



**SEMMELWEIS EGYETEM**

Biofizikai és Sugárbiológiai Intézet,  
Nanokémiai Kutatócsoport

Lágy Anyagok  
Laboratóriuma

## **TRANSPORTFOLYAMATOK II** biológiai rendszerekben

**Zrínyi Miklós**

*egyetemi tanár, az MTA rendes tagja*

*[mikloszrinyi@gmail.com](mailto:mikloszrinyi@gmail.com)*

# Konduktív transzportfolyamatok egységes leírása

|              | diffúzió                                      | hővezetés  | reológia              |
|--------------|---|--|-----------------------|
| ÁRAM:        | komponens áram<br>(tömeg áram)                | energia áram                                       | impulzus áram         |
| HAJTÓERŐ:    | $\nabla c$                                    | $\nabla T$   | $\nabla v$            |
| ÁRAMSŰRŰSÉG: | $j_n = -D\nabla c$                            | $j_Q = -k\nabla T$                                 | $j_i = -\eta\nabla v$ |
| VÁLTOZÁS:    | $\frac{\partial c}{\partial t} = D\nabla^2 c$ | $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\nabla^2 T$ |                       |

Fick

Fourier

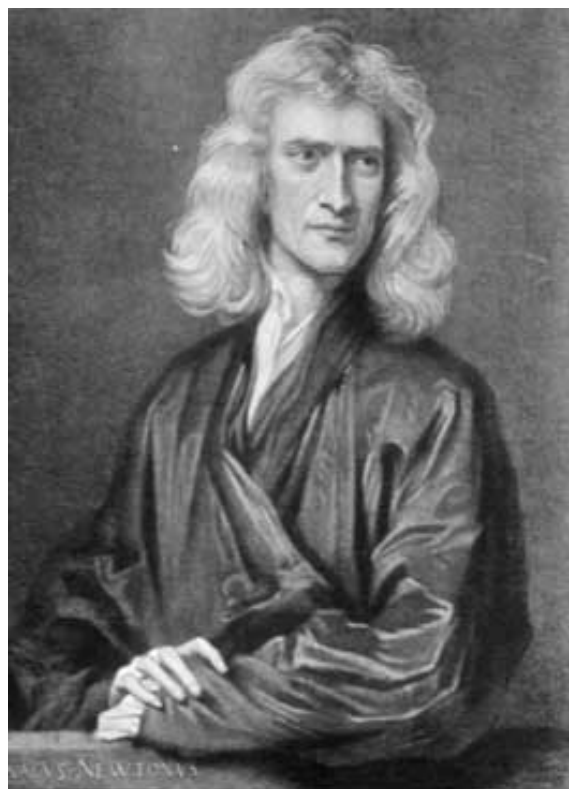
Newton

Laplace operátor:  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$



A különböző anyagi rendszerek folyásával foglalkozó tudományt 1928-ban **Bingham** javaslatára nevezték el **reológiának**.

(Rheos logos = folyástan)



**Sir Isac Newton (1642-1727)**

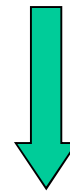
Ha egy testre **erő** hat

- **hely**változás
- **alak**változás

DEFORMÁCIÓ

*rugalmas*

*viszkózus*



Fluidumok áramlása

**Fluid fázis:** a folyadék és a gáz halmazállapot összefoglaló neve, amely arra utal, hogy az anyagok mindkét állapotban viszonylag könnyen változtatják alakjukat, könnyen folynak.

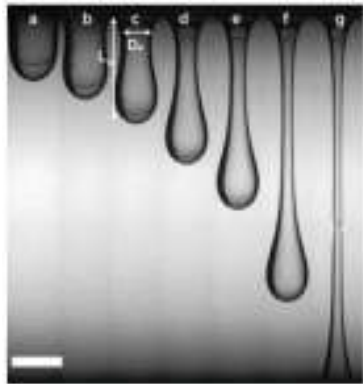
# A reológiai viselkedés viszonylagossága

## Deborah-szám

$$D_e = \frac{\tau}{t}$$

← Relaxációs idő

← Megfigyelés ideje



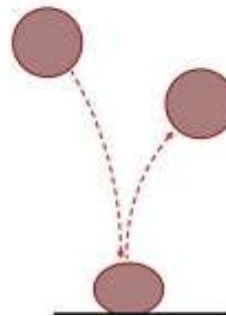
$$D_e \approx 1$$

viszkoelasztikus

$$D_e \gg 1$$

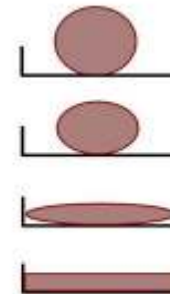
szilárd

rugalmas



$$\tau \gg t$$

viszkózus



$$D_e \ll 1$$

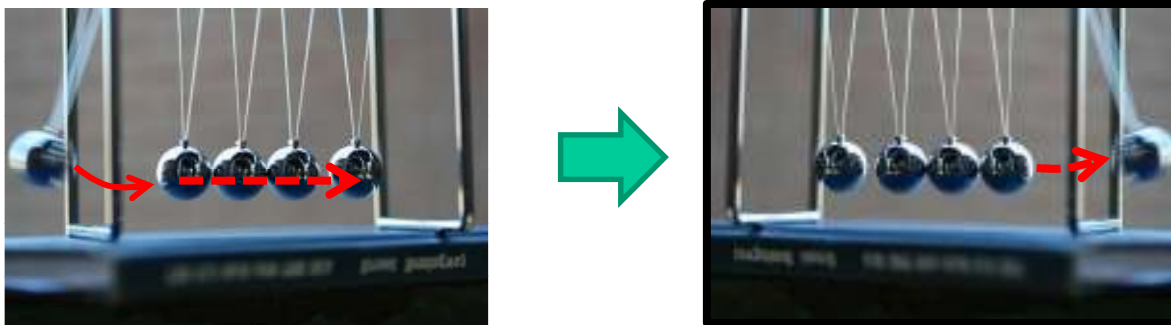
folyékony

$$\tau \ll t$$

Még a kőzetek is folynak a geológiai időtartam alatt!

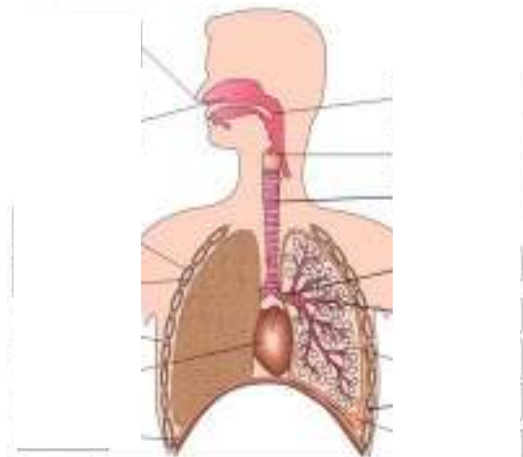
# REOLÓGIA

(*konduktív impulzustranszport*)



(Rheos logos = áramlástan)

Légzés



Vérkeringés



## A térfogatáram hajtóereje: a nyomáskülönbség



$$1 \text{ Hgmm} = 133,32 \text{ Pa}$$

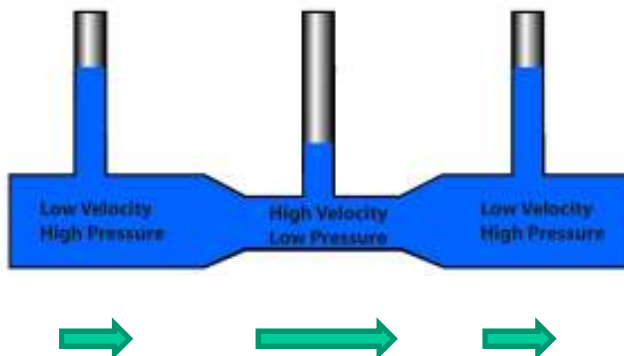
$$1 \text{ atm} = 735,55 \text{ Hgmm}$$

|                               | P/Hgmm    |
|-------------------------------|-----------|
| arteriás (szisztolés)         | 100 - 140 |
| arteriás (diasztolés)         | 60 - 90   |
| kapilláris az artéria végénél | 30        |

# Alapfogalmak

Folyás

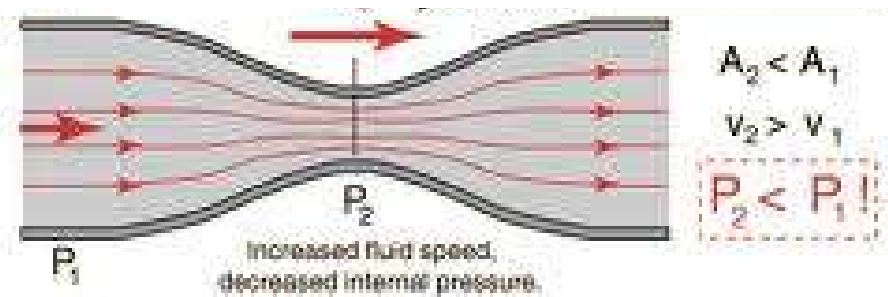
**lamináris,**  
turbulens,  
összenyomható,  
**összenyomhatatlan,**  
„száraz”,  
**viszkózus,**  
**állandó,**  
pulzáló,  
rotáló.



Daniell Bernoulli  
1700-1782

Bernoulli egyenlet

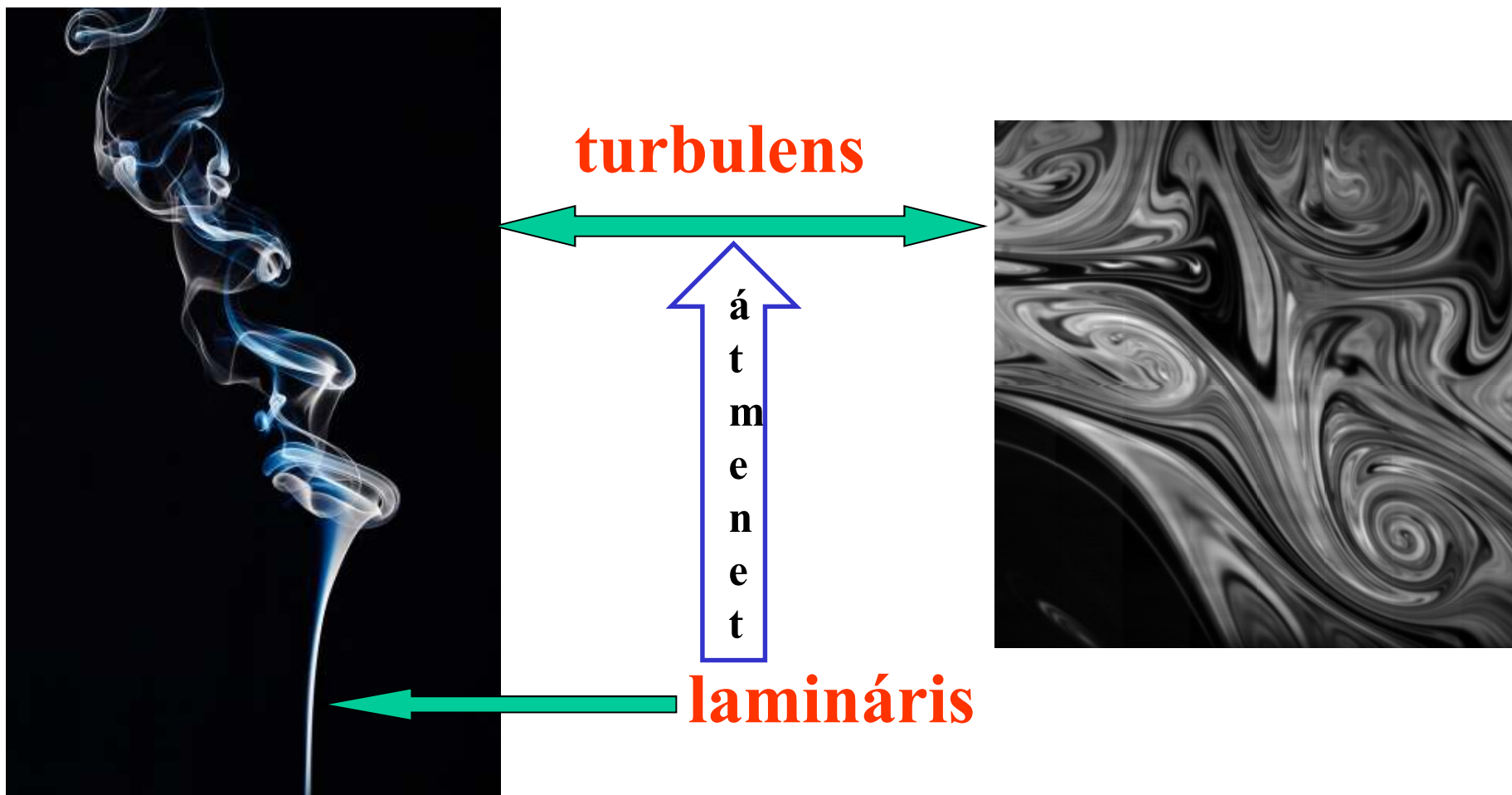
$$p + \frac{1}{2} \rho v_x^2 + \rho gh = konst.$$



$$v_1 A_1 = v_2 A_2 = konst.$$



## Az áramlás típusai



$$R_e = \frac{\text{tehetetlenségi}}{\text{viszkózus}} \left. \vphantom{\frac{\text{tehetetlenségi}}{\text{viszkózus}}} \right\} \text{erők}$$



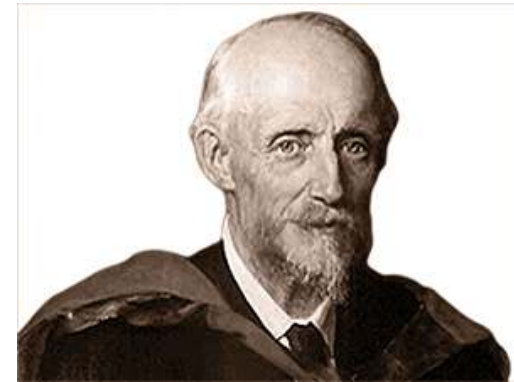
$$R_e = \frac{v \cdot \rho \cdot d}{\eta}$$

$v$ : átlagos áramlási sebesség

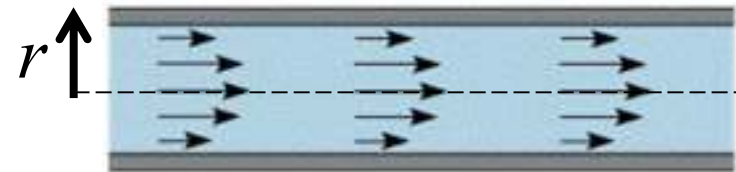
$\rho$ : folyadék sűrűsége

$\eta$ : viszkozitás

$d$ : átmérő



Osborne Reynolds  
1842-1912



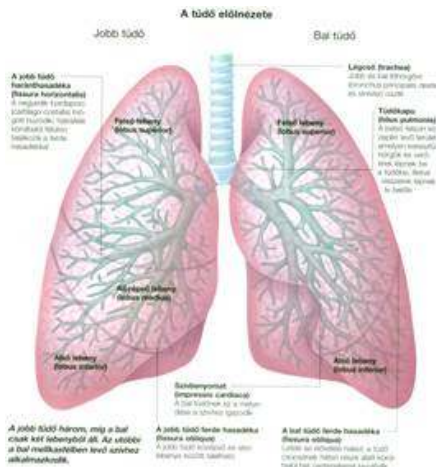
ha  $R_e < 2100$



**Lamináris áramlás**

*Megjegyzés: ha átmérő helyett sugarat használunk, akkor  $Re=1150$*

## Levegő áramlása a tüdőben

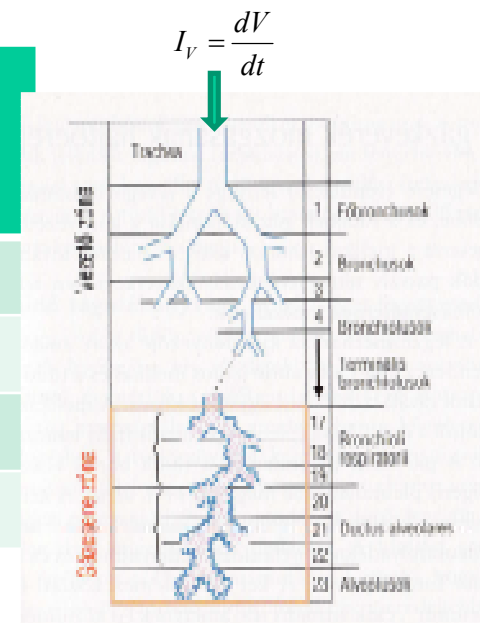


# 23 generáció a légcsövek átmérőjében

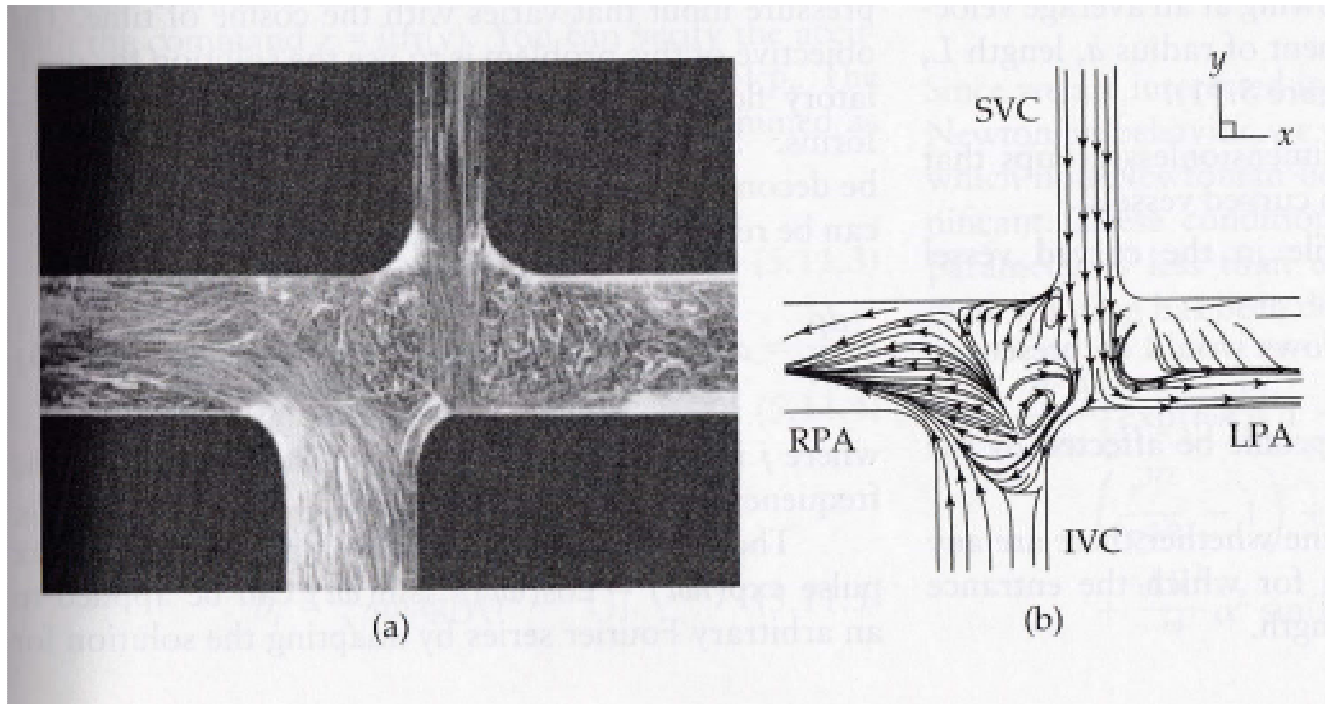
|               |              |
|---------------|--------------|
| Normál légzés | Heves légzés |
| 12/perc       | 30/perc      |

| átmé<br>rő<br>(cm) | $\nu$<br>(cm/s) | Re   | $\nu$ (cm/s) | Re          |
|--------------------|-----------------|------|--------------|-------------|
| 1,8                | 197             | 2325 | 790          | <b>9324</b> |
| 0,56               | 250             | 921  | 1002         | <b>3684</b> |
| 0,35               | 161             | 369  | 643          | 1476        |
| 0,13               | 38              | 32   | 151          | 127         |

$$\frac{dV_{lev.}}{dt} \approx 6 \text{ L / min} \quad \longrightarrow \quad O_2 \sim 2 \text{ kg / nap}$$



Csak heves légzésnél lép fel turbulencia a vastagabb légcsövekben.



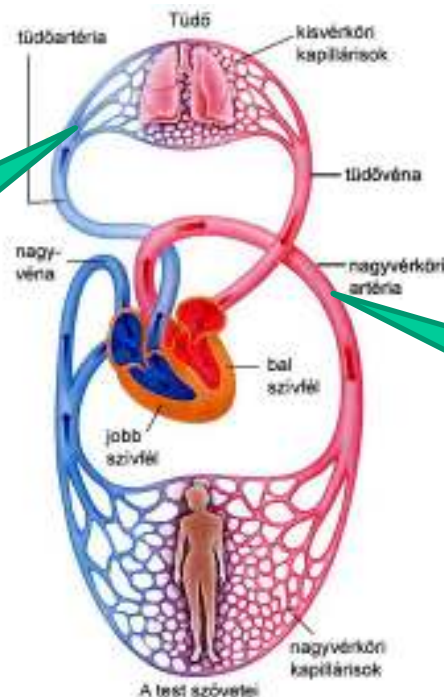
Elágazásoknál és szűkületeknél könnyen kialakulhat turbulencia!

# A vérkeringés

*Impulzus, anyag és energia transzport*

A **kisvérkör**, amelynek feladata a szívből a tüdőbe eljuttatni az oxigénben szegény és széndioxidban dús vért és a tüdőből a szívbe szállítani az oxigénben dús vért.

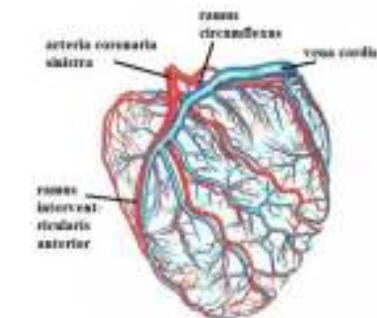
A **nagyvérkör**, amely a szívből a szervekhez juttatja az oxigénben dús és onnan szállítja el az „elhasznált” vért együttesen alkotja a vérkeringést.



A gázcserét végzi el

Az oxigénnel dúsult vért juttatja a szövetekbe.

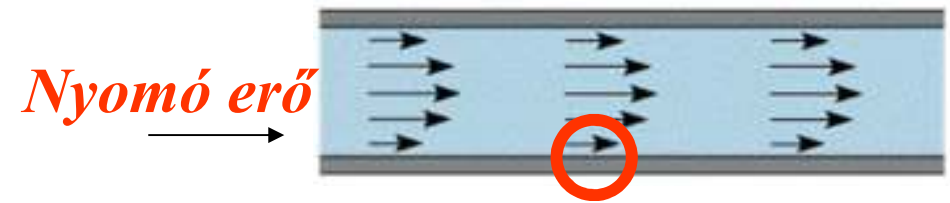
## Vér áramlása a szív- és érrendszerben



| erek                 | átmérő<br>cm | Max seb.<br>cm/s | Re<br>Max.  | Átl. seb.<br>cm/s | Re<br>átlag |
|----------------------|--------------|------------------|-------------|-------------------|-------------|
| ↑ aorta              | 1,5          | 120              | <b>4500</b> | 20                | 750         |
| ↓ aorta              | 1,3          | 105              | <b>3400</b> | 20                | 648         |
| femorális<br>artéria | 0,4          | 100              | 1000        | 10                | 100         |
| kapilláris           | 0,0006       | 7                | 0,001       | 0,02              | $10^{-6}$   |

A keringési rendszer (cardiovascularis) többségében **az áramlás lamináris**. Kivétel a szívből az aortába kilökődő vér áramlása.

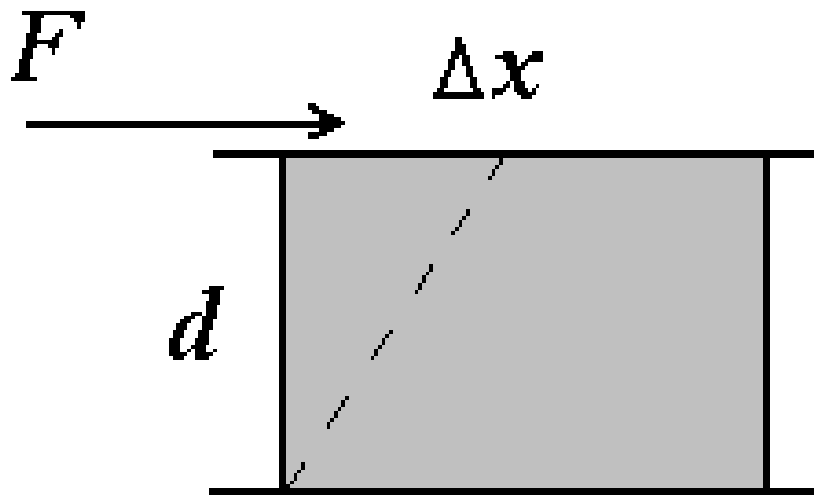
# Alapfogalmak:



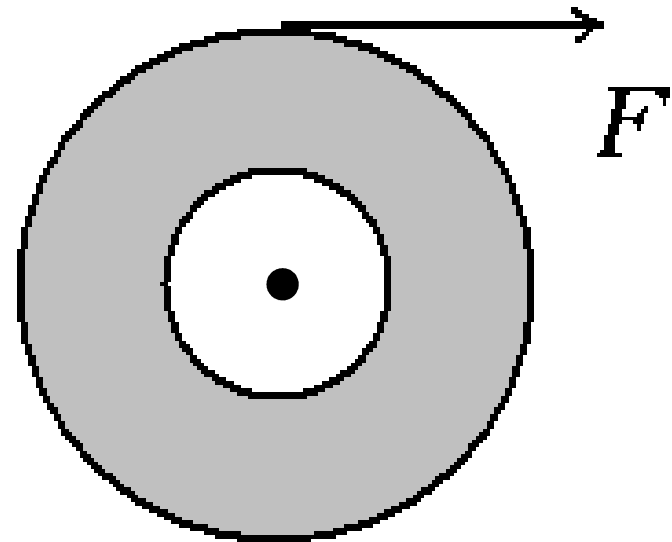
*Nyomó erő*

*Nyíró erő*

***Nyírás:*** tangenciálisan ható (***nyíró***)erő ( $F$ ) vált ki deformációt.



Tiszta nyírás

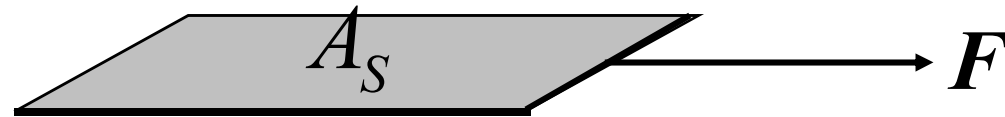


Rotációs nyírás

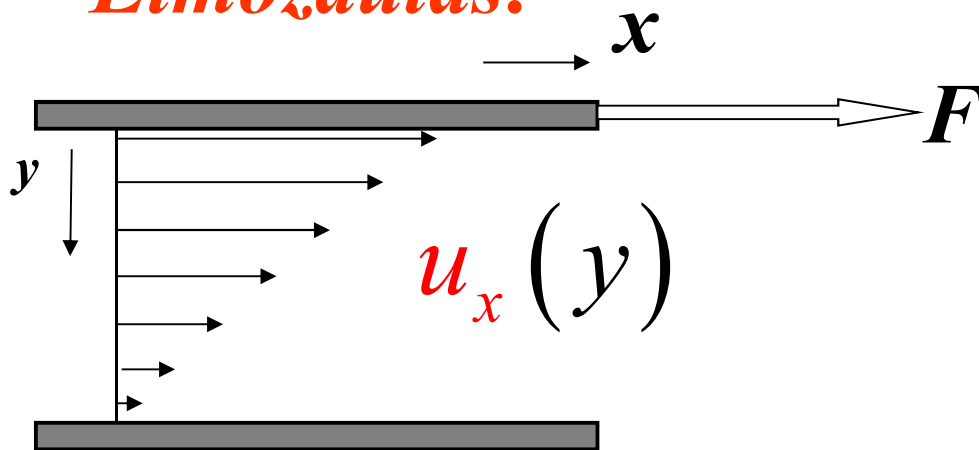
# Alapfogalmak:

*Nyírófeszültség:*

$$\tau = \frac{F}{A_S}$$



*Elmozdulás:*

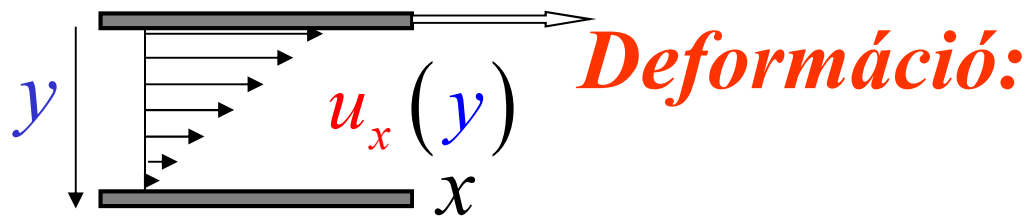


*Deformáció:*

$$\gamma = \frac{du_x(y)}{dy}$$



# Alapfogalmak:



$$\gamma = \frac{du_x}{dy}$$

*Deformáció sebesség:*

$$\frac{d\gamma}{dt}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{du_x}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left( \frac{du_x}{dt} \right) = \frac{dv_x}{dy}$$

*A deformáció sebesség megegyezik a sebesség gradienssel!*

# Konduktív transzportfolyamatok egységes leírása

|              | diffúzió                                      | hővezetés  | reológia              |
|--------------|---|--|-----------------------|
| ÁRAM:        | komponens áram<br>(tömeg áram)                | energia áram                                       | impulzus áram         |
| HAJTÓERŐ:    | $\nabla c$                                    | $\nabla T$   | $\nabla v$            |
| ÁRAMSŰRŰSÉG: | $j_n = -D\nabla c$                            | $j_Q = -k\nabla T$                                 | $j_i = -\eta\nabla v$ |
| VÁLTOZÁS:    | $\frac{\partial c}{\partial t} = D\nabla^2 c$ | $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\nabla^2 T$ |                       |

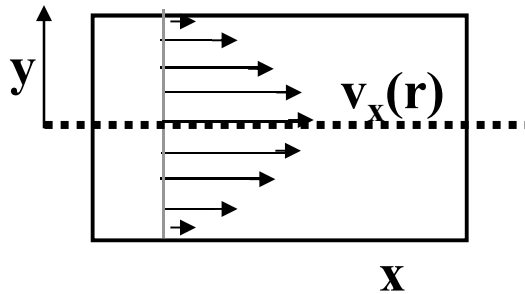
Fick

Fourier

Newton

Laplace operátor:  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

# A reológia alapösszefüggése. **Newton egyenlet**



$$j_i = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$



$$\tau = \eta \frac{dv_x}{dy}$$

*Kapcsolat a nyírófeszültség és a sebesség gradiens között:*

*Nyírófeszültség:*

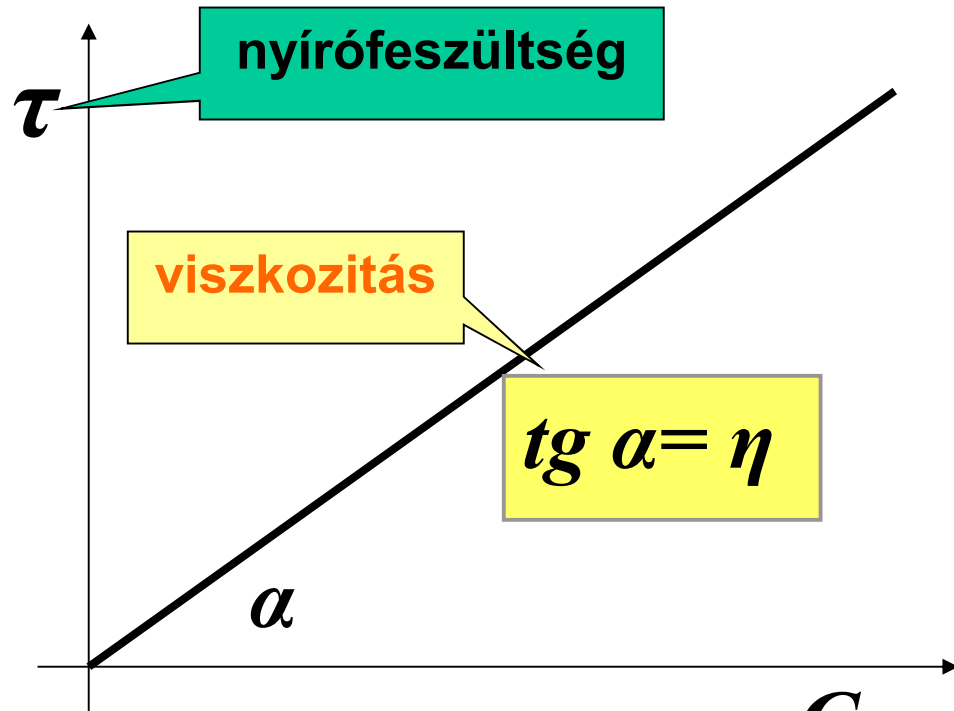
$$\tau = \frac{F}{A_S}$$



*Sebesség gradiens:*

$$G = \frac{dv_x}{dy} = \frac{\Delta v_x}{r}$$

# Newtoni folyadék **folyásgörbéje**



*víz,  
tej,  
cukor oldat,  
étolaj*

$$\tau = \eta \cdot G$$

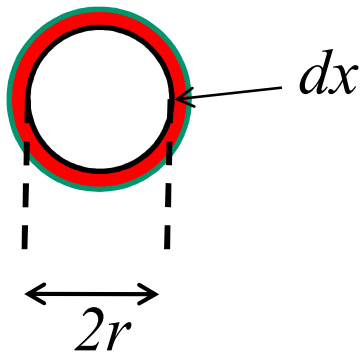
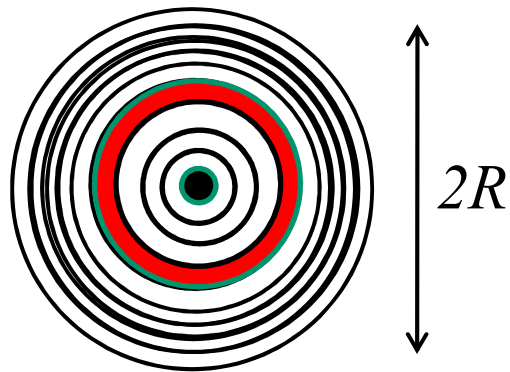
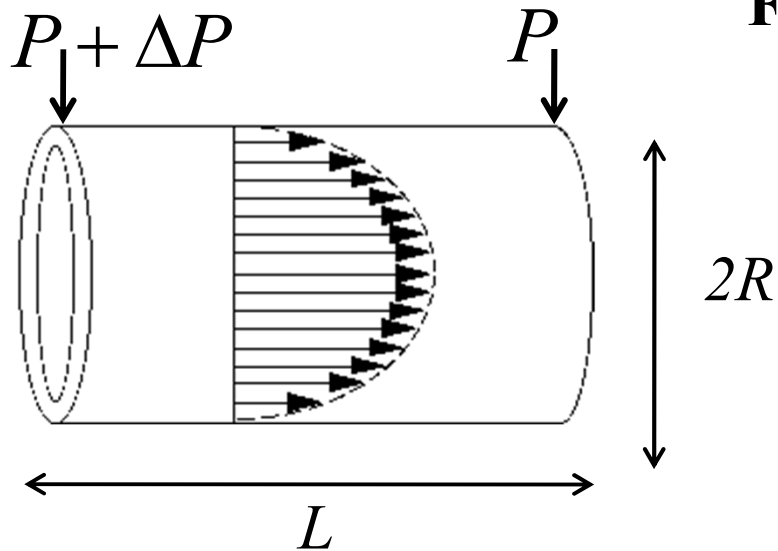
$$[Pa]$$

$$[Pa \cdot s]$$

$$[s^{-1}]$$

sebesség gradiens  
vagy  
deformáció sebesség

# Folyadék áramlása kapillárisban áramlási profil



$$\tau = \eta \cdot \frac{dv_x}{dr}$$

$$\tau = \frac{r^2 \pi \cdot dP}{2r\pi \cdot dx} = \frac{r}{2} \cdot \frac{dP}{dx} = -\frac{r}{2} \frac{\Delta P}{L}$$

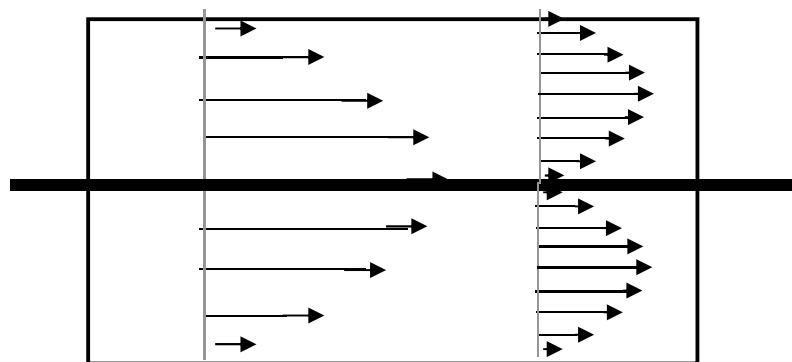
$$dv_x = \frac{\tau}{\eta} dr = -\frac{\Delta P}{2L\eta} \cdot r \cdot dr = -\frac{\Delta P}{4L\eta} \cdot d(r^2)$$

$$v_x(r = R) = 0$$

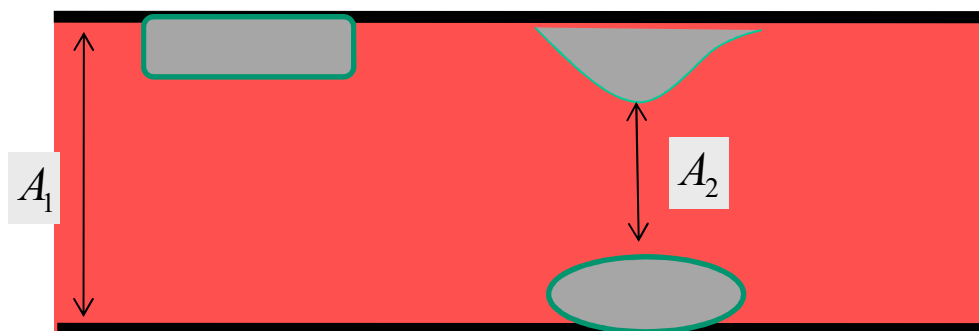
$$v_x(r) = -\frac{\Delta P}{4L\eta} \cdot r^2 + konst.$$

$$v_x(r) = \frac{\Delta P}{4L\eta} \cdot (R^2 - r^2) = \frac{\Delta P R^2}{4L\eta} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

## *Parabolikus sebesség profil módosulása*



katéter



turbulens

$$v_x(r) = \frac{\Delta P R^2}{4L\eta} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad \text{Folyadék áramlása kapillárisban}$$

*térfogatáram*

$$v_{\max} = \frac{R^2}{4\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L}$$

$$v_x(r) = v_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

$$I_V = 2\pi \cdot \int_0^R r \cdot v_x(r) \cdot dr$$

$$I_V = 2\pi \cdot \int_0^{R_0} r \cdot v_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot dr$$

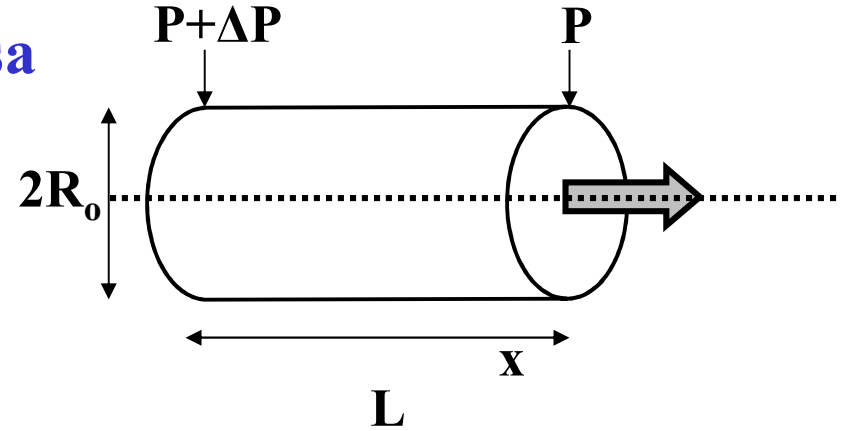
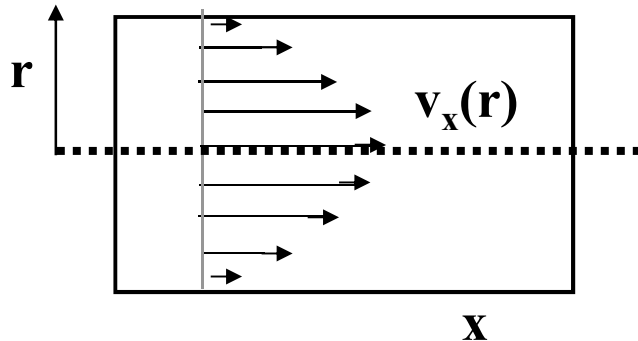
$$I_V = \frac{\pi \cdot R_o^4}{8\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L}$$

$$\overline{v_x} = \frac{I_V}{R_o^2 \pi} = \frac{R_o^2}{8\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L} = \frac{1}{2} v_{\max}$$

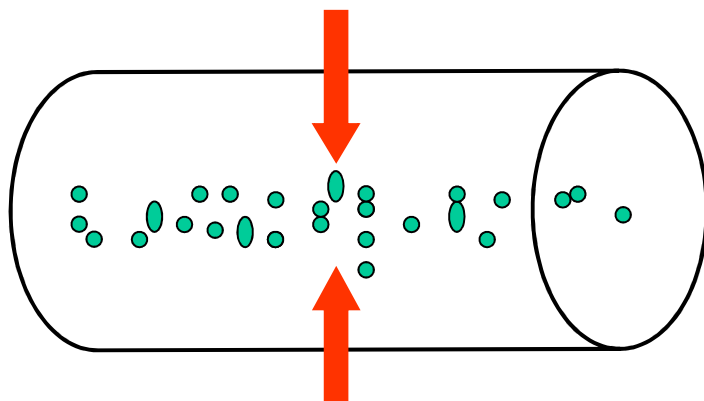
# Newtoni folyadék lamináris áramlása

(összefoglalás)

## Parabolikus sebesség profil



$$v_z(r) = \frac{\Delta P R_0^2}{4L\eta} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R_0^2}\right)$$

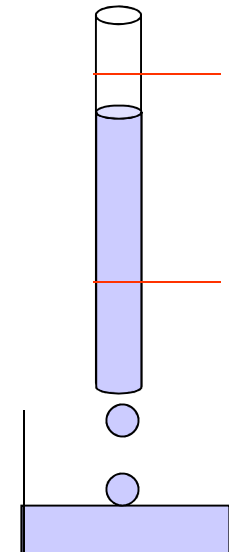


## Hagen-Poiseuille törvény

$$I_V = \frac{\pi \cdot R_o^4}{8\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L}$$

$$p + \frac{1}{2} \rho v_x^2 + \rho gh = const \text{ Bernoulli törvény}$$

Térfogatóram





**Dinamikai viszkozitás** (általában ezt értjük viszkozitás alatt  
*pascal secundum* ( $Pa \cdot s$ ))

Régebben Jean Louis Marie Poiseuille (1797-1869)  
tiszteletére használták a

$$1 \text{ poise} = 100 \text{ centipoise} = 0.1 \text{ Pa} \cdot \text{s}.$$

Az orvosi gyakorlatban ma is gyakran a cP (centi-poise)-t  
használják

**Fluiditás** a viszkozitás reciproka

**Kinematikai viszkozitás:** a dinamikai viszkozitás és a  
sűrűség hányadosa ( $m^2 s^{-1}$ ) vagy *stoke* ( $St$ ).

## Néhány folyadék viszkozitása

| anyag    | T/ °C | viszkozitás / $mPa \cdot s$ |
|----------|-------|-----------------------------|
| víz      | 20    | 1,0                         |
| glicerin | 20    | 1500                        |
| n-pentán | 20    | 0,23                        |

| biofolyadék | T/ °C | viszkozitás / $mPa \cdot s$ |
|-------------|-------|-----------------------------|
| vér         | 37    | 4 (nem Newtoni !)           |
| vér plazma  | 37    | 1,5                         |
| könny       | 37    | 0,73 – 0,97                 |
| levegő      | 18    | 0,018                       |
| liquor      | 20    | 1,02                        |

## Relatív viszkozitás ( $\eta_{rel}$ ).

$$\eta_{rel} = \frac{\eta}{\eta_o} = \frac{t}{t_o}$$

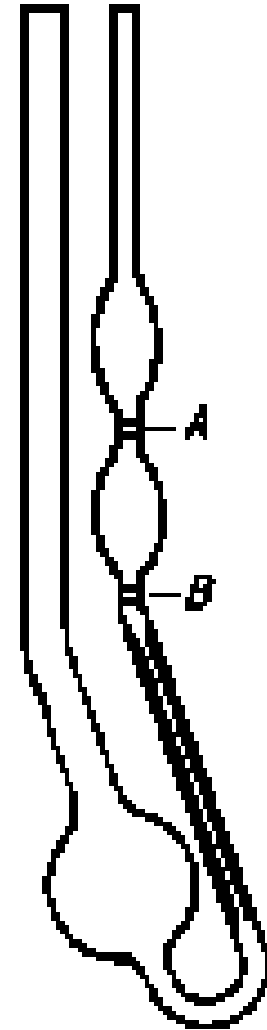
oldat

oldószer

## Specifikus viszkozitás ( $\eta_{sp}$ )

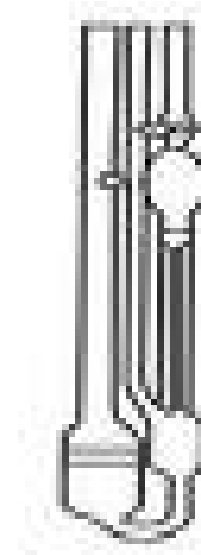
$$\eta_{sp} = \eta_{rel} - 1$$

Ostwald-féle viszkoziméter



## Redukált viszkozitás ( $\eta_{red}$ )

$$\eta_{red} = \frac{\eta_{sp}}{c}$$

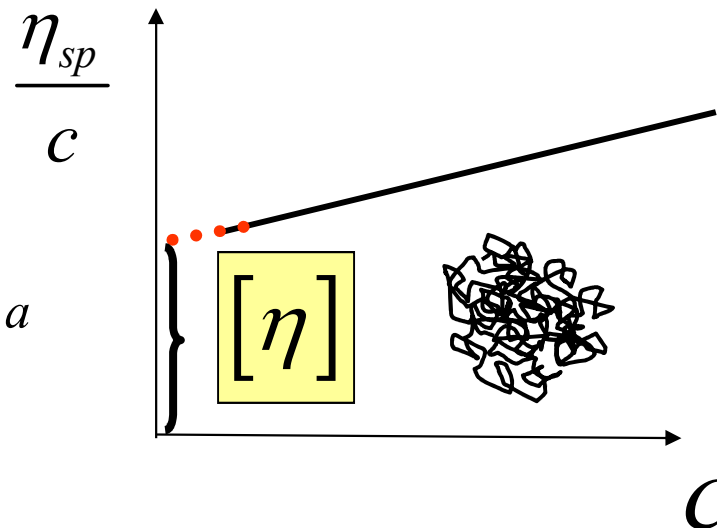


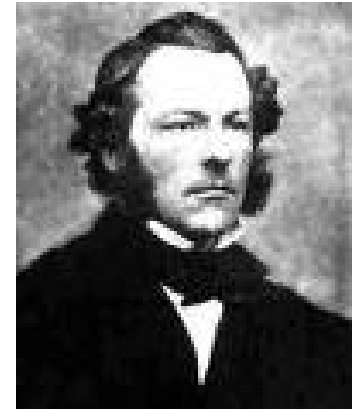
## Jellemző viszkozitás ( $[\eta]$ )

Ubbelohde féle viszkoziméter

$$[\eta] = \lim_{c \rightarrow 0} \eta_{red}$$

$$[\eta] = k \cdot M^a$$





George Stokes  
1819-1903

$$\tau = \eta \frac{dv_x}{dy}$$

$$f_s = 4R^2\pi \cdot \tau$$

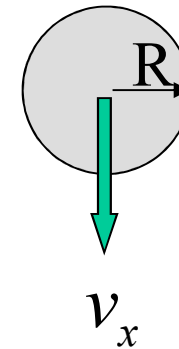
$$\frac{dv_x}{dy} = \frac{v}{R}$$

$$f_s = 4R^2\pi \cdot \eta \cdot \frac{v}{R}$$

$$f_s = 4\pi\eta R v_x$$

**Stokes törvény:**

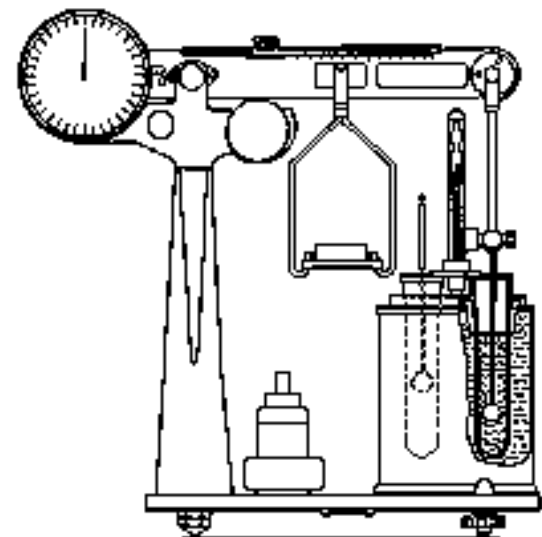
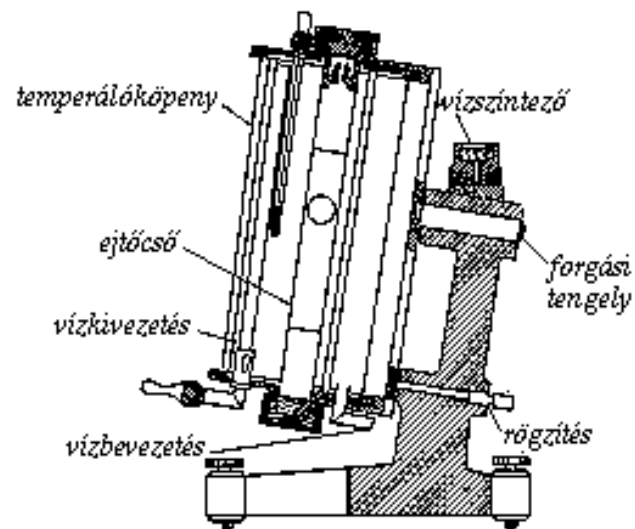
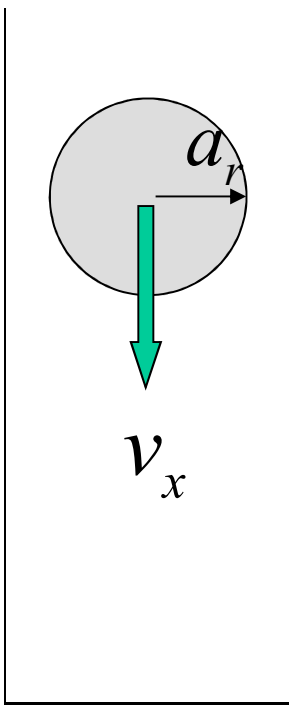
$$f_\eta = 6\pi\eta R v_x$$



$$f_g = f_\eta$$

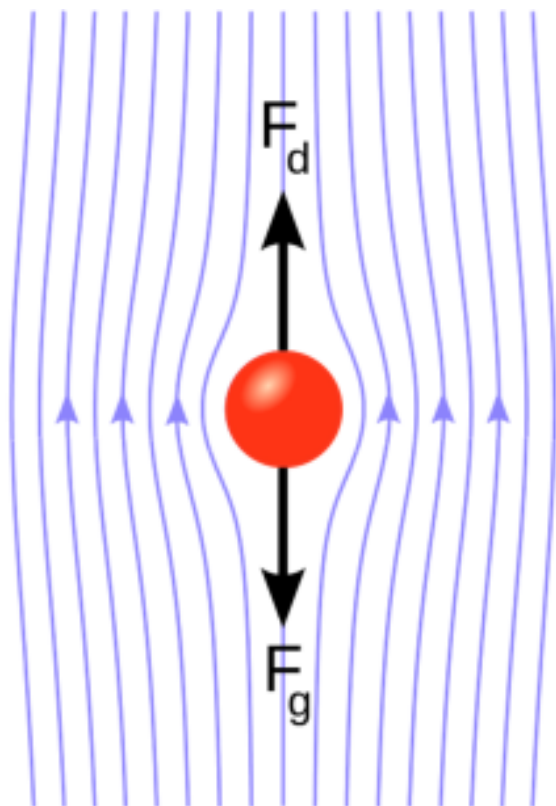
$$v_x = \frac{2}{9} \frac{R^2 \Delta \rho g}{\eta}$$

$$f_{\eta} = 6\pi\eta a_r v_x$$



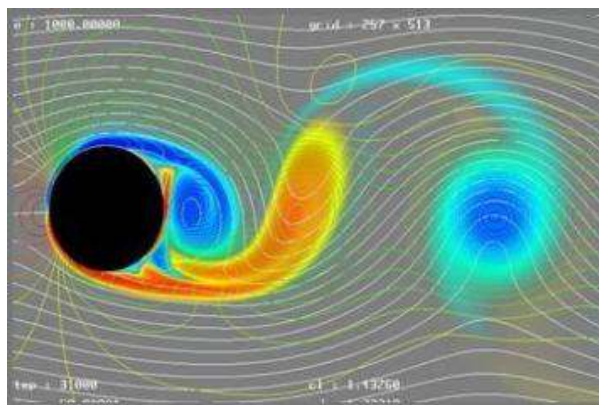
**Höppler féle viszkoziméter**

## Kármán örvénysor



lamináris

$$R_e < 2100$$



turbulens

$$R_e \gg 2100$$



Kármán Tódos  
1881-1963

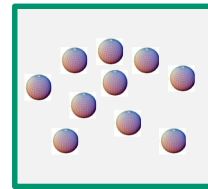
# Híg szuszpenziók viszkozitása

Általában *newtoni* viselkedés

*Einstein*-egyenlet

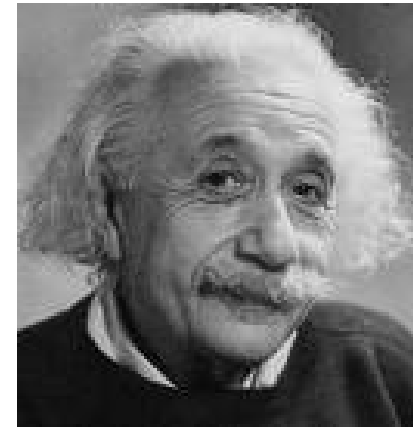


$$[\eta] = 2.5\Phi$$



$$\eta = \eta_o (1 + 2.5\Phi)$$

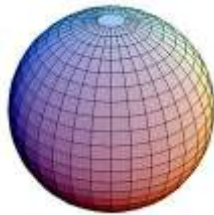
Térfogati tört



Albert Einstein  
1879-1955



# *Einstein*-egyenlet általánosítása:



$$[\eta] = \nu_a \Phi$$

$$\eta = \eta_o (1 + \nu_a \Phi)$$

Aszimmetria faktor

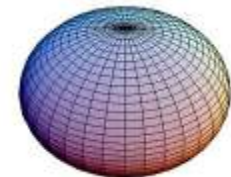
$$\nu_a = \frac{(a/b)^2}{15 \left[ \ln \left( \frac{2a}{b} \right) - \frac{3}{2} \right]} + \frac{(a/b)^2}{5 \left[ \ln \left( \frac{2a}{b} \right) - \frac{1}{2} \right]} + \frac{14}{5}$$

Prolát elipszoid



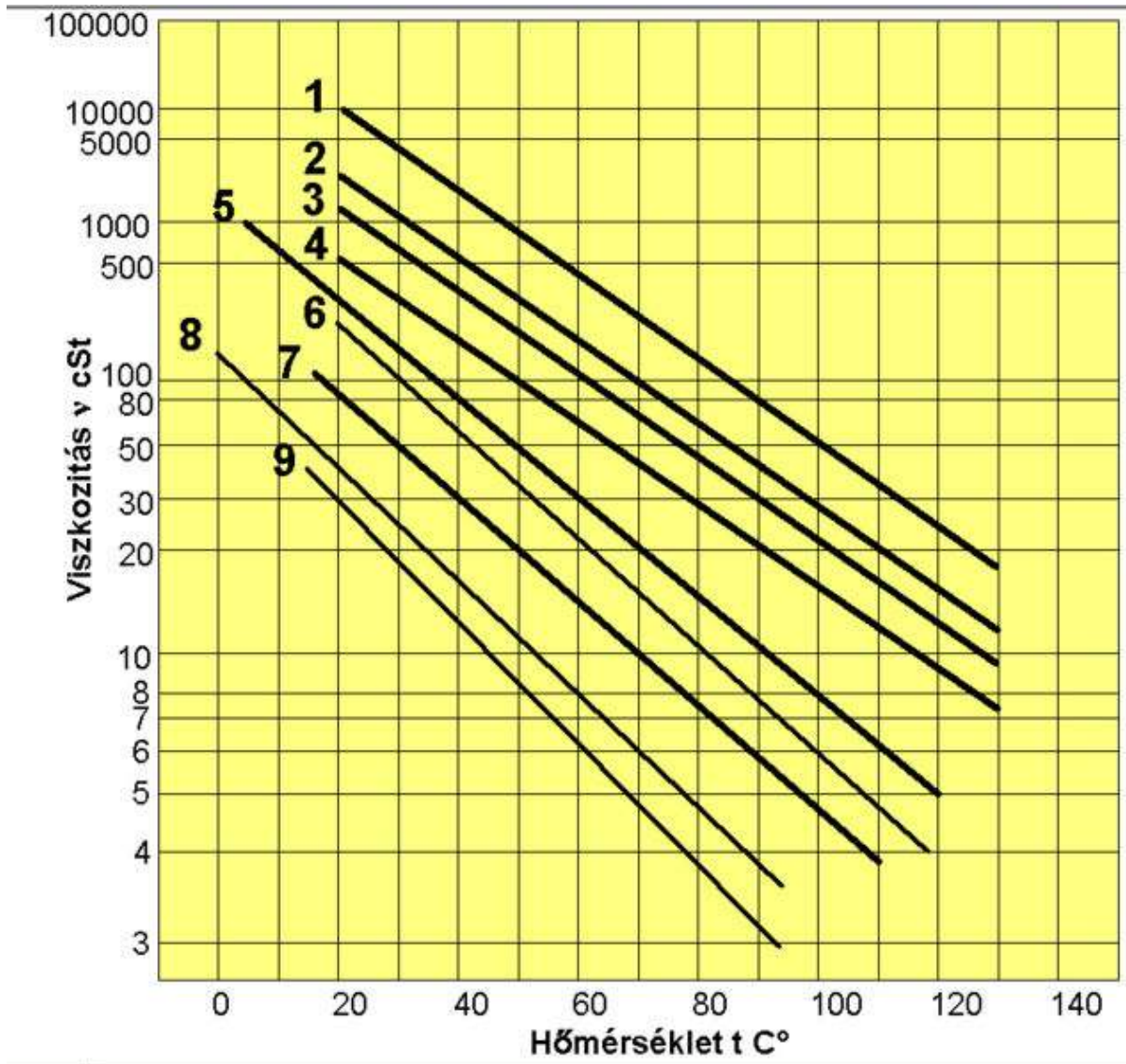
$$\nu_a = \frac{16(a/b)}{15 \tan^{-1}(a/b)}$$

Oblát elipszoid



DNS-re:  $a/b = 27,8$   $\nu_a = 65,2$

## A viszkozitás függése a hőmérséklettől:



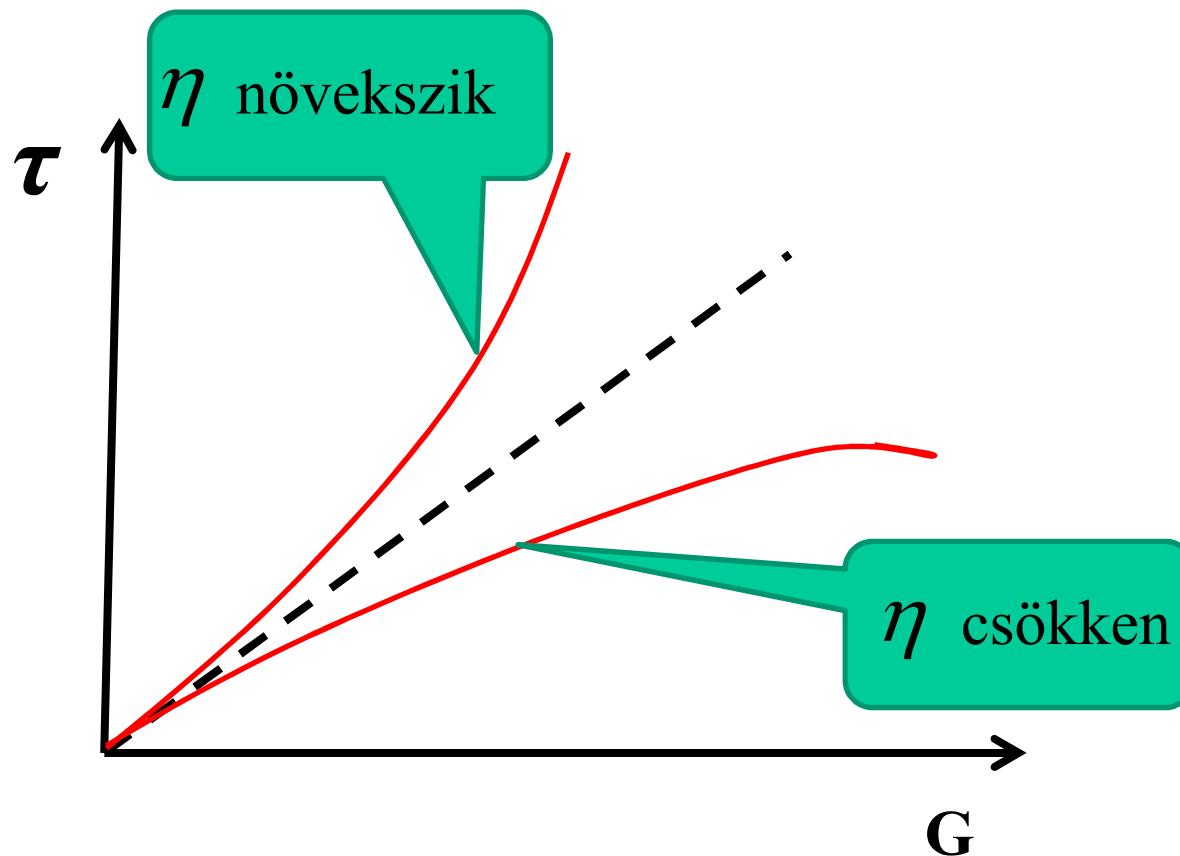
$$\eta(T) = \eta_o \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right)$$

**Stokes-Einstein** törvény:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta a_r}$$

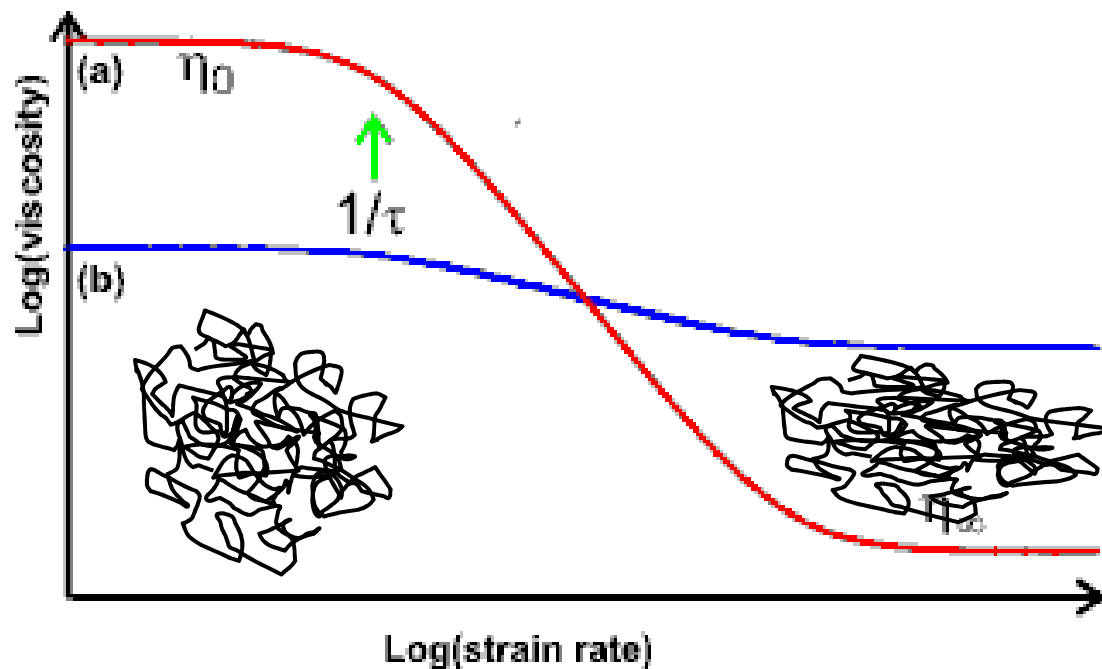
## Nem newtoni folyadékok

- viszkozitás nagysága az anyagi minőségen kívül a **deformációs hatás mértékétől** és **idejétől** is függ.



## • szerkezeti viszkozitás

*Viszkozitás csökken nyírás hatására*



*polimer oldat*

*festék*

*ketchup*

## Vér áramlása elágazó erekben

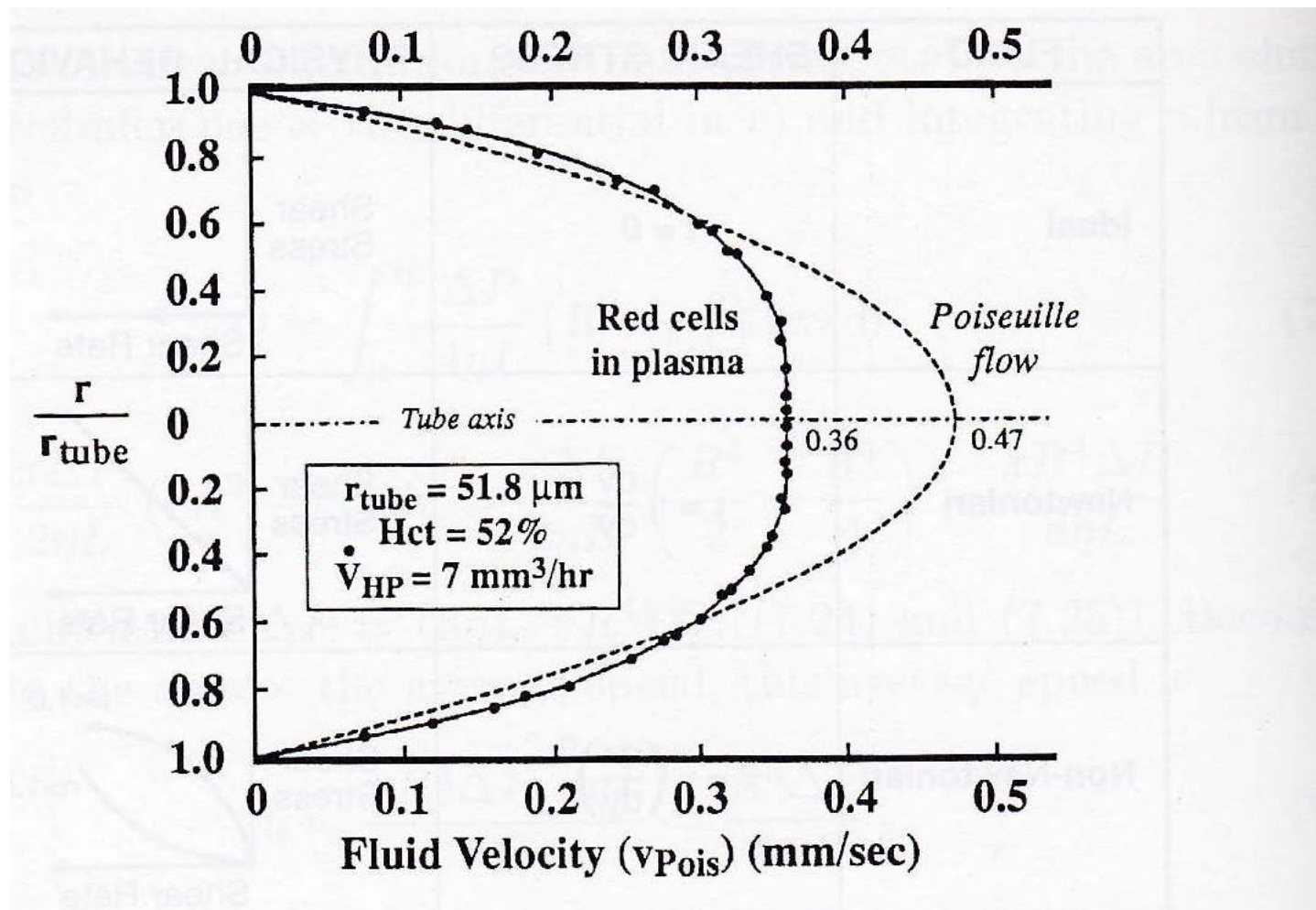


$$I_V = \frac{\pi \cdot R_o^4}{8\eta L} \cdot \Delta P = \frac{1}{R_{res}} \cdot \Delta P$$

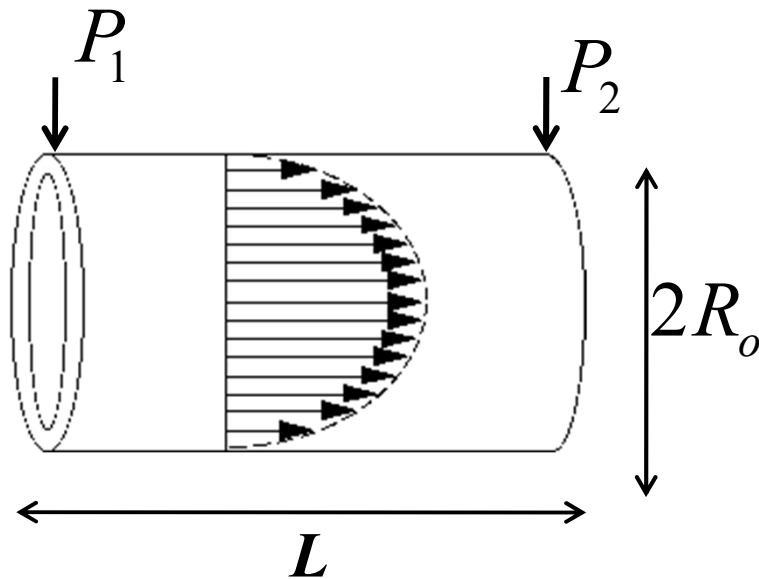
$$R_{res} (soros) = \sum_i R_{res,i}$$

$$\frac{1}{R_{res} (párhuzamos)} = \sum_i \frac{1}{R_{res,i}}$$

| érszakasz    | átmérő<br>cm | hossz<br>cm | elágazások<br>száma | áramlási seb.<br>cm/s |
|--------------|--------------|-------------|---------------------|-----------------------|
| aorta        | 2,4          | 40          | 1                   | 23                    |
| artériák     | 0,4          | 15          | 160                 | 5                     |
| kapillárisok | 0,0007       | 0,07        | $1,2 \cdot 10^{10}$ | 0,022                 |
| vénák        | 0,5          | 15          | 200                 | 2,5                   |



## Gázok áramlása kapillárisban



$$\tau = -\eta \cdot \frac{dv_x}{dr}$$

$$I_V = \frac{dV}{dt} = \frac{RT}{P} \frac{dn}{dt} = \frac{RT}{P} I_n$$

$$\tau = \frac{r^2 \pi \cdot dP}{2r \pi \cdot dx} = \frac{r}{2} \left( \frac{dP}{dx} \right) \neq \frac{r}{2} \left( \frac{\Delta P}{L} \right)$$

$$I_n = \frac{R_o^4 \pi}{8\eta} \frac{P}{RT} \frac{dp}{dx}$$

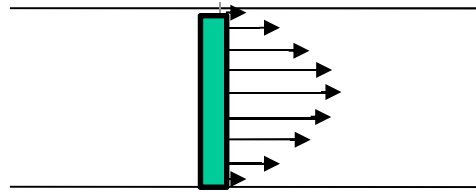
$$I_n dx = \frac{R_o^4 \pi}{16\eta RT} d(p^2)$$

$$I_n = \frac{R_o^4 \pi}{16L\eta RT} (P_1^2 - P_2^2)$$

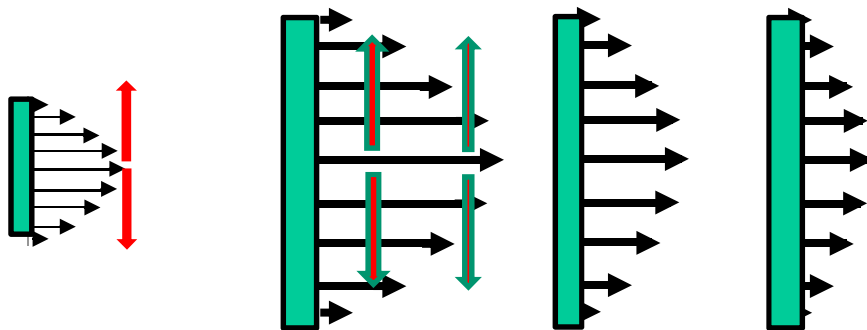
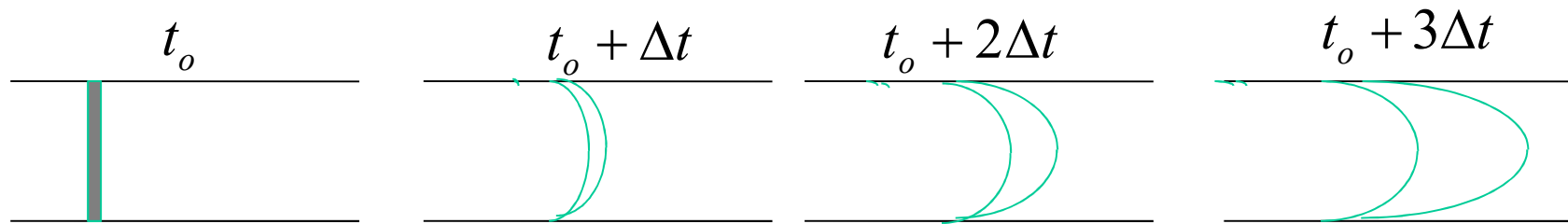
**A gáz áramlási sebessége nem a nyomások, hanem a nyomásnégyzetek különbségével arányos!**



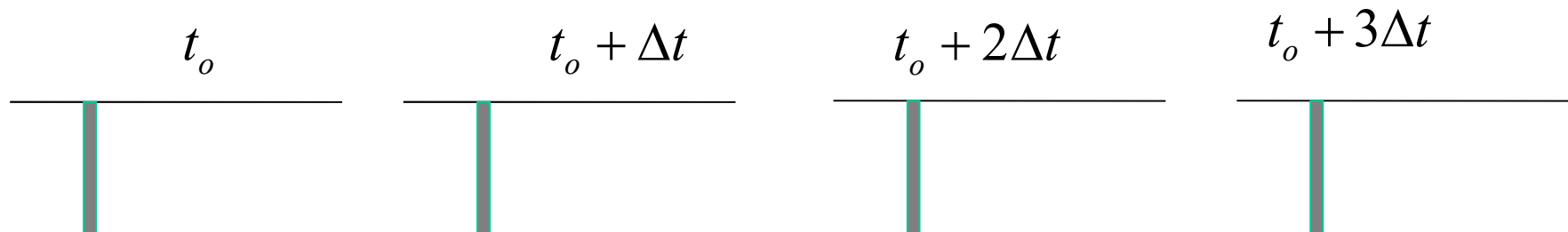
# Áramlás és diffúzió



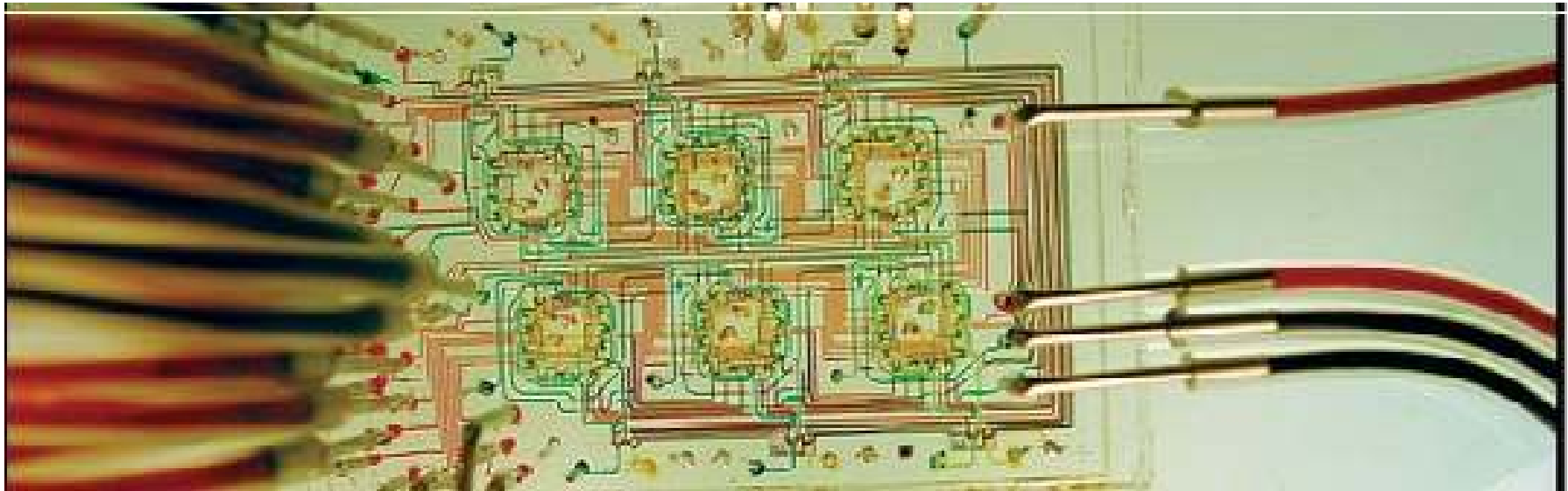
Az áramlási profil következtében a koncentrációs réteg szétfolyik?



Az áramlás irányára merőleges diffúzió megakadályozza a réteg szétterjedését!



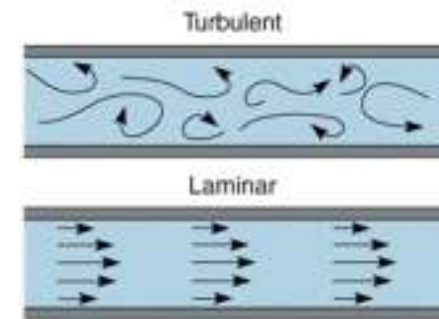
**Microfluidics:** science and technologies for designing/fabricating devices and processes for handling and control of minute amounts of fluids in a miniaturized system



$$R_e = \frac{v \cdot \rho \cdot d}{\eta}$$

mikrofluidika

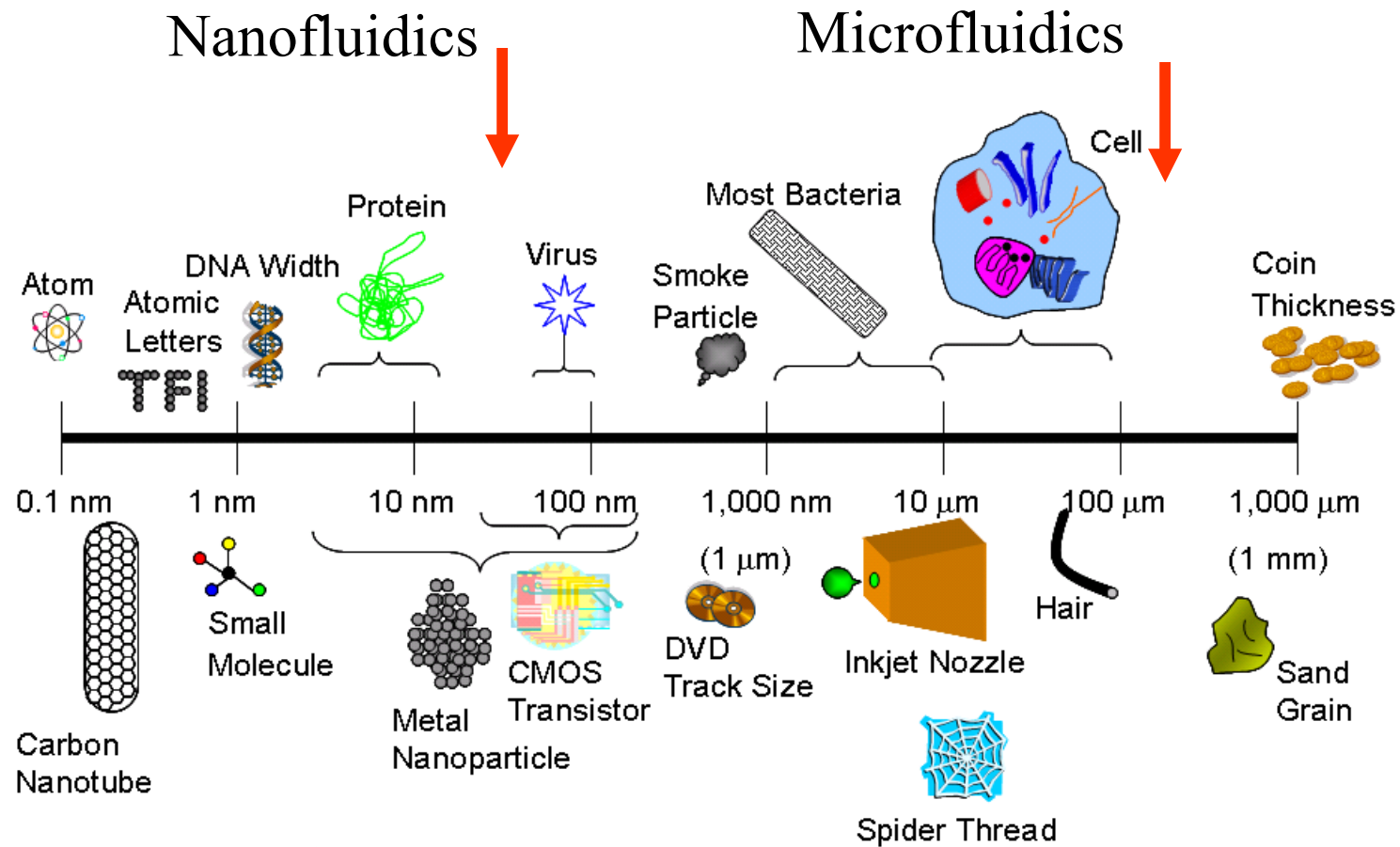
**lamináris áramlás !**



- opposite to turbulent flow
- low Reynold's number (inertial to viscous forces)
- flow follows certain paths
  - mixing typically does not occur
  - predict the position of a particle (if the start position is known)

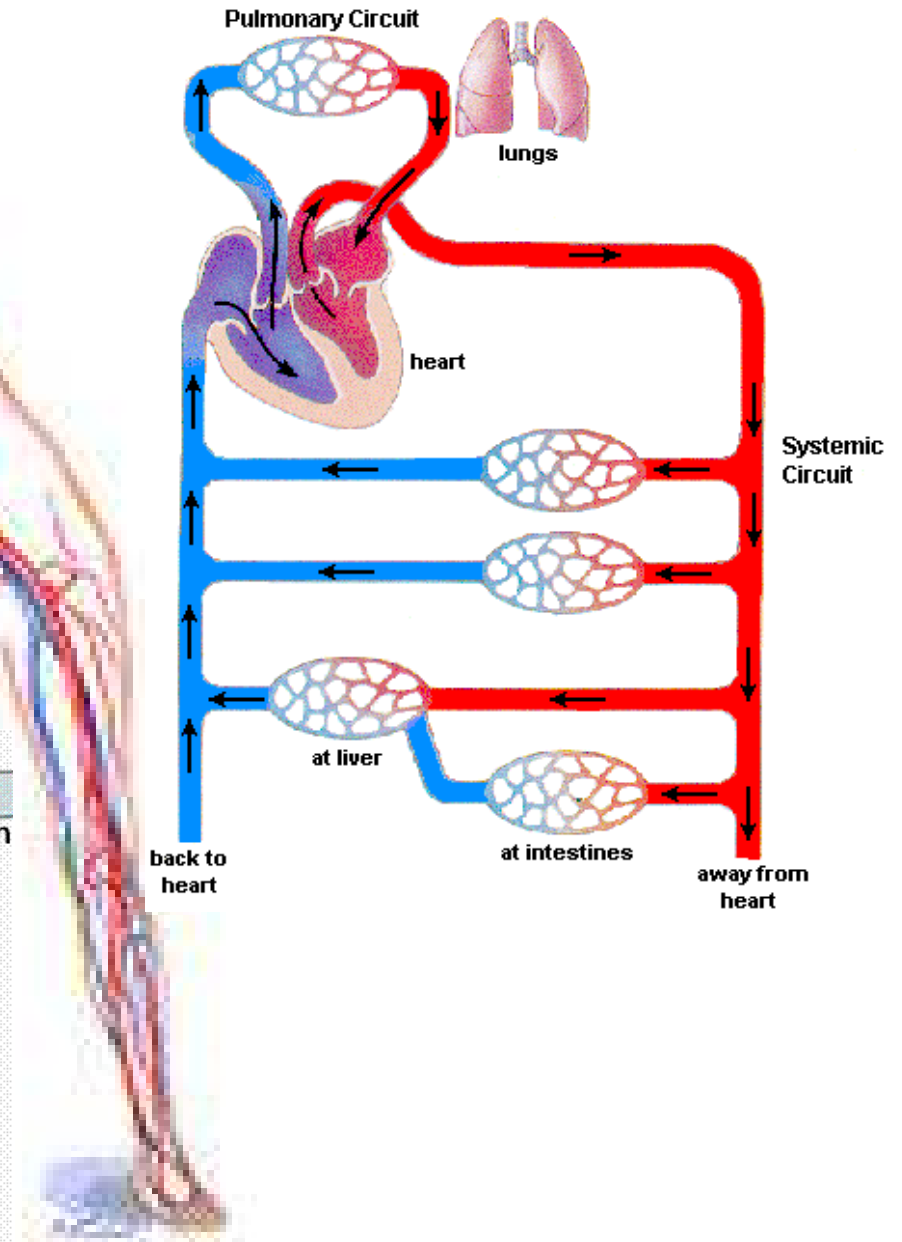
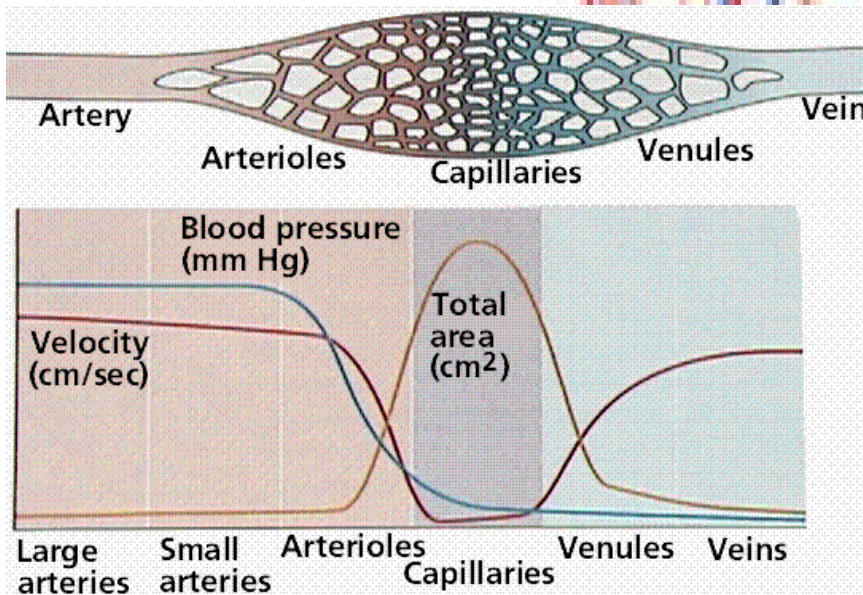


# Microfluidics compared to some important objects



# Nature Uses Microfluidics!

Pump, valves,  
manifold,  
functional “chips”,  
reagents





# Konduktív transzportfolyamatok egységes leírása

|                     | diffúzió                                      | <b>hővezetés</b>                                   | reológia              |
|---------------------|---|--|-----------------------|
| <b>ÁRAM:</b>        | komponens áram<br>(tömeg áram)                | <b>energia áram</b>                                | impulzus áram         |
| <b>HAJTÓERŐ:</b>    | $\nabla c$                                    | $\nabla T$   | $\nabla v$            |
| <b>ÁRAMSŰRŰSÉG:</b> | $j_n = -D\nabla c$                            | $j_Q = -k\nabla T$                                 | $j_i = -\eta\nabla v$ |
| <b>VÁLTOZÁS:</b>    | $\frac{\partial c}{\partial t} = D\nabla^2 c$ | $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\nabla^2 T$ |                       |

**Fick**

**Fourier**

**Newton**

**Laplace operátor:**  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

Alap – energiaforgalom: **BMR**  
*Basal metabolic rate*

$$BMR = \left. \frac{dQ}{dt} \right|_{nyugalom}$$



$$BMR \propto m_b^{3/4}$$

Kleiber törvény

*A BMR a korral csökken*

$m_b = 70$  kg    7029 kJ/nap    293 kJ/óra    81 W férfi  
60 W nő

**Energiaforgalom:(MR) és oxigén fogyasztás**

|              |       |                     |
|--------------|-------|---------------------|
| alvás        | 83 W  | $O_2$ : 0,24 L/perc |
| séta         | 265 W | $O_2$ : 0,76 L/perc |
| kerékpározás | 400 W | $O_2$ : 1,13 L/perc |



## Átlagos ember átlagos termikus jellemzői:

Fajhő: 3,47 kJ/kgK

70 kg-os személy hőkapacitása: 243 kJ/C°

$$Q = C \cdot m_b \cdot \Delta T \quad \frac{dQ}{dt} = C \cdot m_b \cdot \frac{dT}{dt} \quad \frac{dT}{dt} = \frac{1}{C \cdot m_b} \cdot \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{C \cdot m_b} \cdot BMR$$

$$\boxed{\frac{dT}{dt} = \frac{BMR}{C \cdot m_b}} \quad \longrightarrow \quad \frac{dT}{dt} = 1,2 \text{ C}^\circ/\text{óra} \quad \text{Ha nem lenne veszteség és fizikai aktivitás!}$$

Hővesztesség: sugárzás: 54 – 60 %

Levegő : 25 %

Izzadás : 7 %

Légzés : 14 %

Fizikai aktivitás esetén



$$\frac{dQ}{dt} = f \cdot BMR$$

$$\frac{dT}{dt} = f \cdot \frac{BMR}{C \cdot m_b} \approx 1,2 f C^\circ / h$$

$$0 < f < 20$$

*Fizikai aktivitás*

| aktivitás | $f$ |
|-----------|-----|
| alvás     | 1   |
| ülés      | 1,5 |
| állás     | 1,7 |
| gyaloglás | 4,7 |

## Evés és hőtermelés nyugalomban

|                              | Nagy evő | Kis evő | arány |
|------------------------------|----------|---------|-------|
| Test súly (kg)               | 54,2     | 52,7    | 1,03  |
| Kaja energia (kJ/nap)        | 9916     | 6485    | 1,54  |
| Nappali hőtermelés (kJ/nap)  | 9079     | 5815    | 1,55  |
| Éjszakai hőtermelés (kJ/nap) | 7196     | 4602    | 1,56  |

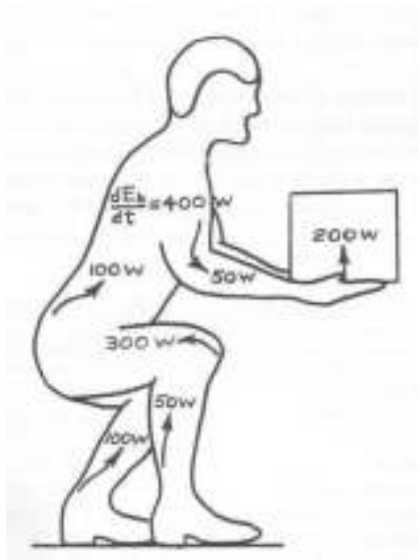
de....

$$\frac{dQ}{dt} = f \cdot BMR$$

$$0 < f < 20$$

*Fizikai aktivitás*

## Energiaforgalom és mozgás

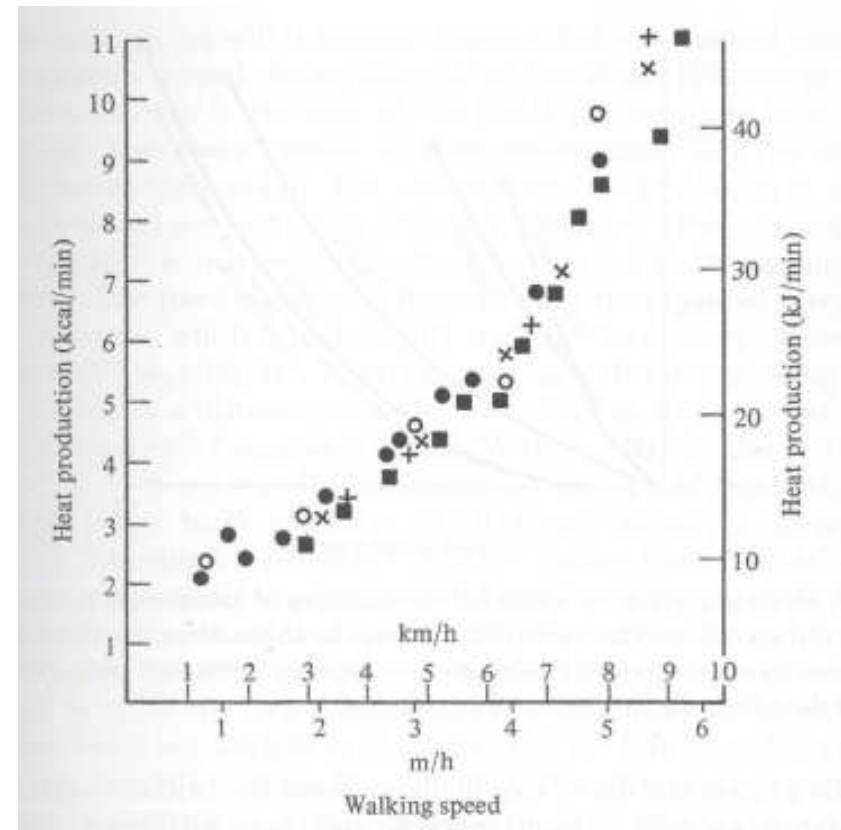


munka(fizika)  $\neq$  munka(biológia)

külső

belső

Gyaloglással felszabadított hő függése a sebességtől.



# Biológiai hőforgalom mérése

Direkt kalorimetria

Indirekt kalorimetria

$$\Delta Q = Q_{\text{metabolizmus}} + Q_{\text{veszteség}}$$

Oxigén fogyasztás és/vagy  
CO<sub>2</sub> termelés arányos a  
hőtermeléssel

$$Q_{\text{veszteség}} = Q_{\text{sugárzó}} + Q_{\text{konvektív}} + Q_{\text{konduktív}} + Q_{\text{párolgási}} + Q_{\text{légzés}}$$

kötési energia

- hő
- munka
- (vég)termék

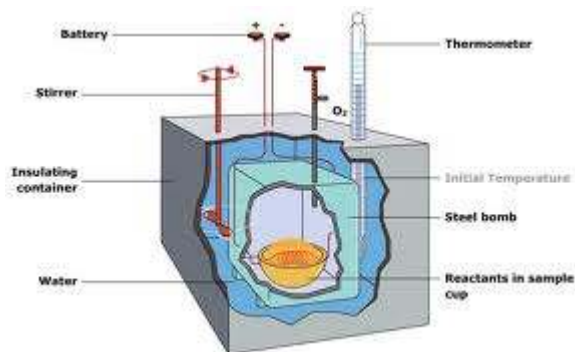
54-60 %

25 %

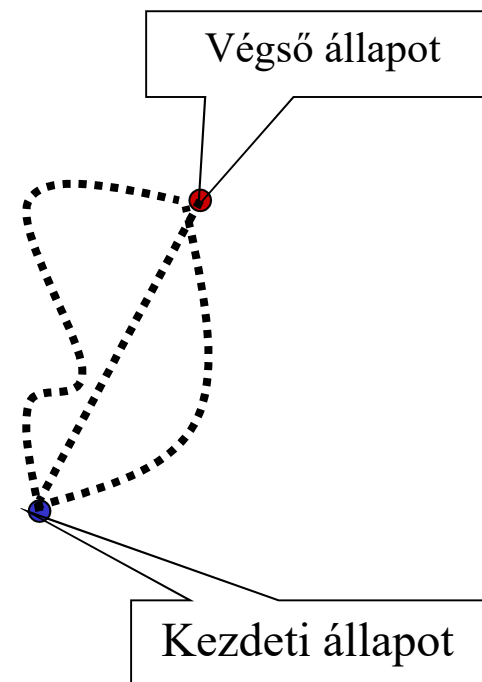
7 %

14 %

# Direkt kalorimetria



Hess tétele:



| anyag      | kalorimetrikus energia<br>kJ/g |
|------------|--------------------------------|
| szénhidrát | 17,1                           |
| fehérje    | 23,6                           |
| etanol     | 29,7                           |
| zsír       | 39,6                           |

| anyag  | energia sűrűség J/Kg |
|--------|----------------------|
| ATP    | $1,0 \cdot 10^5$     |
| $H_2$  | $1,2 \cdot 10^8$     |
| zsír   | $3,9 \cdot 10^7$     |
| glükóz | $1,6 \cdot 10^7$     |

## Direkt és indirekt kalorimetria

1 mól glükóz oxidációjához 6 mól=134,46 L oxigén kell!

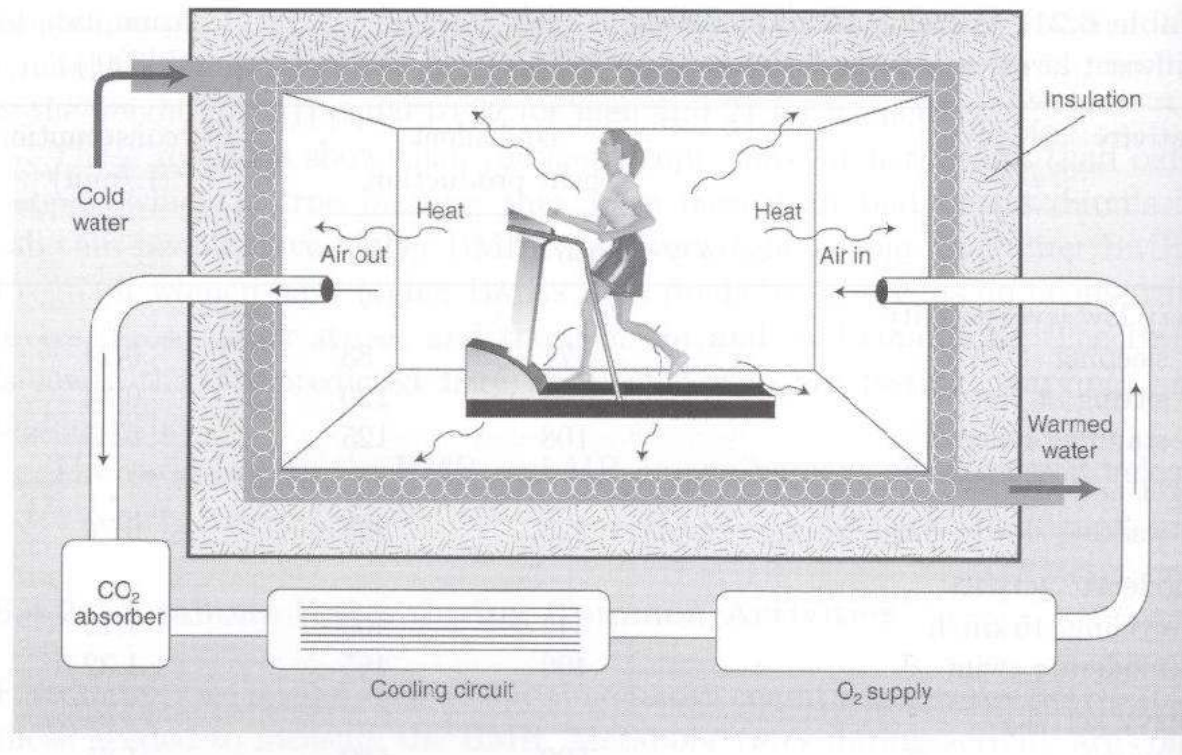
$$\Delta H = +2817 \text{ kJ}$$

### Oxigén energia egyenérték

1 L oxigén fogyasztására 21 kJ energiát jelent

| komponens  | kalorimetrikus energia<br>kJ/g | Oxigén egyenérték<br>kJ/L | Széndioxid egyenérték<br>kJ/L |
|------------|--------------------------------|---------------------------|-------------------------------|
| szénhidrát | 17,1                           | 21,1                      | 21,1                          |
| fehérje    | 23,6                           | 18,7                      | 23,3                          |
| etanol     | 29,7                           | 20,3                      | 30,3                          |
| zsír       | 39,6                           | 19,8                      | 27,9                          |

## Direkt és indirekt kalorimetria



$$\Delta H = +2817 \text{ kJ}$$

$$\Delta H = +1757 \text{ kJ}$$

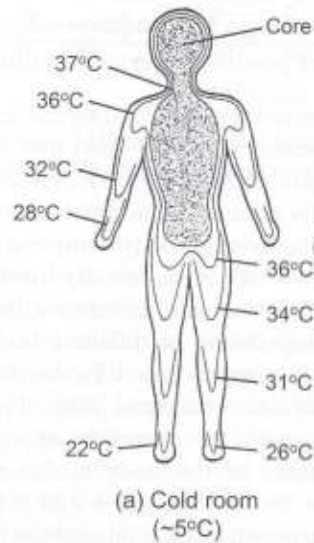
$$\eta = 61 - 65 \%$$

Kalorimetria > metabolitika  
(V=konst.) (p=konst.)



# A BELSŐ ENERGIA (*HŐ*) TRANSZPORTJA

**Hol keletkezik a nyugalmi metabolikus hő?**

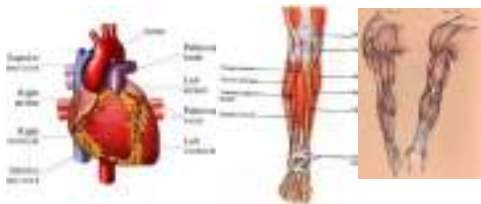


|                      |     |
|----------------------|-----|
| <i>agyvelő</i>       | 25% |
| <i>szív</i>          | 15% |
| <i>vázizom</i>       | 25% |
| <i>hasi zsigerek</i> | 25% |
| <i>vese</i>          | 6%  |
| <i>bőr</i>           | 4%  |

A szervezetben belül a hőmérséklet eloszlás nem homogén.

mag

köpeny



**Hol veszik el a metabolikus hő?**

$$Q_{\text{veszteség}} = Q_{\text{sugárzó}} + Q_{\text{konvektív}} + Q_{\text{konduktív}} + Q_{\text{párolgási}} + Q_{\text{légzés}}$$

54-60 %

25 %

7 %

14 %

## Konduktív hővezetés: **Fourier törvények**

$$j_Q = -k_T \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T \quad \leftarrow \text{függvény görbülete} \quad \alpha = \frac{k_T}{\rho \cdot C_p}$$

| anyag  | T/K | $k_T / Wm^{-1}K^{-1}$ | $\alpha / m^2s^{-1}$ | $c_p / kJkg^{-1}K^{-1}$ |
|--------|-----|-----------------------|----------------------|-------------------------|
| levegő | 300 | 0,025                 | $2,11 \cdot 10^{-5}$ | 1,006                   |
| víz    | 300 | 0,609                 | $1,5 \cdot 10^{-7}$  | 4,186                   |
| zsír   | 298 | 0,21                  | $0,69 \cdot 10^{-7}$ | 3,258                   |
| vér    | 298 | 0,642                 | $1,76 \cdot 10^{-7}$ | 3,889                   |
| bőr    | 310 | 0,442                 | $1,19 \cdot 10^{-7}$ | 3,471                   |

$$\frac{dQ_{\text{hővezetés}}}{dt} = -k_T \cdot A_s \cdot \frac{dT}{dx}$$

## Pennes bio-hő egyenlete

$$\rho_t c_t \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k_t \nabla T) + c_b w_b (T - T_b) + Q + Q_m$$

| Parameter name                                     | Symbol     | Tissue     | Tumor     |
|--|------------|------------|-----------|
| Thermal conductivity (W/m)                         | $k$        | 0.42       | 0.42      |
| Blood perfusion rate (1/s)                         | $\omega_b$ | $18e^{-8}$ | $9e^{-6}$ |
| Density (kg/m <sup>3</sup> )                       | $\rho_b$   | 920        | 920       |
| Specific heat of blood (J/kg.K)                    | $c_b$      | 3000       | 3000      |
| Arterial blood temperature (K)                     | $T_b$      | 310        | 310       |
| Metabolic heat generation rate(W/ m <sup>3</sup> ) | $Q_{met}$  | 450        | 29000     |

# Testhőmérséklet szabályzás

metabolizmus ↔ hőveszteség

$T=28\text{ }^{\circ}\text{C}$  ♥ fibrilláció

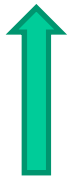
$T=30\text{ }^{\circ}\text{C}$  Hőmérséklet szabályzás felborul

$T=33\text{ }^{\circ}\text{C}$  Tudat vesztés

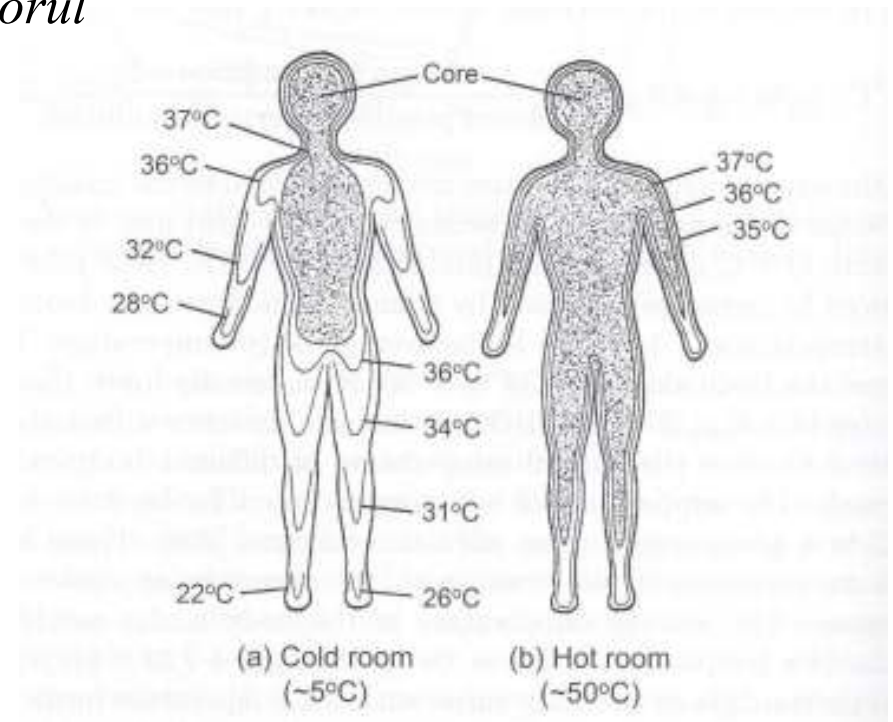
$T=37\text{ }^{\circ}\text{C}$

$T=41\text{ }^{\circ}\text{C}$  Központi idegrendszer -

$T=42\text{ }^{\circ}\text{C}$  Fehérjék denaturálódnak



testhőmérséklet



*egységyi  
felület*

## Hőszugárzás



Wien törvény:  $R = \varepsilon \sigma T^4$        $\varepsilon$  : emisszió

Stefan-Boltzmann konst.:  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W / m}^2 \text{ K}^4$

$$-\frac{dQ_{\text{sugárzó}}}{dt} = R \cdot A_s = \varepsilon \sigma T^4 \cdot A_s$$

$A_s = 1,85 \text{ m}^2$  átlagos felület

$\varepsilon \cong 1$  emberi bőr

$$\frac{dQ_{\text{sugárzó}}}{dt} = \left. \frac{dQ}{dt} \right|_{\text{nyereség}} - \left. \frac{dQ}{dt} \right|_{\text{veszteség}}$$

$$R = \varepsilon \sigma (T_{\text{test}}^4 - T_{\text{környezet}}^4)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$$

| anyag      | emisszió    |
|------------|-------------|
| emberi bőr | 0,95 – 0,99 |
| fa         | 0,99        |
| beton      | 0,95        |
| tégla      | 0,92        |



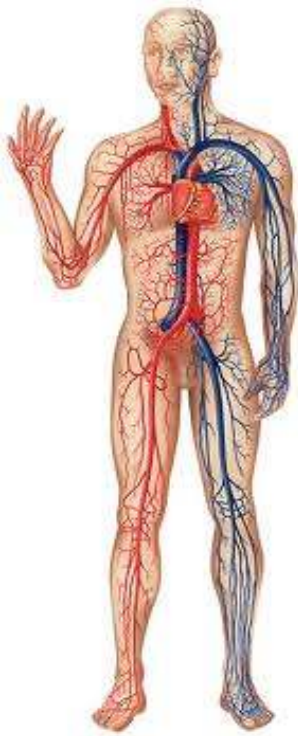
## Konvektív hővezetés (1)

$$-\frac{1}{A_s} \frac{dQ_{konvektív}}{dt} = h_c \cdot (T_{bőr} - T_{levegő})$$

$h_c$  : egységnyi felületre vonatkozó  
konvektív hővezetési tényező  
 $W / m^2 C^o$

| Szél sebessége [ m/s] | $h_c [W / m^2 C^o]$ |
|-----------------------|---------------------|
| 0,1                   | 2,6                 |
| 0,6                   | 6,4                 |
| 2,0                   | 11,7                |
| 4,0                   | 16,6                |

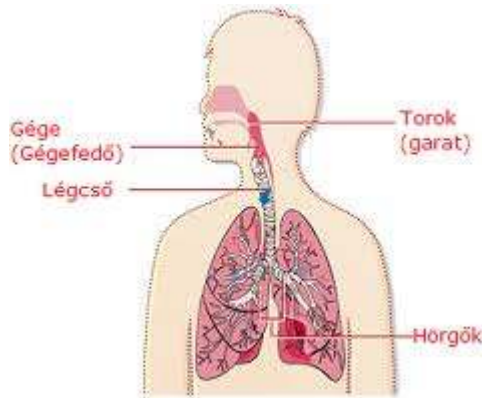
Szélben:  $h_c = 10,45 - v + 10v^{1/2}$      $v$  : áramló levegő sebesség:  $m/sec$   
(közelítés)



## Testen belüli hővezetés (2)

*(Test és vér közötti hővezetés)*

$$-\frac{1}{A_s} \frac{dQ_{\text{véráram}}}{dt} = h_c \cdot (T_{\text{vér}} - T_{\text{testrész}})$$



## Hővesztés párolgással (1) légzés

Ki- és belégzés térfogata nyugalomban: 500 ml

Ki- és belégzés frekvenciája nyugalomban: 12 – 14 / perc

$$I_{\text{levegő}} = \frac{dV_l}{dt} \approx 0,1 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$-\frac{dQ}{dt} = \rho_l c_{p,l} (T_{ki} - T_{be}) \frac{dV_l}{dt}$$





$V_{izz}$

## Hővesztesség párolgással (2) *izzadás*

Víz párolgáshője:  $\Delta h_{parolgas} = 2,25 \text{ kJ} / \text{g}$

$$-\frac{dQ}{dt} = \Delta h_{parolgas} \cdot (\rho_{lev}^{ki} - \rho_{lev}^{be}) \frac{dV_{izz}}{dt}$$