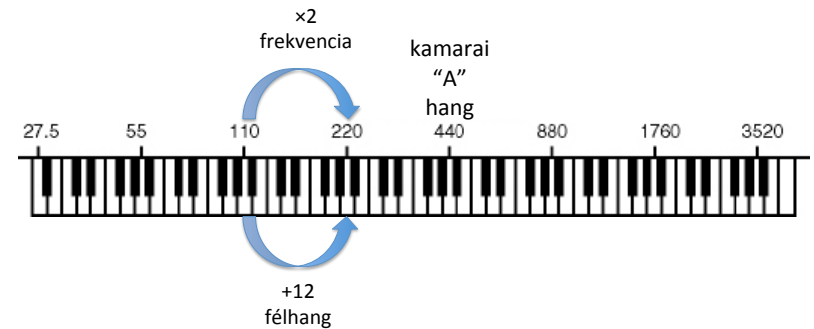


Logaritmusfüggvény: példa

Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai

2. előadás
Függvénytan 2., Átváltások
Kinematika – mozgások
2019. szeptember 12.
AGÓCS Gergely



Logaritmusfüggvény

INTEGRÁLIS ALAK

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

GYAKORLATI MEGFONTOLÁSOK:

- az alap 10 (néha e vagy 2)
- ha az alapot rögzítjük, a szorzóparaméter megváltozik a következőképpen:

$$b \cdot \log_a(x) = b / \log_{10}(a) \cdot \log_{10}(x) = b' \cdot \log_{10}(x)$$

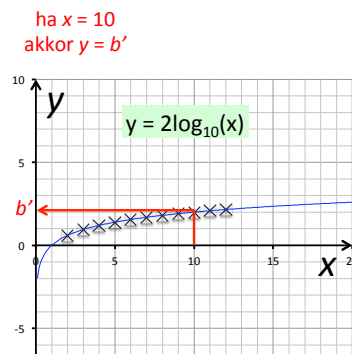
VÁLTOZÓK:

függő változó: y
független változó: x

$$y = b' \cdot \log_{10}(x)$$

PARAMÉTEREK:

szorzó paraméter: b'



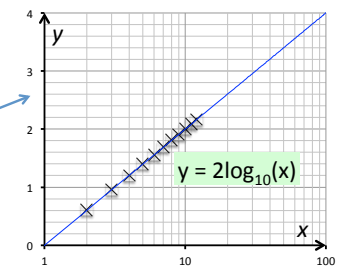
„DIFFERENCIÁLIS” ALAK

$$\Delta y \sim \Delta x / x$$

A függő változó **megváltozása** arányos a független változó **relatív megváltozásával**

Logaritmusfüggvény: linearizáció

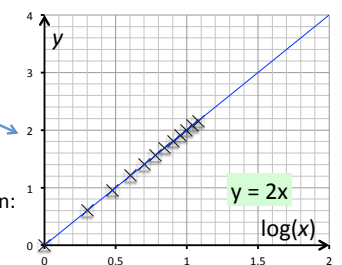
grafikus linearizáció
ábrázoljuk y-t lineáris és x-et logos skálán:
a kapcsolat lineárisnak tűnik, de továbbra is logos



INTEGRÁLIS ALAK

$$y = b' \cdot \log_{10}(x)$$

számtani linearizáció
ábrázoljuk y-t $\log(x)$ függvényében:
a kapcsolat lineáris



Logaritmusfüggvény: példák

a Biofizika Képlettárból ...és máshonnan

#1: az entrópia statisztikus definíciója
(III.72)

$$S = k \ln \Omega$$

$$S = k \cdot \log_e(\Omega)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#2: a decibel- (dB-) skála
(VII.10)

$$n = 10 \log A_p$$

$$n = 10 \cdot \log_{10}(A_p)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#3: az abszorbanca definíciója
(VI.34)

$$A = \lg(I_0/I)$$

$$A = 1 \cdot \log_{10}(I_0/I)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#4: a pH-skála

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

$$\text{pH} = -1 \cdot \log_{10}([\text{H}^+]/(1 \text{ M}))$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

5

Függvények összefoglalása

LINEÁRIS FÜGGVÉNY

$$\Delta y \sim \Delta x$$

A függő változó **abszolút megváltozása**
arányos a független változó **abszolút**
megváltozásával

y vs. x

EXPONENCIÁLIS FÜGGVÉNY

$$\Delta y/y \sim \Delta x$$

A függő változó **relatív megváltozása**
arányos a független változó **abszolút**
megváltozásával

logy vs. x

Linearizáció

y vs. logx

LOGARITMUSFÜGGVÉNY

$$\Delta y \sim \Delta x/x$$

A függő változó **abszolút megváltozása**
arányos a független változó **relatív**
megváltozásával

logy vs. logx

HATVÁNYFÜGGVÉNY

$$\Delta y/y \sim \Delta x/x$$

A függő változó **relatív megváltozása**
arányos a független változó **relatív**
megváltozásával

Derivált és integrál: példa

x	y = x ²	y' = Δy/Δx	y'' = Δ(Δy/Δx)/Δx
0	0		
1	1	1	
2	4	3	2
3	9	5	2
4	16	7	2
5	25	9	2
6	36	11	2
7	49	13	2
8	64	15	2
9	81	17	2
10	100	19	2

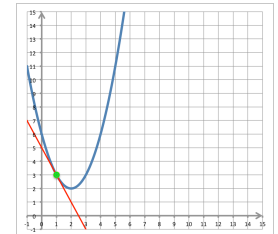
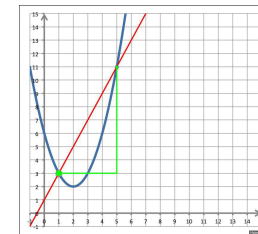
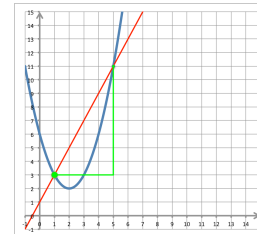
7

Derivált: az érintő meredeksége

differenciáhányados:
 $\Delta y/\Delta x$
a **szelő** meredeksége

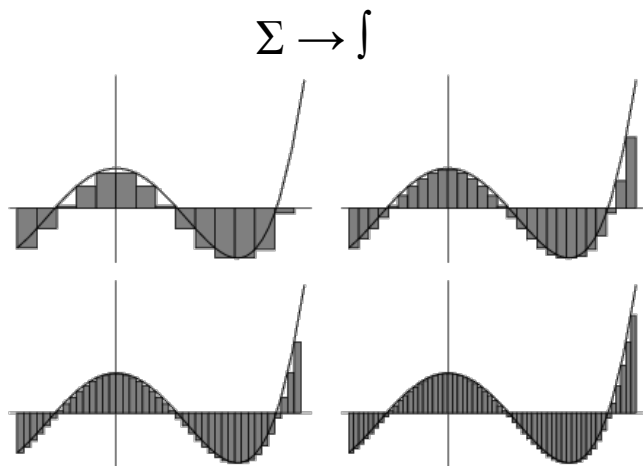
$$\Delta \rightarrow d$$

differenciáhányados
(= derivált):
 dy/dx
az **érintő** meredeksége



8

Integrál: görbe alatti terület



9

Egyenes vonalú mozgások

Mennyiségek, egységek és egyenletek

elmozdulás: $\Delta s = s_2 - s_1$	$[\Delta s] = \text{m}$
sebesség: $v = \Delta s / \Delta t$	$[v] = \text{m/s}$
gyorsulás: $a = \Delta v / \Delta t$	$[a] = \text{m/s}^2$

Egyenes vonalú egyenletes mozgás

$$s_t = s_0 + v \cdot t$$

$$v = \text{konstans}$$

$$a = 0$$

Egyenes vonalú egyenletes gyorsulás

$$s_t = s_0 + v_0 \cdot t + a/2 \cdot t^2$$

$$v_t = v_0 + a \cdot t$$

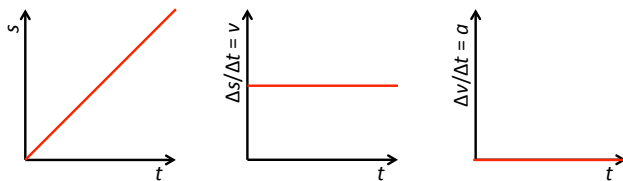
$$a = \text{konstans}$$

10

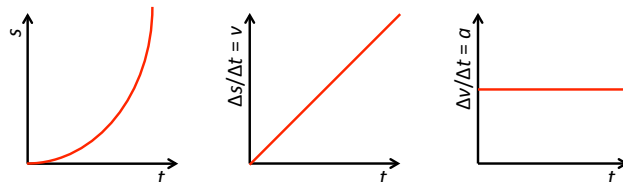
Derivált és integrál: alkalmazás

Egyenes vonalú mozgás

egyes vonalú egyenletes mozgás:



egyes vonalú egyenletes gyorsulás:



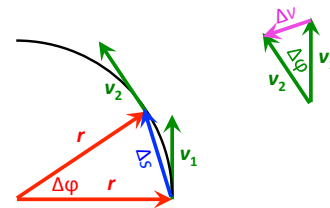
11

Körmozgás

Mennyiségek, egységek és egyenletek

elfordulás: $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$	$[\Delta \varphi] = \text{rad}$
szögsebesség, körfrekvencia: $\omega = \Delta \varphi / \Delta t$	$[\omega] = \text{rad/s}$
kerületi sebesség: $v = r \cdot \Delta \varphi / \Delta t = r \cdot \omega$	$[v] = \text{m/s}$

centripetális gyorsulás: $a_{cp} = v^2 / r = r \cdot \omega^2$	$[a] = \text{m/s}^2$
--	----------------------



(1) közelítés kis szögek esetén:
elmozdulás = ívhossz = $v \cdot \Delta t \approx \Delta s$

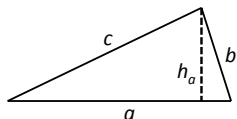
(2) hasonlóság miatt:
 $\Delta v / v = \Delta s / r$

(1) + (2):
 $\Delta v / v = v \cdot \Delta t / r$

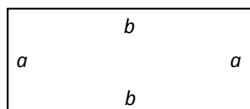
$$a_{cp} = v^2 / r$$

12

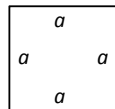
Kerület és terület



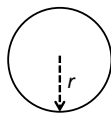
HÁROMSZÖG
kerület: $a+b+c$
terület: $a \cdot h_a / 2$



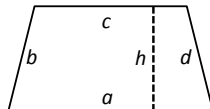
TÉGLALAP
kerület: $2 \cdot (a+b)$
terület: $a \cdot b$



NÉGYZET
kerület: $4a$
terület: $a \cdot a = a^2$



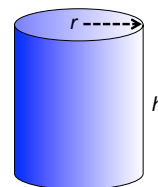
KÖR
kerület: $2\pi r$
terület: πr^2



TRAPÉZ
kerület: $a+b+c+d$
terület: $(a+c)/2 \cdot h$

13

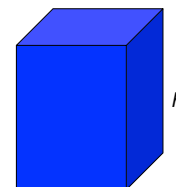
Felszín és térfogat



HENGER (nyitott)

felszín (csak palást): $2\pi r \cdot h$

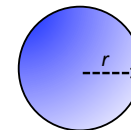
térfogat: $\pi r^2 \cdot h$



HASÁB (nyitott)

felszín (csak palást):
(alap kerülete) $\cdot h$

térfogat: (alapterület) $\cdot h$



GÖMB

felszín: $4\pi r^2$

térfogat: $\frac{4}{3}\pi r^3$

14

Egységek – átváltás



15

Egységek – átváltás

„van prefixum”-ból „nincs prefixum”:

15 km = $15 \cdot 10^3$ m

15 g = $15 \cdot 10^{-2}$ cg

„nincs prefixum”-ból „van prefixum”:

15 m = $15 / 10^3$ km

15 g = $15 / 10^{-2}$ cg

„van prefixum”-ból „van prefixum”:

15 km = $15 \cdot 10^3$ m = $15 \cdot 10^3 / 10^{-2}$ cm

ha az egységnek van kitevője is:

15 km³ = $15 \cdot (10^3 \text{ m})^3 = 15 \cdot (10^3)^3 \text{ m}^3$

15 m³ = $15 / (10^3)^3 \text{ km}^3$

literből köbméter és viszont:

1 m³ = 10 hL = 1000 L

1 dm³ = 1 L

1 cm³ = 1 mL

1 mm³ = 1 µL

idő másodpercben:

2 days 3 h 12 min 30 s = $((2 \cdot 24 + 3) \cdot 60 + 12) \cdot 60 + 30$ s

fok, ívperc, ívmásodperc:

45° 40' 30" = $(45 + 40/60 + 30/60^2)^\circ$

fokból radián és viszont:

1 rad = $(360/2\pi)^\circ$

1° = $(2\pi/360)$ rad

összetett egységek:

15 kg/m³ = $15 \cdot 10^3 / (1/(10^{-2})^3) \text{ g/cm}^3$

45 km/h = $45 \cdot 10^3 / 3600 \text{ m/s}$

Celsius-fokból kelvin és viszont:

T = 15 °C = $(15 + 273)$ K

T = 15 K = $(15 - 273)$ °C

ΔT = 15 °C = 15 K

ΔT = 15 K = 15 °C

16