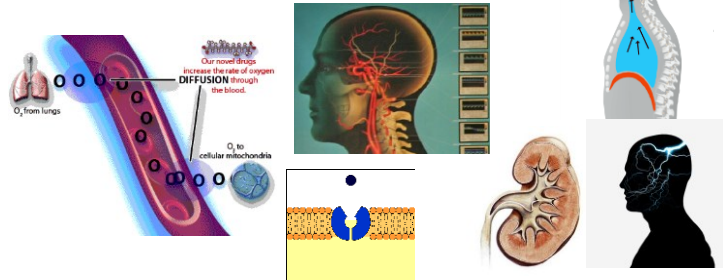


1

## Transzportfolyamatok

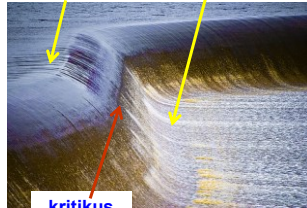
- **térfogattranszport** (áramlás) – Hagen–Poiseuille-törvény
- (elektromos) **töltéstranszport** (elektr. áram) – Ohm-törvény
- **anyagtranszport** (diffúzió) – Fick 1. törvénye
- **hőtranszport** (hővezetés) – Fourier-törvény
- összefoglalás, általánosítás – Onsager egyenlet



3

lamináris  
áramlás

turbulens  
áramlás



**kritikus  
sebesség**  
(lásd később)

A továbbiakban csak:

- lamináris áramlással,
- inkompresszibilis folyadékokkal, ill. gázokkal

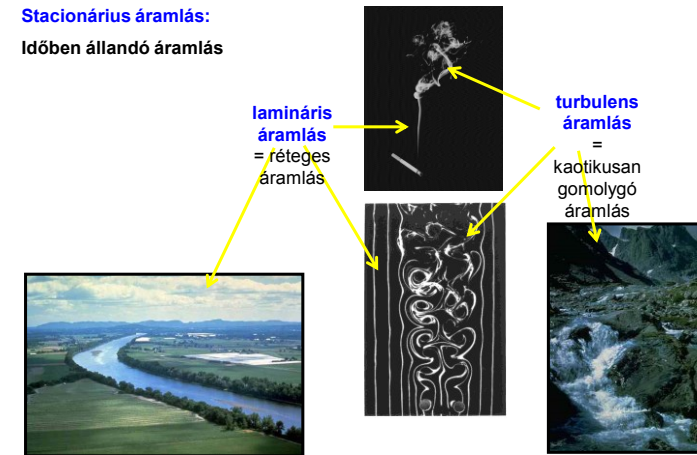
foglalkozunk.

2

## Térfogattranszport (áramlás) csövekben - alapfogalmak

**Stacionárius áramlás:**

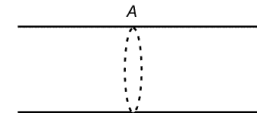
**Időben állandó áramlás**



4

**térfogati áramerősség ( $I_V$ ):**  $I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}$  (m<sup>3</sup>/s, l/perc,...)

**térfogati áramsűrűség ( $J_V$ ):**  $J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$  (m/s)

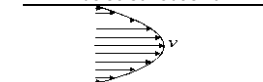


$$I = A \cdot \bar{v} \quad J = \bar{v}$$

**ideális folyadék**  
= belső súrlódás mentes



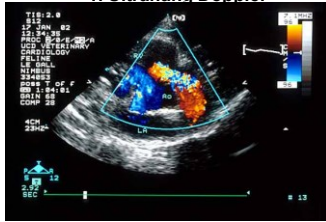
**reális folyadék**  
= belső súrlódás van



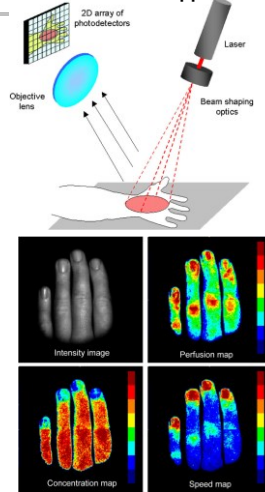
5

## Véráramlás térfigati áramerősségének mérése:

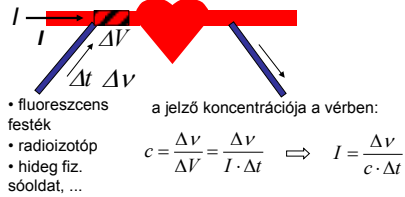
### 1. Ultrahang Doppler



### 2. Lézer Doppler



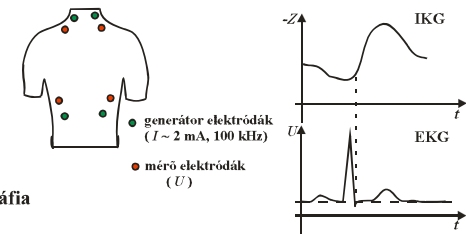
### 3. Dilúciós módszerek



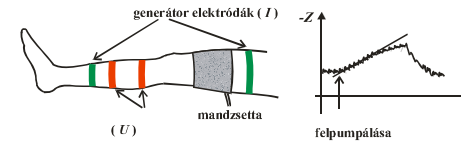
6

## 4. Impedancia módszerek

### Impedancia kardiográfia

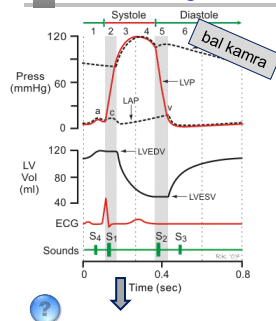


### (Impedancia) pletizmográfia



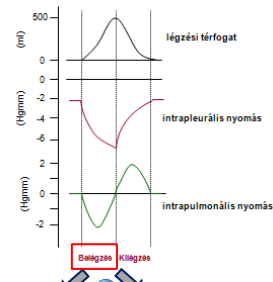
7

## Példa: térfigati áramerősség az aortában és a légszőben



$$\bar{I}_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} =$$

$$\bar{V} =$$



egy levegővétélben

$$\bar{I}_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} =$$

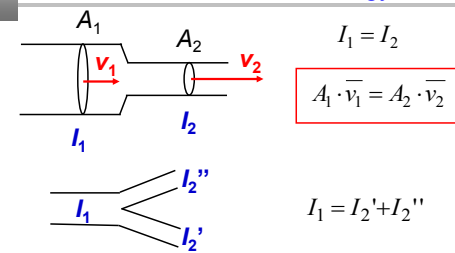
$$\bar{V} =$$

egy percre

$$\bar{I}_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} =$$

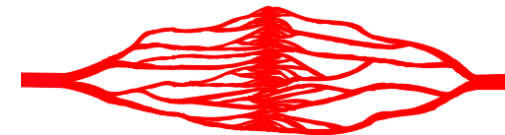
8

## Kontinuitási egyenlet



Feltételek:

- lamináris
- inkompresszibilis folyadék
- merev cső vagy stacionárius áramlás



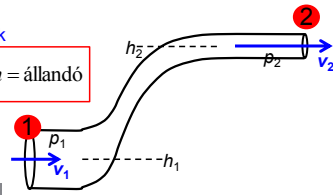
ér	aorta	artériák	arteriolák	kapillárisok	venulák	vénák	Venae cavae
A (cm <sup>2</sup> )	4,5	20	400	4500	4000	40	18
v (cm/s)	23	5	0,25	0,022	0,025	2,5	6

9

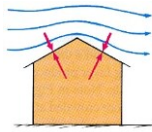
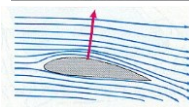
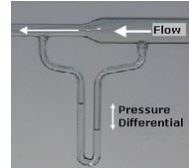
## Bernoulli törvénye

További feltétel:  
• ideális folyadék

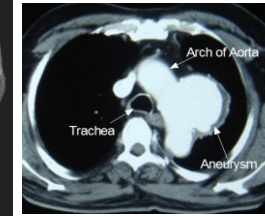
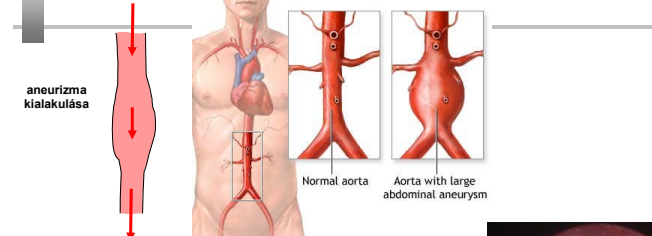
$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{állandó}$$



Daniel Bernoulli  
1700-1782  
matematikus  
fizikus  
anatómus

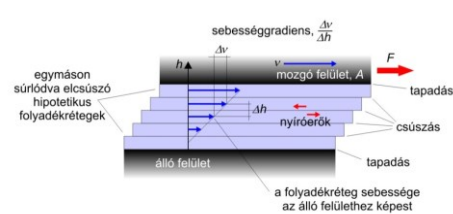


10



11

## Reális folyadékok – belső súrlódás, viszkozitás



Newton-féle  
súrlódási törvény:

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

sebességésés  
(sebességgradiens)

viszkozitás (belső  
súrlódási együttható)  
[ $\eta$ ] = Pa·s

$$[\sigma_{nyíró} = \eta \cdot g_{sebesség}]$$

12

Rotációs viszkoziméter:

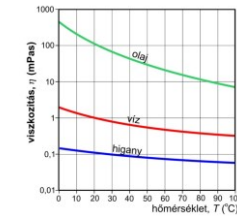


Hőmérséklet hatása  
folyadékok viszkozitására:  
(részecskék között kölcsönhatások)



$$\eta \sim T \cdot e^{\frac{\Delta E}{RT}}$$

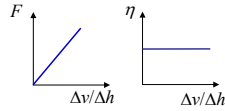
anyag	$\eta$ (mPa·s) 20 °C
levegő	(101 kPa) 0,019
víz	1
etanol	1,2
vér (37 °C)	2-8
glicerin	1490
méz	2000-14000



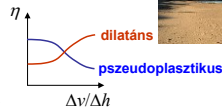
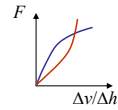
13

## Folyadékok típusai

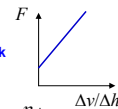
newtoni



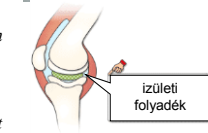
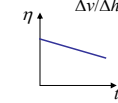
nem newtoni



Bingham-folyadék



tixotrópia

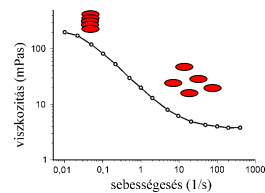
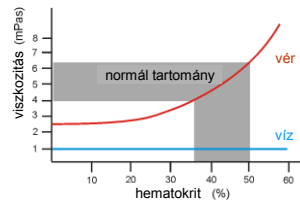


15

## A vér viszkozitása

A vér viszkozitása:

- fiziológias áramlási viszonyoknál és testhőmérsékleten durván 2-10 mPa·s
- erősen függ a vörösvértestek koncentrációjától
- pseudoplasztikus
- függ az ér átmérőjétől, kisebb erekben a viszkozitás kisebb



14

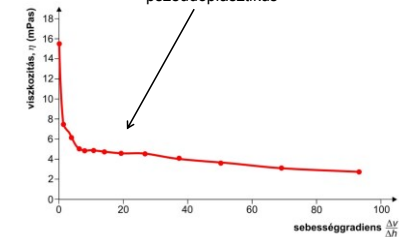
## A nyál viszkozitása

A nyál viszkozitása szerepet játszik:

- fogak öntisztulásában
- zománc kopásában
- remineralizációban
- nyelésben
- beszédben

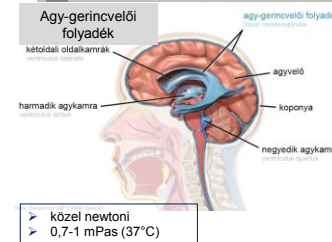
A nyál viszkozitása:

- durván 2-16 mPa·s
- erősen függ a mucinkoncentrációtól
- pseudoplasztikus

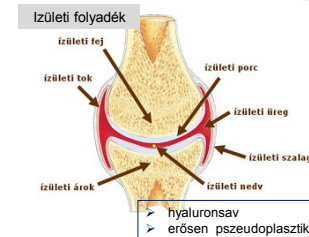


16

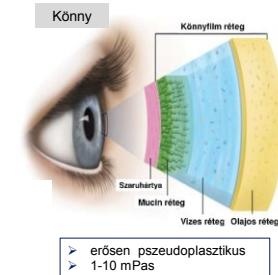
## Egyéb testnedvek viszkozitása



➢ közel newtoni  
➢ 0,7-1 mPa·s (37°C)



➢ hyaluronsav  
➢ erősen pseudoplasztikus



➢ erősen pseudoplasztikus  
➢ 1-10 mPa·s

17

## Kritikus sebesség

lamináris  
áramlás az  
uralkodó

turbulens  
áramlás az  
uralkodó

$$v_{krit} = Re \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot r}$$

Reynolds-szám  
(sima falú csőre:  $Re = 1160$ )



Osborne Reynolds  
1842-1912  
mérnök, fizikus

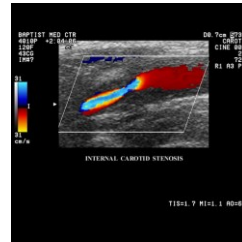
### A véráramlás lamináris vagy turbulens?



- aorta?

- kisebb erek?

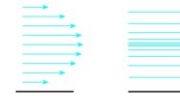
- érszűkület?



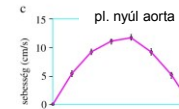
18

## A belső súrlódás néhány következménye

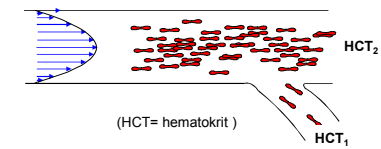
parabolikus sebességprofil



+ Bernoulli-törvény →



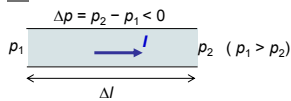
plazma „lefölözés”



$$HCT_1 < HCT_2$$

19

## Hagen–Poiseuille-törvény



G. H. L. Hagen  
1797-1884  
mérnök

J. L. M. Poiseuille  
1799-1869  
fiziológus

Feltételek:

- inkompresszibilis folyadék
- lamináris áramlás
- stacionárius áramlás
- newtoni folyadék

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

viszkozitás

nyomáscsökkenés  
(≈nyomásgradiens)

Alternatív alak:

$$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t} = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

térfogati áram-  
sűrűség

## A H–P-törvény alkalmazása 1: légzés

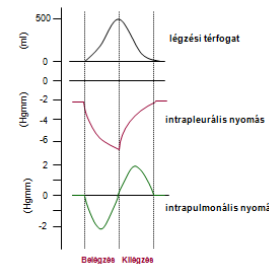
Alkalmazható a törvény?

- inkompresszibilis?
- lamináris?
- stacionárius?
- newtoni?



Jó közelítéssel  
alkalmazható a törvény!

Áramerősség szabályozása a H–P-törvény ( $\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$ ) alapján:



1. nyomás ( $\Delta p$ )

- Az intrapulmonális nyomás ( $\Delta p$ ) maximális értéke ciklusonként változtatható: 0,1 kPa – 0,5 kPa
- Az intrapulmonális nyomás egy percére számolt átlagértéke ( $\Delta \bar{p}$ ) a légzés frekvenciájával (12–40 1/min) is változtatható.

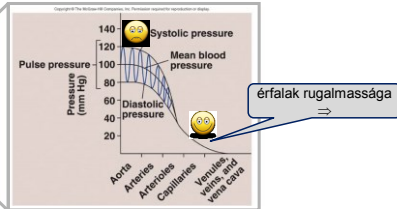
2. sugár ( $R^4$ )

1 Hgmm = 0,133 kPa

## A H-P-törvény alkalmazása 2: vérkeringés

### Alkalmazható a törvény?

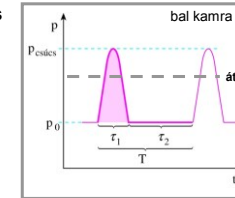
- inkompresszibilis folyadék?
- lamináris áramlás?
- stacionárius áramlás?
- newtoni folyadék?



Végeredmény: Még alkalmazható, de korrekcióval!

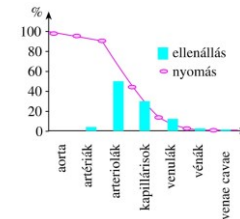
- Áramerősség szabályozása a H-P-törvény ( $\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$ ) alapján:

### 1. nyomás

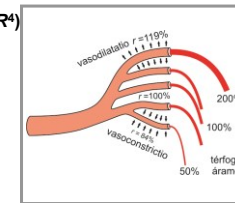


- $p_{csúcs}$  nem változtatható.
- Az átlagnyomás azonban a pulzusszám révén változtatható

A nagyvérkő ellenállás és nyomásvizonyok:

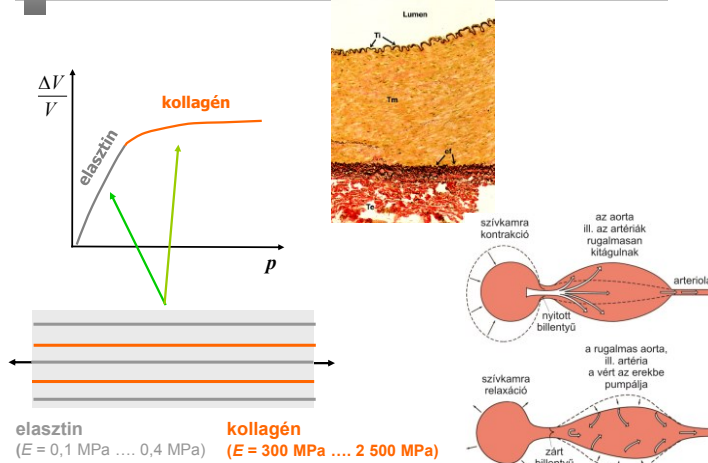


### 2. sugár ( $R^4$ )

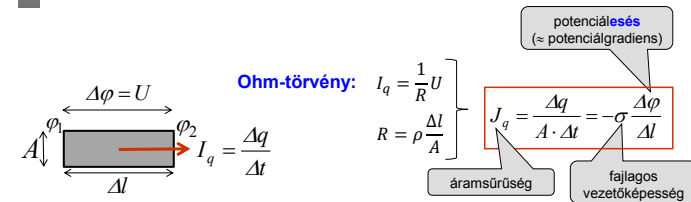


## Az érfalak rugalmassága

(Csak nemstacionárius áramlásnál fontos!)



## Elektromos töltéstranszport



Analógia a térfogat- és a töltéstranszport között:

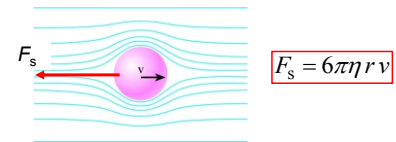
$$J_v = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t} = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l} \quad J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t} = -\sigma \frac{\Delta \phi}{\Delta l}$$

## Összefoglalás

	Mi áramlik?	Erőssége?	Mi hajtja az áramlást?	Összefüggés?
töltés-transzport	$q$	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	$\varphi$	$-\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$ $J_q = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
térfogat-transzport	$V$	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	$p$	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$ $J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$

## Stokes-törvény

Kis sebességeknél:



G. G. Stokes  
1819-1903  
matematikus  
fizikus

Állandó sebességű mozgáshoz:  $F_{\text{mozgató}} = F_s$ A részecske **mozgékonyága** ( $u$ ):  $u = \frac{v}{F_{\text{mozgató}}}$ 

$$\Rightarrow u = \frac{1}{6\pi\eta r} \quad \Rightarrow \text{lásd diffúzió}$$