

Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai

4. fejezet

Mechanika-dinamika és statika

Somkuti Judit 2018/09/18

A dinamika orvosi jelentősége

- sportorvoslás
- ortopédia
- fizioterápia
- audiológia
- fogászat



Kinematika-Dinamika

- Kinematika: mozgások leírásával foglalkozik, anélkül hogy a mozgás okát vizsgálná
- Dinamika: a testek mozgásának okát tanulmányozza
 - testek között fellépő erők vizsgálata
 - az erők mozgásra kifejtett hatásának vizsgálata

A testek között fellépő különböző kölcsönhatások

- tömegvonzás
- súrlódás
- elektromos vonzás/taszítás
- mágneses vonzás/taszítás
- magerők
- ...stb.

kölcsönhatás: a testek erőt fejtenek ki egymásra

Erő

Az „erő” a kölcsönhatás erősségét írja le

Erő hatása:

- mozgás megváltozása (hagyományosabb)
- alakváltozás

Ezekkel a változásokkal mérhetjük
(és definiálhatjuk) az erőt.

Erő

$$F = m \cdot a$$

F: erő (Force) $\left[\text{N} = \text{Newton} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$

m: tömeg (mass) [kg]

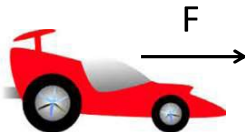
a: gyorsulás (acceleration) $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

Az erő (F) és a gyorsulás (a) iránya megegyezik, a sebességé nem feltétlenül (vektor mennyiségek)

IV/2. feladat

Egy sportautó ($m = 1500 \text{ kg}$) álló helyzetből egyenletesen gyorsulva 3,1 s alatt éri el a 100 km/h-s sebességet.

- Mekkora gyorsító erő szükséges ehhez?
- Hány méter úton éri el az autó ezt a sebességet?



Newton-féle törvények

- I. A tehetetlenség elve
- II. A dinamika alaptörvénye
- III. Kölcsönhatás (hatás-ellenhatás, akció-reakció) törvénye

Newton első törvénye



- Minden test nyugalomban marad, vagy egyenes vonal mentén egyenletesen mozog mindaddig, amíg más test ennek megváltoztatására nem kényszeríti
- egy test mindaddig megőrzi nyugalmi vagy mozgási állapotát, amíg rá egy tetszőleges külső erő nem hat (tehetetlenség)

Csak „inerciarendszerben” érvényes

Az első törvény a második törvény speciális esete

Newton második törvénye



$$F = m \cdot a$$

- Egy test gyorsulása és a rá ható erő arányosak egymással
- Ha több erő hat egyidejűleg a vizsgált testre:

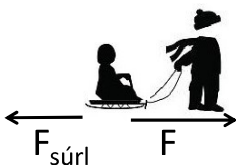
$$\sum F = m \cdot a$$

$\sum F$: a testre ható erők vektoriális összege, nettó erő, eredő erő

IV/5. feladat

Egy apa álló helyzetből indulva 5 másodpercen keresztül állandó 105 N nagyságú erővel húzza a szánkót, amelynek tömege kisgyerekével együtt 25 kg. A szánkóra még 15 N nagyságú súrlódási erő hat.

- Mekkora a szánkó gyorsulása?
- Mekkora sebességet sikerült az 5 s alatt elérni?
- Milyen messzire húzta a papa eközben a szánkót?



IV/6. feladat

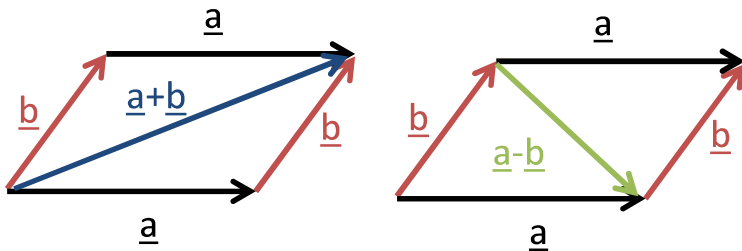
Egy ember állandó sebességgel húz egy szánkót ($m = 20$ kg). Hirtelen elszakad a kötél. A szánkó egyenletesen lassulva, de tovább csúszik még 9,2 m-t. Ez 6,1 másodpercig tart.

- Mekkora a szánkó sebessége a szakadás pillanatában?
- Mekkora a szánkó gyorsulása (azaz lassulása)?
- Mekkora a szánkót lefékező súrlódási erő?



Eredő erő, nettó erő

Az \underline{a} és \underline{b} vektorok összegzésére a paralelogramma szabályt alkalmazzuk. Felmérjük az \underline{a} vektort, majd ennek végpontjába a \underline{b} vektort. A két vektor összege az $\underline{a} + \underline{b}$ vektor, amely az első vektor kezdőpontjából a másik vektor végpontjába mutat.

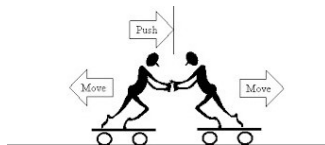


Newton harmadik törvénye

- Ha egy test erőt fejt ki egy másik testre, akkor a második test is ugyanakkora, de ellentétes irányú erőt fejt ki az első testre

$$F_{12} = -F_{21}$$

- Az erők mindig párban lépnek fel
- Az akciót mindig reakció követi (kölcsonhatások szimmetriája)



Newton I. – Newton II.

- Az első törvény a második speciális esete:

Egyensúlyban: $\sum F = 0 \rightarrow a = 0$

Ha $a = 0$

- a sebesség nem változik (,egyenletes mozgás')
 - a sebesség nulla (,nyugalomban marad')
- STATIKA



Newton harmadik törvénye



Az út mentén közlekedő teherautó szembeütközik egy muslicával.

a) Melyik testre hat nagyobb erő?

Mindkét testre egyforma nagyságú erő hat.

b) Melyik testnek változik meg jobban a mozgása?

A muslica mozgása jobban megváltozik a kisebb tömege miatt.

$$F_{12} = -F_{21}$$

$$a = \frac{F}{m}$$

A newtoni mechanika korlátai

A newtoni mechanika nem alkalmazható minden esetben:

- 1) Fénysebességhez közeli sebességeknél
→ **speciális relativitáselmélet**
- 2) Atomi méretű testek esetén → **kvantummechanika**
- 3) Nem inerciális vonatkoztatási rendszerben
(pl. gyorsuló repülőgép)

Általános tömegvonzás (gravitáció)

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

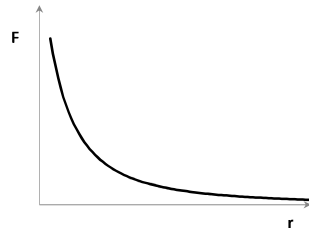
F: gravitációs erő [N]

γ : gravitációs állandó $= 6,67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \right]$

m_1 : az első test tömege [kg]

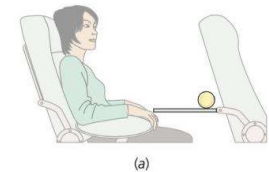
m_2 : a második test tömege [kg]

r: testek közötti távolság [m]

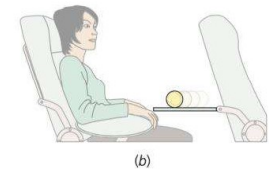


Inerciarendszer

Egy egyenesen repülő gépen a lehajtható asztalra helyezett teniszlabda nyugalomban van a repülőgéphez képest.



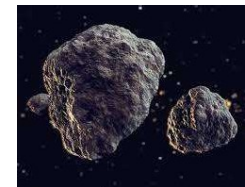
Ha a pilóta gyorsítja a gépet a labda hirtelen elkezd gurulni az ülő ember felé.



A gyorsuló (vagy forgó) gép: nem inerciarendszer
Földön lévő vagy egyenletes sebességgel repülő gép: jó közelítéssel inerciarendszerek

IV/8. feladat

Mekkora a gravitációs erő két aszteroida (200 000 t, ill. 300 000 t tömegűek) között, amikor 2 km távolságban elhaladnak egymás mellett?



Nehézségi erő

- A gravitációs törvény speciális esete
- A szabadon eső testeket a Föld felé gyorsítja

$$F_{neh} = \gamma \frac{m_{Föld} \cdot m_{test}}{r_{Föld}^2} = m_{test} \cdot g$$

❖ szabadesés gyorsulása (nehézségi gyorsulás) (g):

$$g = \gamma \frac{m_{Föld}}{r_{Föld}^2} \approx 10 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

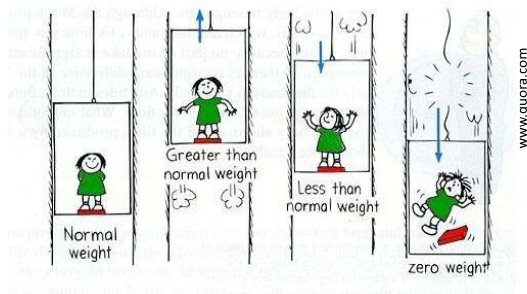
A Föld nem gömbölyű, g értéke az Egyenlítő közelében kisebb

Súly – F_{neh} – tömeg

- Súlyerő, súly (G): az az erő, amellyel a test az alátámasztását nyomja, vagy a felfüggesztését húzza

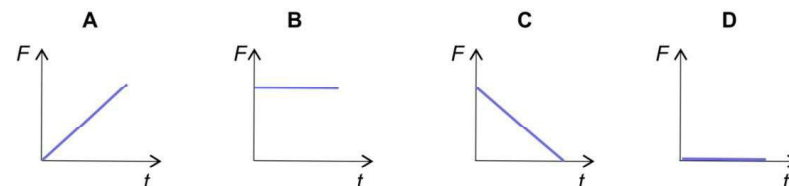
Egyensúlyban: $F_{neh} = G = m \cdot g$

Szabadesésnél: $F_{neh} = m \cdot g$, de $G=0$ (súlytalanság)



IV/13.a feladat

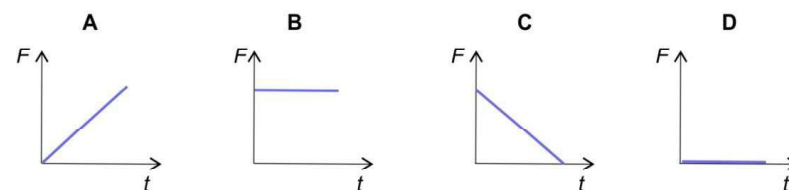
Az ábrákon egy-egy erő időbeli változását látjuk:



Egy labdát fölfelé dobtunk. Melyik ábra adja meg helyesen a labdára ható nehézségi erő időbeli változását?

IV/13.c feladat

Az ábrákon egy-egy erő időbeli változását látjuk:



Egy labda szabadon esik lefelé. Melyik ábra adja meg helyesen a labda súlyának időbeli változását?

Hooke-törvény

$$F = -D \cdot x$$

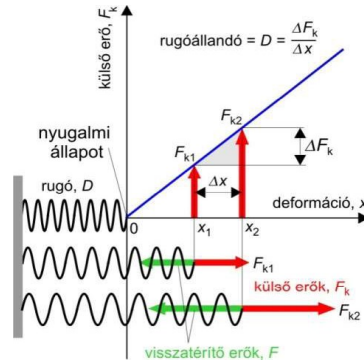
F: visszatérítő erő [N]

(-): a megnyúlással ellentétes irányú

D: rugóállandó $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$

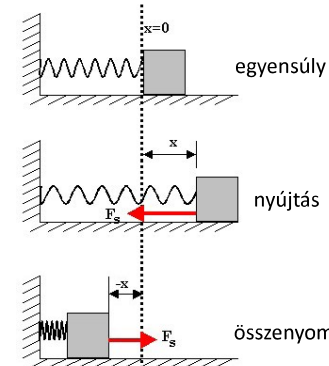
függ a rugó anyagától és méretezésétől

x: megnyúlás, deformáció [m]



Hooke-törvény

- Ugyanez az egyenlet összenyomásra is érvényes.



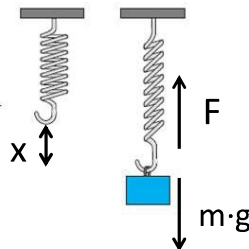
$$F = -D \cdot x$$

Jó közelítéssel alkalmazható szalagok és inak megnyúlására is



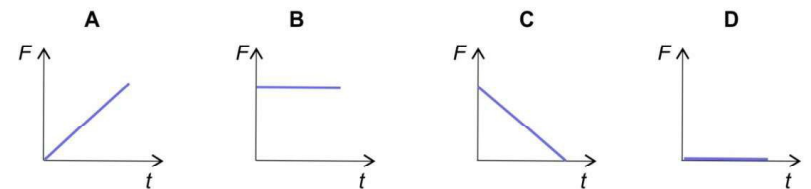
IV/11. feladat

Egy 2 kg tömegű testet függesztünk egy rugóra. Néhány rezgés után beáll az egyensúlyi megnyúlás, amely 25 cm. Mekkora a rugó rugóállandója?



IV/13.b feladat

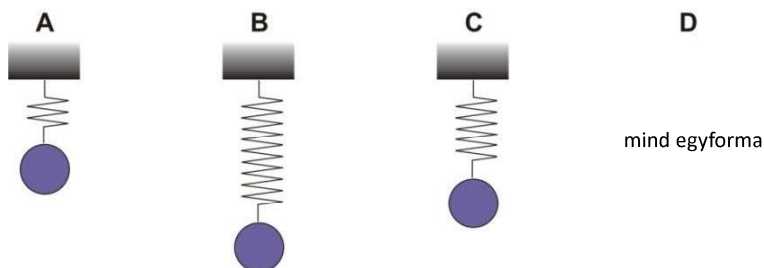
Az ábrákon egy-egy erő időbeli változását látjuk:



Egy rugót nagyon lassan és egyenletesen nyomunk össze. Melyik ábra adja meg helyesen a rugóerő időbeli változását?

IV/12. feladat

Az ábrán látható rugók mindegyike 10%-kal nyúlik meg, ha ugyanazt a golyót függesztjük fel rájuk. Melyik rugó rendelkezik a legnagyobb rugóállandóval? Vagy mindegyik rugóállandója azonos?



IV/3. feladat

Egy részecskegyorsítóban egy $2,5 \cdot 10^{-25}$ kg tömegű iont állandó $1,6 \cdot 10^{-12}$ N nagyságú erő gyorsít.

- Mekkora az ion gyorsulása?
- Mennyivel növekszik a sebessége 10 ns alatt?

IV/1. feladat

Egy 10 g tömegű lövedék 200 m/s-os sebességgel hatol be egy falba, ahol 0,002 s alatt megáll. Tegyük fel, hogy a golyó lassulása a falban egyenletes.

- Mekkora erő fékezi a golyót?
- Milyen mélyen áll meg a golyó a falban?

IV/4. feladat

Egy ejtőernyős ($m = 70$ kg) gyorsulását megmérjük az ugrás egy adott pillanatában: $0,5 \text{ m/s}^2$ nagyságú, iránya lefelé mutat. Milyen és mekkora erők hathatnak az ejtőernyősre ebben a pillanatban?

IV/7. feladat

Mekkora a hidrogén atomban az atommag (egy proton) és az elektron közötti tömegvonzási erő, ha a távolságukat 100 pm-nek vesszük?

(A proton tömege: $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg; az elektron tömege: $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg.)

IV/9. feladat

Egy 40 kg tömegű homokzsák függ egy kötélén.

- a) Mekkora nehézségi erő hat a homokzsákra?
- b) Mekkora erővel húzza a homokzsák a kötelet, azaz mekkora a homokzsák súlya?
- c) Mekkora a nehézségi erő, ill. a súly, ha a homokzsák egy liftben függ, amelyik éppen 2 m/s^2 -es gyorsulással lefelé indul?

IV/10. feladat

Tekintsük az Achilles-ínat egy egyszerű rugónak, amelynek rugóállandója $3 \cdot 10^5 \text{ N/m}$.

Mekkora erő szükséges az ín 2 mm-es megnyújtásához?