

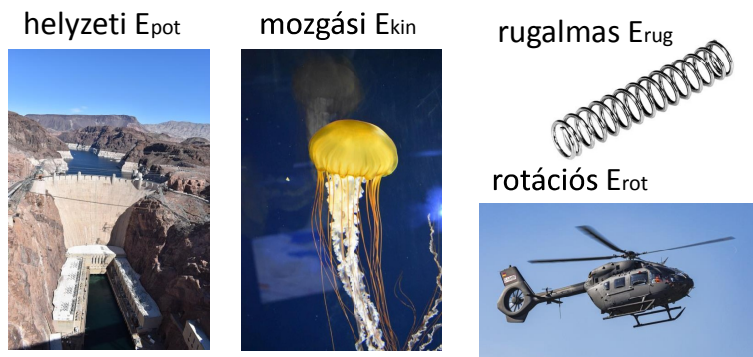
A biofizika fizikai alapjai

Mechanika: Munka és energia

Feller Tímea 2019.09.19.
feller.timea@med.semmelweis-univ.hu

Energia

Típusai (mechanikai):



Energia:

-víz mozgási energiája
-forgó mozgás
-elektromos áram

Műszer:
-turbina
-generátor
-lámpa

Energia:

-forgó mozgás
-elektromos áram
-fény

Energia

Rendszer képessége arra, hogy:

- testeket elmozdítson, deformáljon
- hőt leadjon
- sugárzást kibocsájtson

$E [J]$

vagy **[cal]** $1 \text{ cal} = 4,19 \text{ J}$

vagy **[eV]**

$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Izolált rendszer állapotát jellemzi és skalármennyiség

Izolált rendszer: nincs energia és anyagáramlás a rendszer és környezete között

Állapotjelző, így:

- egyik rendszerből másikba átadható
- tárolható
- különböző típusaiba átalakulhat

Energiamegmaradás törvénye

Julius Robert MAYER, James Prescott JOULE:

$$E_{\text{összes}} = E_1 + E_2 + E_3 + \dots = \sum_{i=1}^n E_i \quad \Delta E_{\text{összes}} = 0$$

Vagyis izolált rendszerben az energiák összege állandó, így az összenergia mennyisége nem változik.

Hermann von HELMHOLTZ:

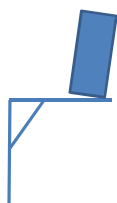
Az energia nemvész el (és nem jön létre), csak átalakul.

$$E = m \cdot c^2 ??$$

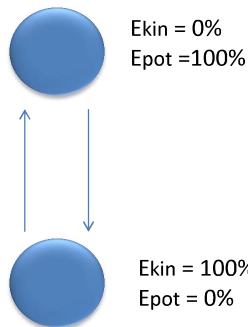
Energiamegmaradás törvénye, mechanika

$$E_{\text{összes}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{rugalmas}} + E_{\text{rotációs}} = \text{állandó}$$

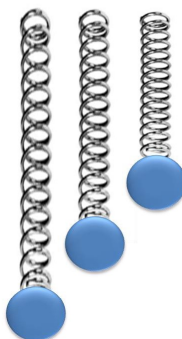
1. példa



2. példa

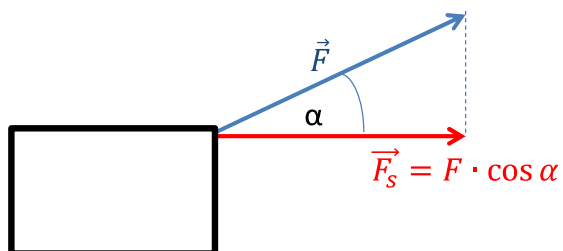


3. példa



Mekkora a 100 g tömegű rugalmasan ütköző labda lendület- és energiaváltozása a 0,2 s-ig tartó ütközés alatt, ha eredetileg 10 m magasból elejtjük? Mekkora átlagos erő hatott a labdára az ütközés alatt? $\Delta v = 2v = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 28,3 \text{ m/s}$ $\Delta l = 2,83 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ $\Delta E = 0$ (mert rugalmas ütközés) $F = \Delta l / t = 14,15 \text{ N}$

Amennyiben az erő más irányban hat mint a megtett út:



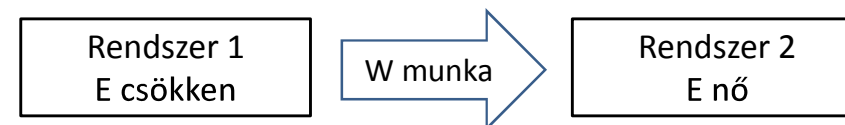
Egy szánkót 50 N erővel húzunk 60 fokos szögben állandó, 10 m/s-os sebességgel. Mekkora munkát végzünk 6 perc alatt? $W = F \cdot \cos \alpha \cdot s = 90 \text{ kJ}$

Egy 25 kg tömegű szánkót 50 s alatt 25 m/s-os sebességre gyorsítottunk álló helyzetből. Mekkora munkát végzünk ez idő alatt, ha a szánkó kötelét a függőleges helyzettől számított 55 fokos szögben tartottuk? $W = F \cdot \cos \alpha \cdot s = m \cdot (\Delta v / \Delta t) \cdot 0,5 \cdot v \cdot t = 12,5 \text{ N} \cdot 625 \text{ m} = 7,8 \text{ kJ}$

Munka (mechanikai)

Mechanikai munkavégzés történik, ha egy testet vagy rendszert egy erő elmozdít vagy deformál

Mechanikai munka: az erő által átvitt energia



Amennyiben \vec{F} állandó és \vec{s} irányában hat:

$$W = F \cdot s$$

W : munka [$\text{N} \cdot \text{m}$] vagy [J]

F : erő [N]

s : út [m]

A munka **skalármennyiség**. Viszont...

Emelési munka és helyzeti energia

$$F = m \cdot g$$

Ha emelem:

$$W = F \cdot s = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

Mekkora helyzeti energiával bír egy 80 kg-os hegymászó a 8848 m magas Mount Everest csúcsán a) a tengerszinthez b) a 6850 m magasán fekvő bázistáborhoz c) Budapest 105 m-es tszf magasságához viszonyítva? a) 6,94 MJ b) 1,57 MJ c) 6,86 MJ

9. Egy labda ($m = 0,8 \text{ kg}$) 2 m magasságból leesik és a földön pattanva 1,2 m magasra repül vissza. Mennyi mechanikai energia veszett el összesen a közegellenállás miatt és a talajjal való ütközés során? $m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2 = 6,28 \text{ J}$

Gyorsulási munka és mozgási energia

$$F = m \cdot a$$

Ha mozgásban van:

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{s} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Munkatétel

$$W_{gy} = \sum_{i=1}^n W_i = \Delta E_m$$

Mekkora a mozgási energiája

- a) egy 80 kg tömegű futónak 10 m/s-os sebességnél 4 kJ
- b) 800 m/s sebességű 2 g tömegű lövedéknek? 640 J

Egy 380 t tömegű vonat 100 km/h sebességgel közlekedik. Milyen sebességnél lenne kétszer akkora mozgási energiája? $E \sim v^2$ így $2E \sim (2v)^2$ vagyis $\sqrt{2} \cdot v$ – vel

2. Egy autó ($m = 1,2$ t) álló helyzetből 12 s alatt egyenletesen gyorsul fel 100 km/h sebességre. lásd példatár

- a) Mekkora a gyorsító erő munkája?
- b) Mekkora mozgási energiával rendelkezik az autó a felgyorsítás végén?

Egy apa 20 N súrlódási erő ellenében állandó erőt kifejtve 5 m/s sebességről 15 m/s sebességre gyorsítja fel a 10 kg tömegű szánkót 20 s alatt. Mekkora munkát végzett, ha a szánkó kötelét a földhöz viszonyítva 45° -os szögben tartotta?

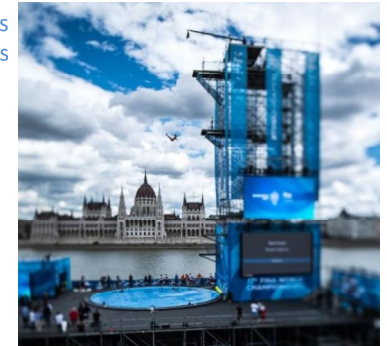
$F_{gyors} = m \cdot a = m \cdot \Delta v / \Delta t = 5$ N, s-irányú erő = $F_{súrl} + F_{gyors} = 25$ N, $F_{apa} = 25 \text{ N} / \cos(\alpha) = 35,4$ N **Csak az elmozdulás irányában ható erőre van szükségünk, a 25 N az!!**

$W = F \cdot s$ ahol $s = 0,5 \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t = 200$ m így $W = 5$ kJ

Egy 60 kg tömegű toronyugró a FINA 27 m magas tornyából ugrott le. Mekkora volt a mozgási és helyzeti energiája

- a) induláskor $E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 15,9$ kJ $E_{kin} = 0$
- b) a vízbe érkezés pillanatában? $E_{pot} = 0$ $E_{kin} = 15,9$ kJ
- c) Mekkora a sebessége amikor eléri a vízfelszínt?

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} = 23,3 \frac{m}{s} = 83,6 \text{ km/h}$$



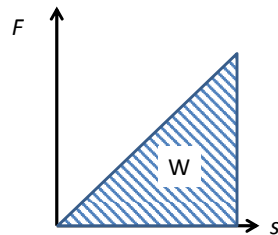
Feszítési munka és rugalmas energia

$$F = D \cdot s$$

Ha megnyújtom/ összenyomom:

$$W = \frac{1}{2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = \frac{1}{2} \mathbf{D} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{s} = \frac{1}{2} D \cdot s^2$$

$$E_{rug} = \frac{1}{2} D \cdot s^2$$



7. Mennyi energiát tárol az Achilles-ín 2 mm-es megnyúlásnál, ha rugóállandója $3 \cdot 10^5$ N/m? lásd példatár

Egy rugót 2 cm-el nyújtunk meg. Hogy változik a feszítési munka, ha további 4 cm megnyúlást hozunk létre? $W \sim s^2$ most s helyett $3s$: $x \cdot W \sim (3s)^2$

$x = 9$ vagyis az eredeti munka kilenceszerese

Mekkora utat tesz meg egy test 10N súrlódási erő mellett, ha egy 600 N/m rugóállandójú, 20 cm hosszú, 20%-ára összenyomott csavarrugó lőtte ki?

$E_{kin} = E_{rug} = 0,5 \cdot D \cdot s^2 = 0,5 \cdot 600 \text{ N/m} \cdot (0,2 \text{ m} \cdot 0,8)^2 = 7,68$ J $E_{kin} = W_{súrl}$ így $s = 7,68 \text{ J} / 10 \text{ N} = 0,768$ m

Teljesítmény

Időegység alatt elvégzett munka

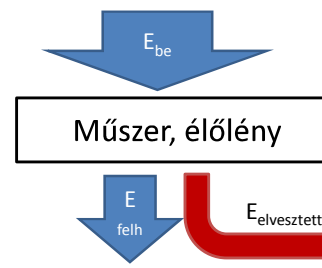
$$P = W / t$$

$$[W] = [J/s]$$

Egy autó 130 km/h sebességgel közlekedik az autópályán. Az ehhez szükséges motorteljesítmény 30 kW. Mekkora erő szükséges ezen sebesség fenntartásához?

$P = W/t = (F \cdot s)/t = (F \cdot v \cdot t)/t = F \cdot v$, így $F = P/v = 831$ N

Hatásfok



$$\eta = \frac{E_{hasznos}}{E_{befektetett}}$$

$$\eta = \frac{W_{hasznos}}{W_{befektetett}}$$

$$\eta = \frac{P_{hasznos}}{P_{befektetett}}$$

Egy szénerőmű 45% hatásfokkal működik. Az erőműtől a háztartásig az energia 90%-a jut el. A háztartásban a lámpa 20% hatásfokkal működik. Mekkora a teljes folyamat hatásfoka?
 $100\% \cdot 0,45 \cdot 0,9 \cdot 0,2 = 8,1\%$

Tömeg-energia ekvivalencia

Mekkora a röntgensugarak intenzitása a röntgencső fókuszától 1 méter távolságban, ha 250 W teljesítmény mellett 0,37 %-os hatásfokkal keletkezik röntgensugárzás?

Feltételezzük, hogy pontszerű fókuszról kiindulva 2 térszögben (félgömbben)

egyenletesen oszlik el a sugárzás. $P_{\text{hasznos}} = 250 \text{ W} \cdot 0,0037 = 0,925 \text{ W}$

$A_{\text{félgömb}} = 2\pi r^2 = 6,28 \text{ m}^2$

$I = P/A = 0,147 \text{ W/m}^2$

$$E = m \cdot c^2$$

10. Mekkora egy elektron nyugalmi energiája ($m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)? Számolja át ezt az energiát J egységből eV egységbe. 512 keV

Mekkora energiát jelentene a saját nyugalmi tömegünk?