

Biophysik für Pharmazeuten II.

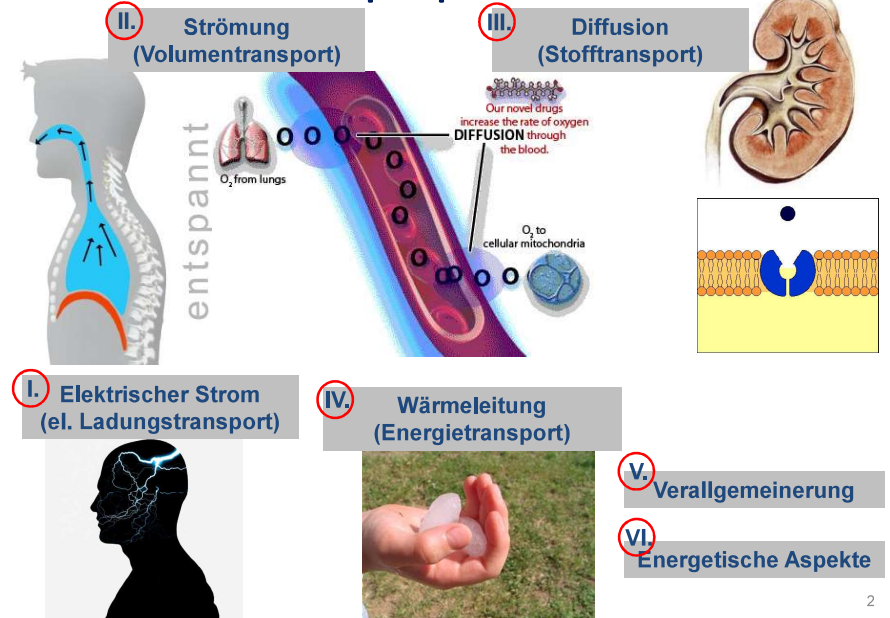
04. 03. 2019.

Transportprozesse 2. Strömungen, Diffusion, Wärmeleitung



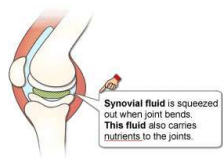
1

Transportprozesse

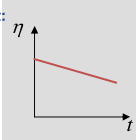


2

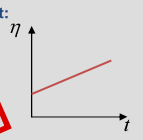
➤ zeitabhängig



Thixotrope Flüssigkeit:

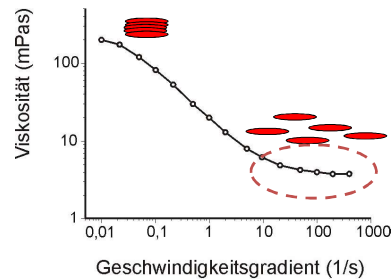
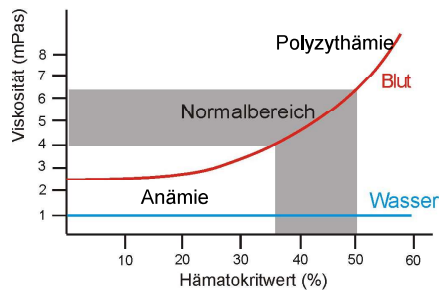


Rheopexe Flüssigkeit:



Zur Erinnerung

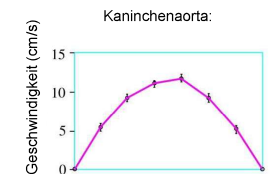
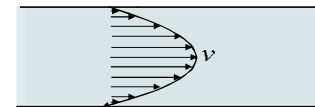
Viskosität des Blutes



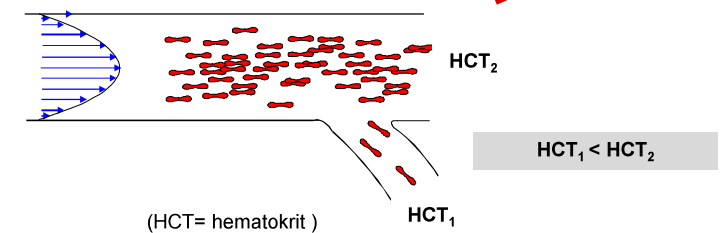
3

II. Strömungen (Fortsetzung)

■ Geschwindigkeitsprofil:



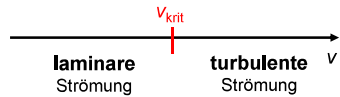
Eine physiologische Folgerung: Plasma-Skimming



Zur Erinnerung

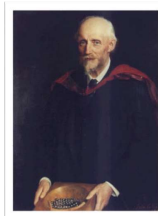
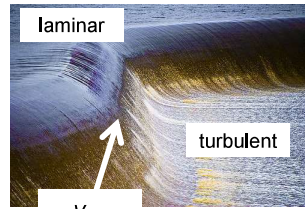
4

▪ Kritische Geschwindigkeit (v_{krit}):



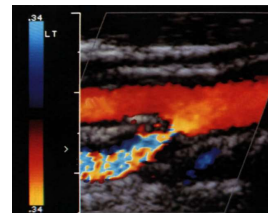
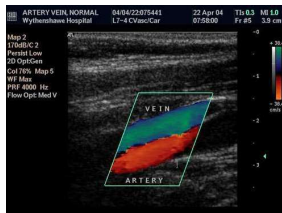
$$v_{krit} = Re \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot r}$$

Reynolds-Zahl
(für glatte Wand: $Re = 1160$)



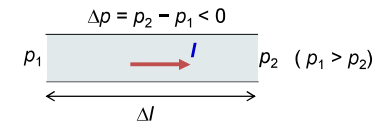
Osborne Reynolds
1842-1912
Wasseringenieur

Ist die Blutströmung laminar oder turbulent?



5

▪ Transportgesetz (Hagen-Poiseuille-Gesetz):



Bedingungen:

- inkompressible FL.
- laminare Str.
- stationäre Str.
- newtonsche FL.

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = - \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

Labels: Volumenstromstärke, Radius des Rohres, Viskosität, Druckgradient



G. H. L. Hagen
1797-1884
Wasseringenieur



J. L. M. Poiseuille
1799-1869
Physiologe

Alternativform:

$$\frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t} = \frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

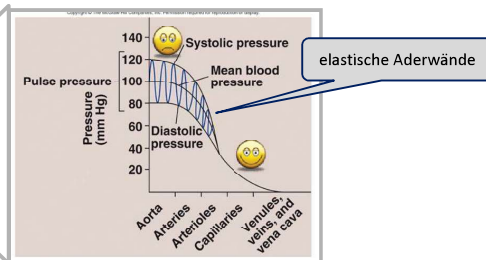
Labels: Volumenstromdichte, „Strömungsleitfähigkeit“

6

Ist das H-P-Gesetz anwendbar für die Blutströmung?

Gültigkeitsbedingungen?

- inkompressible FL?
- laminare Strömung?
- stationäre Strömung?
- newtonsche FL?



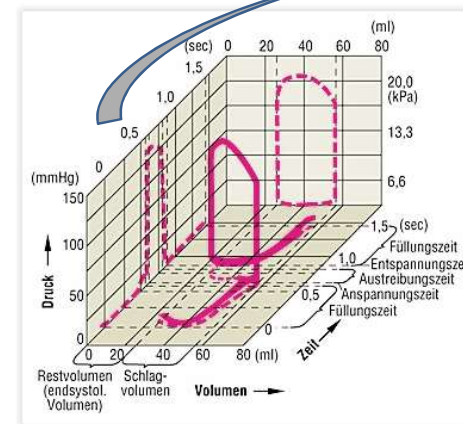
Folgerung: H-P nur qualitativ anwendbar!

7

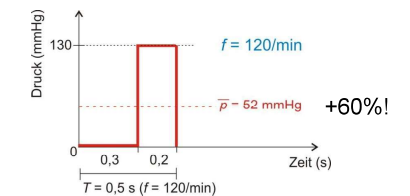
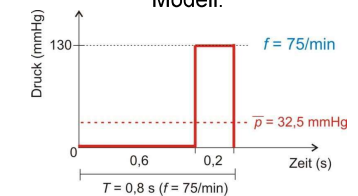
Blutströmung

▪ Regulation der Volumenstromstärke laut Hagen-Poiseuille-Gesetzes:

➤ Druck

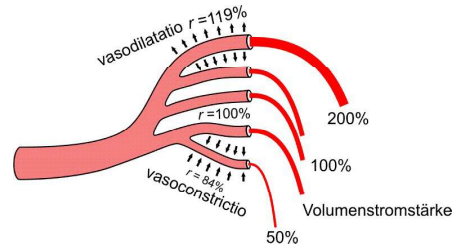


Modell:



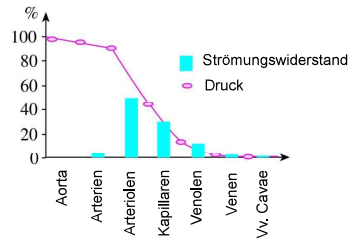
8

➤ Radius (r^4 !)



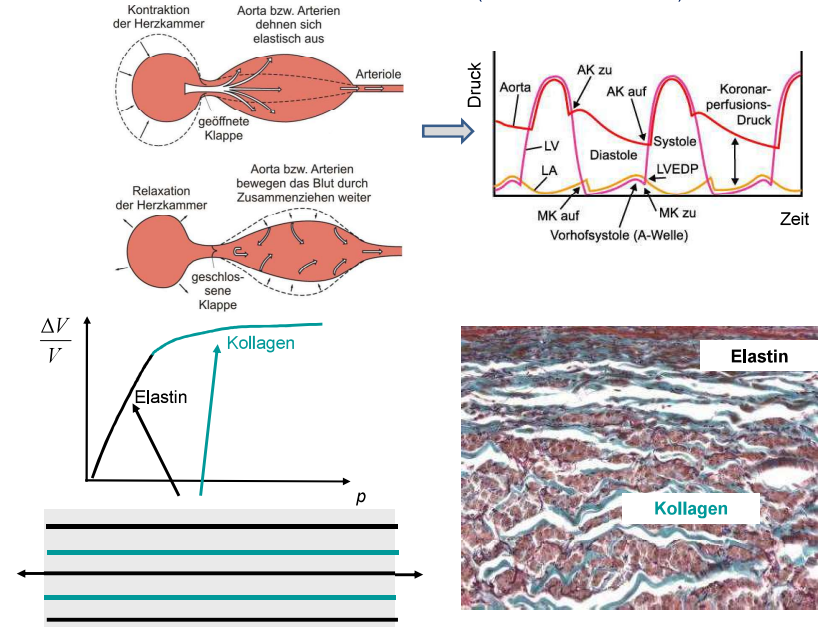
➡ Elastizität!

■ Druck und Strömungswiderstand im Kreislauf:



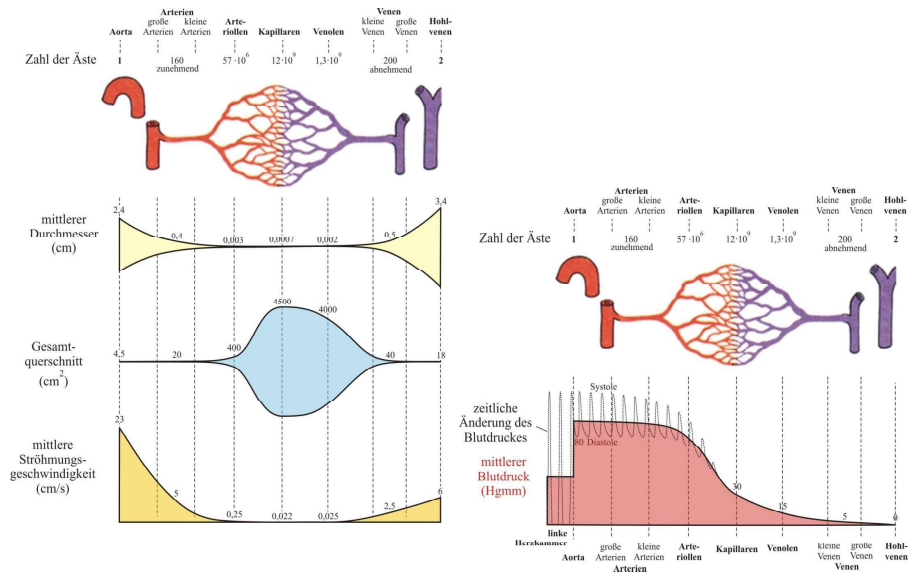
9

■ Rolle der Elastizität von Aorta und Arterien (Windkesselfunktion):



10

Zusammenfassend:



11

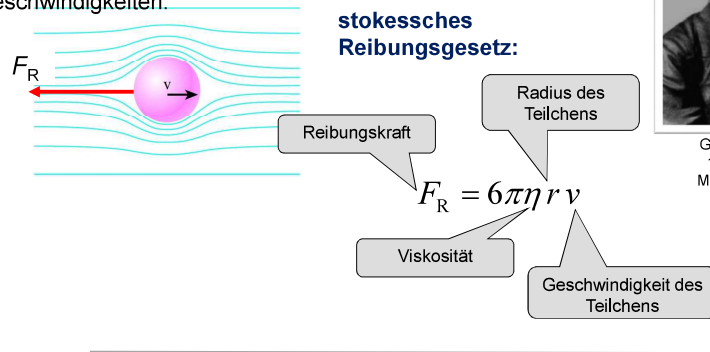
Analogie

	Was strömt?	Stärke?	Was treibt die Strömung?	Zusammenhang?	
Ladungs-transport	q	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
Volumen-transport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$

12

4. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten

Bei kleineren Geschwindigkeiten:



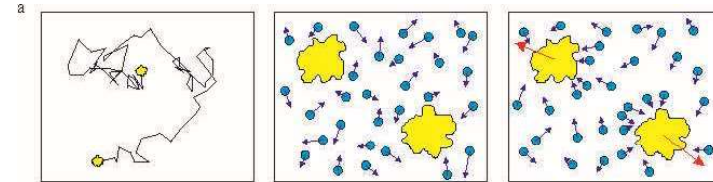
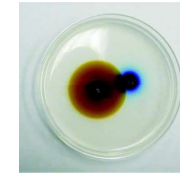
G. G. Stokes
1819-1903
Mathematiker
Physiker

Bei gleichmäßigen Bewegung: $F_{\text{Bewegung}} = F_R$

Beweglichkeit (u) eines Teilchens: $u = \frac{v}{F_{\text{Bewegung}}} \Rightarrow u = \frac{1}{6\pi\eta r} \Rightarrow$ s. Diffusion

13

III. Stofftransport (Diffusion)

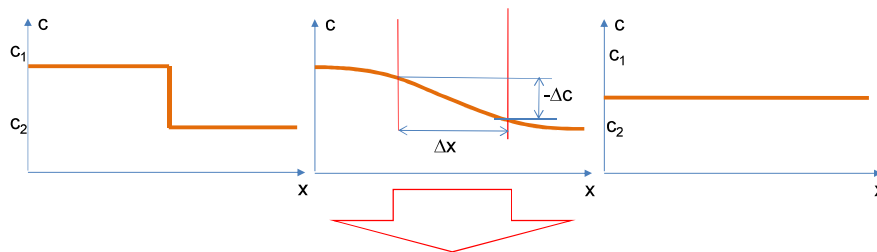
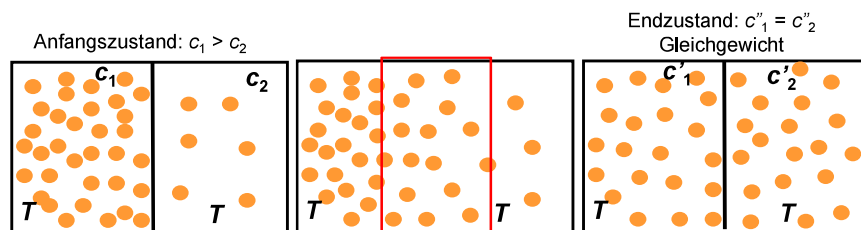


b

14

1. Grundbegriffe

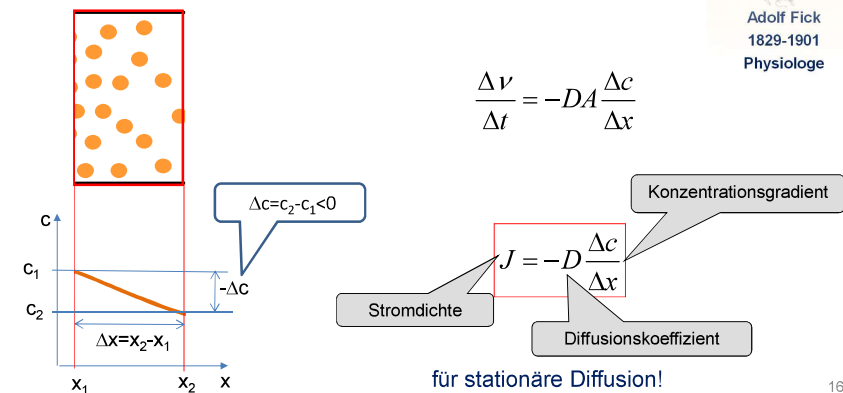
- Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung



15

- Stoffstromstärke (I): $I = \frac{\Delta v}{\Delta t} \left(\frac{\text{mol}}{\text{s}} \right)$
- Stoffstromdichte (J): $J = \frac{\Delta v}{A \cdot \Delta t} \left(\frac{\text{mol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right)$
- stationäre Diffusion: zeitlich konstant

2. Transportgesetz – 1. Ficksches Gesetz



Adolf Fick
1829-1901
Physiologe

16

■ Diffusionskoeffizient:

➤ stoffspezifisch

- diffundierende Moleküle – Größe (r)
- Form
- Medium (η)

➤ temperaturabhängig $D \sim e^{-\frac{AE}{RT}}$

➤ $D = ukT$

Beweglichkeit des Teilchens

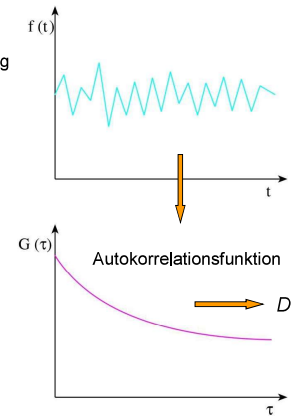
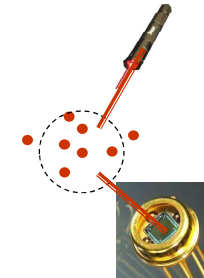
➤ Einstein-Stokes-Gleichung (für kugelförmige Teilchen)

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

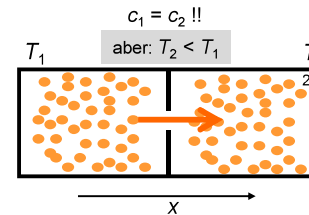
Diffundierendes Teilchen (Molmasse)	Medium	D (m ² /s)
H ₂ (2)	Luft	$6,4 \cdot 10^{-5}$
O ₂ (32)	Luft	$2 \cdot 10^{-5}$
CO ₂ (44)	Luft	$1,8 \cdot 10^{-5}$
H ₂ O (18)	Wasser	$2,2 \cdot 10^{-9}$
O ₂ (32)	Wasser	$1,9 \cdot 10^{-9}$
Glyzin (75)	Wasser	$0,9 \cdot 10^{-9}$
Serum Albumin (69 000)	Wasser	$6 \cdot 10^{-11}$
Tropomiosin (93 000)	Wasser	$2,2 \cdot 10^{-11}$
Tabakmosaikvirus (40 000 000)	Wasser	$4,6 \cdot 10^{-12}$

17

➤ Messung: eine Möglichkeit – dynamische Lichtstreuungsmessung



■ Im thermischen Nichtgleichgewicht:



Konzentration (c) \Rightarrow chemisches Potenzial (μ)

$$\mu = \mu_0 + RT \ln \frac{c}{c_0}$$

Die Triebkraft der Diffusion ist: $-\frac{\Delta\mu}{\Delta x}$

18

3. Das 2. Ficksche Gesetz:

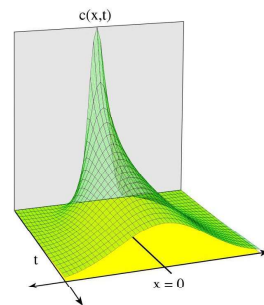
$$D \frac{\Delta \left(\frac{\Delta c}{\Delta x} \right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t} \quad D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

Lösungen:

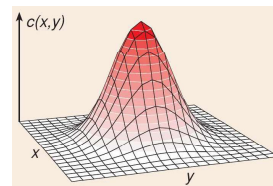
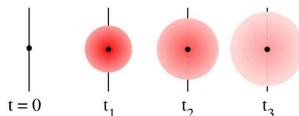
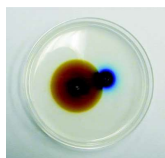
➤ Für eindimensionale Diffusion:

$$c(x) = \frac{c_0 \Delta x}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}$$

$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$



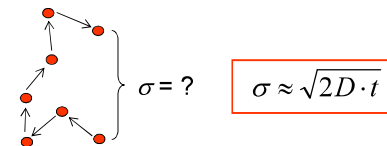
➤ Für zweidimensionale Diffusion:



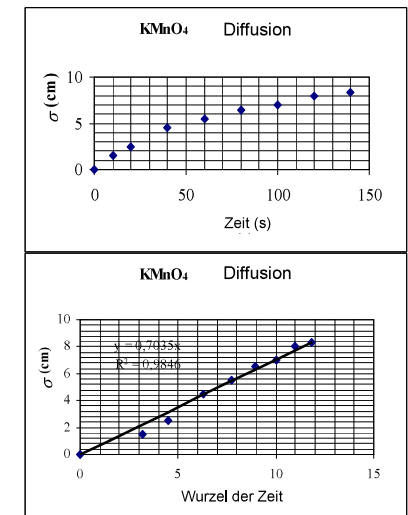
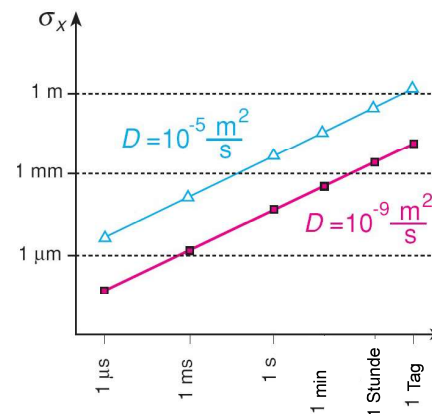
Siehe auch Praktikum!

19

4. Diffusion als Random Walk

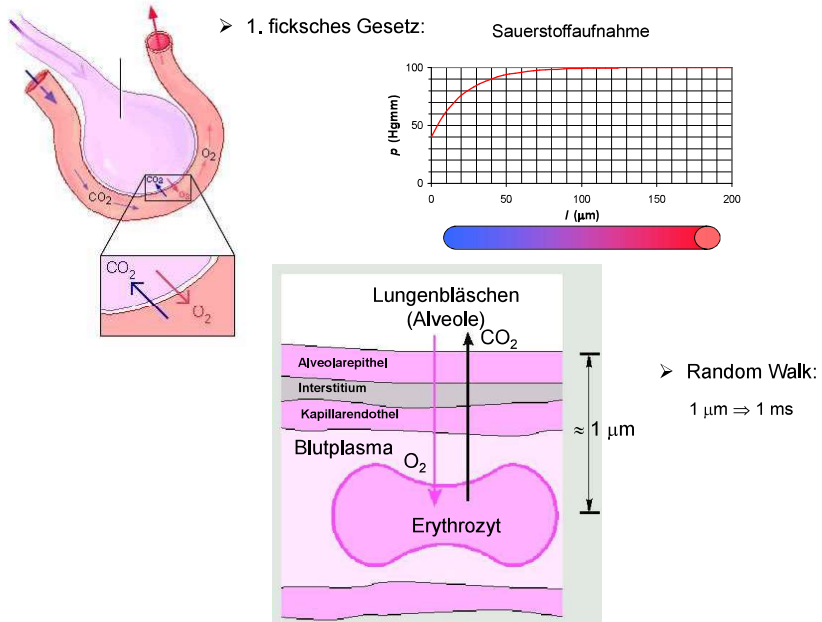


$$\sigma \approx \sqrt{2D \cdot t}$$



20

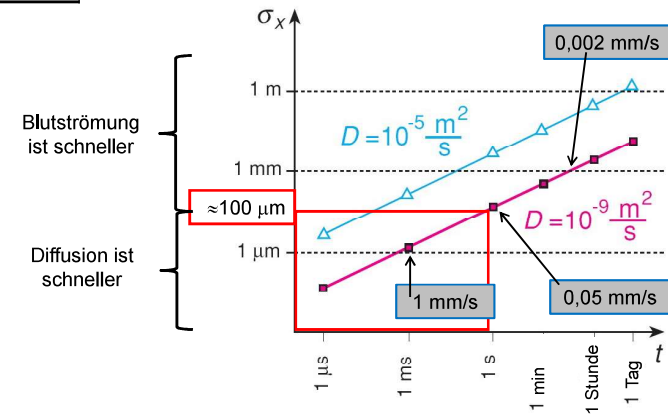
5. Anwendungen ■ O₂/CO₂-Diffusion Lunge-Blut



21

■ Welche ist „schneller“ für O₂-Transport im Gewebe? Diffusion ↔ Blutströmung

Gefäß	Kapillaren
A (cm ²)	4500
v (cm/s)	0,022 (= 0,22 mm/s)



22

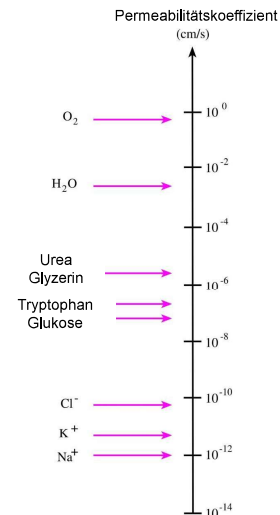
■ Diffusion durch eine Membran (passiver Transport)

Für neutrale Teilchen:

$$J_m = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{m2} - c_{m1}}{d} = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

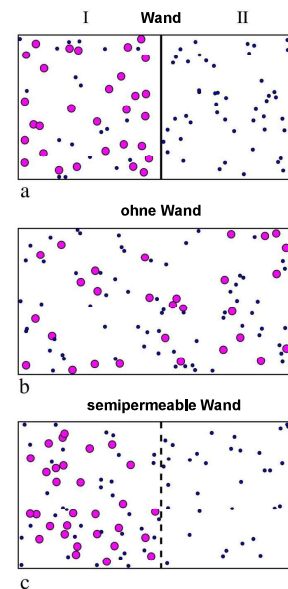
$$J_m = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)



23

■ Osmose

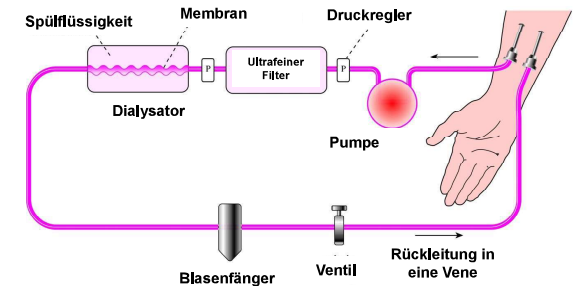


Van't Hoff-Gesetz:

$$p_{\text{Osmose}} = cRT$$



J. H. van't Hoff
1852-1911
Chemiker



24

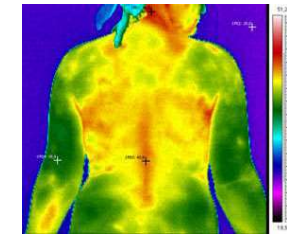
Analogie

	Was strömt?	Stärke?	Was treibt die Strömung?	Zusammenhang?	
Ladungs-transport	q	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
Volumen-transport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$J_\nu = \frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c	$-\frac{\Delta c}{\Delta x}$	$J_\nu = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$

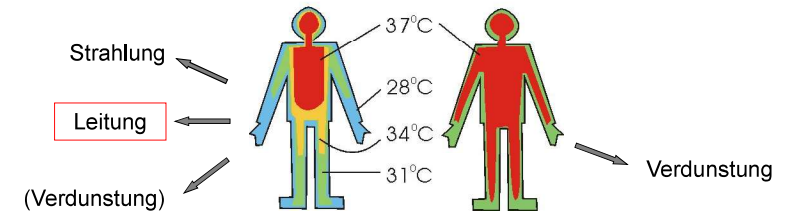
25

Wärmebildung und -abgabe

Aktivität	Wärme- bildung (W)
In Ruhe	115
Langsames Spazieren	260
Radfahren (15 km/h)	420
Treppensteigen (2/s)	700
Laufen (15 km/h)	1150

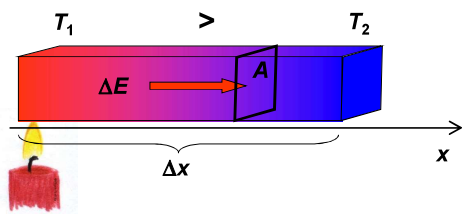


Umgebungstemperatur
20°C → 35°C



26

IV. Wärmeleitung (Energietransport)



$$\frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$$



J. B. J. Fourier
1768-1830
Mathematiker
Physiker

Stoff	λ (W/(m·K))
Silber	420
Glas	1
Wasser	0,6
Muskel	0,4
Fett	0,2
Luft	0,025

27

V. Zusammenfassung

	Was strömt?	Stärke?	Warum?	Zusammenhang?	
Ladungs-transport	q	$\frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$	$\frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t} = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
Volumen-transport	V	$\frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$\frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t} = -\frac{r^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$\frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c^*	$-\frac{\Delta c}{\Delta x}$	$\frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t} = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$
Energie-transport	E	$\frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}$	T	$-\frac{\Delta T}{\Delta x}$	$\frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$
allgemein	x_{ext}	$J = \frac{\Delta x_{\text{ext}}}{A \cdot \Delta t}$	y_{int}	$X = -\frac{\Delta y_{\text{int}}}{\Delta x}$	$J = LX$
	extensive Gr.	Strom-dichte	intensive Gr.	thermo-dynamische Kraft	onsagersche Beziehung

* Im allgemeinen Fall μ

28