

# Biostatisztika és informatika

## 6. előadás

### Bevezetés a hipotézisvizsgálatokba

2018. október 18.

Agócs Gergely

Sources: – Herényi L (2016): Statisztika és Informatika: 15.0–15.5 fejezetek  
– Reiczigél J, Harnos A, Solymosi N (2014): Biostatisztika nem statisztikusoknak: 6. fejezet  
– WolframMathWorld: Probability and Statistics (angolul):  
<http://mathworld.wolfram.com/topics/ProbabilityandStatistics.html>  
– Stanford Online Lagunita: Statistics in Medicine (angolul)

## Az előadás célja

- Értsük meg a tudományos döntési folyamatot
  - filozófiai háttér: **a jó kérdés és a jó állítás**
  - **nullhipotézis ( $H_0$ ) és ellenhipotézis ( $H_1$ )**
  - **mit is kell bizonyítanunk?**
- A hipotézisvizsgálat lépései **egy példán** keresztül
- Szignifikanciaszint és **p-érték**
  - a hipotézisvizsgálat kapcsolata a konfidenciaintervallummal
  - mitől függ a p-érték?
- Döntés és a valóság: hibák és hibavalószínűségek
- A p-érték csapdái
  - klinikai relevancia és statisztikai szignifikancia
  - többszörös próbák
  - $H_0$ -t nem vetem el  $\neq H_0$ -t igazoltam
  - korreláció  $\neq$  ok-okozat
  - ne hasonlíts össze p-értékeket
  - kellene egyáltalán p-értéket használnunk?

1

## Filozófiai háttér

### A tudomány fejlődése

Egy állítás akkor tudományos, ha függetlenül igazolható, reprodukálható.  
De ebből nem derül ki, hogy hogyan „keletkezik” a tudomány!

#### Induktívizmusz:

- (1) Figyeljük meg a természetet.
- (2) Hozzunk létre egy elméletet a megfigyelések általánosításával.
- (3) Végezzünk további megfigyeléseket azért, hogy...
- (4) ...demonstráljuk az elmélet helyességét – vagy változtassunk rajt.
- (5) Ismételjük a (3) és (4) lépést.

Ennek az eljárásnak az alapja tehát az **igazolás (verifikáció)**.



Francis Bacon  
1561–1626

#### Ahogy a tudomány ténylegesen „létrejön”:

- (1) Van egy problémánk.
- (2) Kitalálunk egy megoldást (elméletet) a magyarázatára.
- (3) Ezután próbára tesszük az elméletet (megfigyelésekkel vagy ellentmondások felkutatásával)

Ennek az eljárásnak az alapja tehát a **cáfolat (falszifikáció)**.

2

## Filozófiai háttér

### A tudomány fejlődése



Albert Einstein  
1879–1955

„Végtelesszék kísérlet sem bizonyítja, hogy igazam van,  
de **egyetlen kísérlet is bizonyítja, hogy tévedtem.**”

Albert Einstein: Indukció és dedukció nyomán

„Ha egy **tudományos állítás** a valóságról szól, akkor **cáfolhatónak kell lennie**;  
ha nem cáfolható, akkor nem is a valóságról szól.”

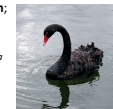
„Egy elmélet, melyet semmilyen elképzelhető esemény sem cáfolhat, nem tudományos.  
Egy elmélet esetén a cáfolhatatlanság nem erény (ahogy azt elsőre gondolnánk), hanem bűn.  
Egy elméletre irányuló bármely érdemi **vizsgálatnak egyetlen célja lehet: hogy megcáfolja.**”

„Akárhány fehér hattyút is láttam eddig,  
ez nem igazolja a következtetést, hogy minden hattyú fehér.”



„Az **indukció logikailag érvénytelen**,  
de a cáfolat vagy falszifikáció  
mindig érvényes érv.”

Karl Popper: A tudományos kutatás logikája



Karl Popper  
1902–1994

3

## Filozófiai háttér

### Cáfolható (vagyis tudományos) állítások

„Minden hatvány fehér.”

(Karl Popper)

„A Föld áll a világegyetem középpontjában.”

(*Eppur si muove!*)

„Semmi sem terjedhet a fénynél gyorsabban.”

(Albert Einstein)

„A legjobb tanárok általában azok, akik szabadok, hozzáértőek és eredeti kutatást akarnak végezni a könyvtárban vagy a laboratóriumban.”

(Daniel Coit Gilman; a felsőoktatás humboldt modellje)

### Nem cáfolható (vagyis nem tudományos) állítások (esetleg igazolhatók)

„Valahol a Föld és a Mars között kering a Nap körül egy teáskanna.”

(Russell teáskannája)

„Él egy szörny a Loch Ness-ben.”

„Él egy tűzokádó sárkány a garázsomban.”

(Carl Sagan)

„Földönkívüliek űrhajója zuhant le egy tanyán az új-mexikói Roswell közelében.”

4

## Filozófiai háttér

### A bizonyítás terhe (*onus probandi*)

*Onus probandi incumbit ei qui dicit, non ei qui negat:* Aki egy új ötlettel előlál, annak kötelessége az azt alátámasztó bizonyítékokat is begyűjtenie és bemutatnia, s majd a tudományos közösség eldönti, hogy ezen bizonyítékok elegendőek-e. Ha nem, akkor az állítást elutasítják, és ehhez az ellenzők részéről nincs további érvelésre (pláne ellen-bizonyítékok gyűjtésére) szükség.

*Quod gratis asseritur, gratis negatur:* Ami bizonyíték nélkül állítható, az bizonyíték nélkül el is vethető.



5

## A hipotézisvizsgálat gondolatmenete

### Indirekt bizonyítás (*reductio ad absurdum*)

Egy dobozban van 100 üveggolyókn. Mindegyikük vagy piros, vagy fehér.  
Ki akarjuk találni, hogy hány piros és hány fehér.

#### 1. eset:

**A feltevésünk (H):** mind fehér.

**Kísérlet:** véletlenül kivesszünk egy golyót a dobozból.

**Megfigyelés:** a golyó piros színű.

**Következtetés:** a megfigyelésünk valósága, ha a feltevésünk igaz, 0: a feltevésünk 100% biztonsággal téves.

Lehetetlen esemény

#### 2. eset:

**A feltevésünk (H):** 99 fehér és egy piros.

**Kísérlet:** véletlenül kivesszünk és visszarakunk egy golyót, ezt 5-ször végezzük el.

**Megfigyelés:** mind piros.

**Következtetés:** a feltevésünk majdnem 100% biztonsággal téves: a megfigyelésünk valósága, ha a feltevésünk igaz,  $0,01^5 = 10^{-10}$ : gyakorlatilag lehetetlen).

#### 3. eset:

**A feltevésünk (H):** 50 fehér és 50 piros.

**Kísérlet:** véletlenül kivesszünk egy golyót, ezt 5-ször végezzük el.

**Megfigyelés:** mind piros.

**Következtetés:** most nem olyan egyértelmű, mit kellene csinálni: a megfigyelésünk valósága, ha a feltevésünk igaz,  $0,5^5 = 0,03125$ : alacsony de azért nem túl valószínűtlen...

#### 4. eset:

**A feltevésünk (H):** mind piros.

**Kísérlet:** véletlenül kivesszünk és visszarakunk egy golyót, ezt 5-ször végezzük el.

**Megfigyelés:** mind piros.

**Következtetés:** a megfigyelésünk valósága, ha a feltevésünk igaz,  $1^5 = 1$ : Biztosak vagyunk, hogy mit kell tennünk?

Biztos esemény

## A hipotézisvizsgálat gondolatmenete

### Indirekt bizonyítás (*reductio ad absurdum*)

Egy dobozban van 100 üveggolyókn. Mindegyikük vagy piros, vagy fehér.  
Ki akarjuk találni, hogy hány piros és hány fehér.

#### 1. eset:

**A feltevésünk (H):** mind fehér.

**Kísérlet:** véletlenül kivesszünk egy golyót a dobozból.

**Megfigyelés:** a golyó piros színű.

**Következtetés:** a megfigyelésünk valósága, ha a feltevésünk igaz, 0: a feltevésünk 100% biztonsággal téves.

Lehetetlen esemény

A feltevés hamis

A falszifikáció működik

A verifikáció nem működik

#### 4. eset:

**A feltevésünk (H):** mind piros.

**Kísérlet:** véletlenül kivesszünk és visszarakunk egy golyót, ezt 5-ször végezzük el.

**Megfigyelés:** mind piros.

**Következtetés:** a megfigyelésünk valósága, ha a feltevésünk igaz,  $1^5 = 1$ : Biztosak vagyunk, hogy mit kell tennünk?

Biztos esemény

## A hipotézisvizsgálat gondolatmenete

### Indirekt bizonyítás (*reductio ad absurdum*)

Egy dobozban van 100 üveggolyó. Mindegyikük vagy fekete, vagy fehér.  
Ki akarjuk találni, hogy hány piros golyó van a dobozban.

#### 1. eset:

**A feltevésünk ( $H$ ):** mind fehér.

**Kísérlet:** véletlenül kivesszünk egy golyót a dobozból.

**Megfigyelés:** a golyó piros színű.

**Következtetés:** a megfigyelésünk valószínű, ha a feltevésünk igaz, 0: a feltevésünk 100%-ig téves.

Lehetetlen esemény

A verifikáció működik

A feltevésünk valószínű, ha a megfigyelésünk igaz

A verifikáció nem működik

#### 4. eset:

**A feltevésünk ( $H$ ):** mind piros.

**Kísérlet:** véletlenül kivesszünk egy golyót, ezt 5-ször végezzük el.

**Megfigyelés:** mind piros.

**Következtetés:** a megfigyelésünk valószínű, ha a feltevésünk igaz,  $1^5 = 1$ . Biztosak vagyunk, hogy mit kell tennünk?

A feltevés igaz

Biztos esemény

## A hipotézisvizsgálat gondolatmenete

### Indirekt bizonyítás (*reductio ad absurdum*)

#### Matematikai logika:

Van egy feltevésünk ( $H$ ).

Ha  $H$  igaz, az  $E$  esemény nem következhet be.

$E$  bekövetkezik.

Tehát  $H$  hamis.

Amint azt az előzőekben láttuk, egy feltevést csak elvetni tudunk.

#### Statisztikai logika:

Van egy feltevésünk ( $H$ ).

Ha  $H$  igaz, az  $E$  esemény bekövetkezése nagyon valószínűtlen.

$E$  bekövetkezik.

Elvetjük  $H$ -t. De sohasem lehetünk 100%-ig bizonyosak, hogy  $H$  hamis.

Ez esetben egy feltevést még elvetni sem tudunk százalékos bizonyossággal.

## Milyen kérdést vizsgálhatunk?

### A kérdés...

-e?

...legyen eldöntendő (igen/nem, dichotomikus).

MHHMHK

- 50%-e a mielomások öt éves túlélési aránya (vagyis valószínűsége)?
- Eltér-e a Cushing-kórosok vérkoleszterinszintje a normálisnak tartott 200 mg/dL értéktől?

- Mekkora a mielomások öt éves túlélési aránya?
- Mi a Cushing-kórosok koleszterinszintjének várható értéke?



...esetek halmazára és ne egyedi esetre vonatkozzon.  
(És a kérdés mindig az alapsokaságra irányul, nem a mintára.)

- 50%-e a mielomások öt éves túlélési aránya?

- Élni fog-e még ez a mielomás beteg 5 év múlva?



...legalább az egyik válaszlehetőségnek egyértelműnek kell lennie.

- 50%-e a mielomások öt éves túlélési aránya?

- Kevesebb-e a mielomások túlélési aránya, mint 50%?



## Milyen válaszokat vizsgálhatunk?

### Két válaszunk (feltevésünk) van a kérdésre:

#### A nullhipotézis ( $H_0$ )

- **Egyértelmű:** csak egyféleképpen teljesülhet. Valamilyen formában szerepel benne az = jel.

A mieloma öt éves túlélési aránya 50%.

- A tudomány jelenleg elfogadott álláspontját tükrözi.  
A Cushing kórosok vérkoleszterinszintje megegyezik az egészségesek alapsokaságának átlagával, vagy valamit, ami „közhelyes”, kevés benne a megkötés (Occam borotvája).  
Az érmefeldobásban a fejek valószínűsége 50%.
- Nem feltétlenül nemleges válasz a feltett kérdésre.

#### Az alternatív vagy ellenhipotézis ( $H_1$ )

- Jellemzően többféleképpen is teljesülhet.  
A mieloma öt éves túlélési aránya nem 50%.  
(lehet kissé több vagy sokkal kevesebb stb.)
- A tudományos konszenzusnak ellentmondó új megállapítást fogalmaz meg.  
A Cushing kórosok vérkoleszterinszintje eltér az egészségesek alapsokaságának átlagától, vagy egy kevésbé közhelyes, megkötéseket tartalmazó állítást.  
Az érmefeldobásban a fejek valószínűsége nem 50%.
- Legtöbbször a  $H_0$ -szel komplementer (vagyis annak tagadása).  
 $H_1 = \text{nem } H_0$

## Kidolgozott példa

A mielomás betegek jelenlegi ötvenes túlélési aránya 50% (2008–2012 közötti átlag).

Van egy új gyógyszerjelöltünk, mely patkánykísérletekben hatásosnak tűnik a mielóma ellen. Meg szeretnénk vizsgálni embereken is.

- Az orvos kérdése:** Leváltás-e a jelenlegi terápiás protokollt az új szer?
- A klinikus kérdése: Releváns-e a hatás?** Elég nagy-e a változás a túlélési arányban?
- A statisztikus kérdése:** Van-e hatás?
- $H_0$ : A szernek nincs hatása:** A túlélési arány a szerrel való kezelés esetén ugyanakkora, mint a hagyományos, bevett terápia alkalmazása esetén.
- $H_1$ : A szernek van hatása:** A túlélési arányok eltérnek.
- A vizsgálat terve:** Válasszunk ki véletlenszerűen 20 mielomás beteget és kezeljük őket a szerrel. Öt év után nézzük meg, hány beteg van még életben. Ezt a számot hívják általában **próbastatisztikának**.
- Hozzuk létre a  $H_0$  szerinti eloszlást:** Esetünkben binomiális eloszlás  $p = 0,5$  és  $n = 20$  paraméterekkel. Ugyanaz, mint az érmefeldobásnál.
- Válasszuk ki a szignifikanciaszintet ( $\alpha$ ), mely egyúttal a konfidenciaszintet ( $1-\alpha$ ) is megadja:** Legyen  $\alpha = 5\%$ . (5%-ot az orvostudományban történelmi okokból gyakran használnak, de mi választunk.)
- Határozzuk meg, hogy mekkora változást fogadunk el klinikailag relevánsnak:** Legalább 20%-nyi túlélésiarány-javulást várunk el.



12

## Kidolgozott példa

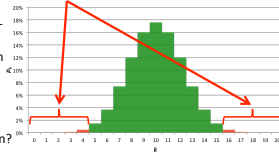
Mennyire szignifikáns az eredmény?

Nyilvánvaló, hogy 20-ból 16 túlélő szignifikánsabb (azaz valószínűtlenebb  $H_0$  esetén), mint 14 a 20-ból, de kevésbé szignifikáns, mint 18 a 20-ból. Hogyan lehet ezt számszerűen kifejezni?

- Adjuk meg a minta  $p$ -értékét: A  $p$ -érték a következő statisztika Szent Grálya.
- A megfigyelésünk (vagy egy annál is valószínűtlenebb megfigyelés) valóságát adja meg feltéve, hogy  $H_0$  igaz. Esetünkben ez mindazon kimenetek valószínűségének összege, melyek az általunk megfigyelttel (16 túlélő a 20-ból) azonos vagy kisebb valóságúak.

Értéke  $p_{\text{sample}} = 0,0118$ . Ezt pirossal mutatjuk a grafikonban.

- Válaszoljunk meg a kérdést: "A gyógyszer-jelölttel kezelt csoportban ( $n = 20$ ) a túlélési arány 80% volt, amely szignifikánsan több ( $p = 1,18\%$ ) mint a konvencionális kezelés esetén elérhető 50%.



Igy most már nagyjából kész lennénk. De még egyszer: bizhatunk a döntésünk helyességében?

14

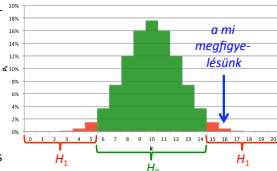
## Kidolgozott példa

- Határozzuk meg a konfidenciaintervallumot a  $H_0$  eloszlás és  $\alpha$  alapján: A binomiális eloszlásunkban a 6-tól 14 túlélőig terjedő kimenetek tartománya összesen kicsit több mint 95% valószínűséget képvisel. Ez azon kimenetek halmaza, melyeket túl gyenge bizonyítéknak tekintünk  $H_0$  elvetéséhez.

- Hajtsuk végre a kísérletet:

(Megjegyzés: ez csak a 8. lépés!)

A 20 új szerrel kezelt betegünkől 16 még öt év után is él.



- Döntéshozatal: Klinikai szempontból a hatás releváns (80% az eddigi 50% túlélés helyett); Statisztikai szempontból pedig szignifikáns: az eredmény a  $H_0$  igaz volta esetén valószínűtlen, pontosabban az 5% legvalószínűtlenebb lehetséges kimenet tartományába („ $H_1$  tartomány”) esik.
- Válaszoljunk meg a kérdést: Ezzel még várjuk egy perct...

13

## Döntési hibalehetőségek

Mint az esetleg feltűnt, a következő statisztika döntéshozatali mechanizmusa hasonló valamelyest a bírósági eljárásokhoz. Lássuk:

- Van egy vád ( $H_1$ ), mely szemben áll az ártatlansággal ( $H_0$ )
- Az ártatlanságot kell vélelmeznünk\* (a hatástalanság vélelme)
- A bizonyítás kötelessége (*onus probandi*) a vádlót terheli (aki valamit állít)
- Bizonyítékokat gyűjtünk  $H_0$  ellen (mintavétel).
- A vádlottat vagy felmentjük ( $H_0$ -t nem vetjük el) vagy elítéljük ( $H_1$ -t elvetjük) az alapján, hogy a bizonyítékok meglete mennyire valószínűk, ha  $H_0$  (az ártatlanság) igaz.
- Természetesen a bírói tévedés (döntési hiba) lehetősége fennáll ezen döntések során:

\*vélelmez = vél, feltételez ≠ védélmez

		A mi döntésünk	
A valóság (sohasem ismert)	$H_0$ igaz	$H_0$ -t nem vetjük el	$H_0$ -t elvetjük
	$H_0$ hamis	helyes döntés $1 - \alpha$	$\alpha$ vagy elsőfajú hiba $p(H_0\text{-t elvetjük}   H_0 \text{ igaz}) \leq \alpha$
		$\beta$ vagy másodfajú hiba $p(H_0\text{-t nem vetjük el}   H_0 \text{ hamis}) \leq \beta$	helyes döntés $1 - \beta$

15

## Döntési hibalehetőségek

Ha  $H_0$  igaz...

- Maximalizálhatjuk a hiba valeségét:** Mi magunk szabjuk meg a hibahatárt.  $H_0$ -t csak akkor vetjük el, ha a minta  $p$ -értéke ( $p_{\text{min}}$ ) kisebb mint az általunk kijelölt szignifikanciaszint ( $\alpha$  más néven  $p_{\text{crit}}$ ). A szignifikanciaszintet mi választjuk meg, vagyis mi határozzuk meg előre, hogy mekkora valeséggel követünk el döntési hibát, ha  $H_0$  igaz.
- Egy alacsonyabb szinten meghúzott  $\alpha$ -val lecsökkentjük az elsőfajú hiba valeségét, amivel konzervatívabbá tesszük az eljárást. Mivel így a  $H_0$  el nem vetési tartomány kiszélesedik, ezért  $\alpha$ -t a **próba terjedelmének (size)** is nevezik.
- Az általunk kijelölt  $\alpha$  szinten kívül semmi egyéb nem befolyásolja az elsőfajú hiba (vagyis a  $H_0$  téves elvetésének) valeségét.

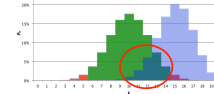
		A mi döntésünk	
		$H_0$ -t nem vetjük el	$H_0$ -t elvetjük
A valóság (sohasem ismert)	$H_0$ igaz	helyes döntés $1 - \alpha$	$\alpha$ vagy elsőfajú hiba $p(H_0\text{-t elvetjük}   H_0 \text{ igaz}) \leq \alpha$
	$H_0$ hamis		

16

## Döntési hibalehetőségek

Ha  $H_0$  hamis...

- A hiba valószínűsége attól függ, hogy a **tényleges hatás** milyen mértékben tér el a  $H_0$ -tól.
- Tegyük fel, hogy példánkban a **tényleges túlélési arány** a gyógyszerjelölttel kezelték körében 75%; ekkor ki tudjuk számolni (Excelben a =BINOM.ELOSZL() függvénnyel), hogy mekkora valeséggel kapunk 6-tól 14-ig terjedő (a  $H_0$  tartományba eső) kimeneteket: =BINOM.ELOSZL(14;20;75%;1)-BINOM.ELOSZL(5;20;75%;1). Az eredmény 38,28%.



		A mi döntésünk	
		$H_0$ -t nem vetjük el	$H_0$ -t elvetjük
A valóság (sohasem ismert)	$H_0$ igaz		
	$H_0$ hamis	$\beta$ vagy másodfajú hiba $p(H_0\text{-t nem vetjük el}   H_0 \text{ hamis}) \leq \beta$	helyes döntés $1 - \beta$

17

## Döntési hibalehetőségek

Ha  $H_0$  hamis...

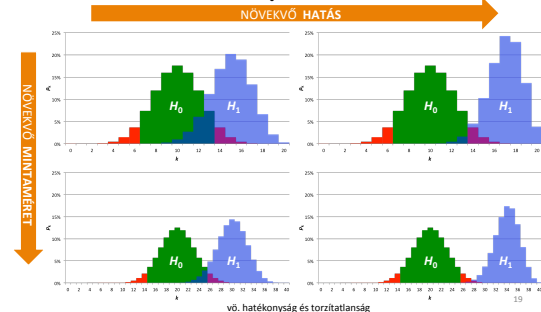
- Általában a bétahibát nem ismerjük, de megadhatunk egy **"minimális" ellenhipotézist**, mely az általunk minimálisan elvárt (klinikailag már releváns) hatás méretet tükrözi
- Minél nagyobb a **tényleges hatás**, annál kisebb az átfedés a  $H_0$  és  $H_1$  eloszlása között, vagyis **kisebbségi valesége, hogy nem vetjük el a  $H_0$ -t**.
- Ha **növeljük a minta méretét**, a mintastatisztika hibája kisebb lesz, ami szintén **csökkenti a bétahiba valeségét**.
- Annak a valesége, hogy a próba ki tud mutatni egy létező hatást,  $1 - \beta$ , ezt nevezzük a **próba erejének (power)**.

		A mi döntésünk	
		$H_0$ -t nem vetjük el	$H_0$ -t elvetjük
A valóság (sohasem ismert)	$H_0$ igaz		
	$H_0$ hamis	$\beta$ vagy másodfajú hiba $p(H_0\text{-t nem vetjük el}   H_0 \text{ hamis}) \leq \beta$	helyes döntés $1 - \beta$

18

## Döntési hibalehetőségek

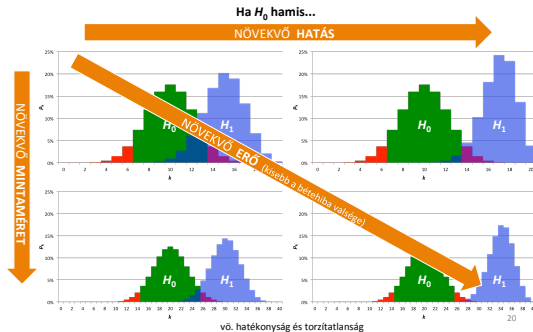
Ha  $H_0$  hamis...



vö. hatékonyság és torzítatlanság

19

## Döntési hibalehetőségek



## Összegzés

- Csak a cáfolható állítás tekinthető tudományosnak.
- A bizonyítás kötelessége azt terheli, aki állít valamit.
- $H_0$  a tudomány jelenlegi állását kell tükrözze.
- Az  $H_1$  a mi állításunk, mely valamiben az eddigi konszenzusnak ellentmond.
- A  $p$ -érték a megfigyelésünk (vagy egy még szélsőséges megfigyelés) valóságát adja meg, ha  $H_1$  igaz.
- Egy alacsony  $p$ -érték bizonyítja a  $H_0$ -val szemben, de egy magas  $p$ -érték nem bizonyítja a  $H_0$  mellett.
- Ha a  $p$ -érték magas, akkor a  $H_0$ -t nem „elfogadjuk”, hanem nem vetjük el. Ez nem csak játék a szavakkal: azt hangsúlyozzuk, hogy  $H_0$  érvényessége a megelőző ismereteken (tudomány állása, lásd  $H_0$  létrehozásának szempontjait) és nem az aktuális mintából számolt  $p$ -értéken alapul.
- A döntéshozatali hibalehetőségeit rejti magában. De ez a hiba mérhető és valamelyest kontrollálható.

22

## A $p$ -érték csapdái

- **klinikai relevancia és statisztikai szignifikancia:** ha valami szignifikáns, az még nem feltétlenül releváns is (megfordítva is ez a helyzet).
- **többszörös próbák:** ha ugyanazon a mintán egy sor statisztikai próbát végrehajtunk, az elsőfajú hiba valószínűsége megnő: ha pl. az  $\alpha$  értékét 5%-ban határozzuk meg, az azt jelenti, hogy 20 próbából átlagosan egyszer akkor is lesz szignifikáns eredményünk, ha valójában nincs hatás. Ez egy nagy probléma a tudományban, mivel inszignifikáns eredményeket nem nagyon szoktak (nem is nagyon lehet) leköszölni, szóval nem igazán lehet tudni, hogy valaki hány próbát végzett el, csak azt, hogy mennyi volt szignifikáns.
- **$H_0$ -t nem vetjük el  $\neq H_0$ -t igazoltuk:** idézzük fel a piros és fehér golyók példáját; feltevést nem lehet igazolni csak cáfolni.
- **korreláció  $\neq$  ok-okozat:** ha két változó valamilyen módon együtt változik, még nem feltétlenül jelenti, hogy ok-sági kapcsolatot is van közöttük. Lásd pl.: <https://www.fastcompany.com/3030529/hilarious-graphs-prove-that-correlation-isnt-causation>
- **szabad egyáltalán  $p$ -értéket használni?** Folyamatos vita zajlik arról, hogy a  $p$ -értékek feltüntetését úgy ahogy van meg kellene tiltani a tudományos közleményekben. Főbb okok: gyakori (olykor szándékosan) hibás használat, félreértés és félremagyarázás. Csak hogy más mérőszámokat sem könnyebb megérteni. Maga a tudományos érvelés az összetett, nem csupán az ahhoz társuló matematika.

21

## Ellenőrző kérdések

- Egy alacsony  $p$ -érték miért bizonyítja  $H_0$  ellen, ha egyszer a magas  $p$ -érték nem bizonyítja  $H_0$  mellett?
- Mik az indukció lépései? Mondj példát is.
- Miért nem érvényes logikailag az indukció? Magyarázd meg és adj példákat.
- Magyarázd meg, hogy a tudományos állításnak miért kell cáfolhatónak lennie.
- Egy tudományos elmélet cáfolhatatlan. Nagyszerű teljesítménynek vagy értéktelenségnek tekintjük? Miért?
- Úgy sejttem, hogy egy új gyógyszer sikertelenül felfedeznem. El kezdem reklámozni, de hamar jön néhány szkeptikus, akik kételkednek a hatásban. Én azt akarom, hogy bizonyítsák be, hogy tévedek, míg ők azt követelik, hogy én bizonyítsam be, hogy igazam van. Melyikünknek kell bizonyítania?
- Adj példát cáfolható állításra.
- Adj példát cáfolhatatlan állításra.
- Mit kell bizonyítani? Hogy a homeopátia működik vagy hogy hatástalan?
- Az iridológia követői azt állítják, hogy a szem íriszéből diagnosztizálni tudják a testi (nem szemészeti) betegségeket. Mi legyen a nullhipotézis: hogy ez az állítás igaz vagy hogy hamis?
- Mi az indirekt bizonyítás? Adj példákat.
- Mi a hasonlóság és a különbség a matematikai és a statisztikai logika között?
- Mik a jó statisztikai kérdés tulajdonságai? Adj példákat is.
- Mik a nullhipotézis tulajdonságai?
- Mik az ellenhipotézis jellemzői?
- Adj példát statisztikai kérdésre és a hozzá tartozó null- és ellenhipotézisre.

23

## Ellenőrző kérdések

- Add meg a nullhipotézisvizsgálat lépéseit.
- Miért tudjuk vizsgálni a nullhipotézist, de nem tudjuk vizsgálni az ellenhipotézist?
- Mi a kapcsolat a hipotézisvizsgálat és a konfidenciaintervallum-számítás között?
- Definíáld a  $p$ -értéket.
- Mitől függ a  $p$ -érték?
- Mit jelent a próbastatisztika?
- A mintából számolt  $p$ -érték kisebb, mint a szignifikanciaszint. Milyen döntést hozunk?
- Mi az elsőfajú és a másodfajú hiba?
- Mitől függ az elsőfajú és a másodfajú hiba valószínűsége?
- Sorold fel a  $p$ -érték néhány csapdáját.
- Miért van az egész hipotézisvizsgálatra szükség ahelyett, hogy egyszerűen bemutatsnánk a mért adatainkat?
- Mit értünk Occam borotvája alatt?
- Miért éppen 5% az orvostudományban használt szokásos szignifikanciaszint? Történik valami különleges 5%-nál?
- Mit jelent egy statisztikai próba terjedelme?
- Mit jelent egy statisztikai próba ereje?