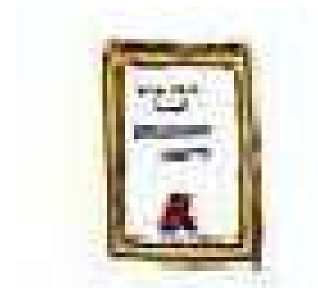
Hypothesenprüfungen. *t*-Tests



Warum?

Wir wollen eine medizinisch relevante **Frage beantworten**.

z.B.
Blutzuckerwert (Glukosespiegel)

Wir messen bei jemanden den Wert 6.3, ist unser Patient jetzt krank?

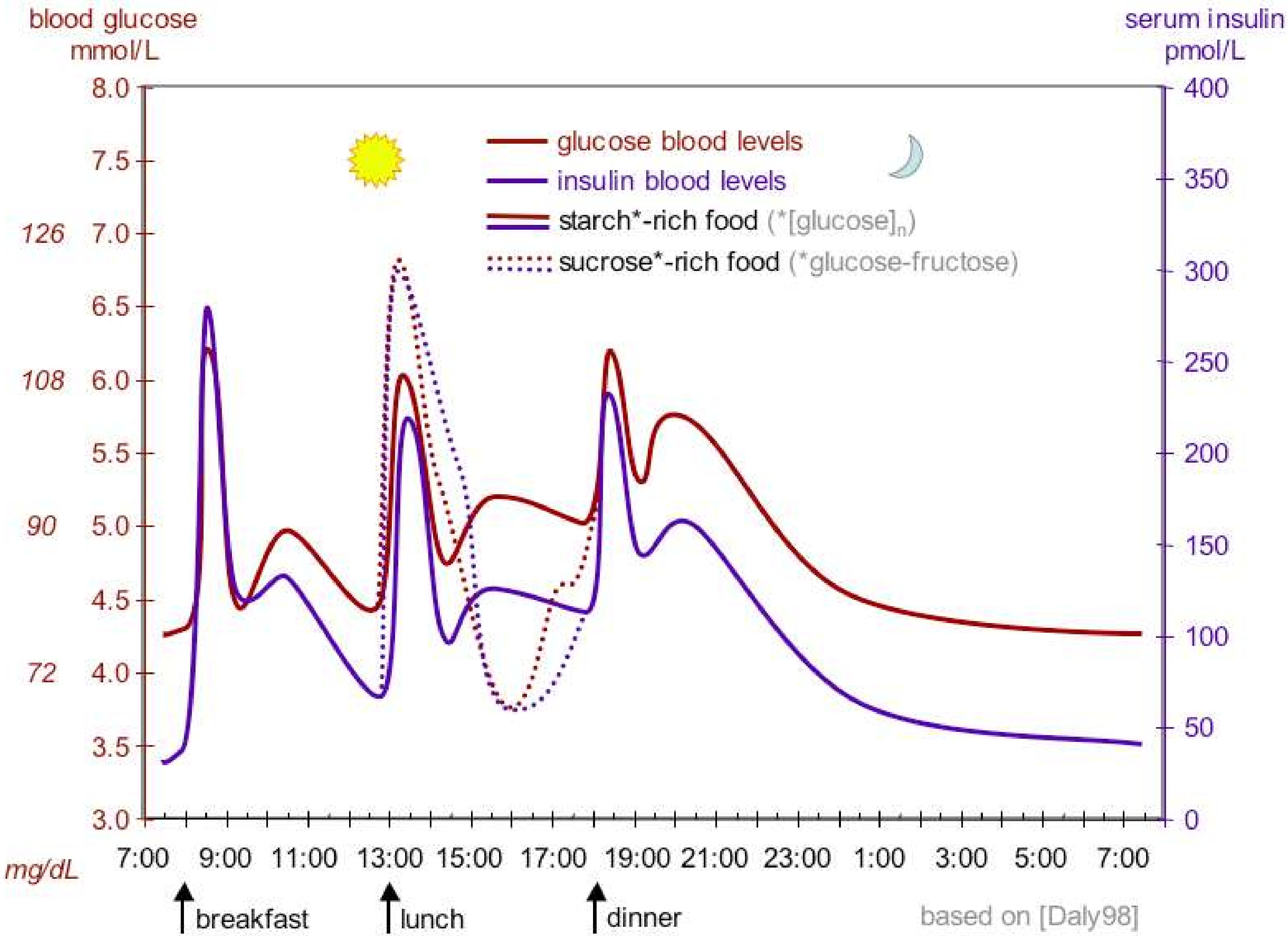
Einfach mit Tabellen?

Einstufung	Nüchternblutzucker (NBZ, venös)	Blutzucker 2 Stunden nach dem Essen (venös)
Normal	< 110 mg/dl < 6,1 mmol/l	< 140 mg/dl < 7,8 mmol/l
Abnorme Nüchternglukose (IFG)	110–126 mg/dl 6,1–7,0 mmol/l	≥ 140 mg/dl ≥ 7,8 mmol/l
Gestörte Glukosetoleranz (IGT)	< 126 mg/dl < 7,0 mmol/l	140–200 mg/dl 7,8–11,1 mmol/l
Diabetes mellitus	≥ 126 mg/dl ≥ 7,0 mmol/l	≥ 200 mg/dl ≥ 11,1 mmol/l

Einfach mit Tabellen? → nicht so einfach...

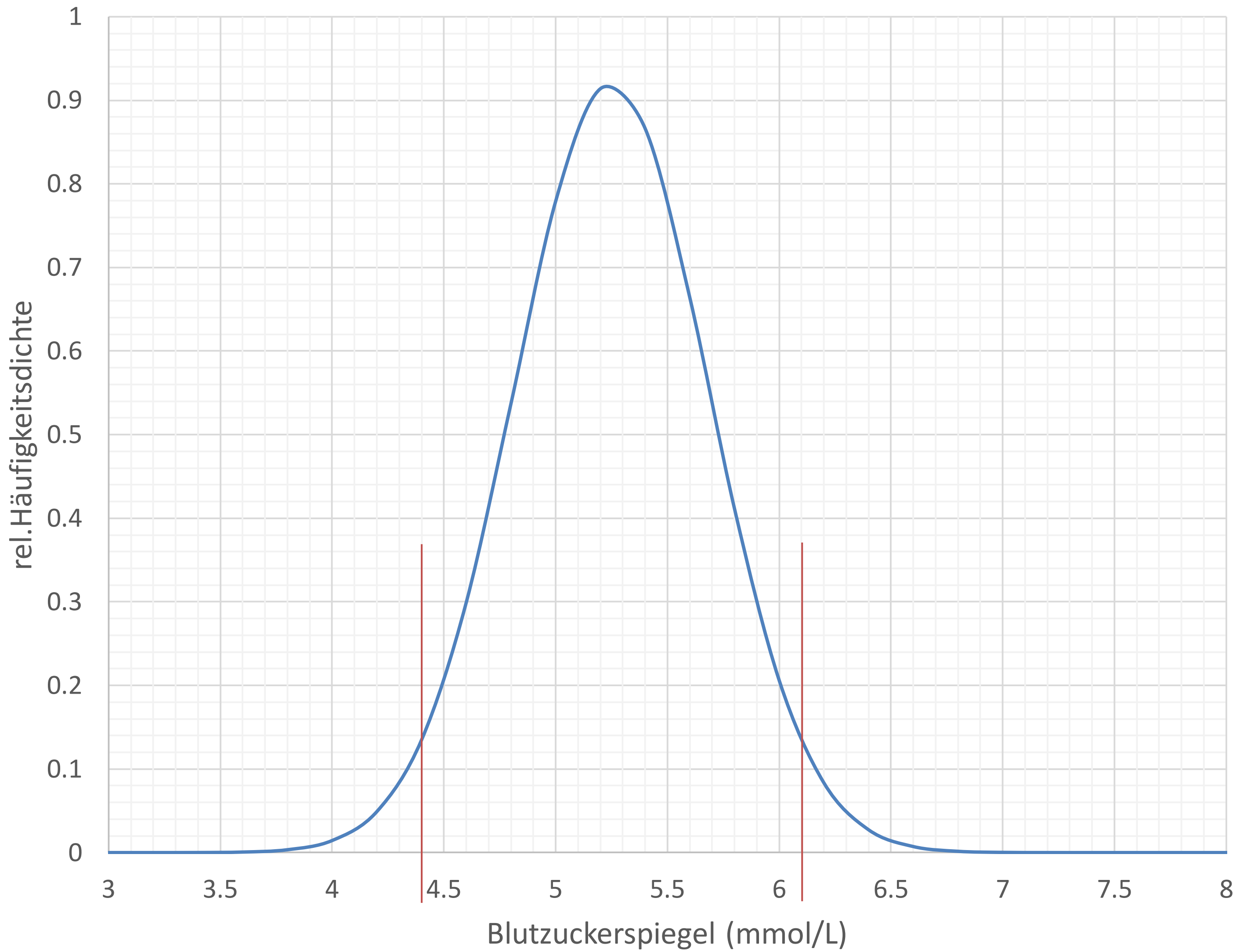
Einstufung	Nüchternblutzucker (NBZ, venös)	Blutzucker 2 Stunden nach dem Essen (venös)
Normal	< 110 mg/dl	< 140 mg/dl
Abnorme Nüchternglukose (IFG)	110–126 mg/dl 6,1–7,0 mmol/l	≥ 140 mg/dl ≥ 7,8 mmol/l
Gestörte Glukosetoleranz (IGT)	< 126 mg/dl < 7,0 mmol/l	140–200 mg/dl 7,8–11,1 mmol/l
Diabetes mellitus	≥ 126 mg/dl ≥ 7,0 mmol/l	≥ 200 mg/dl ≥ 11,1 mmol/l

Die Verteilung ist hier wichtig, und auch dann ...

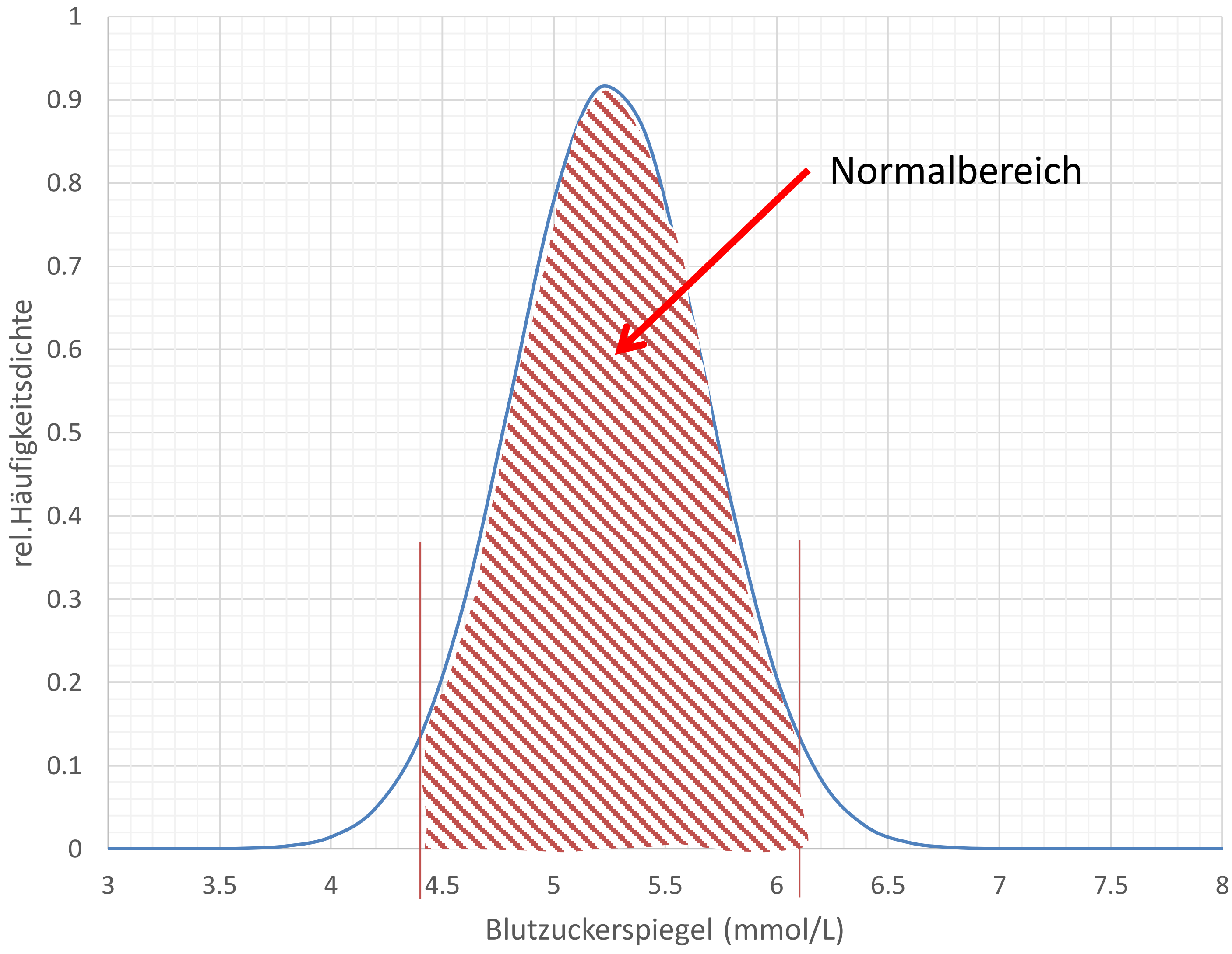


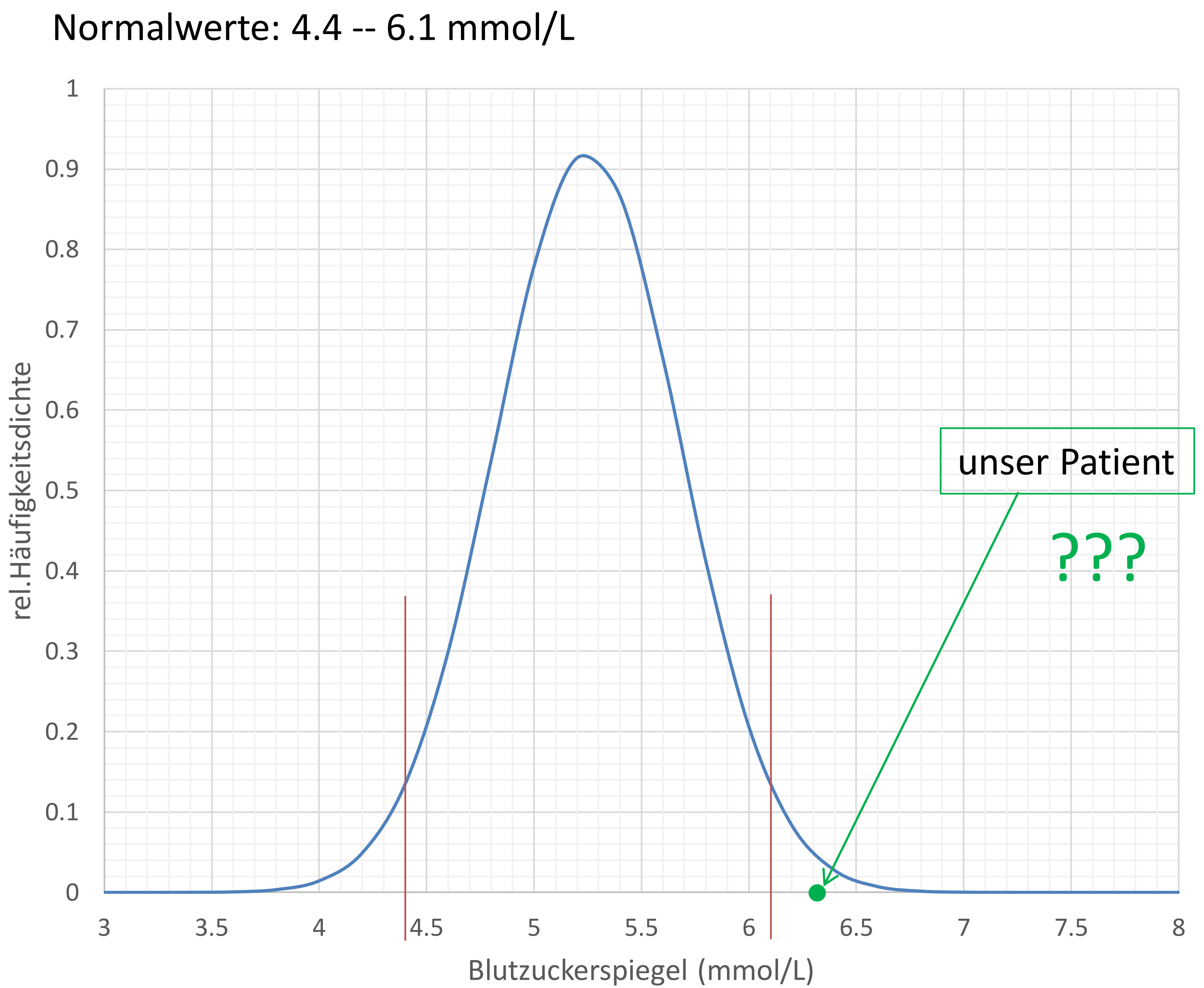
By Jakob Suckale, Michele Solimena - Solimena Lab and Review Suckale Solimena 2008 Frontiers in Bioscience , preprint PDF from Nature Precedings, original data: Daly et al. 1998 PMID:18508724,

Normalwerte: 4.4 -- 6.1 mmol/L

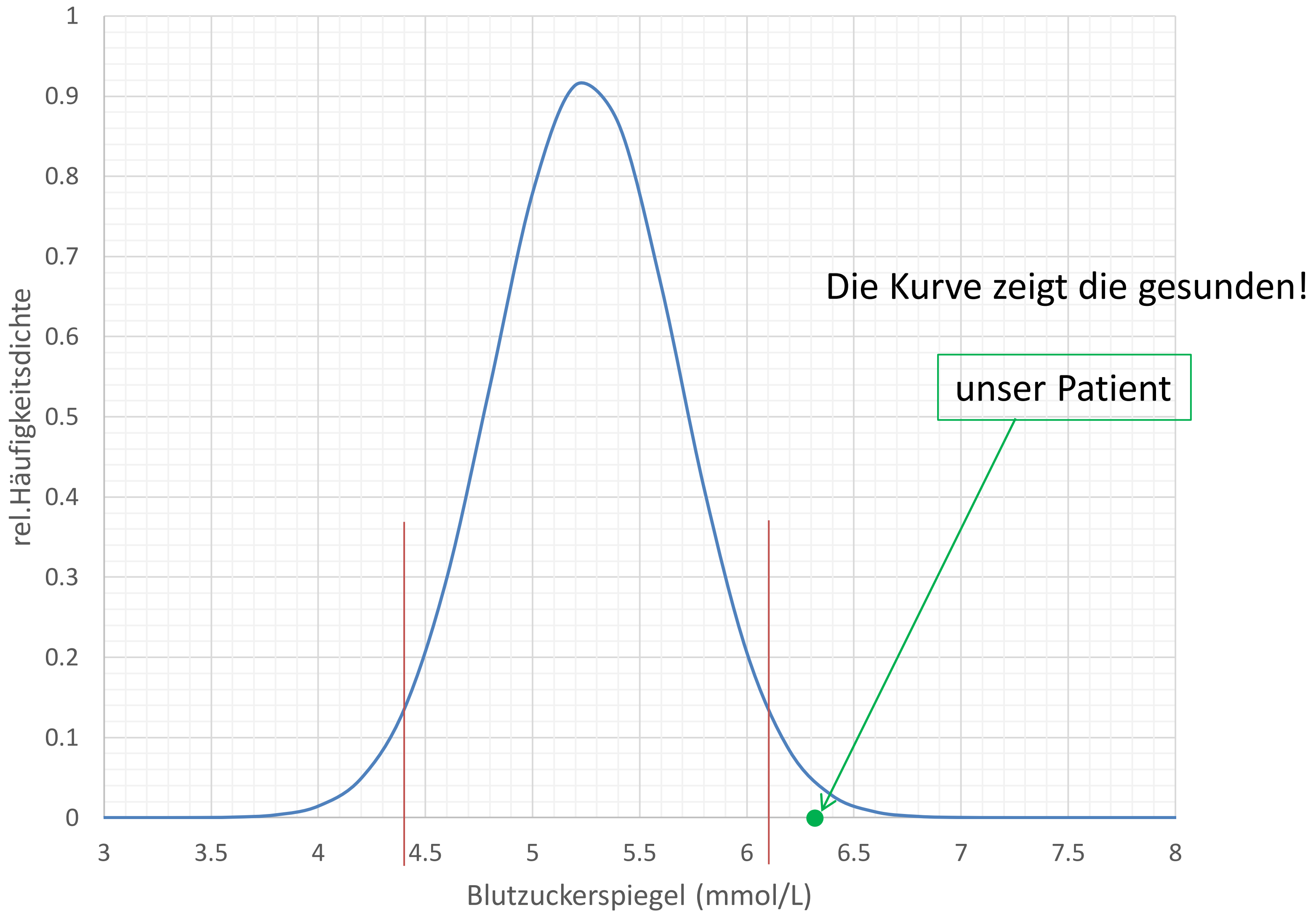


Normalwerte: 4.4 -- 6.1 mmol/L

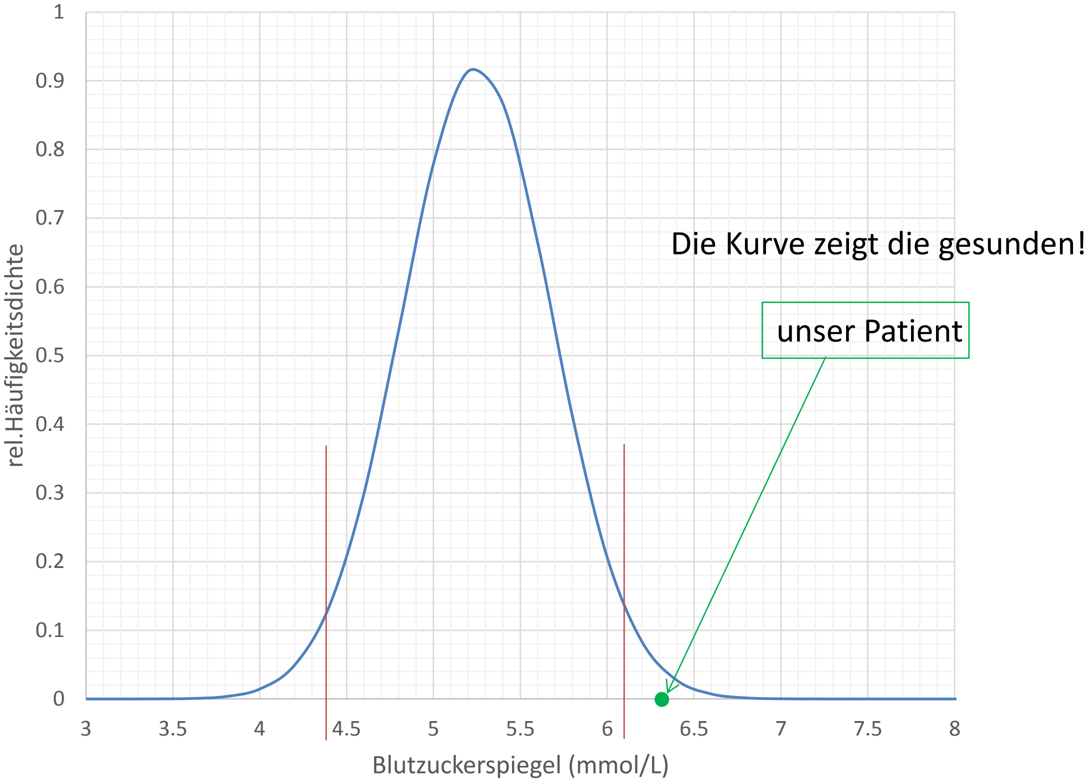



Normalwerte: 4.4 -- 6.1 mmol/L
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
rel.Häufigkeitsdichte
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8
Blutzuckerspiegel (mmol/L)
unser Patient
???

Normalwerte: 4.4 -- 6.1 mmol/L



Normalwerte: 4.4 -- 6.1 mmol/L

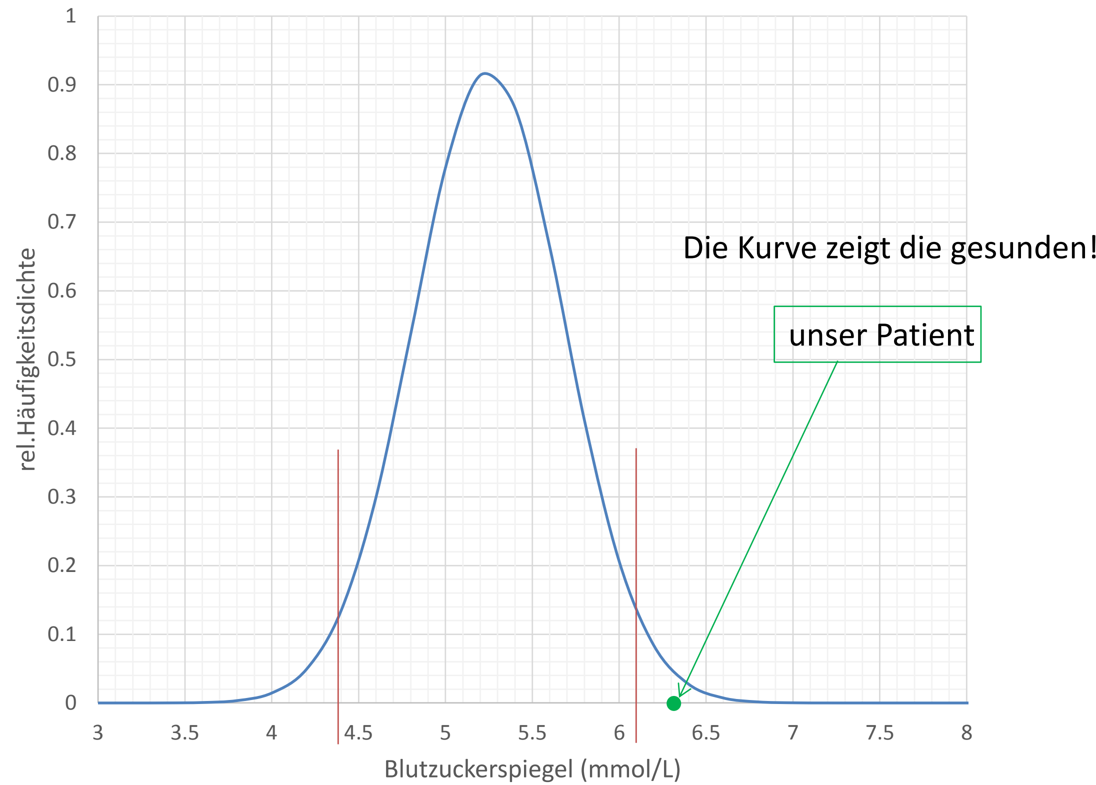


Wir wollen ein Zahl:

Eine **Wahrscheinlichkeit**

P(krank) = ?

Normalwerte: 4.4 -- 6.1 mmol/L



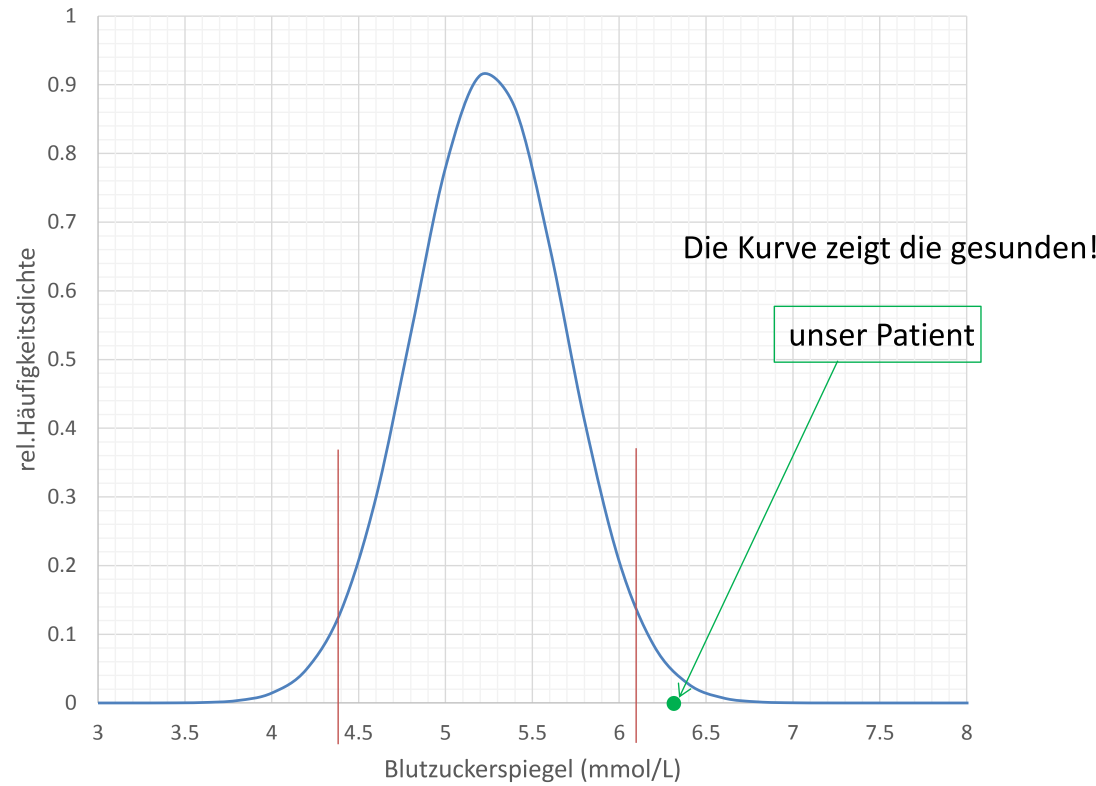
Wir wollen ein Zahl:

Eine **Wahrscheinlichkeit**

P(krank) = ?

Aber! (krank) hat keine Wahrscheinlichkeit!
ist nicht etwas wozu es die relative Häufigkeit gäbe
(ist nicht wiederholbar: entweder krank oder nicht, und nochdazu
jetzt. Wir können den Zustand nicht wiederholen, ist kein Ereigniss)

Normalwerte: 4.4 -- 6.1 mmol/L



Wir wollen ein Zahl:

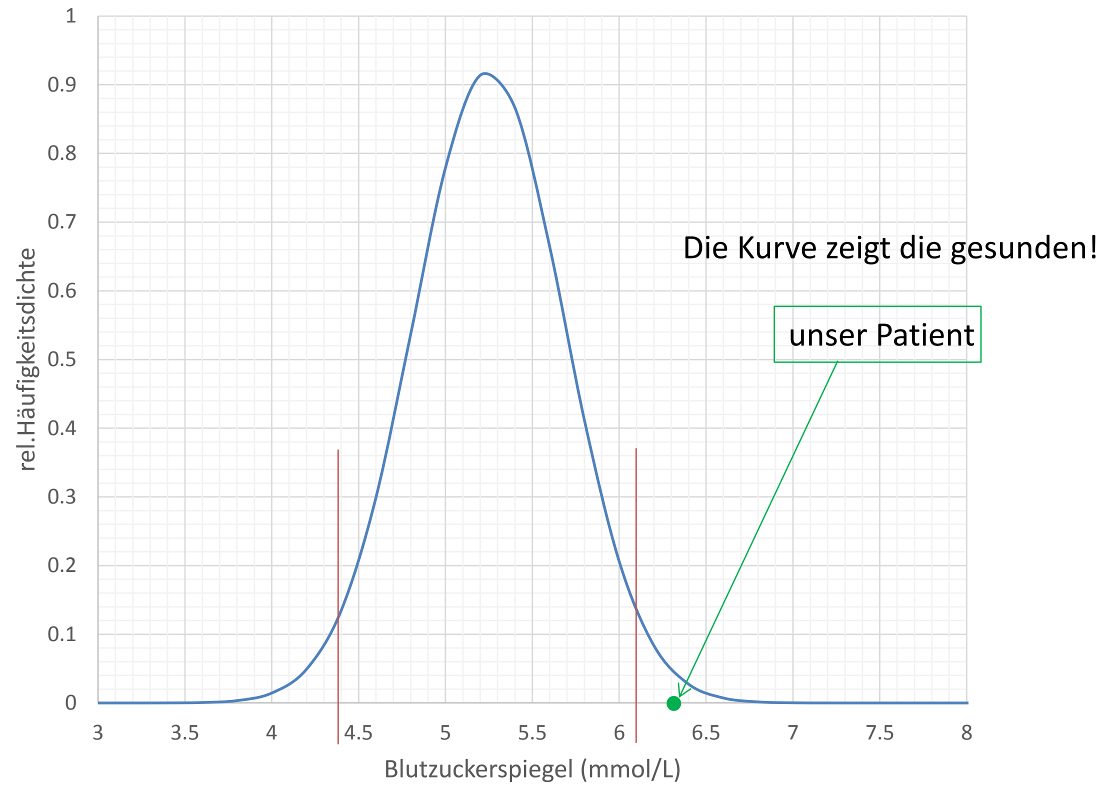
Eine **Wahrscheinlichkeit**

P(krank) = ?

Das hier aber ist ausrechenbar:

P(Konz=6.3mmol/L | Patient ist gesund)

Normalwerte: 4.4 -- 6.1 mmol/L



Wir wollen ein Zahl:

Eine **Wahrscheinlichkeit**

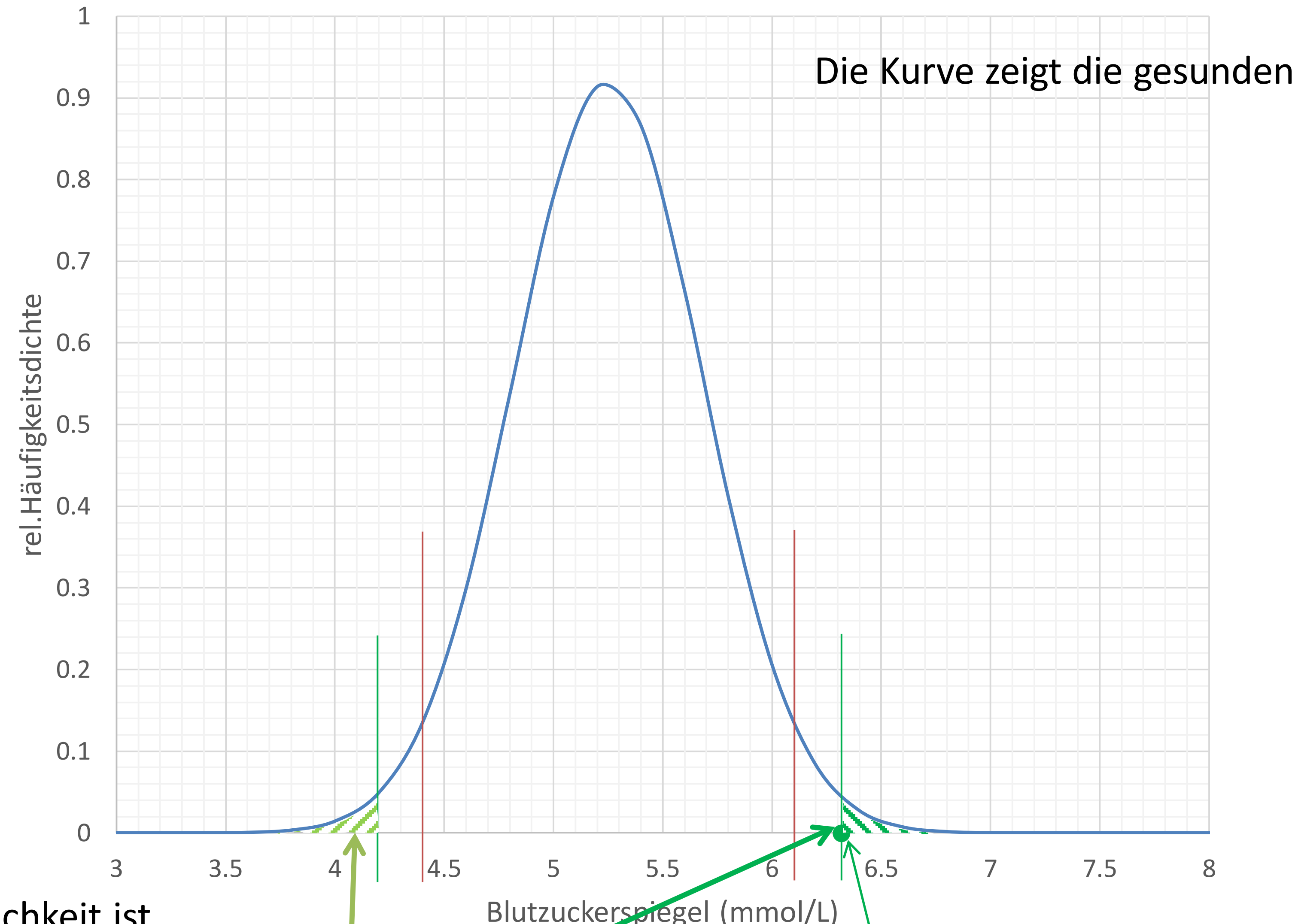
P(krank) = ?

Ansatz = „Nullhypothese"

Das hier aber ist ausrechenbar:

P(Konz=6.3mmol/L |)

Normalwerte: 4.4 -- 6.1 mmol/L



unser Patient

Wahrscheinlichkeit ist
Oberfläche unter der Kurve

P(c=6.3mmol/L | gesund) ~ (+)

Wir können also bedingte Wahrscheinlichkeiten ausrechnen.
(zumindest etwas dazu direkt proportional)

Wenn diese Wahrscheinlichkeit ist sehr klein, dann passen die gemessene Werte nicht zu dem Ansatz.

Wenn aber die Messwerte in Ordnung sind, dann kann nur unser Ansatz falsch sein!
Also:
Wenn P, was wir ausrechnen fällt unter einen **Schwellenwert**, dann werden wir unseren Ansatz (H0, Nullhypothese) ablehnen, sonst aber behalten.

Den Schwellenwert („Signifikanz”) legen wir am Anfang fest, abhängig davon welche mögliche Entscheidungsfehler ist ungewünschter.

Obwohl wir mit hilfe der Statistik meistens die richtige Entscheidung treffen werden, *wegen die eingebaute unsicherheit der Natur*, manchmal werden wir (erst später!) erfahren das wir in der Zeitpunkt der Entscheidung doch ein Fehler gemacht haben.

die Wahrheit (erst immer zu spät bekannt)

	Ansatz richtig	**Ansatz falsch**
Entscheidung: annehmen	Gut gemacht ☺	Typ II. Fehler β
Entscheidung: ablehnen	Typ I. Fehler α	Gut gemacht ☺

Allgemeine Schritte

1.: Frage -> Entscheidungsfrage (Ja/Nein)
H0: Nullhypothese oder Ansatz.
H0: Was wir als Daten bekommen werden,
gehört zu einer BEKANNTEn Verteilung.
2.: Festlegung des Signifikanzniveaus (Psign, Pkritisch,Signifikanz)
(Fürchten wir mehr falsche Annahme, oder ablehnen?)
3.: Experiment -> Daten   Representativ, unverzerrt!
4.: Rechnen wir ein wenig ☺
Daten -> „ξ" : Parameter des Tests (ein Zahl)
„ ξ" -> P, die Wahrscheinlichkeit.
P ~ P(Daten | H0)
5.: Entscheidung
wenn P<Pkrit , H0 ablehnen (Fehler Typ I möglich)
wenn P>=Pkrit, H0 behalten (Fehler Typ II möglich)

Schätzungen und Hypothesenprüfungen

Schätzungen

Wie gross ist eine Grösse?

Punktschätzungen

ein Wert ist gegeben und nichts über die Sicherheit

Parameter der Stichprobe → $\boxed{\begin{matrix}\bar{x} \\ s\end{matrix}}$

Parameter der Population → $\boxed{\begin{matrix}\mu \\ \sigma\end{matrix}}$

$$\bar{x} \rightarrow \mu \quad (n \rightarrow \infty)$$

$$s \rightarrow \sigma \quad (n \rightarrow \infty)$$

Intervall-schätzungen

ein Intervall ist mit einem Konfidenzniveau gegeben

95 % Konfidenzintervall für den Erwartungwert: $\boxed{\bar{x} \pm 2 s_{\bar{x}}}$

(95 %) Referenzintervall: $\boxed{\bar{x} \pm 2 s}$

Hypothesenprüfungen

Beantwortung einer Entscheidungsfrage (Ja oder Nein)

mit einem Signifikanzniveau

Typische Entscheidungsfragen in der Medizin

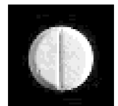
- Ist die Therapie erfolgreich?
  (Gibt es eine Änderung in der erwarteten Richtung?)
  Hat eine Behandlung eine Wirkung?
  Verändert ein Fiebermittel die Körpertemperatur?

- Gibt es einen Unterschied zwischen zwei Therapiemethoden?
- Gibt es eine Beziehung zwischen zwei Grössen?

Gibt es eine Wirkung einer Behandlung?

Verändert ein Fiebermittel die Körpertemperatur?

$T_1 > 37.5$ C



$T_2 = T_1$?

t

(a) $T_2 \neq T_1 \Leftrightarrow T_2 - T_1 \neq 0,$ z.B. : $T_2 - T_1 = -1.5$ C,

$T_2 - T_1 = -2.1$ C,

$T_2 - T_1 = +0.4$ C

...

(b) $T_2 \approx T_1 \Leftrightarrow T_2 - T_1 \approx 0$

Die Nullhypothese

Es gibt keine Wirkung der Behandlung.

Die Wirkung der Behandlung ist Null (Nullhypothese, H_0).

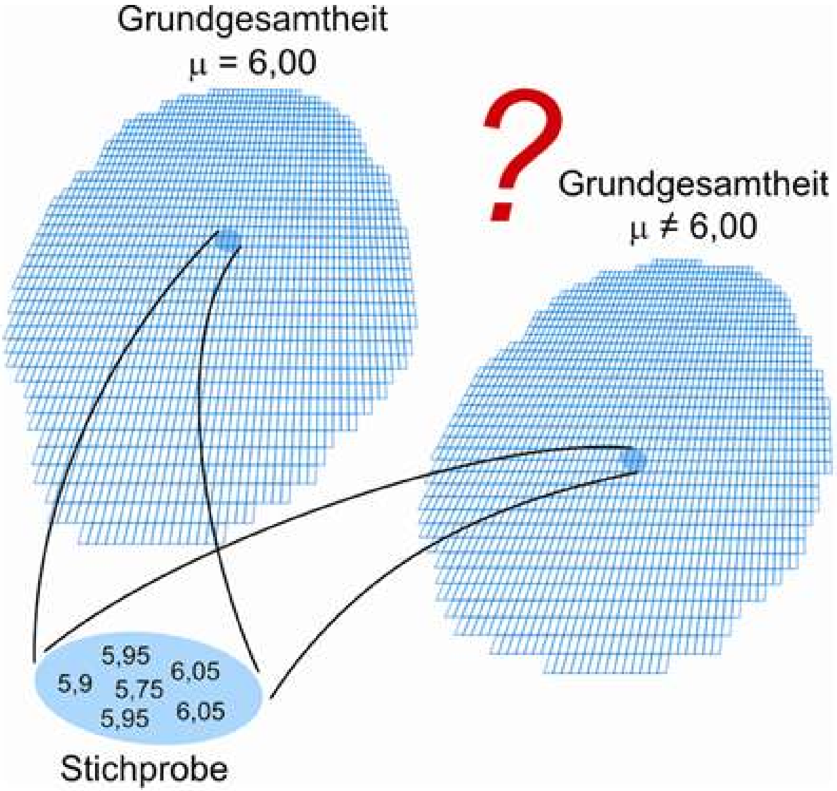
Das Fiebermittel verändert die Körpertemperatur nicht.

Die Körpertemperatur nach der Behandlung ist das selbe wie in der Referenzgruppe (ohne Behandlung)

Wir müssen die Temperaturen in einer Gruppe (Stichprobe) messen.

Wenn die Nullhypothese richtig ist, müssen die Temperatur-differenzen um 0 streuen.
Alle Abweichungen von Null sind zufällig.

Die möglichen Grundgesamtheiten der Stichprobenentnahme



Wenn die Nullhypothese richtig ist, müssen die Daten der Stichprobe um den theoretischen Wert streuen. Alle Abweichungen von dem theoretischen Wert sind zufällig.

Pr.Buch Abb. 17

Die Alternativhypothese

Es gibt eine Wirkung der Behandlung.

Die Wirkung der Behandlung ist nicht Null (Alternativhypothese, H_1).

Das Fiebermittel verändert die Körpertemperatur.

Man unterscheidet als **Gegensatzpaar**
Nullhypothese und Alternativhypothese.

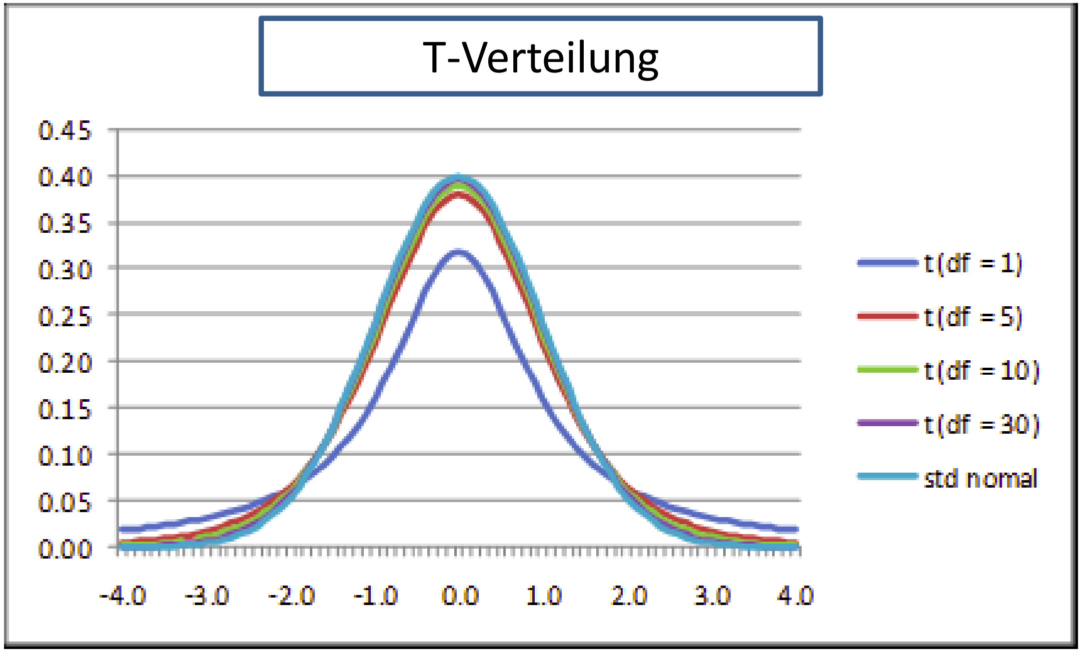
Entweder H_0 oder H_1 ist richtig.

Nehmen wir an, dass H_0 richtig ist! **(P für H1 ist nicht berechenbar!!!)**

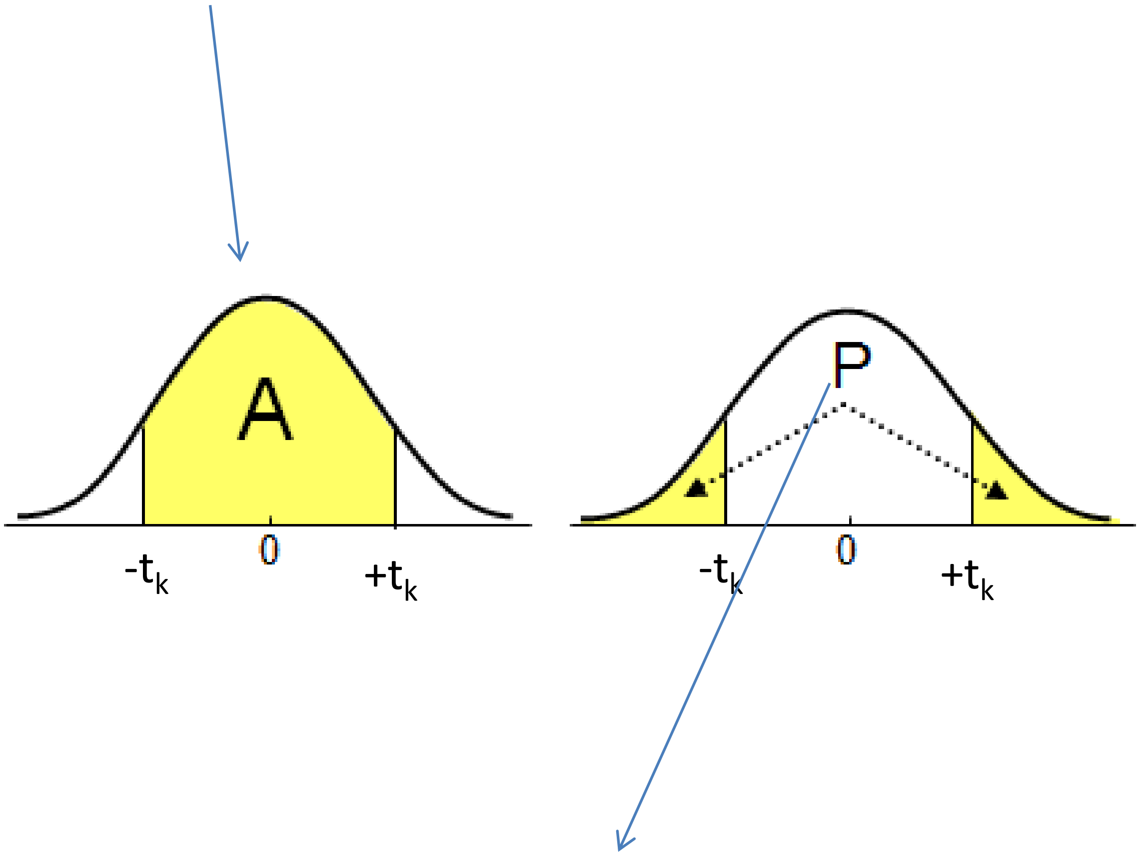
Wenn Ergebnisse mit dieser Voraussetzung nicht passen: ablehnen wir $H_0 \Rightarrow H_1$ ist richtig

Wir berechnen unseren „ ξ” Wert aus der Daten.
Falls H0 stimmt, muss dieser Wert zu eine bekannte Verteilung gehören

z.B. Zu eine t-Verteilung, dann ist unser ξ-Wert eigentlich ein t-Wert.



A = Wahrscheinlichkeit das der t-Wert liegt zwischen $-t_k$ und $+t_k$.
(Oberfläche unter der Kurve ist gleich eine Wahrscheinlichkeit!)



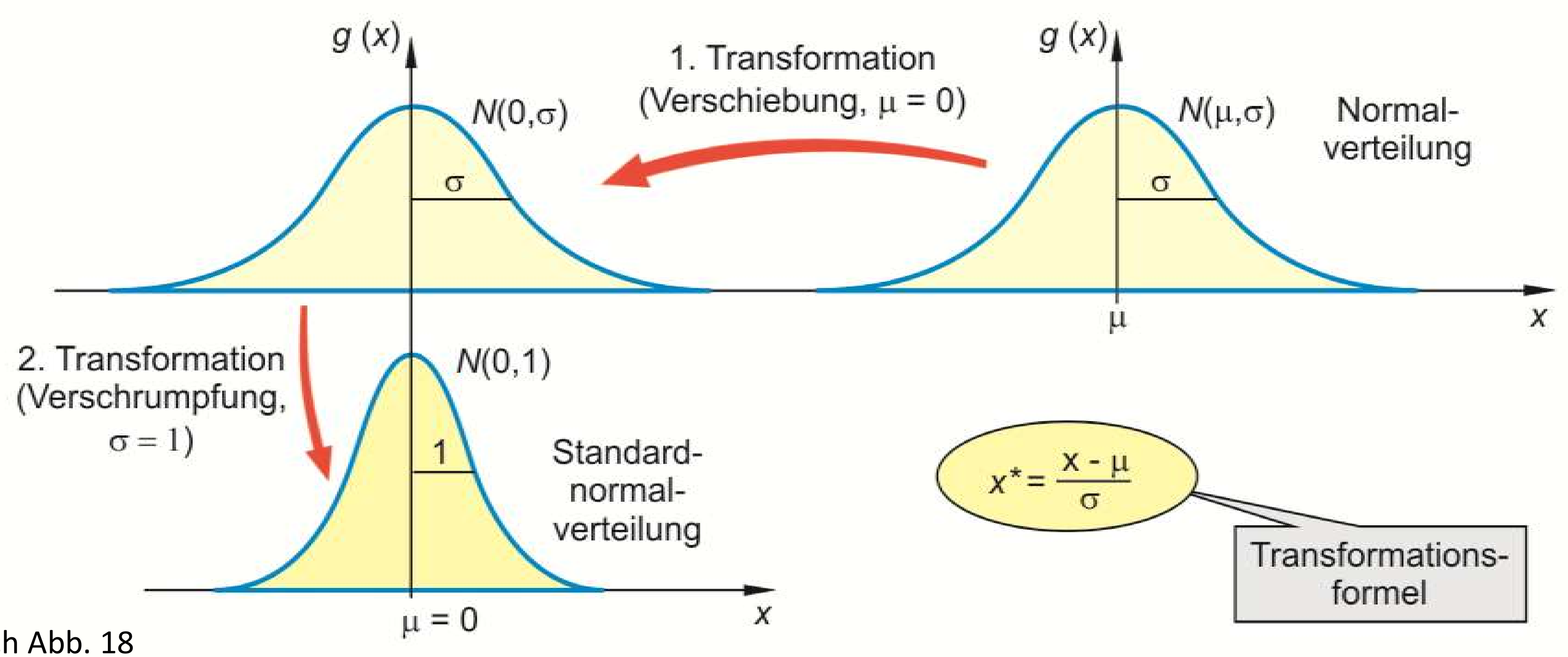
P = Wahrscheinlichkeit das der t-Wert liegt weiter weg von dem Erwartungswert als $|t_k|$.
(also ist die Abweichung mindestens $|t_k|$ groß)

Transformation einer Normalverteilung mit allgemeiner Lage und Breite in eine Standardnormalverteilung

Mit welcher Verteilung sollen wir unsere Stichprobe vergleichen?

Die Standardnormalverteilung hat eine ausgezeichnete Rolle zwischen der Normalverteilungen.

Alle Normalverteilungen können in Standardnormalverteilung transformiert werden.



Pr.Buch Abb. 18

Ergänzungsmaterial

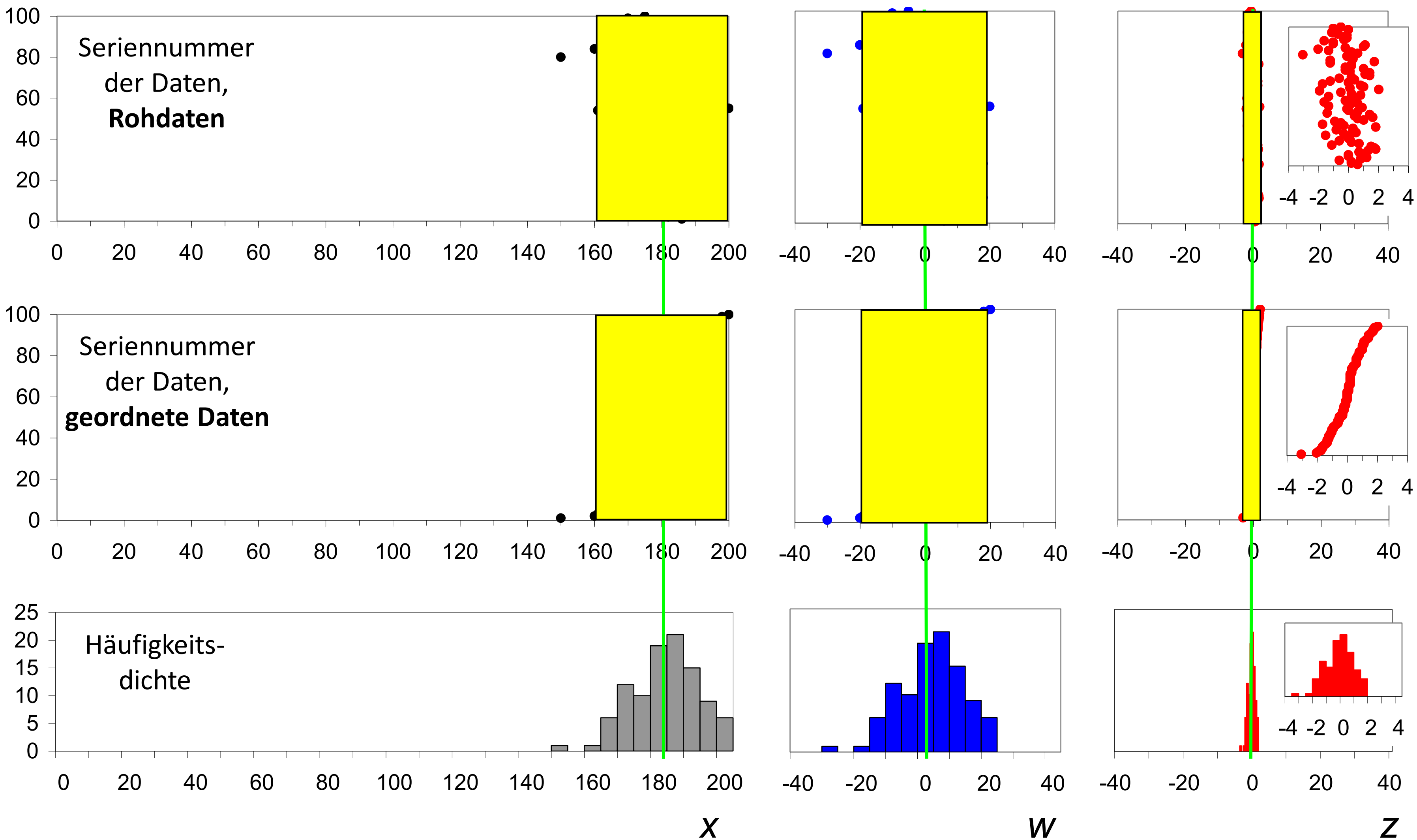
Transformation von Daten (Variable Transformation)

Ganz allgemein Normalvert.

x | $w = x - \bar{x}$ | $z = \frac{w}{s} = \frac{x - \bar{x}}{s}$

$\bar{x} = 180\,\text{cm}$ | $\bar{w} = 0\,\text{cm}$ | $\bar{z} = 0\,\text{cm}$

$s_x = 10\,\text{cm}$ | $s_w = 10\,\text{cm}$ | $s_z = 1\,\text{cm}$



Einstichproben *t*-Test

Variable	x	$w = x - \mu$	$z = \dfrac{x - \mu}{\sigma}$
Verteilung	$N(\mu,\sigma)$,	$N(0,\sigma)$,	$N(0,1)$

Wenn die originale Variable x zu einer **Normalverteilung** mit Parameter μ und σ gehört,
dann gehört die transformierte Variable z zu der Standardnormalverteilung.

Wenn H_0 richtig ist, kennen wir den Wert von μ,
aber σ nicht.

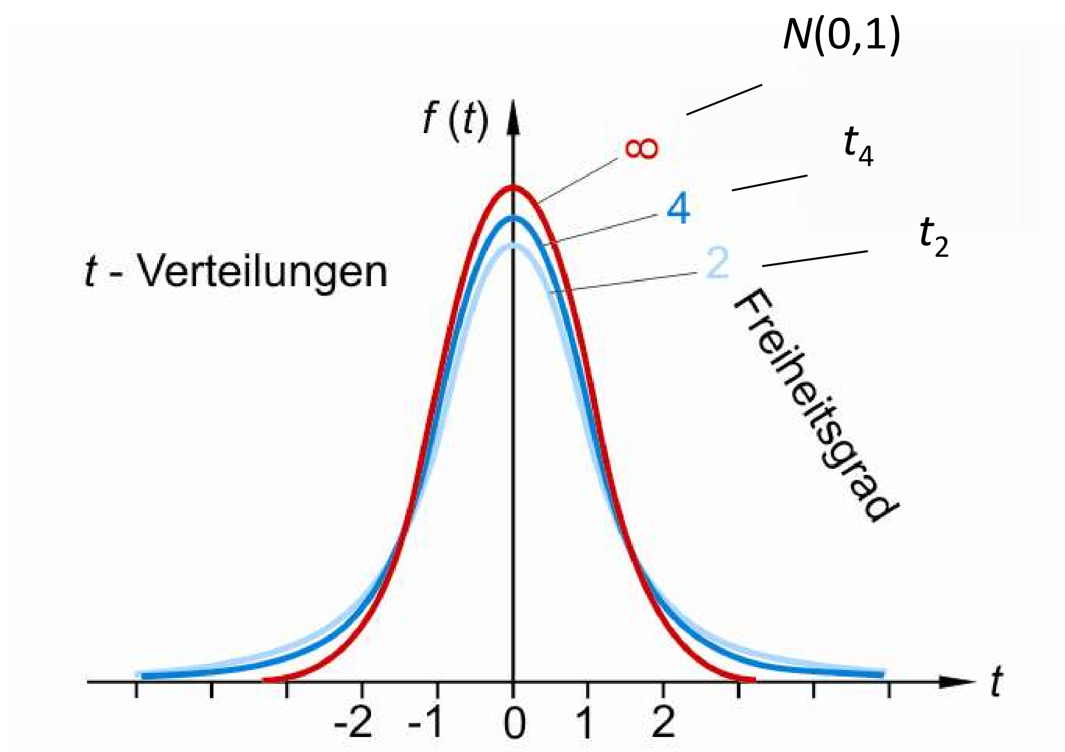
Die durchgeführte Transformation:

$$\boxed{t = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}}}$$

unserer „ ξ"-Wert, was wir aus der Daten bekommen, ist jetzt ein t-Wert.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}}$$

t_{n-1}



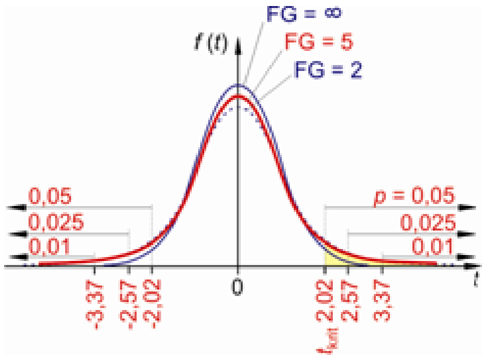
Pr.Buch Abb. 21

1. STATISTISCHE TABELLEN

t-Verteilungsfamilie

t-VERTEILUNG

	p (Irrtumswahrscheinlichkeit, einseitiger Test)						
Freiheits-grad (FG)	**0,4**	**0,25**	**0,1**	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,005**
	p (Irrtumswahrscheinlichkeit, zweiseitiger Test)						
	0,8	**0,5**	**0,2**	**0,1**	**0,05**	**0,02**	**0,01**
1	0,325	1,000	3,078	6,314	12,70	31,82	63,65
2	0,289	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,277	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,271	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,267	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,265	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,263	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
25	0,256	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,256	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,256	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,256	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,256	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,256	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	0,255	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
60	0,255	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,66
120	0,254	0,677	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	0,250	0,674	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576



„Glockenkurven"

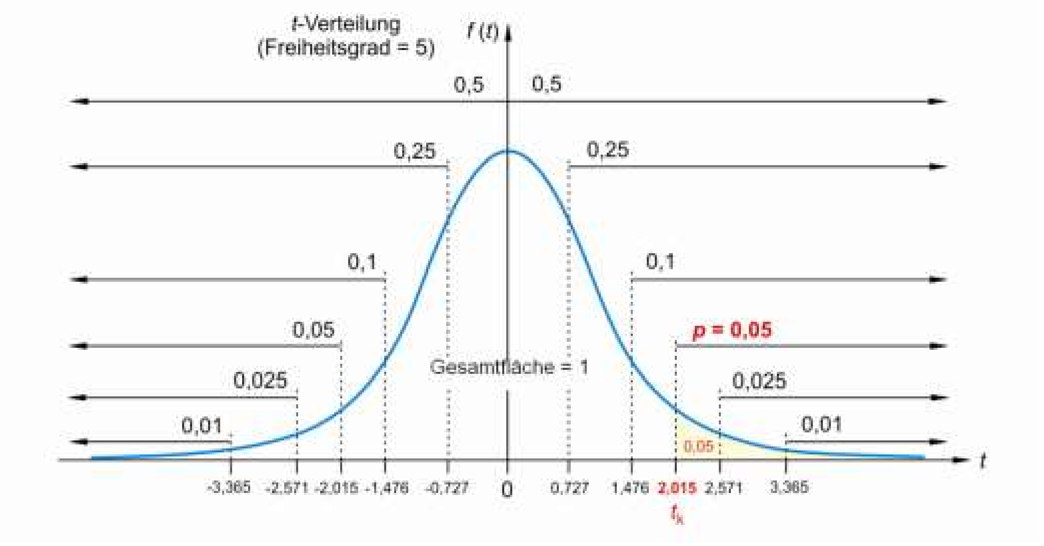
Je grösser ist der Freiheitsgrad, desto schmaler ist die Kurve.

$$\boxed{t_\infty \equiv N(0,1)}$$

Kann der (aus der Stichprobe kalkulierte) *t*-Wert
der *t*-Verteilung (mit entsprechendem Freiheitsgrad) gehören?

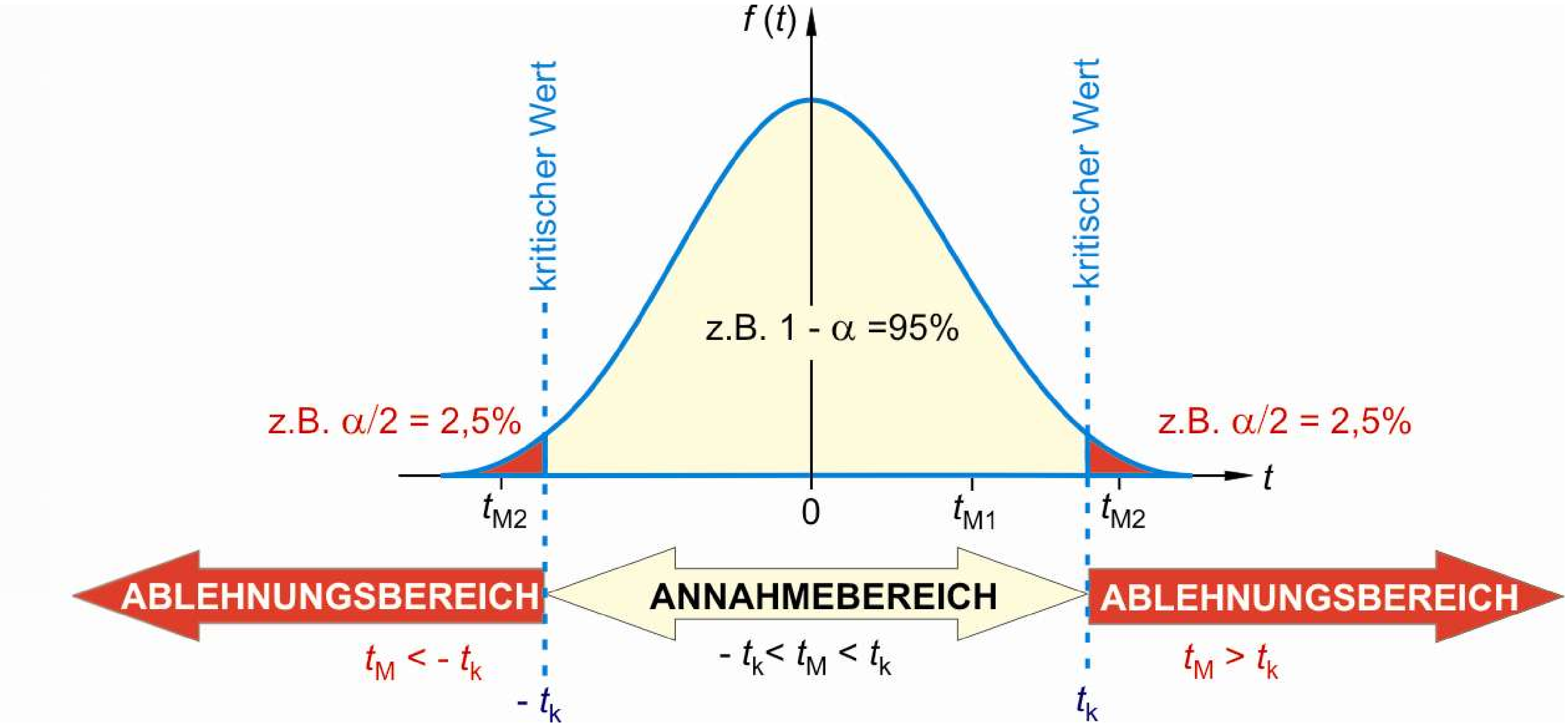
Alle Werte können zu der *t*-Verteilung gehören.
Aber: Wenn der *t*-Wert gross ist,
dann ist die Wahscheinlickeit klein.

Deswegen benützen wir nicht die gesamte *t*-Verteilung, sondern eine abgestutze *t*-Verteilung!



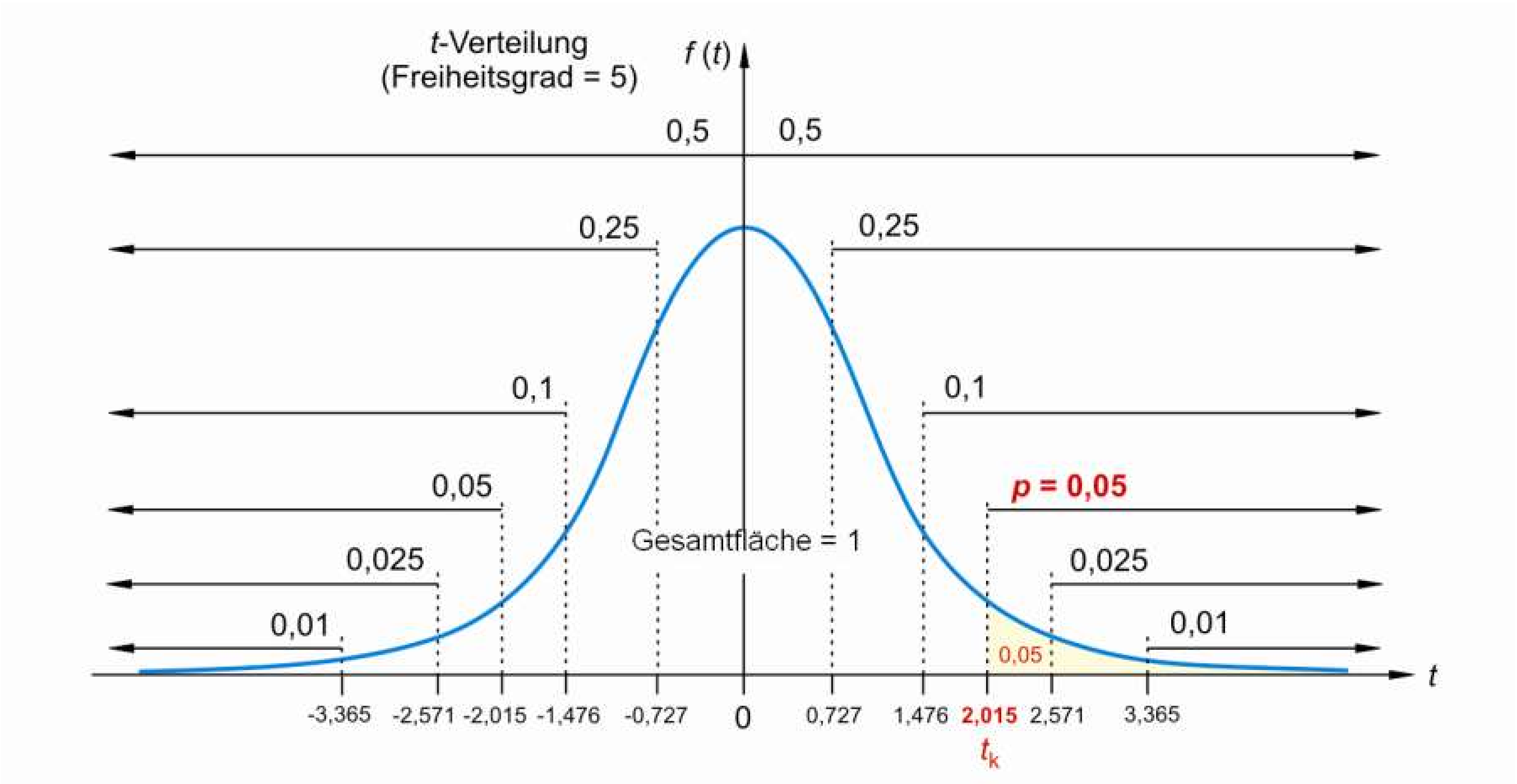
Zweiseitiger *t*-Test

Verändert ein Fiebermittel die Körpertemperatur?



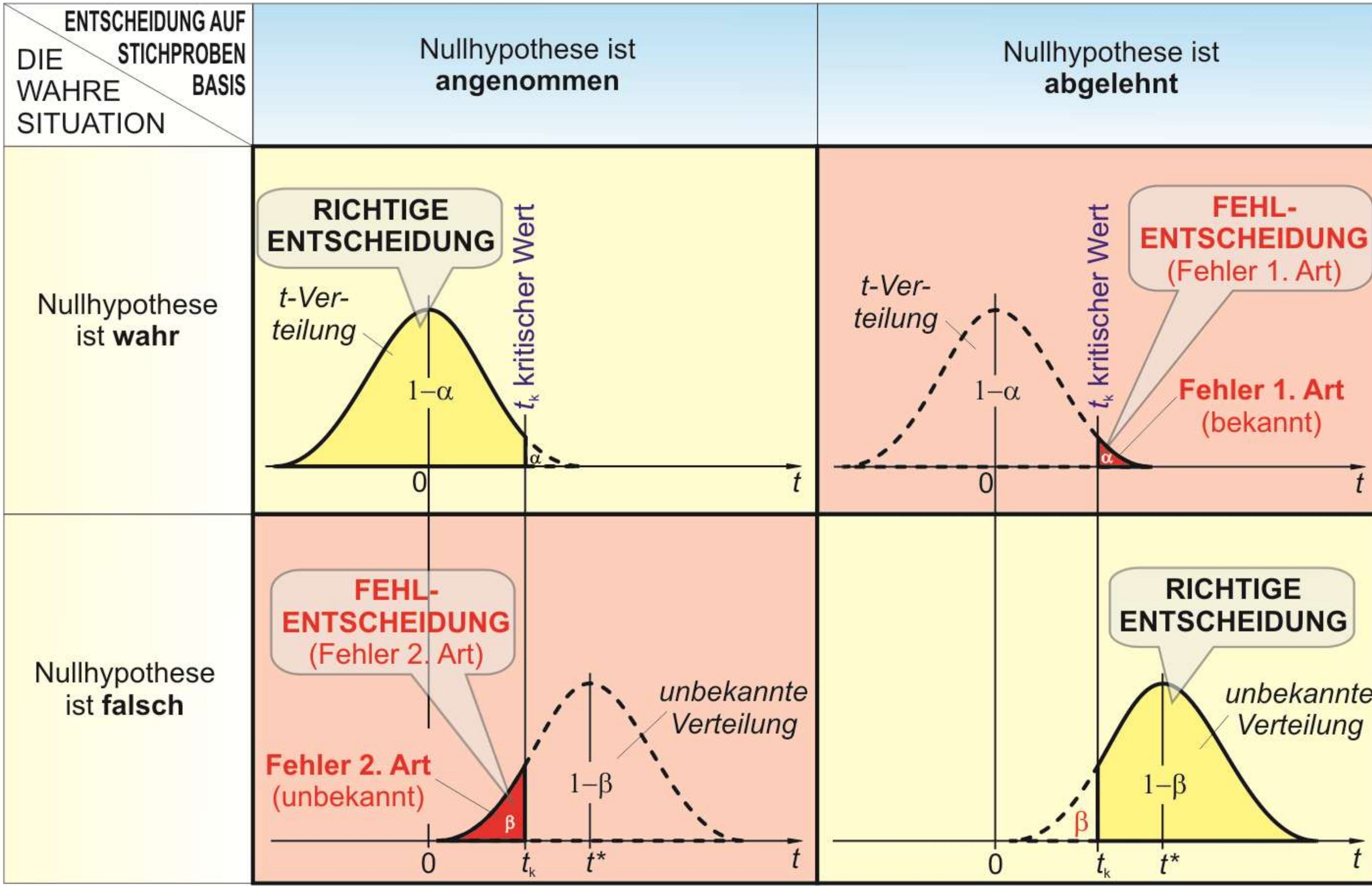
Pr.Buch Abb. 22

t-Verteilungskurve mit Freiheitsgrad 5. Die kritischen Werte und Wahrscheinlichkeiten des einseitigen *t*-tests



Pr.Buch Abb. 25

H_0 abgelehnt, obwohl richtig



H_0 angenommen, obwohl falsch

Pr.Buch Abb. 24

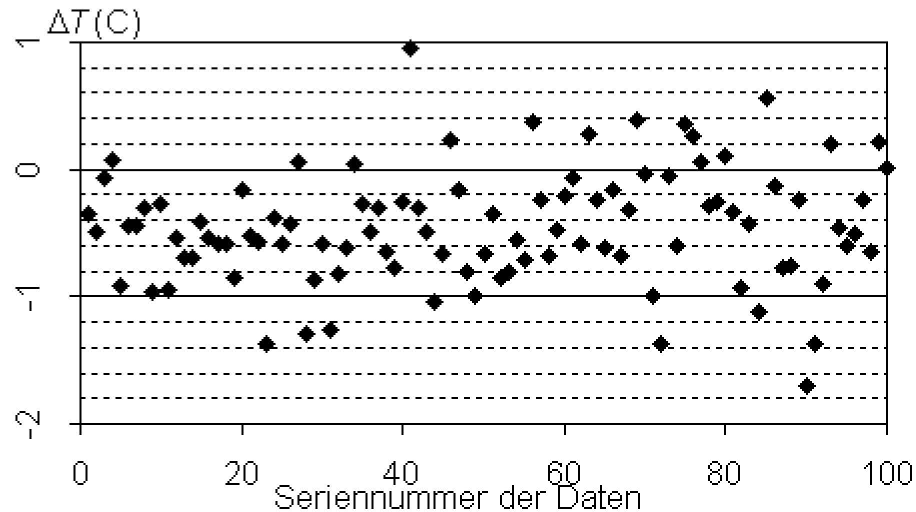
x = Temperaturdifferenzen

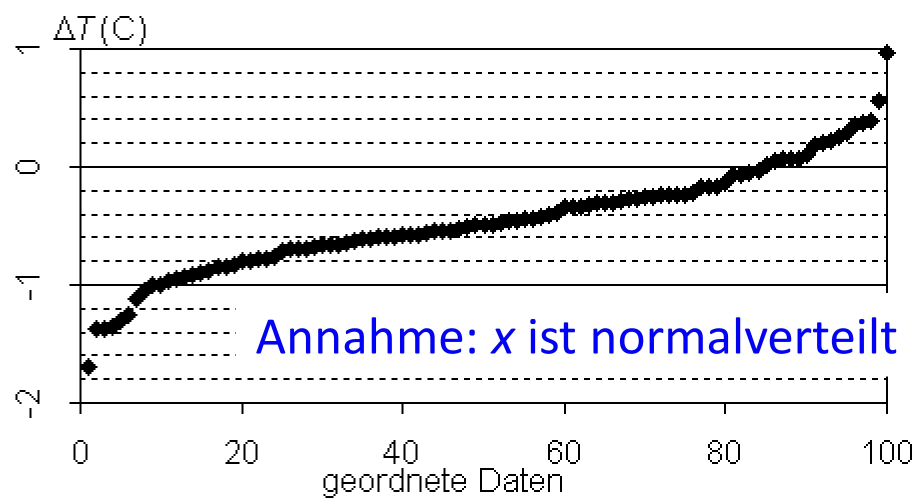
-0.35	-0.52	0.96	-0.07	-0.34
-0.50	-0.57	-0.31	-0.58	-0.94
-0.07	-1.37	-0.49	0.28	-0.43
0.07	-0.39	-1.05	-0.24	-1.12
-0.92	-0.58	-0.66	-0.62	0.56
-0.44	-0.43	0.23	-0.16	-0.13
-0.45	0.06	-0.16	-0.69	-0.78
-0.30	-1.30	-0.80	-0.31	-0.77
-0.97	-0.88	-1.00	0.38	-0.24
-0.28	-0.58	-0.67	-0.04	-1.69
-0.95	-1.26	-0.34	-1.00	-1.37
-0.55	-0.82	-0.86	-1.36	-0.90
-0.70	-0.61	-0.80	-0.05	0.19
-0.70	0.05	-0.55	-0.60	-0.46
-0.41	-0.27	-0.71	0.36	-0.61
-0.54	-0.50	0.38	0.26	-0.50
-0.59	-0.31	-0.24	0.06	-0.24
-0.59	-0.65	-0.68	-0.29	-0.65
-0.85	-0.77	-0.47	-0.25	0.21
-0.17	-0.26	-0.22	0.10	0.01

Beispiel: Einstichproben *t*-Test

Verändert ein Fiebermittel die Körpertemperatur?

H_0: es gibt keine Wirkung





Annahme: x ist normalverteilt

$$t_{n-1} = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}}, \quad \mu = 0$$

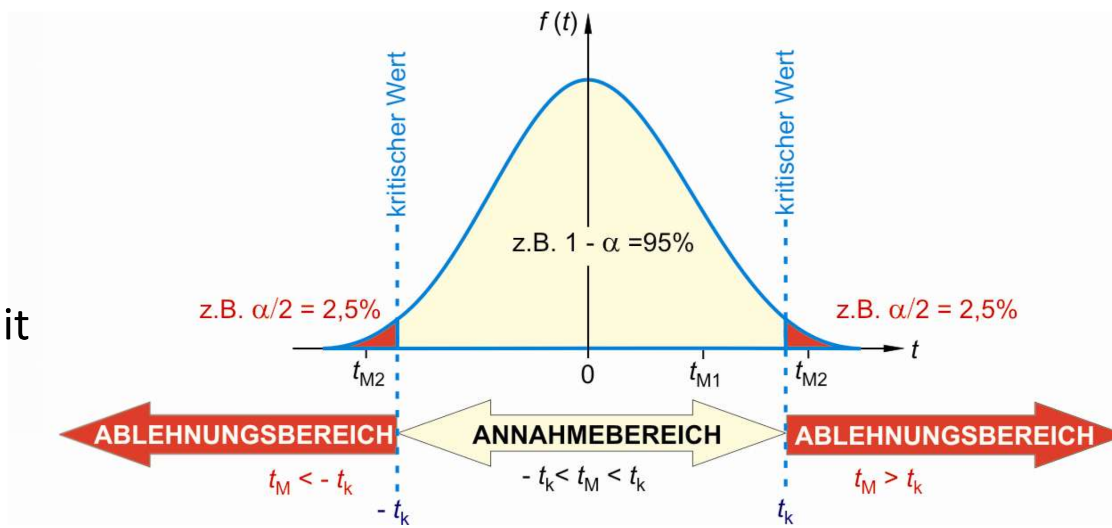
$$t_{n-1} = \frac{\bar{x}}{s_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x}}{s}\sqrt{n}$$

zweiseitiger Test

$$|t| > t_{\text{krit}}$$

wir ablehnen die Nullhypothese mit einem Signifikanzniveau von 5%

Anzahl der Daten	n	100
Durchschnitt	avg	**-0.457**
Standardabweichung	stdev	0.454
Standardfehler	sem	0.045
t-Wert	t	**-10.056**
Freiheitsgrad	df	99
max. zulässige Irrtumswahrscheinlichkeit	α	0.05
kritischer t-Wert	t_{krit}	**1.984**



$$|t| > t_{\mathrm{krit}} \quad \Longrightarrow$$

Das Fiebermittel signifikant verändert (verkleinert) die Körpertemperatur
(p <= 0.05).

Im Klammer steht die Irrtumswahrscheinlichkeit. Es gibt die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese richtig ist. In diesem Fall unsere Klassifikation ist falsch (Fehler 1. Art).

↓

Die Nullhypothese abgelehnt wird, obwohl sie richtig ist.

	p (Irrtumswahrscheinlichkeit, einseitiger Test)						
Freiheitsgrad (FG)	**0,4**	**0,25**	**0,1**	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,005**
	p (Irrtumswahrscheinlichkeit, zweiseitiger Test)						
	0,8	**0,5**	**0,2**	**0,1**	**0,05**	**0,02**	**0,01**
1	0,325	1,000	3,078	6,314	12,70	31,82	63,65
2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
60	0,255	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,66
120	0,254	0,677	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	0,250	0,674	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

weitere Bemerkungen:

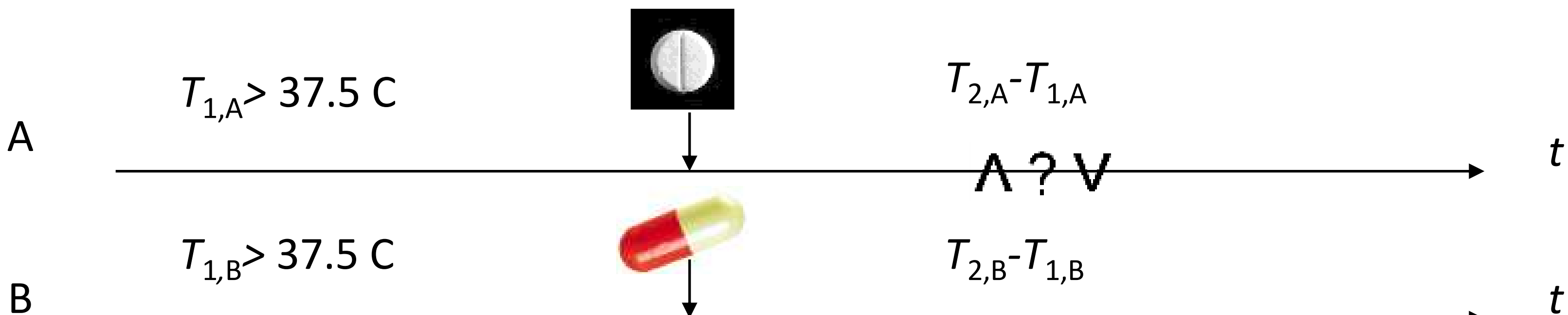
$$|t| = 10.056 > 2.66$$

p <= 0.01 (zweiseitiger Test)

Typische Entscheidungsfragen in der Medizin

– Ist die Therapie erfolgreich?
  (Gibt es eine Änderung in der erwarteten Richtung?)
  Hat eine Behandlung eine Wirkung?
  Verkleinert ein Fiebermittel die Körpertemperatur?

– Gibt es einen Unterschied zwischen zwei Therapiemethoden?



– Gibt es eine Beziehung zwischen zwei Grössen?

Einstichproben *t*-Test

$$t_{\text{n-1}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n} \quad \text{, wo} \qquad s = \sqrt{\frac{Q}{n-1}}$$

Zweistichproben *t*-Test

$$t_{n_1+n_2-2} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s^*} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \quad \text{, wo} \qquad s^* = \sqrt{\frac{Q_1 + Q_2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Vergleichen wir die Formeln!

$$t_{\text{n-1}} = \frac{\bar{x}}{s\sqrt{\frac{1}{n}}} \qquad\qquad t_{n_1-1+n_2-1} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s^*\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Einstichproben Zweistichproben

Praktisch immer ist ein Test 2-Seitig...

Freiheitsgrad (FG)	*p* (Irrtumswahrscheinlichkeit, zweiseitiger Test)						
	0,8	**0,5**	**0,2**	**0,1**	**0,05**	**0,02**	**0,01**
1	0,325	1,000	3,078	6,314	12,70	31,82	63,65
2	0,289	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,277	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,271	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,267	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,265	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,263	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,262	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,261	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,260	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,260	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,259	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,259	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,258	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,258	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947

Papier + Tabelle		Excel
Daten -> „ξ" (z.B. t-Wert) P_{krit} -> „ξ_{krit}" (z.B. t_{krit}-Wert)		Daten -> „ξ" -> P
Wenn:		
a.) $\xi > \xi_{krit}$	H0 ablehnen (Typ I. Fehler?) P(Typ I)< P_{krit}	$P < P_{krit}$
b.) $\xi =< \xi_{krit}$	H0 behalten (Typ II. Fehler?) P(Typ II)=?	$P >= P_{krit}$

Beispiele: Kniebeugungen und Pulsfrequenz, Männer und Frauen

Fragen:

1.) Macht Kniebeugen ein unterschied im Pulszahl?

2.) gibt es ein Unterschied unter Männer und Frauen nach Kniebeugungen?

Einstichproben *t*-Test

Wirkung?:
Effekt der 5 Kniebeugen auf die Pulsfrequenz

H_0: keine Wirkung

n: Pulsfrequenz (1/30s), 1: vor, 2 nach, d: Differenz

	n1	n2	dn
m	36	37	1
m	33	35	2
m	34	37	3
m	33	37	4
m	34	38	4
m	37	41	4
m	37	46	9
w	30	29	-1
w	45	49	4
w	50	55	5
w	35	40	5
w	28	37	9
w	39	48	9
w	49	63	14

Zweistichproben t-Test bei abhängigen Stichproben (Paarvergleichstest)

	Variable 1	*Variable 2*
Mittelwert	37.142857	42.285714
Varianz	43.516484	80.681319
Beobachtungen	14	14
Pearson Korrelation	0.9196855	
Hypothetische Differenz der Mittelwerte	0	
Freiheitsgrade (df)	13	
t-Statistik	-4.9342498	
P(T<=t) einseitig	0.0001365	
Kritischer t-Wert bei einseitigem t-Test	1.7709334	
P(T<=t) zweiseitig	0.000273	
Kritischer t-Wert bei zweiseitigem t-Test	2.1603687	

$|t| = 4.934 > t_{13,\mathrm{krit}(0,05)} = 2.160$ ⇒ H_0 ist falsch (p <= 0.05)

(p = 0.000273)

Gibt es einen Unterschied zwischen zwei (Therapie)methoden?

Zweistichproben *t*-Test

m: männlich, w: weiblich

	n1	n2	dn
m	36	37	1
m	33	35	2
m	34	37	3
m	33	37	4
m	34	38	4
m	37	41	4
m	37	46	9
w	30	29	-1
w	45	49	4
w	50	55	5
w	35	40	5
w	28	37	9
w	39	48	9
w	49	63	14

Zweistichproben t-Test unter der Annahme gleicher Varianzen

	Variable 1	*Variable 2*
Mittelwert	3.8571429	6.4285714
Varianz	6.4761905	22.619048
Beobachtungen	7	7
Gepoolte Varianz	14.547619	
Hypothetische Differenz der Mittelwerte	0	
Freiheitsgrade (df)	12	
t-Statistik	-1.261283	
P(T<=t) einseitig	0.1155878	
Kritischer t-Wert bei einseitigem t-Test	1.7822875	
P(T<=t) zweiseitig	0.2311755	
Kritischer t-Wert bei zweiseitigem t-Test	2.1788128	

$$|t| = 1.261 < t_{12,\,\mathrm{krit}(0,05)} = 2.179 \quad \Rightarrow \quad H_0 \text{ ist richtig}$$

	n1	n2	dn
m	36	37	1
m	33	35	2
m	34	37	3
m	33	37	4
m	34	38	4
m	37	41	4
m	37	46	9
w	30	29	-1
w	45	49	4
w	50	55	5
w	35	40	5
w	28	37	9
w	39	48	9
w	49	63	14

Zweistichproben t-Test bei abhängigen Stichproben (Paarvergleichstest)

	Variable 1	Variable 2	
Mittelwert	37.142857	42.285714	
Varianz	43.516484	80.681319	
Beobachtungen	14	14	
Pearson Korrelation	0.9196855		
Hypothetische Differenz der Mittelwerte	0		H_0: keine Wirkung
Freiheitsgrade (df)	13		
t-Statistik	$\boxed{-4.9342498}$		
P(T<=t) einseitig	0.0001365		
Kritischer t-Wert bei einseitigem t-Test	1.7709334		
P(T<=t) zweiseitig	$\boxed{0.000273}$		H_0 ist falsch
Kritischer t-Wert bei zweiseitigem t-Test	2.1603687		

Zweistichproben t-Test unter der Annahme gleicher Varianzen

	Variable 1	Variable 2	
Mittelwert	3.8571429	6.4285714	
Varianz	6.4761905	22.619048	
Beobachtungen	7	7	
Gepoolte Varianz	14.547619		
Hypothetische Differenz der Mittelwerte	0		H_0: keine Differenz zwischen der Wirkungen
Freiheitsgrade (df)	12		
t-Statistik	$\boxed{-1.261283}$		
P(T<=t) einseitig	0.1155878		
Kritischer t-Wert bei einseitigem t-Test	1.7822875		
P(T<=t) zweiseitig	$\boxed{0.2311755}$		H_0 ist richtig
Kritischer t-Wert bei zweiseitigem t-Test	2.1788128		

Einstichproben *t*-Test

$$|t| = 4.934 > t_{13,\,krit(0,05)} = 2.160 \Rightarrow$$ H_0 ist falsch (p < 0.05)

$$|t| = 4.934 > t_{13,\,krit(0,01)} = 3.012 \Rightarrow$$ H_0 ist falsch (p < 0.01)

$$|t| = 4.934 \geq t_{13,\,krit(0.00027)} = 4.934 \Rightarrow$$ H_0 ist falsch (p $\leq$ 0.00027)

5 Kniebeugen verursachen Veränderung der Pulsfrequenzen mit einem Signifikanzniveau von 5 % (sogar: 1 %, …, 0.027%)

Zweistichproben *t*-Test

$$|t| = 1.261 < t_{12,\,krit(0,05)} = 2.179$$

H_0 ist richtig

Es gibt keine signifikante Differenz zwischen der Pulsfrequenzen in der Männer- und Frauengruppen nach 5 Kniebeugen.

Mit Excel ist alles viel einfacher...

T.TEST (daten1, daten2, **2**, Typ) ← 2-Seitiger Test.

	n1	n2	dn	
m	36	37	1	1.: gibt es ein Effekt?
m	33	35	2	H0: n1 und n2 sind identisch
m	34	37	3	Sei Pkrit 3%
m	33	37	4	**P=T.TEST(n1,n2,2,1)** **0.00027**
m	34	38	4	P<3% also H0 wird abgelehnt.
m	37	41	4	(Fehler Typ I max P gross)
m	37	46	9	
w	30	29	-1	2.: sind m und w unterschiedlich?
w	45	49	4	H0: ja, die sind indentisch
w	50	55	5	Sei Pkrit 3%
w	35	40	5	**P=T.TEST(dn w,dn m,2,2)** **0.23118**
w	28	37	9	p>3% also H0 wird behalten
w	39	48	9	(Fehler Typ II =?)
w	49	63	14	

Typ :
1: gepaart
2: 2-Stichproben gleicher Var.
3: 2-Stichproben ungleicher Var.

Die zwei Stichproben können gleicher Varianz haben oder sehr unterschiedlich.

Falls die Varianzen sehr unterschiedlich sind, benutzt man ein Korrektionsformel.
Excel kann das machen, und so genaue Ergebnisse liefern.
Dazu entscheiden wir mit 5% auf Grund der aus dem F-Wert gerechnete Pf Wahrscheinlichkeit.

pF = F.TEST(daten1, daten2)
Falls pF > 5% dann die Varianzen können als gleichgross genommen werden, sonst nicht.

T.TEST kann beides:

Typ 2-test: 2-Stichproben, gleicher Var.	T.TEST(d1,d2,2,2)
Typ 3-test: 2-Stichproben, ungleicher Var.	T.TEST(d1,d2,2,3)

F-test ist eigentlich eine Mini-Hypothesenprüfung! (mit Pkrit=5%)

	n1	n2	dn			
m	36	37	1		1.: gibt es ein Effekt?	
m	33	35	2		H0: n1 und n2 sind identisch	
m	34	37	3		Sei Pkrit 3%	
m	33	37	4		**P=T.TEST(n1,n2,2,1)**	**0.00027**
m	34	38	4		P<3% also H0 wird abgelehnt.	
m	37	41	4		(Fehler Typ I max P gross)	
m	37	46	9			
w	30	29	-1		2.: sind m und w unterschiedlich?	
w	45	49	4		H0: ja, die sind indentisch	
w	50	55	5		Sei Pkrit 3%	
w	35	40	5		**P=T.TEST(dn w,dn m,2,2)**	**0.23118**
w	28	37	9		p>3% also H0 wird behalten	
w	39	48	9		(Fehler Typ II =?)	
w	49	63	14		pF=F.TEST(dn m,dn w)	0.153474898
					pF > 5% also gleicher Var.	