = határfelület által megtett "elmozdulás" (valójában a határfelület "elkenődése")  
 $t$  = idő  
 $D$  = állandó ("diffúziós együttható")

## A diffúzió mikroszkópikus manifestációja: Brown-mozgás

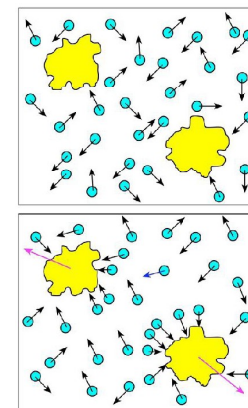


Robert Brown  
(1773-1858)

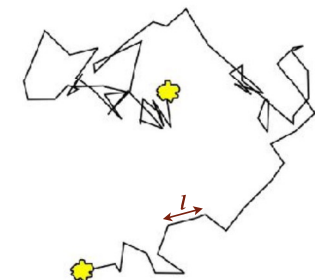


Tejben szuszpendált zsírcseppek  
(csepp méret 0.5 - 3  $\mu\text{m}$ )

## Brown-mozgás



A mikroszkópikus részecske mozgása a molekulákkal való véletlenszerű ütközések következménye.



$l$  = átlagos szabad úthossz (egymást követő ütközések közötti átlagos távolság)  
 $v$  = a termikus mozgást végző részecske átlagos sebessége

# DIFFÚZIÓ

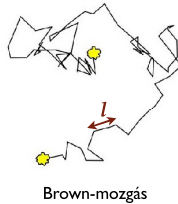
- **Fick I. törvénye:** anyagáram-sűrűség a kiváltó koncentrációesés és diffúziós állandó szorzata

Anyagáram:  $J_n = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$

$J_n$  = anyagáram  
 $\Delta c / \Delta x$  = koncentrációesés ("grádiens")  
 $D$  = állandó ("diffúziós együttható")

Diffúziós állandó:  $D = \frac{1}{3} v l$

$v$  = részecske átlagsebessége  
 $l$  = átlagos szabad úthossz (ütközések közötti átlagos távolság)  
 $D$  = egységnyi idő alatt egységnyi felületen átdiffundált anyag mennyisége ( $m^2/s$ ) (egységnyi koncentrációesés mellett).



Diffúziós állandó  
 gömb alakú  
 részecskére:  $D = \frac{k_B T}{6 \pi \eta r}$

**Einstein-Stokes összefüggés:**  
 $k_B$  = Boltzmann-állandó  
 $T$  = abszolút hőmérséklet  
 $\eta$  = oldat viszkozitása  
 $r$  = részecske sugara

# DIFFÚZIÓ

- **Fick II. törvénye:** anyagáram-sűrűség a kiváltó koncentrációesés időbeli változásának figyelembe vételével.

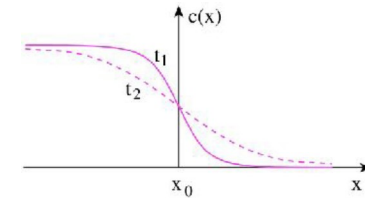
Anyagáram:  $-\frac{\Delta J_n}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$

$J_n$  = anyagáram  
 $x$  = távolság  
 $t$  = idő

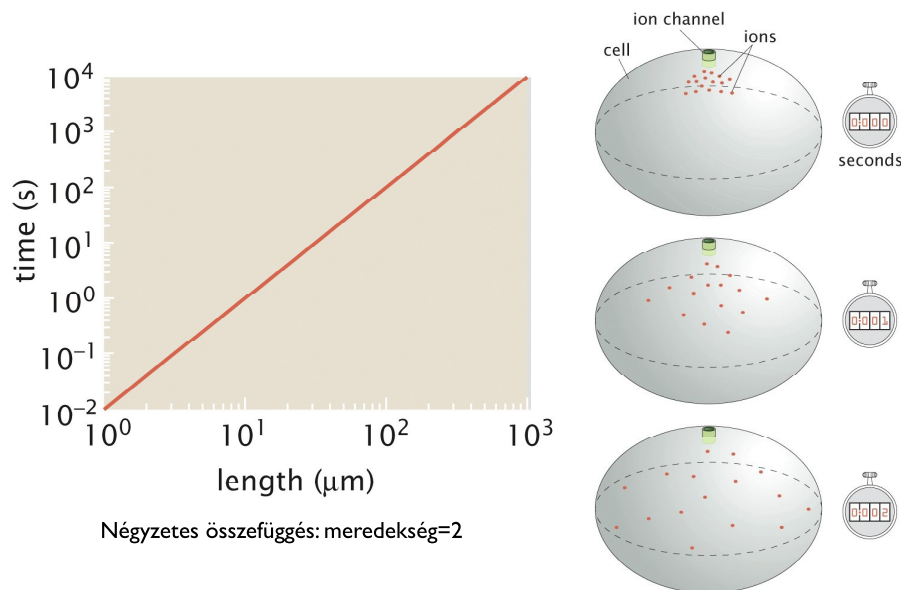
Diffúziós állandó:  $D \frac{\Delta \left( \frac{\Delta c}{\Delta x} \right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$

$D$  = diffúziós együttható.

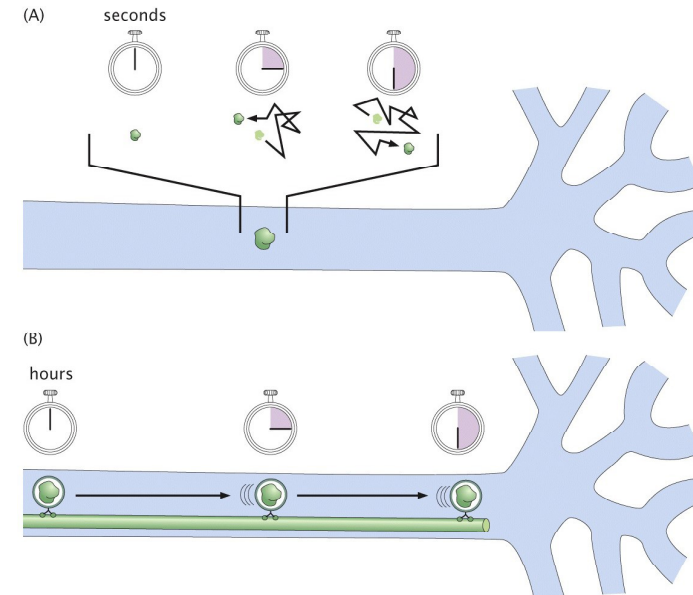
A koncentrációesés idővel csökken (a határfelület "elkenődik")



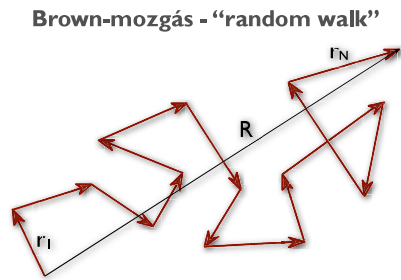
A diffúzió csak rövid méretsálán gyors



A diffúzió csak rövid méretsálán gyors



# A DIFFÚZIÓ ÉS BOLYONGÓ MOZGÁS KAPCSOLATA



“Négyzetgyök törvény”:

$$\langle R^2 \rangle = Nl^2 = Ll$$

$R$  = elmozdulás  
 $N$  = elemi lépések száma  
 $l = |\vec{r}_i|$  = átlagos szabad úthossz  
 $r_i$  = elemi lépés  
 $Nl = L$  = teljes út

Átlagos részecske sebesség:  $v = \frac{l}{\tau}$

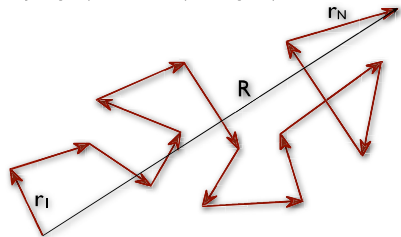
Teljes bolyongási idő:  $t = N\tau$

Diffúziós együttható:  $D = \frac{1}{3}vl$

$$\langle R \rangle = \sqrt{Nl^2} = \sqrt{\frac{t}{\tau}l^2} = \sqrt{tvl} = \sqrt{3Dt}$$

## A polimérek alakja a bolyongó mozgásra emlékeztet

Bolyongó (Brown-féle) mozgás (“random walk”)



“Négyzetgyök törvény”:  $\langle R^2 \rangle = Nl^2 = Ll$

$R$  = vég-vég távolság;  $r_i$  = elemi vektor;  $N$  = elemi vektorok száma;  
 $l = |\vec{r}_i|$  = korrelációs hossz (“perzisztenciahossz”, hajlítómerevség mértéke);  $Nl = L$  = kontúr hossz

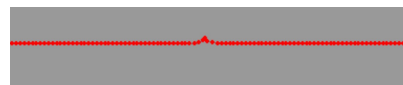
Bolyongó (diffúzióvezérelt) mozgás esetén  $R$ =elmozdulás,  $N$ =elemi lépések száma,  $L$ =teljes megtett út, és  $l$ =átlagos szabad úthossz.  
 Makroszkópikus folyamat esetén:  $\langle \Delta x^2 \rangle = 2Dt$ .  
 $\langle \Delta x^2 \rangle$  = átlagos négyzetes elmozdulás,  $D$  = diffúziós állandó,  $\tau$  = diffúziós idő (megfigyelés időtartama)

Az elemi vektorok orientációs rendezetlenségére törekvése **rugalmasságot** eredményez

**Entropikus rugalmasság:**  
 Termikus gerjesztésre a polimerlánc random, ide-oda hajló fluktuációkat végez.

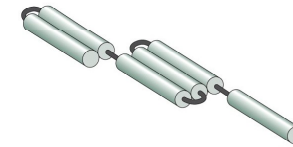
Nó a lánc konformációs entrópiája (elemi vektorok orientációs rendezetlensége).

Az entrópiamaximumra törekvés miatt a polimerlánc rövidül.

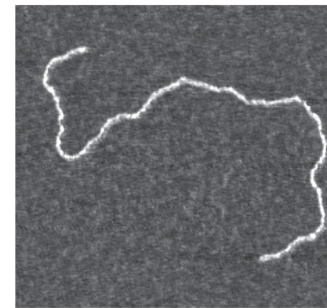
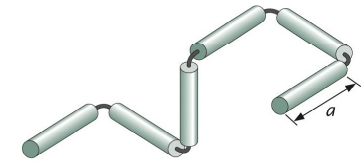


## A polimérek alakja a bolyongó mozgásra emlékeztet

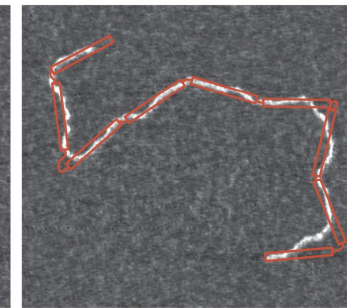
1D bolyongó mozgás (random walk)



3D bolyongó mozgás (random walk)



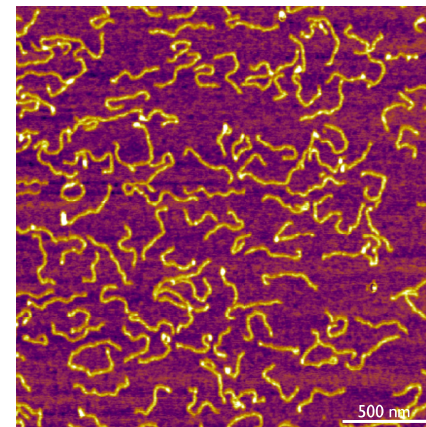
100 nm



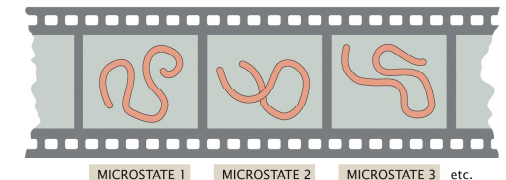
dsDNS molekula

## Polimerlánc “egyensúlyi” alakja

Az a makroállapot, amely a legtöbb mikroállapottal valósítható meg (legvalószínűbb állapot)



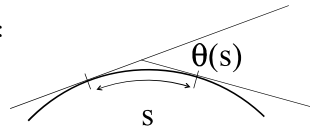
DNS molekulák atomerő mikroszkópos felvétele





# Féregszerű polimermodell (Wormlike chain)

WLC (wormlike chain):



ha  $s$  elég nagy,  $\langle \cos\theta(s) \rangle$   $s$  függvényében lecseng:  $\langle \cos\theta(s) \rangle = \exp\left(-\frac{s}{l_p}\right)$   
 $l_p$  = perzisztencia hossz

ha  $s \ll l_p$ , akkor  $\langle \cos\theta(s) \rangle \sim 1$ , és a  $\theta(s)$  szög 0 körül fluktuál.

Ha  $s \gg l_p$ , akkor  $\langle \cos\theta(s) \rangle \sim 0$ ,

azaz  $\theta(s)$   $0^\circ$  és  $360^\circ$  közötti értékeket ugyanolyan valószínűséggel vehet fel.

A perzisztencia hossz értelme:

az a hossz, amelyen belül a lánc megtartja irányát (emlékszik rá).

A perzisztencia hosszon túl a lánc elfelejti irányítottságát.

$$l_p = \frac{EI}{k_B T}$$

$EI$  = hajlítómerevség ( $E$  = Young modulus - anyagfüggő,  $I$  = keresztmetszet másodrendű nyomatéka - alakfüggő);  $k_B T$  = termikus energia

Értelme: minél merevbb egy lánc, annál nagyobb távolságon ( $l_p$ ) lesznek csak észlelhetők a termikusan gerjesztett fluktuációk.

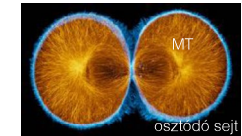
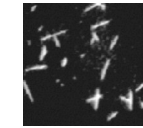
# A polimerlánc lánc alakja és rugalmassága között összefüggés van

Merev lánc

$$L_p \gg L_c$$

(mm  $\gg$  10  $\mu$ m)

Mikrotubulus

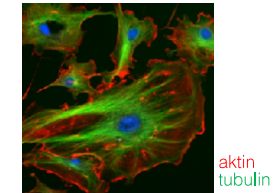


Szemiflexibilis lánc

$$L_p \approx L_c$$

( $\mu$ m  $\approx$   $\mu$ m)

Mikrofilamentum (aktin)



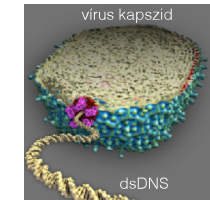
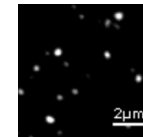
Flexibilis lánc

$$L_p \ll L_c$$

(50 nm  $\ll$  cm)



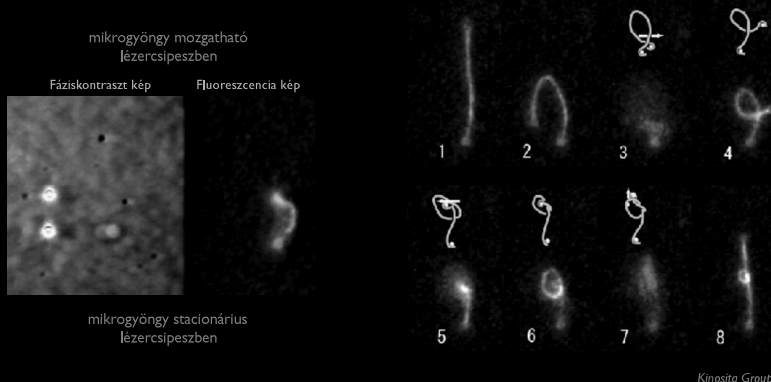
DNS



$L_p$  = perzisztenciahossz  
 $L_c$  = kontúrhossz

## Entropikus rugalmasság vizualizálása

### Csomókötés egyetlen DNS láncre

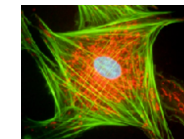


Kinosita Group

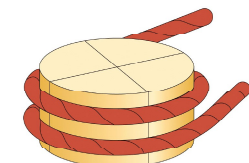
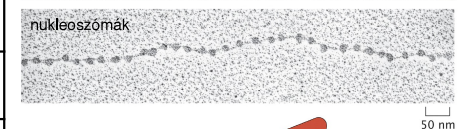
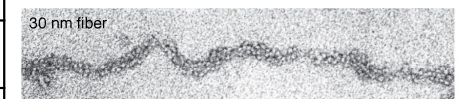
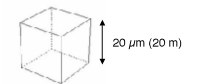
## A humán genom fizikai mérete

A tanteremnyi modell-sejtire adaptálva:

	Idealizált sejt: 20 $\mu$ m oldalalú kocka	Analógia - Tanterem: 20 m oldalalú kocka
DNS vastagsága	2 nm	2 mm
DNA teljes hossza	2 m	2000 km
Perzisztenciahossz ( $L_p$ )	50 nm	5 cm
Átlagos vég-vég hossz $\sqrt{\langle R^2 \rangle} = \sqrt{L_c L_p}$	320 $\mu$ m	320 m
Girációs sugár ( $R_G$ ) $R_G = R/\sqrt{6}$	130 $\mu$ m	130 m



Egyszerűsített sejtmodell:  
kocka



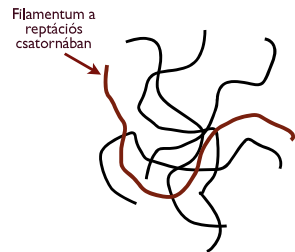
- Tehát: az egyensúlyi alakú DNS nem férne el a sejtben.
- Teljesen kompakt DNS (elméletileg legkisebb) térfogata (2 m alapterületű, 2000 km hosszú henger térfogata): **8 m<sup>3</sup>** (2 m élhosszúságú kocka)
- A DNS-t a sejtben **csomagolni** szükséges

Egyedi nukleoszóma partikulum: hiszton fehérjekomplex (oktamer) + ~1.6-szor köré tekeredett DNS

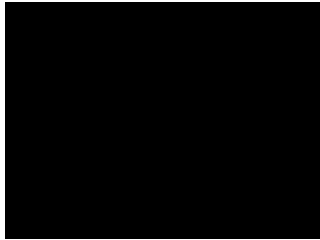
# A DIFFÚZIÓ SPECIÁLIS ESETE: REPTÁCIÓ

- Reptáció: polimér hálóban történő "kígyószerű" diffúzió. (*Reptilia*: hüllők)

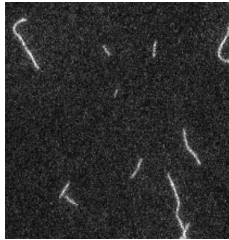
Polimér mátrix:  
"entanglement" (összegabalyodás)



Indiana Jones and  
Raiders of the Lost Ark



Actin filamentumok metil-  
cellulóz mátrixban.  
"Egyenirányított diffúzió"



$$\tau_r = \frac{L^2 \cdot N}{\mu \cdot k \cdot T}$$

$\tau_r$  = Reptációs idő, egy kontúrhossznyi távolság megtételéhez szükséges idő;  
 $L$  = kontúrhossz;  $N$  = elemi szegmensek száma;  $\mu$  = lánc mozgékonyosság;  $kT$  = termikus energia

$$D_r = \frac{(a \cdot \sqrt{N})^2}{\tau_r}$$

$D_r$  = Reptációs diffúziós állandó;  
 $N$  = elemi szegmensek száma;  $a$  = elemi szegmens hossz (~perzisztenciahossz);  $\tau_r$  = reptációs idő.  
N.B.: számológép az átlagos négyzetes elmozdulással analóg.