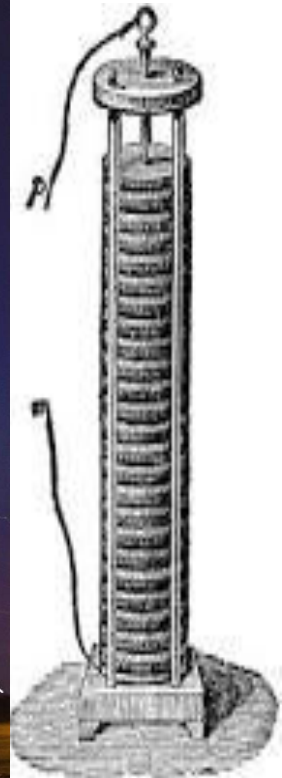
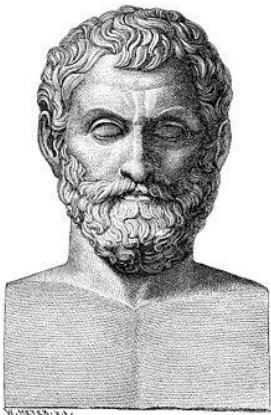


# Elektromosságtan



Schay G.

## Elektrosztatika: nyugvó töltések



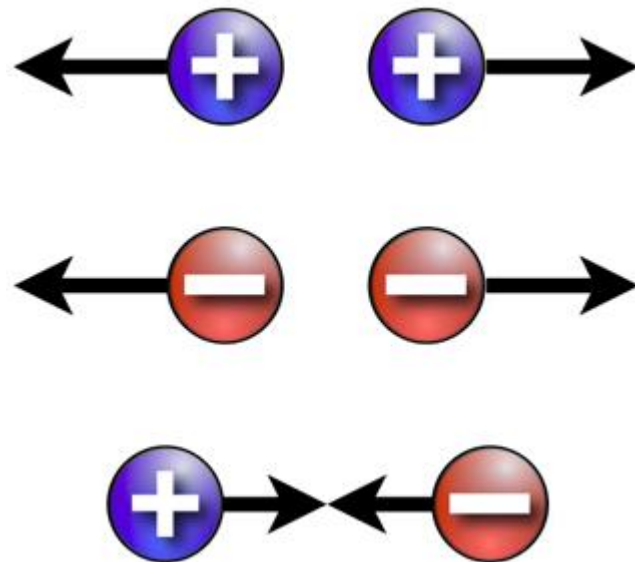
Thales (624BC-546BC)

Borostyánhoz hozzá  
ragadhatnak kicsi tárgyak  
(pl tollpihe)



“elektron” a borostyán régi görög neve 😊

Triboelektromos effektus:  
Dörzselektromosság  
Mechanikai hatásra szétváló töltések



Az elektroszkóp az azonos töltések közötti taszítás elvén működik

#### Triboelektromos sor:

**Legjobban pozitív**

+

Polyurethane foam  
Hair, oily skin  
Nylon, dry skin  
Glass  
Acrylic, Lucite  
Leather  
Rabbit's fur  
Quartz  
Mica  
Lead  
Cat's fur --- macskaszőr  
Silk  
Aluminium  
Paper (Small positive charge)  
Cotton  
Wool (No charge)

**0**

Steel (No charge)  
Wood (Small negative charge)  
Amber --- borostyán

Sealing wax  
Polystyrene  
Rubber balloon  
Resins  
Hard rubber  
Nickel, Copper  
Sulfur  
Brass, Silver  
Gold, Platinum  
Acetate, Rayon  
Synthetic rubber  
Polyester  
Styrene and polystyrene  
Orlon  
Plastic wrap  
Polyethylene (like Scotch tape)  
Polypropylene  
Vinyl (PVC)  
Silicon  
Teflon (PTFE)  
Silicone rubber  
Ebonite

-

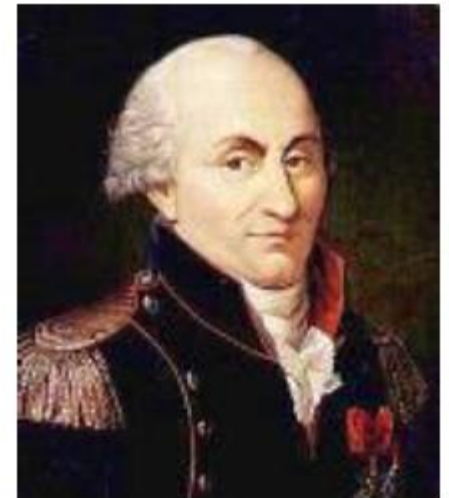
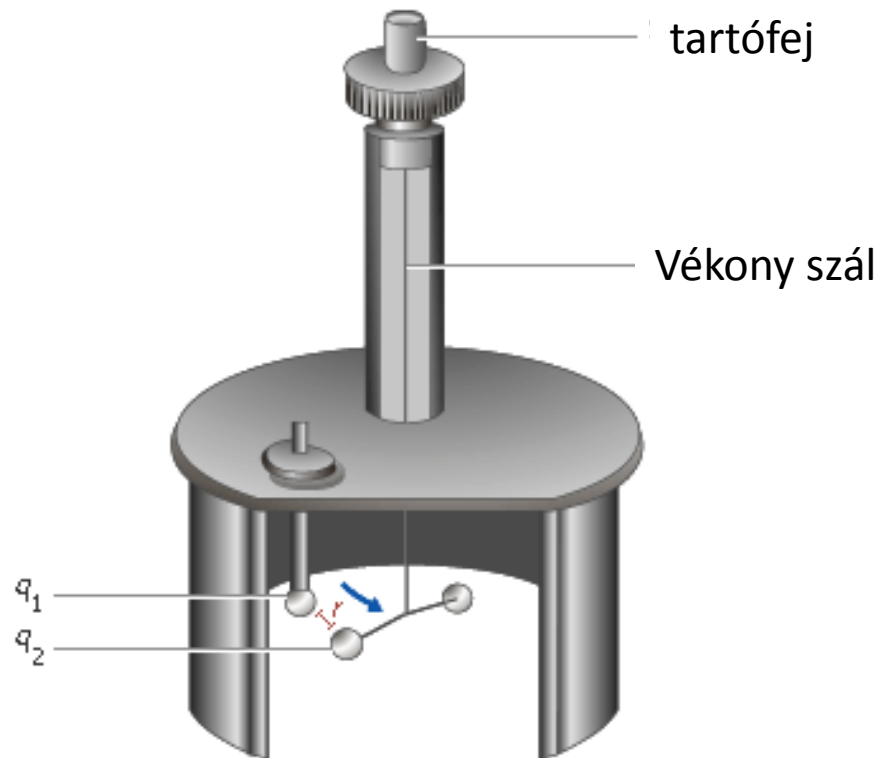
**Legjobban negatív**



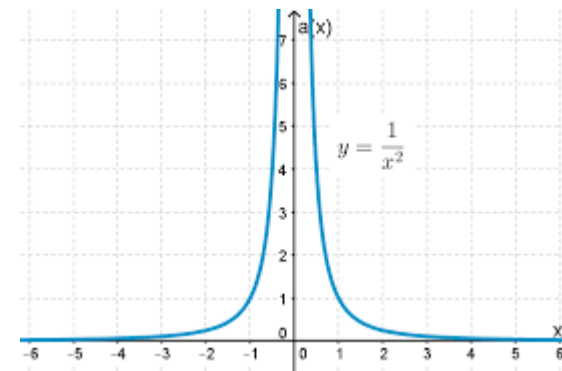
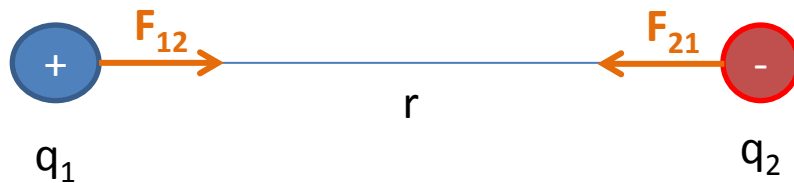
Csak az ellenkező töltések vonzzák egymást a természetben, semleges töltés pedig nincs is...

Első kvantitatív mérések:

Coulomb-erő



*Charles A. de Coulomb*  
1736-1806



Nagyság:  $F_{12}=F_{21}$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Gravitációhoz hasonlóan  
**1/négyzetes összefüggés**

Létezik minimális töltés  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$

Mincs töltés magában, csak anyaghoz kötötten

Ma inkább így adjuk meg a Coulomb-állandót:

(elektromos permittivitással vagy mágneses permeabilitással)

$$\begin{aligned} k_e &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{c_0^2 \mu_0}{4\pi} = c_0^2 \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \\ &= 8.987\,551\,787\,368\,176\,4 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \end{aligned}$$

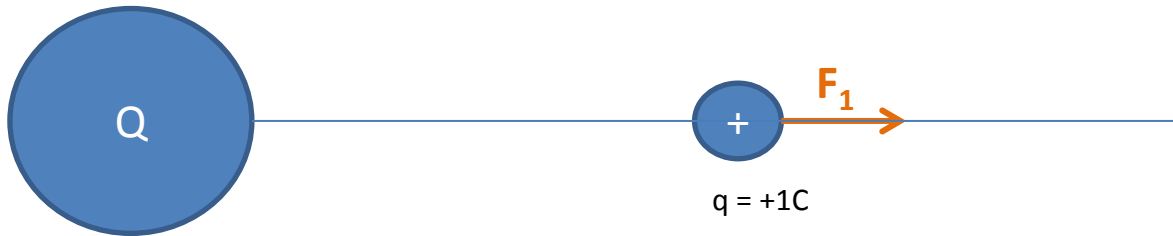
Mi közvetíti az erőt?

elektromos **ERŐTÉR**

Erőtér: olyan vektor-mező, ami a tér minden pontjában jelen van, de függhet a helytől. A vektor minden pontban arányos az ott esetlegesen jelen lévő testre ható erővel.

Definiáljuk az **elektromos teret** mint egy +1C el.töltésű próbatestre ható erőt.

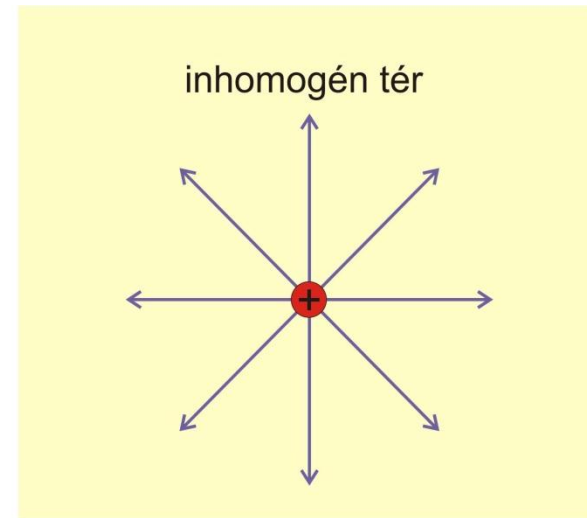
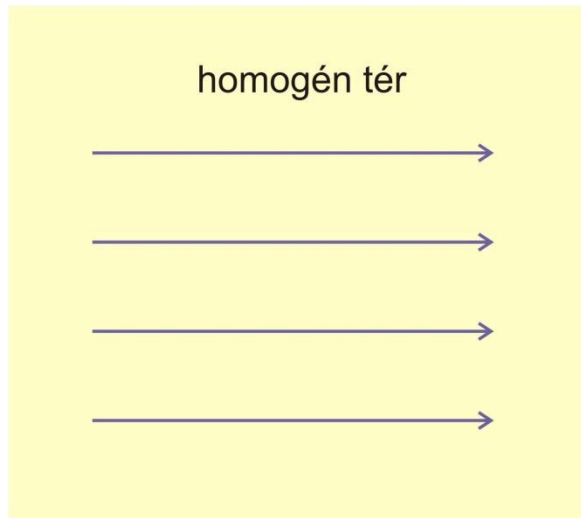
**E**



Ezzel  $F = q \cdot E$   
és  $E = k \cdot Q / r^2$

mértékegység:  $[F]/[q] = \text{N/C}$

Egy erőterben megrajzolhatjuk az **ERŐVONALAKAT** melyek mindig párhuzamosak az erő irányával.



szabályok:

- 1: az erő minden pontban párhuzamos az adott erővonal érintőjével.
- 2: az erő nagysága az erővonalak sűrűségével (pl. vonal/cm<sup>2</sup>) egyenesen arányos.



## Munka elektromos térben:

$W=F*s$ , így ha az erővonalakkal párhuzamosan mozgunk akkor munkavégzés lesz.

de  $F=q*E$

azaz

$$W=q*E*s$$

Itt a célszerű bevezetni az **ELEKTROMOS POTENCIÁLT**:  $W=q*\Delta\phi$   
(pont mint a gravitációban a helyzeti energiát  $E_{\text{pot}}=mgh$ )

tehát  $\phi =E*s$ , DE kell egy 0-pont.

**Legyen  $\phi =0$  HA végtelen távolságban vagyunk (azaz  $E=0$  is igaz)**

Most azt mondhatjuk, hogy **az elektromos potenciál  $\phi$  megadja hogy mennyi munkát kell végezni ha +1C töltést a végtelen távolból az adott pontba mozgatunk.**

Mivel  $E$  is konzervatív erőter (zárt hurok mentén a munka 0), így ez a potenciál is csak a helytől függ, és az úttól nem, pont úgy mint a gravitációs térben a helyzeti energia.

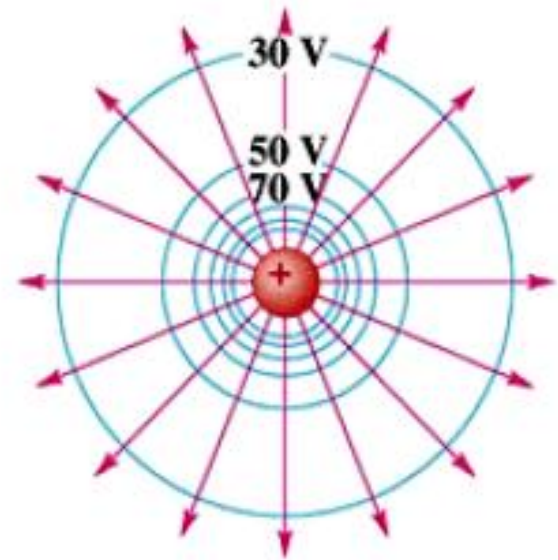
**$U= \Delta\phi$ , ELEKTROMOS FESZÜLTSG, mért. egys.:  $[W]/[q] = J/C = \text{Volt } [V]$ .**

Tehát  **$W=q*U$**



Vannak tehát **erővonalak** és **ekvipotenciál-vonalak**

Vegyük észre hogy a kettő mindig merőleges!  
( $\Delta\phi = 0$  ha  $F \cdot \Delta s = 0 \rightarrow \cos\alpha = 0$ , azaz  $\alpha = 90$  fok.)

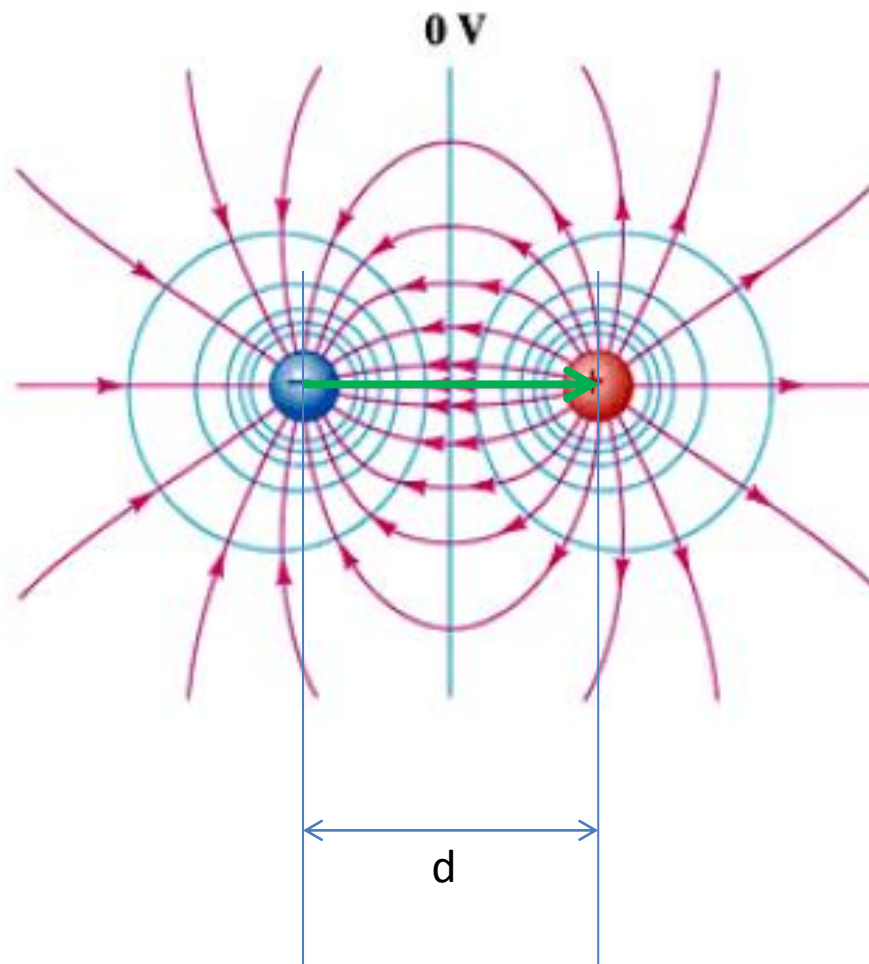
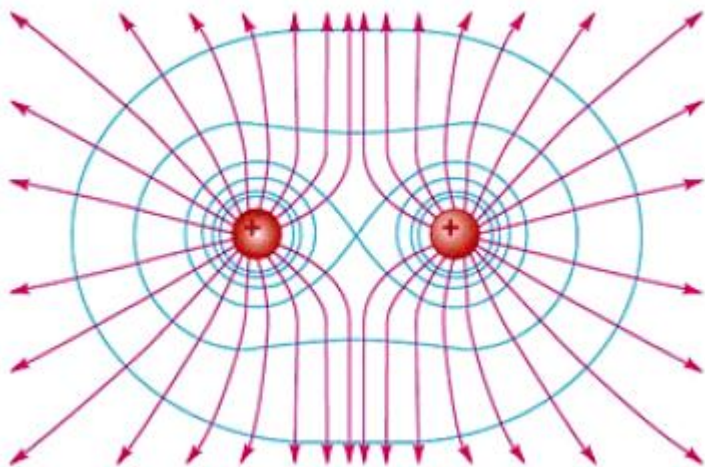


MONOPÓLUS : 1db töltés

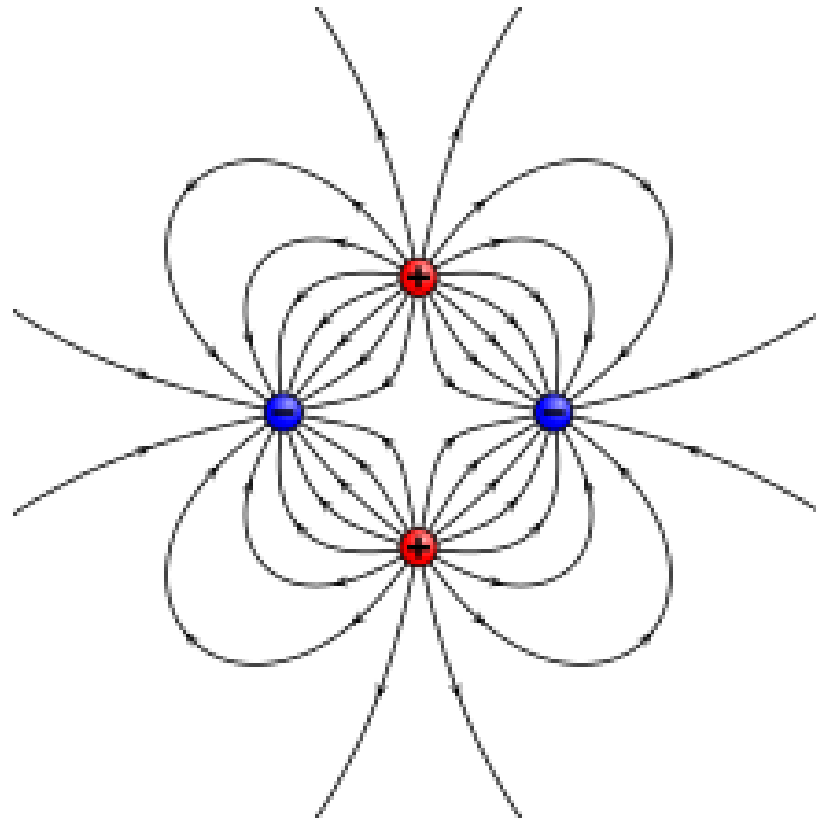
Csinálhatunk többféle geometriai konstrukciót...

## DIPÓLUS

Dipólus momentum:  $\mathbf{p} = q \cdot \mathbf{d}$   
(ráadásul ez **vektor** is,  
ha  $\mathbf{d}$ -t vektorként adjuk meg)



Quadrupól...



Mindenféle töltéseloszlás tere megadható, ha sokféle ...-pólust összeadunk. Ez a multipólus sorfejtés (ld.EKG jegyzet, gyakran megelégszünk a mono+dipólus-al)

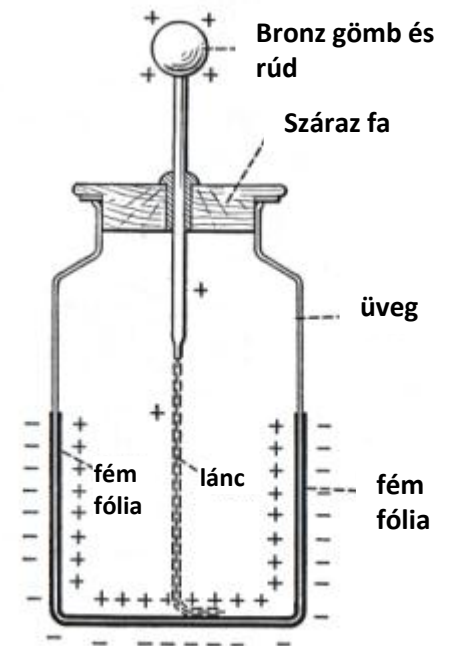
## Töltések tárolása: kondenzátor

A töltések tárolásához munkát kell végezni  
(mivel azonos töltések taszítják egymást...)

A **KAPACITÁS** annak mérőszáma, hogy mennyi  
töltést lehet tárolni adott munka (feszültség)  
mellett:

$$C=Q/U$$

egység:  $C/V = F$  (Farad)



Leydeni palack

Legegyszerűbb eset:

Sík-kondenzátor (azaz sík lemezekből álló kondenzátor)

itt  $E$  állandó, homogén tér van.

azaz  $U = E \cdot d$

De  $E = \sigma / \epsilon_0$ , ahol  $\sigma$  a felületi töltéssűrűség ( $\sigma = Q/A$ )

és  $\epsilon_0$  a vákuum permittivitása. (ezzel lesz rendben a mértékegység)

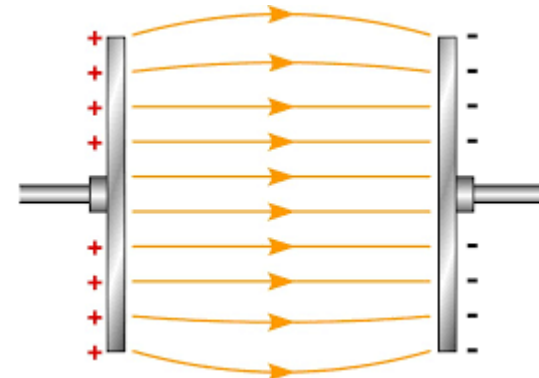
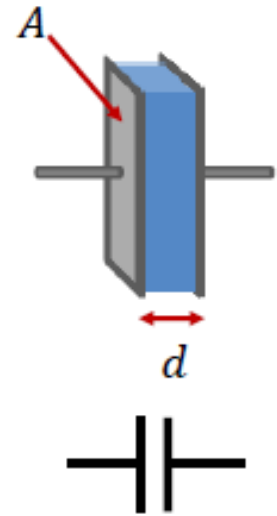
Ezzel tehát  $C = Q/U = Q / (Q/A \cdot 1/\epsilon_0 \cdot d) = 1/\epsilon_0 \cdot A/d$

Ha van valamilyen anyag a két lemez között, akkor ez módosít:

$C = 1/\epsilon_0 \epsilon_r \cdot A/d$

ahol  $\epsilon_r$  az adott anyag permittivitása.

(a szokásos trükk: bevezetünk egy szorzót, és kész 😊)



Kitérő: elektromos tér anyagokban

Az „eredeti” elektromos tér az anyagban töltéseket választ szét (Coulomb erő), emiatt dipólusok keletkeznek, amiknek a tere az eredetihez hozzáadandó

$$D = P + \varepsilon_0 * E$$

itt D az elektromos eltolás vektor, és P a polarizáció.

Többnyire  $P \sim E$  ( $P = \varepsilon_0 * \chi * E$ ), azaz

$$D = \varepsilon_r * \varepsilon_0 * E$$

Ha csak vákuum van, akkor persze  $D = \varepsilon_0 * E$ .

(tehát a kondenzátort D-vel is felírhatnánk, egyszerűbben is nézne ki...)

Permittivitás: mennyi töltés kell adott fluxus létrehozásához.  
(az elektromos fluxus az erővonalak sűrűségét adja meg,  
merőleges felületre vonatkoztatva)

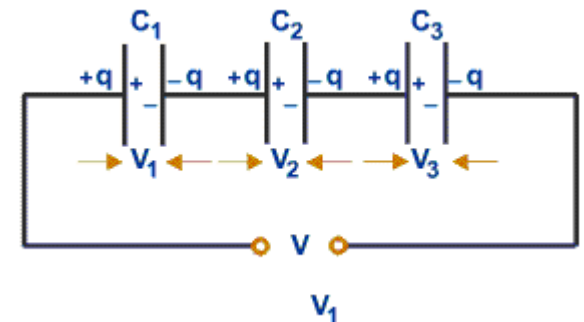
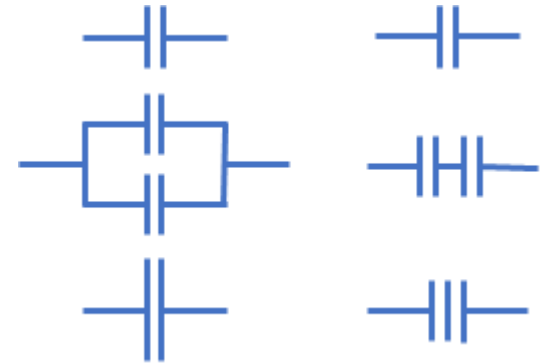
Kapcsolások kondenzátorral:

párhuzamos: nagyobb felület, persze nagyobb kapacitás

$$C_{\text{tot}} = C_1 + C_2$$

soros: nagyobb távolság, kisebb kapacitás

$$1/C_{\text{tot}} = 1/C_1 + 1/C_2$$





Mennyi munka kell egy kondenzátor feltöltéséhez?

Ki tudjuk számítani:

$$\Delta W = U \cdot \Delta q$$

de

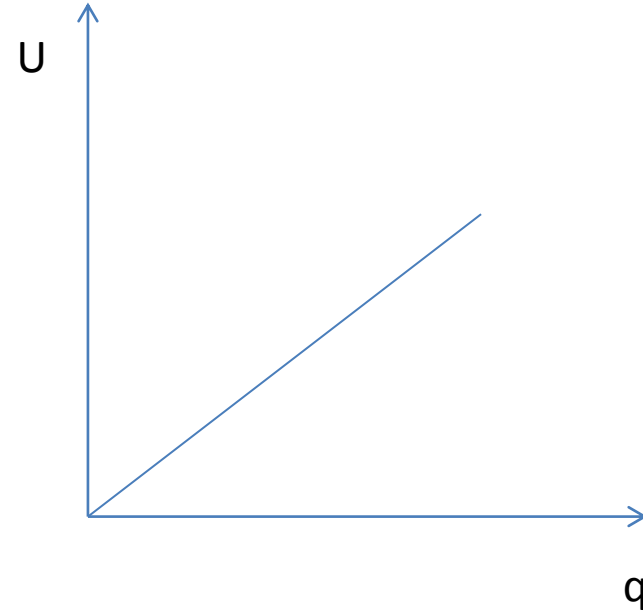
$C = Q/U$ , azaz a meredekség  $1/C$ .

Az összes munka

$U_{\text{átlag}} \cdot Q$ , de  $U = Q/C$ , az átlag pedig  $U_{\text{max}}/2$

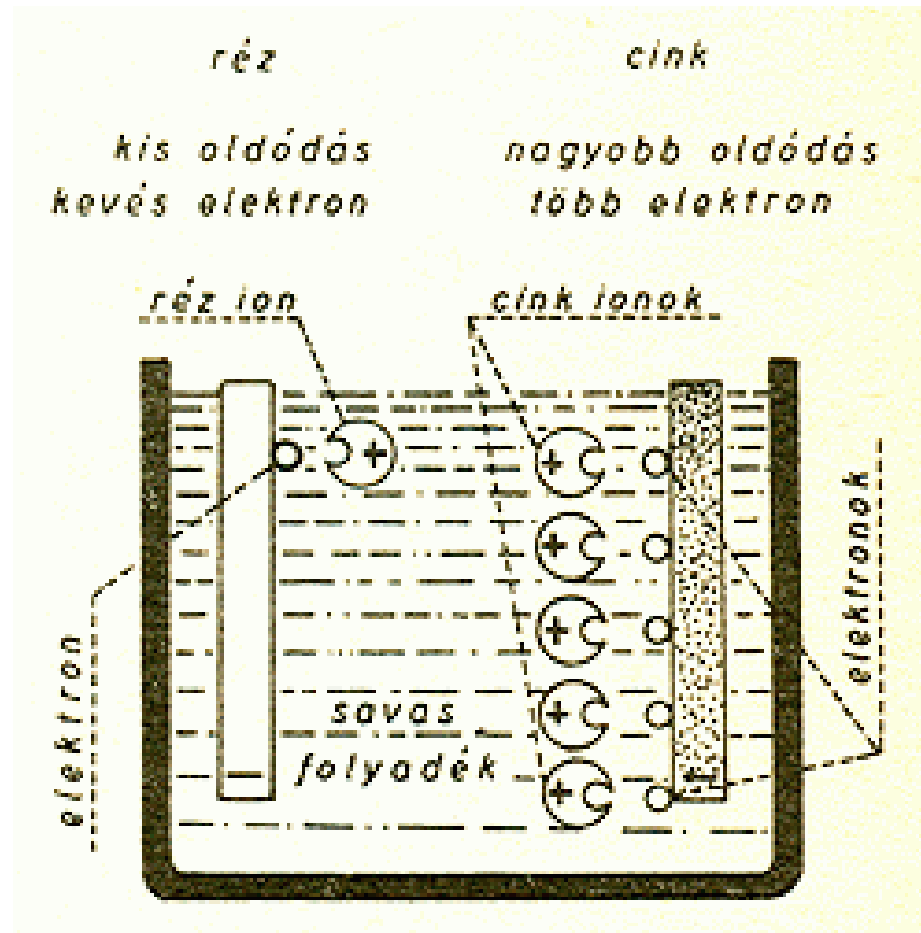
Tehát a kinetikus energia, vagy a rugalmas energia mintájára

$$\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2$$



Van jó sok egyszerű számolás a jegyzetben....

Áramforrás, telep nélkül nincs kísérlet... (vagy nagyon kevés)  
Mérés nélkül nincs igazi tudomány...



## Mozgó töltések – áram, áramlás

Mennyi töltés folyik át egységnyi idő alatt:  
ÁRAMERŐSSÉG

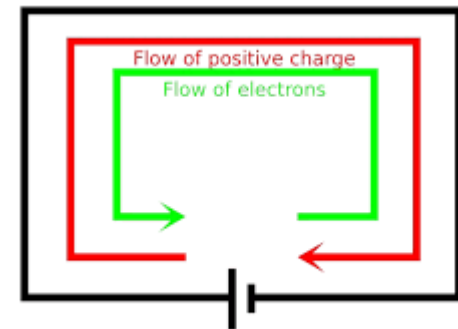
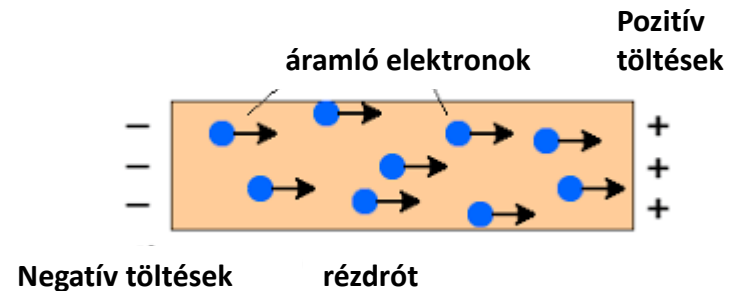
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad [\text{A}] \text{ Amper}$$

$$1\text{A} = 1\text{C}/1\text{s}$$

Történelmi okból megmaradt a technikai áramirány,  
ami a pozitív töltések mozgási iránya lenne.  
(de az csak a negatív hiánya)

Tehát a valódi áramlás pont ellentétes irányú

Vezető: könnyen áramló elektronok  
Szigetelő: az áramlás gátolt.



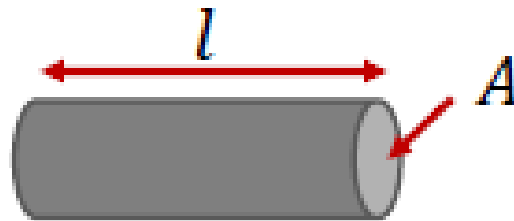
## Ellenállás

Áramlás közben az elektronok fékeződnek a surlódás miatt.

Ohm törvény: az áramlást a feszültség és az anyag szabja meg.

$$I = U/R$$

$$R = \frac{U}{I} \quad [\Omega] \text{ Ohm}$$



$$R = \rho \frac{l}{A}$$

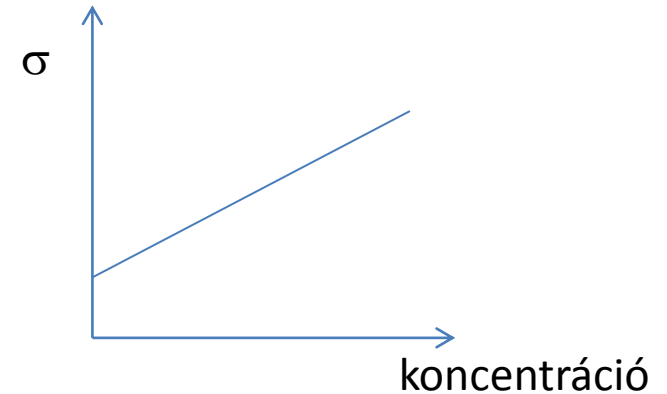
fajlagos ellenállás

Vezetőkéesség:  $1/R$

$G = 1/R$  ( $1/\text{Ohm} = \text{Siemens}$ )

$\sigma = 1/\rho$  : fajlagos vezetőkéesség

Többnyire elektrolitok esetében használjuk,  
itt a vezetőkéesség függ a koncentrációtól.

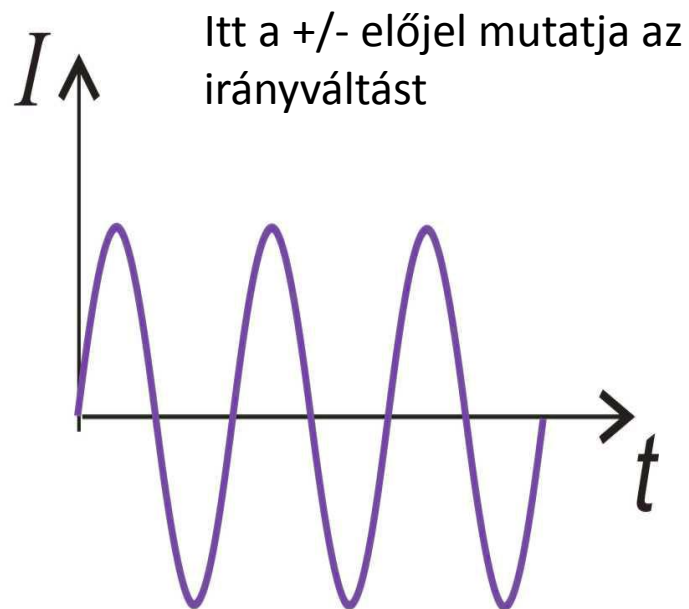


Az áramlás lehet egyirányú vagy váltakozó irányú

DC: egyenáram



AC: váltakozó áram



Ha sin-os az áramerősség, akkor:

$$I = I_{max} \cdot \sin \omega t$$

$$U = U_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \quad U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$$

Amúgy csak az rms érték van, azt ki kell számolni vagy mérni

$I_{rms}$

$U_{rms}$



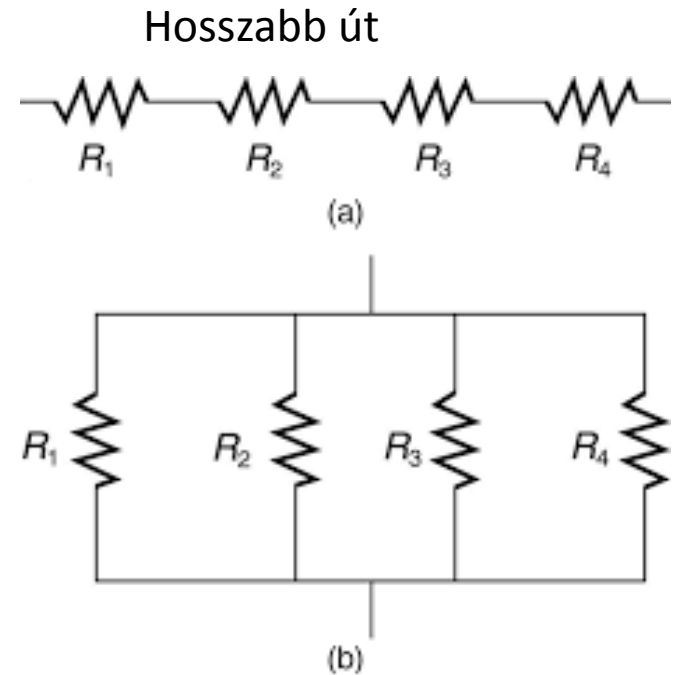
Ellenállás áramkörök:

soros: növekvő hossz => növekvő R

$$R = R_1 + R_2$$

párhuzamos: növekvő felület => csökkenő R

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2$$



Nagyobb felszín

A súrlódás hőt termel: Joule-hő, az áram munkája

$$W = U \cdot I \cdot t \quad \text{egység : Joule (J)}$$

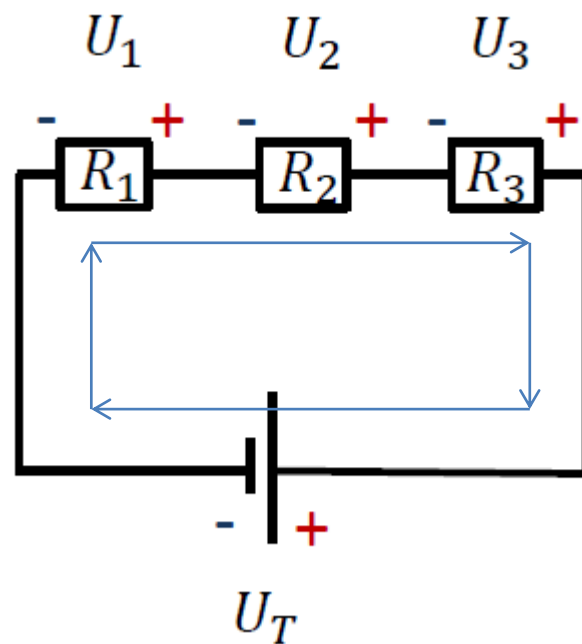
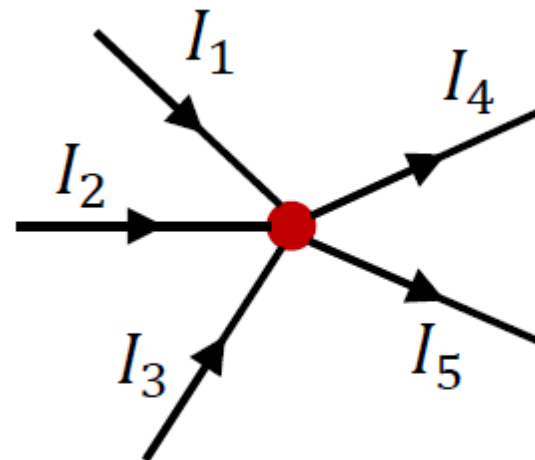
A munka amit az elektromos tér végez egy ellenálláson hővé alakul, de más eszközben más energia típusú is alakulhat...

Ne feledjük az energiamegmaradást!

$$\text{teljesítmény: } P = U \cdot I \quad \text{egység: Watt (W)}$$

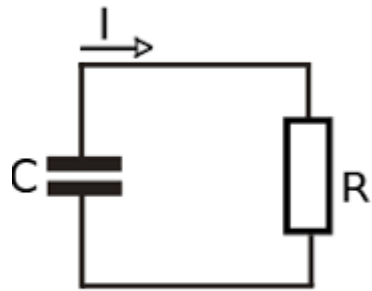
## Kirchoff törvények

- I. Csomóponti tv. Az áramok összege a tárolt töltés (ami pl lehet 0 is)
- II. Hurok tv. Egy zárt hurokra a feszültségek összege 0, de figyelembe kell venni a körüljárási irányt is!



Gustav Robert Kirchhoff  
1824-1887

## RC áramkör



Kondenzátor kisülése ellenálláson keresztül

$C=Q/U_c$  , azaz  $U_c=Q/C$ , de  $Q=I \cdot t$ , és  $I=U_c/R$ .

A huroktörvényből

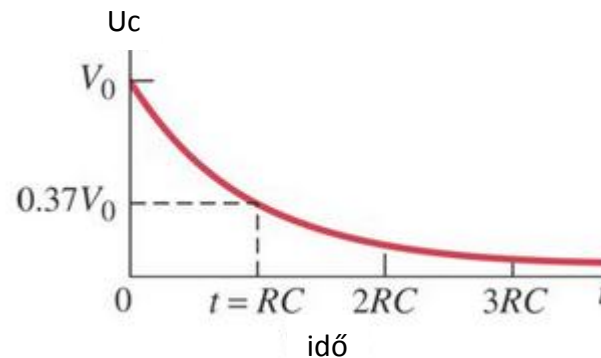
$$I \cdot R + U_c = 0$$

tehát

$$\Delta Q / \Delta t = -Q / RC$$

Ennek megoldása egy exponenciális függvény

$$U_c = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$



$$\tau = RC$$

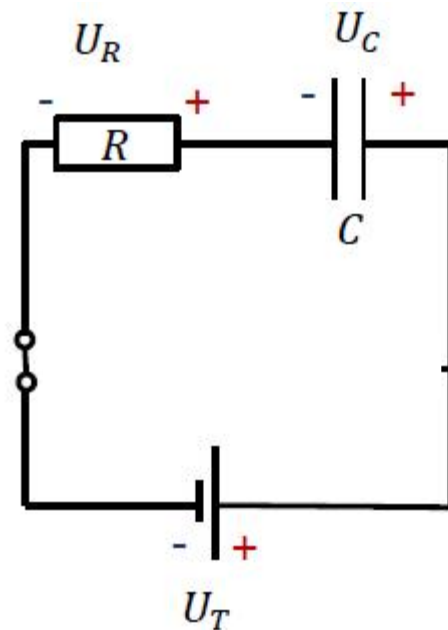
feltöltés

Itt a huroktörvényben a feszültségforrás is benne van:

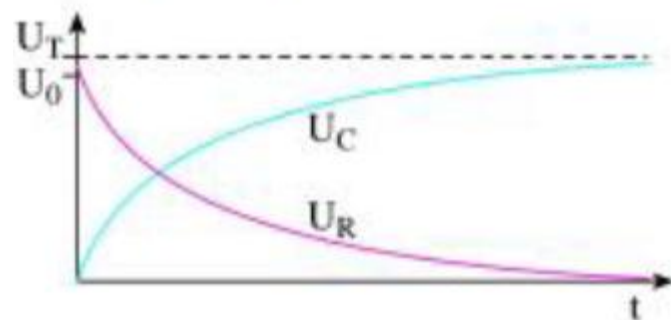
$$I \cdot R + U_C = U_T$$

azaz

$$\Delta Q / \Delta t = -Q / RC + U_T / R$$



$$U_C = U_T \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$



Kondenzátor váltakozó áramú áramkörben

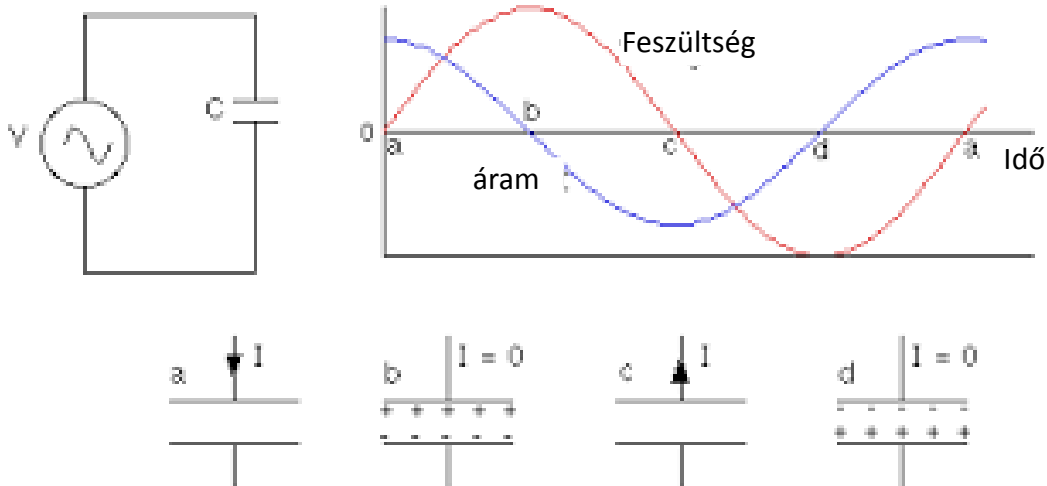
Feltöltés vagy kisütés után DC áramkörben a kondenzátor szakadásként viselkedik ( $I=0$ )

AC áramkörben viszont **fáziskésés** tapasztalható, a töltés-kisülés miatt.

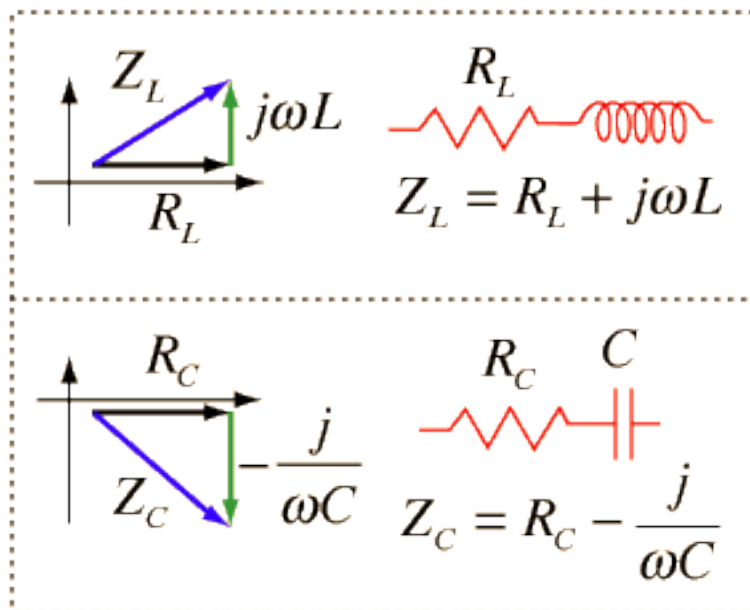
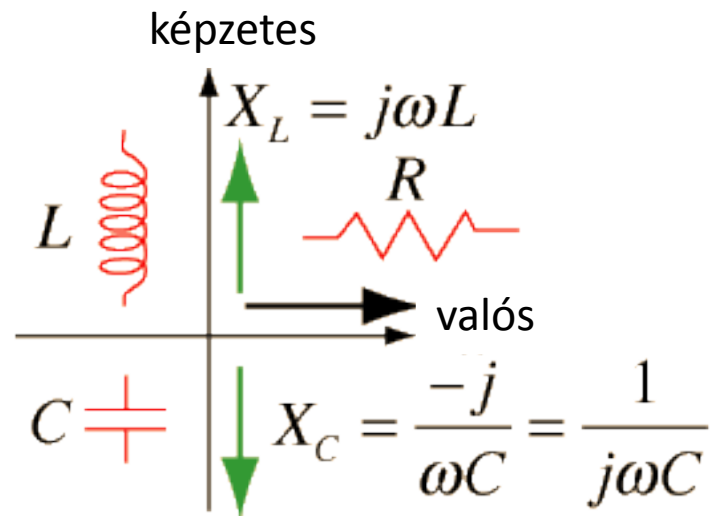
Kapacitív ellenállás (reaktancia, kapacitív impedancia)

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

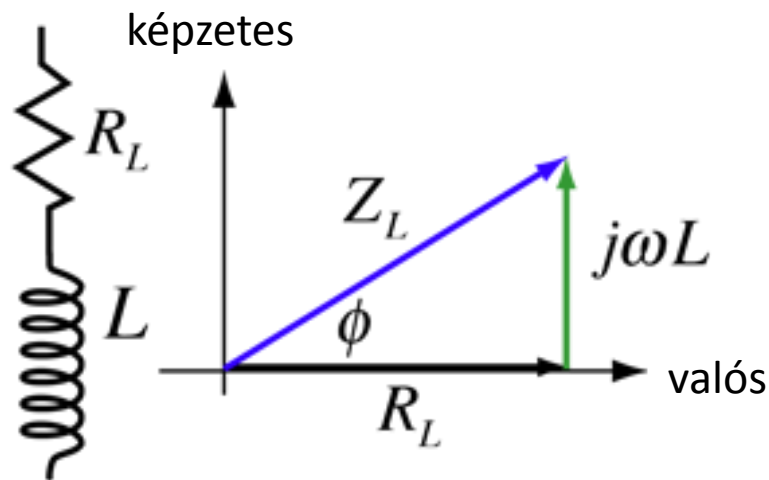
$$1/C, \text{ és } 1/f!$$
$$\omega = 2\pi f$$



Kiegészítés: ha az ellenállást vektorként képzeljük el egy síkon, akkor a fázistolás könnyen kezelhető







derékszögű

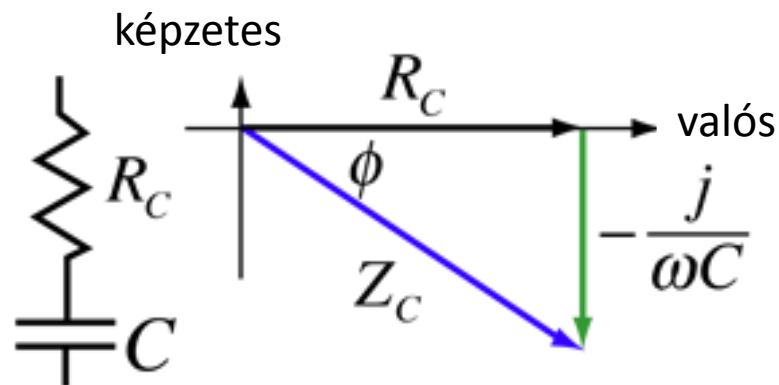
$$Z_L = R_L + j\omega L$$

polár

$$Z_L = |Z_L| e^{j\phi}$$

$$|Z_L| = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R_L}$$



derékszögű

$$Z_C = R_C - \frac{j}{\omega C}$$

polár

$$Z_C = |Z_C| e^{j\phi}$$

$$|Z_C| = \sqrt{R_C^2 + \left[ \frac{-1}{\omega C} \right]^2}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{-1}{\omega C R_C}$$