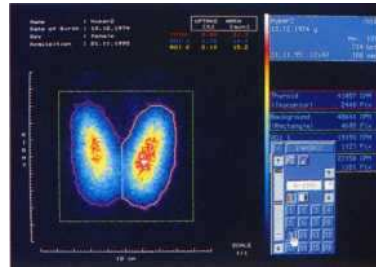
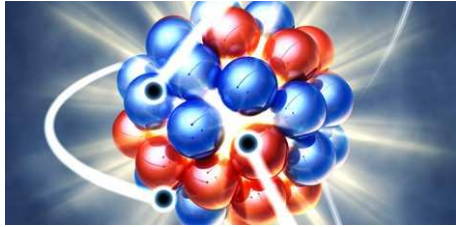


Radioaktivität und Kernstrahlungen



Ausschliesslich für den Unterrichtsgebrauch

1

Aufbau des Kerns

Kernmodelle

- Tropfenmodell
- Potentialtopfmodell

Kernumwandlungen

- α Zerfall, Eigenschaften, Wechselwirkung mit der Materie
- β Zerfall, Eigenschaften, Wechselwirkung mit der Materie
- γ Zerfall, Eigenschaften, Wechselwirkung mit der Materie
- Technetium Generator

Mathematische Beschreibung des Zerfalls

Zerfallsgesetz

Zerfallskonstante, Halbwertszeit

Aktivität

Biologische und effektive Halbwertszeit

2

Der Atomkern und seine Bestandteile

Aufbau: Protonen (p)
Neutronen (n) } Nukleon



Nukleon	Symbol-schreibweise	Ruhemasse	Ruheenergie	Ladung
Proton	1_1p	$1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $1,007276 \text{ u}$	938,28 MeV	+ 1 e $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Neutron	1_0n	$1,67493 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $1,008665 \text{ u}$ ($1 \text{ u} = 1,660540 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)	939,57 MeV	0

Massenzahl: $A = Z + N$

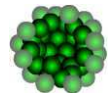
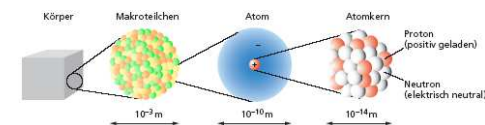
Ordnungszahl
(Kernladungszahl)



Neutronenzahl

3

Das Tröpfchenmodell



Kernradius: $r = r_0 \cdot A^{1/3}$ $r_0 = 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ m}$

$$V_{\text{Kern}} \sim A$$

Kraft	Wirkt auf	Reichweite	Relative Stärke	Beispiel
elektromagnetische Kraft	elektrisch geladene Teilchen	nimmt mit r^{-2} ab	10^{-2}	Zusammenhalt des Atoms
starke Kraft	Nukleonen (Quarks)	10^{-15} m	1	Zusammenhalt des Atomkerns
schwache Kraft	alle Teilchen	10^{-17} m	10^{-13}	Beta-Zerfall
Gravitationskraft	alle Teilchen	nimmt mit r^{-2} ab	10^{-40}	Zusammenhalt des Planetensystems

$^{137}_{55}\text{Cs}$ 55 Protonen, 82 Neutronen

Ein durch Massenzahl und Kernladungszahl eindeutig charakterisierter Atomkern wird als **Nuklid** bezeichnet.

Isotope: Kerne mit gleicher Protonenzahl aber mit unterschiedlicher Neutronenzahl (z.B. ^{11}C , ^{12}C , ^{14}C)

Isomere: Kerne mit gleicher Massen- und Protonenzahl aber verschiedenem Anregungszustand (z.B. $^{99\text{m}}\text{Tc}$, ^{99}Tc)

Bemerkung:

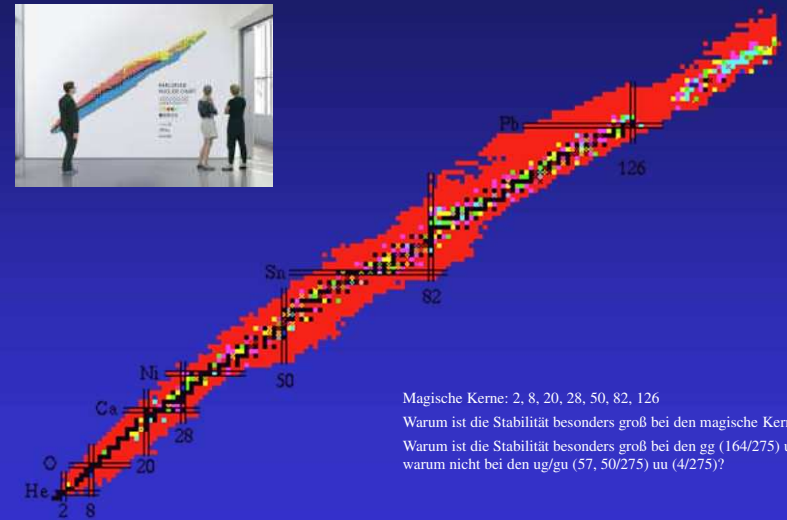
$$m_K < Z \cdot m_p + N \cdot m_n$$

Massendefekt (Δm) \Rightarrow Bindungsenergie des Kerns ($E = \Delta m \cdot c^2$)

die Bindungsenergie entspricht beim Flüssigkeitstropfen etwa der Kondensationsenergie

5

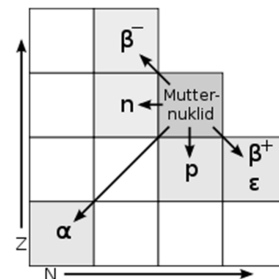
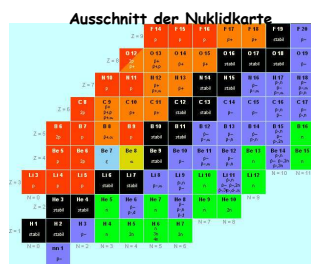
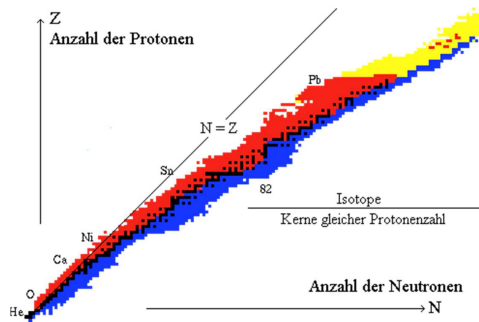
Karlsruher Nuklidkarte



Magische Kerne: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

Warum ist die Stabilität besonders groß bei den magischen Kerne?

Warum ist die Stabilität besonders groß bei den gg (164/275) und warum nicht bei den ug/gu (57, 50/275) uu (4/275)?



7

Kernumwandlung und Radioaktivität

Henri Bequerel - 1896

Ehepaar Marie und Pierre Curie 1898 - Radium, Polonium

\Rightarrow Nobel Preis in Physik 1903

Kernumwandlung (Kernreaktion):

die Umwandlung von Atomkernen in andere Kerne.

- Bei einer Kernumwandlung wird Strahlung abgegeben.

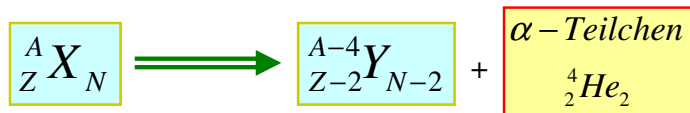
\rightarrow **radioaktive Strahlung** oder **Kernstrahlung**

Radioaktivität:

die Atomkerne verändern sich unter Abgabe von Strahlung.

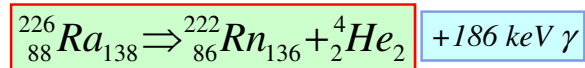
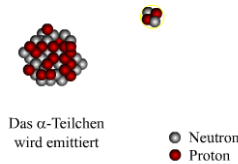
8

α -Zerfall



Charakterisierung:

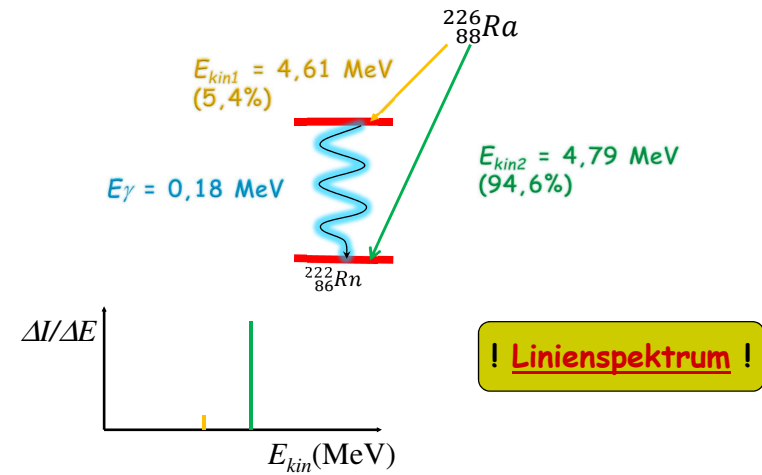
- relative Atommasse: $A \approx 4$
- elektrische Ladung: $q = +2e$
- kinetische Energie: 1 - 10 MeV
- Teilchengeschwindigkeit: $\approx 1/10 \cdot c_0$



9

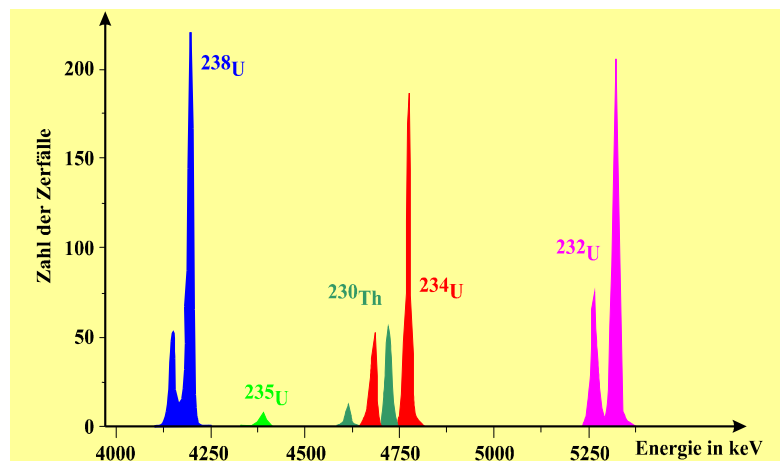
Natürliche Zerfallsreihen:

${}^{232}\text{Th}$ (Thoriumreihe), ${}^{237}\text{Np}$ (Neptuniumreihe), ${}^{238}\text{U}$ (Uranium-Radium-Reihe) und ${}^{235}\text{U}$ (Uranium-Aktinium-Reihe)



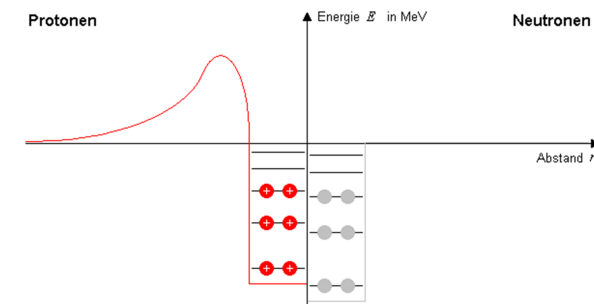
10

Die kinetische Energie eines α -Teilchens hängt vom zerfallenden Kern ab.



Besitzt auch der Atomkern eine Schalenstruktur? 11

Das Potentialtopfmodell des Atomkerns



Die Energieniveaus sind quantisiert; getrennt für Protonen und Neutronen

Erklärt das beobachtete Linienspektrum des α -Zerfalls, und auch der γ -Strahlung.

12

Wechselwirkung der α - Strahlung mit der Materie



Ionisationsvermögen hoch

(fast) geradlinige Bahn →

1. lineare Ionendichte: $\frac{\Delta n}{\Delta x}$

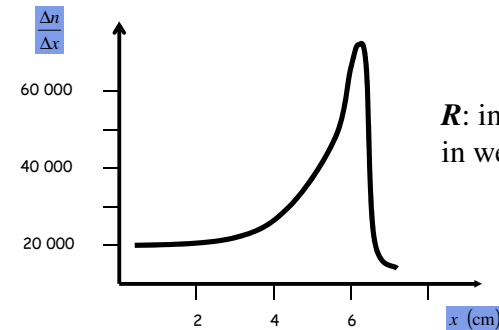
2. lineare Energieübertragung (LET) / Bremsvermögen (s):

$$s = \frac{\Delta E}{\Delta x}$$

$$s = \frac{\Delta n}{\Delta x} \cdot E_{\text{Ionenpaar}}$$

$E_{\text{Ionenpaar}}$ – zur Erzeugung eines Ionenpaares notwendige Energie ¹³

Wechselwirkung der α - Strahlung mit der Materie

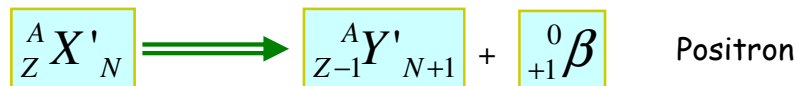
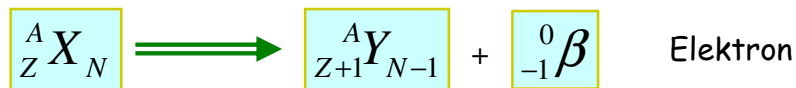


R : in der Luft: einige cm,
in weichem Gewebe 10 – 100 μm

3. **Reichweite (R)**: die Distanz, die ein Teilchen in einem Medium zurückgelegt hat, während seine Anfangsenergie auf den thermischen Wert abgesunken ist.

14

β - Zerfall



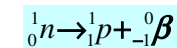
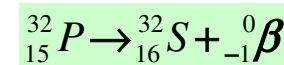
Bezeichnungen: ${}^0_{-1} \beta, \beta^-, \beta, e$ Elektron

${}^0_{+1} \beta, \beta^+$ Positron

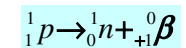
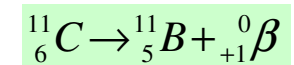
15

Bei Atomkernen mit

Neutronenüberschuß



Protonenüberschuß



Charakterisierung:

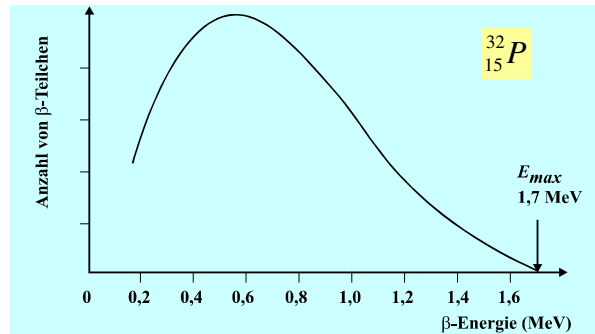
- Masse: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- elektrische Ladung: $q = \pm e$
- kinetische Energie: einige MeV
- Teilchengeschwindigkeit: bis zu $0,99 \cdot c_0$

Obwohl Mutter- und Tochterkern wohldefinierte Energie besitzen, ergibt sich für das Elektron keine feste kinetische Energie.

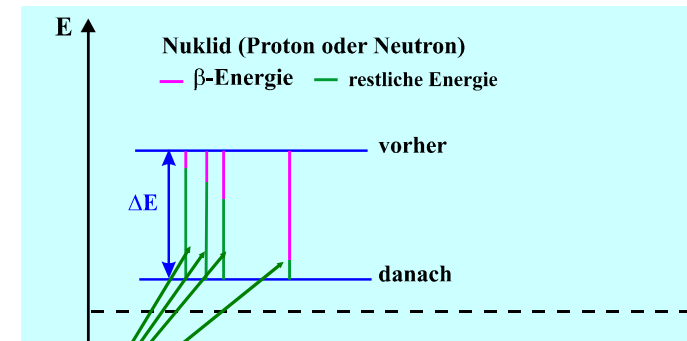
16

Das Spektrum der β -Strahlung

- Erwartet: Linienspektrum
- Beobachtet: kontinuierliches Spektrum, mit maximaler Energie !!

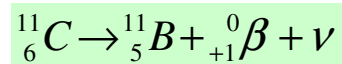
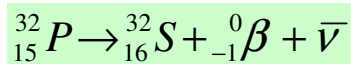
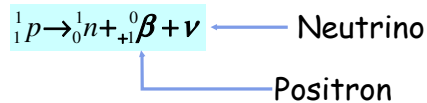
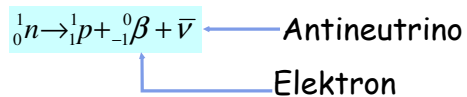


17



Die Energiedifferenz, ΔE ist zwischen β -Teilchen und einem neutralen Teilchen, dem **Neutrino**, aufgeteilt - Pauli 1930.

18



Erhaltungsgesetze: Energie, Ladung, Impuls, ...

19

Reichweite der β - Strahlung



mehrere Kollisionen – zick-zack-förmige Bahn

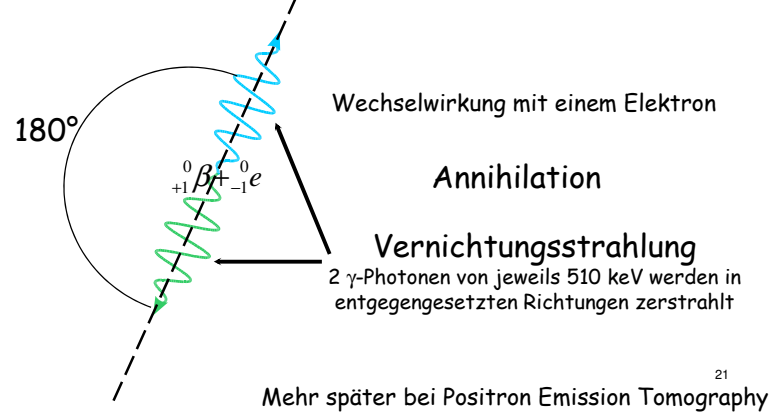
Ionisationsvermögen ~ 1 000x kleiner als bei den α - Teilchen

Reichweite: in der Luft: 10 cm - einige Meter,
in weichem Gewebe einige mm

20

Bemerkungen:

- Positronenstrahlung tritt bei künstlichen radioaktiven Isotopen auf (bei den kosmogenen Radionuklide auch)
- Die Lebensdauer eines Positrons ist sehr kurz



21

γ -Strahlung



Eine Emission von γ -Photonen(Quanten) bedeutet keine Veränderung der Massen- oder Ordnungszahl. Sie stellt jedoch eine Energieänderung des Kerns dar.

22

γ -Strahlung

Charakterisierung:

- elektromagnetische Welle bzw. Photon \rightarrow Dualismus
- mit einer Ruhemasse von 0
- keine elektrische Ladung
- Photonenenergie: MeV
- Geschwindigkeit: c_0 (Vakuumlichtgeschwindigkeit)

23

Das Spektrum der γ -Strahlung

- Linienspektrum
- charakteristisch für Isotop

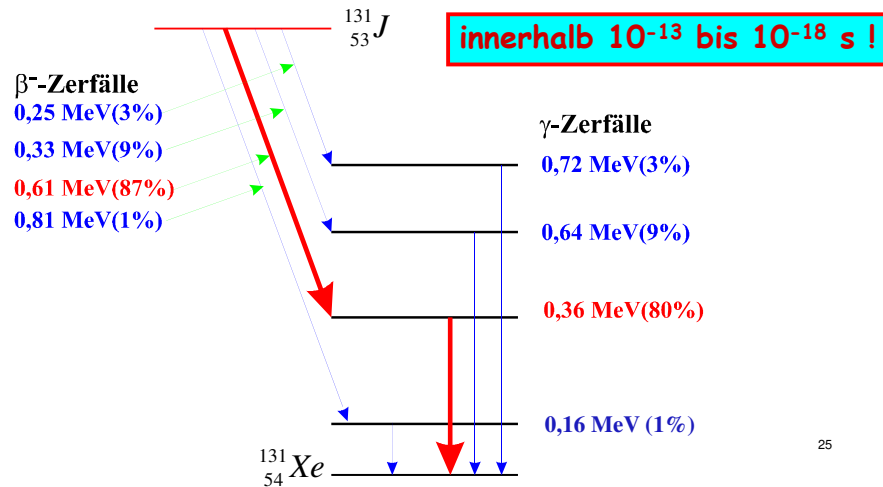
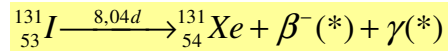
$$\begin{array}{l} {}^{51}\text{Cr}: E_\gamma = 0,32 \text{ MeV} \\ {}^{137}\text{Cs}: E_\gamma = 0,661 \text{ MeV} \end{array} \quad (\text{Praktikum: } \gamma\text{-Energie})$$

Identifizierung der Atomkernen anhand der γ -Strahlung
 \Rightarrow **Isotopendiagnostik**

24

Prompte γ -Strahlung

z.B.:



25

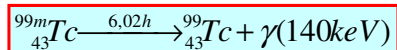
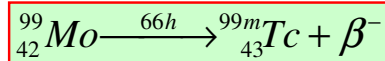
Prompte γ -Strahlung

Begleiteffekt von α und β -Strahlung

Der angeregte Kern gibt seine Energieüberschuß innerhalb einer sehr kurzen Zeit in einem oder in mehreren Schritten durch Emission von γ -Strahlung ab.

26

Isomerer Übergang



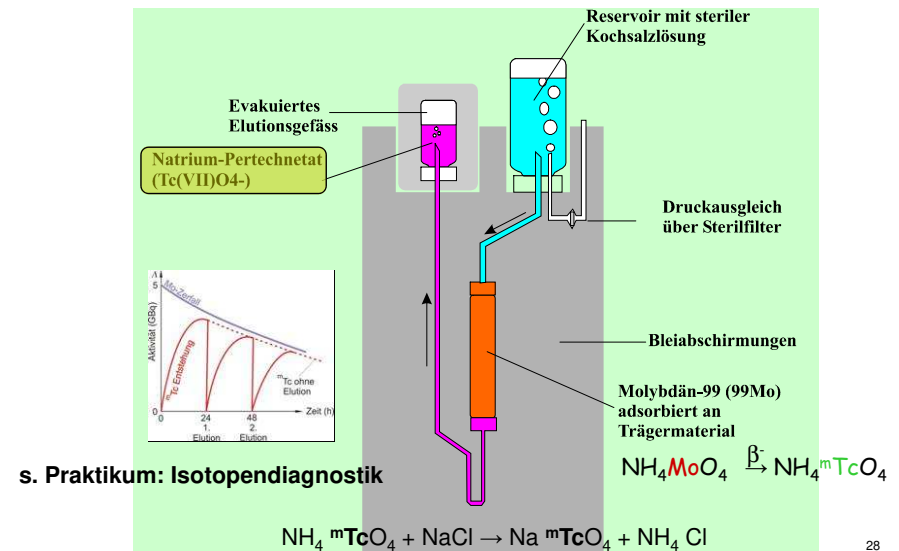
Der Kern bleibt nach der Teilchenemission für eine relativ lange Zeit (länger als 10^{-10} s) in angeregtem Zustand.

metastabiler Zustand

Isomer des Kerns $^{99}_{43}\text{Tc}$

→ Technetium Generator

Technetium Generator



28

➤ ^mTc-99 ist das meistbenutzte Isotop für unterschiedliche Radiopharmaka

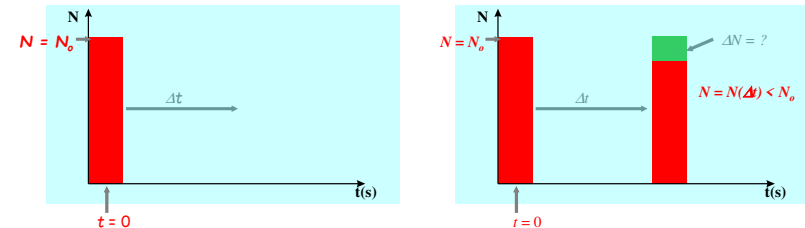
- a.) Na-Pertechnetat-Lösung (Generator-Eluat) für Darstellung der Schilddrüse und der Speicheldrüsen;
- b.) HSA-Makroaggregate für Lungenperfusions-Szintigraphie;
- c.) Iminoessigsäure-Derivate für Choleszintigraphie, Bestimmung der hepatobiliären Funktion;

29

Beschreibung des Zerfallsprozesses

Radioaktiver Zerfall ist ein zufälliger Vorgang.

Es lassen sich lediglich *statistische Aussagen* über diesen Vorgang für eine große Anzahl von Kernen machen.



N_0 : Anzahl der radioaktiven Kerne zur Zeit $t = 0$

30

$\Delta N(t)$: zerfallene radioaktive Kerne im Zeitintervall Δt

$N(t)$: radioaktive Atomkerne zur Zeit t

(-) Vorzeichen: die Zahl der Zerfälle mit der Zeit abnimmt.

$$\Delta N(t) \sim -N(t) \cdot \Delta t$$

$$\frac{\Delta N(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot \Delta t \quad \lambda - \text{Zerfallskonstante}$$

$[\lambda] = 1/s$

31

dN : zerfallene radioaktive Kerne im Zeitintervall dt

$N(t)$: radioaktive Atomkerne zur Zeit t

(-) Vorzeichen: die Zahl der Zerfälle mit der Zeit abnimmt.

infinitesimale Form:

$$dN(t) \sim -N(t) \cdot dt$$

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot dt \quad \lambda - \text{Zerfallskonstante}$$

$[\lambda] = 1/s$

32

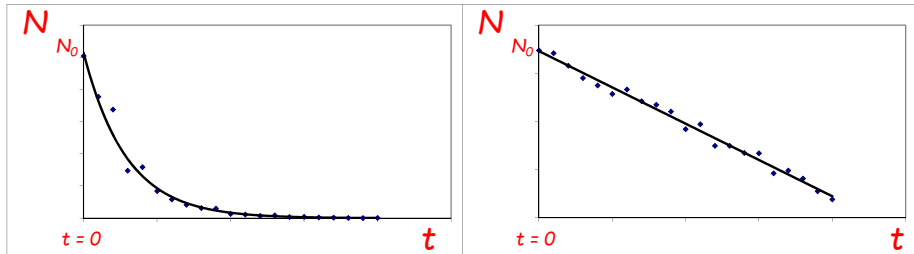
Zerfallsgesetz

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N_0 - die Anzahl der instabilen Kerne zur Zeit $t = 0$

e - Eulersche Zahl; $e = 2,718281828$

λ - Zerfallskonstante



lineare Darstellung

halblogarithmische Darstellung

33

Deutung der Zerfallskonstante:

$$\frac{\Delta N(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot \Delta t$$

Anteil der zerfallenen Kerne im Zeitintervall Δt

$\lambda \cdot \Delta t$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Kern während Δt zerfällt.

34

λ - Zerfallskonstante

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

mittlere Lebensdauer

Wie viele instabile Kerne sind nach $t = \tau$ langer Zeit im Präparat vorhanden?

$$N(\tau) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot \tau}$$

$$\frac{N(\tau)}{N_0} = e^{-\lambda \cdot \frac{1}{\lambda}} \Rightarrow \frac{N(\tau)}{N_0} = e^{-1}$$

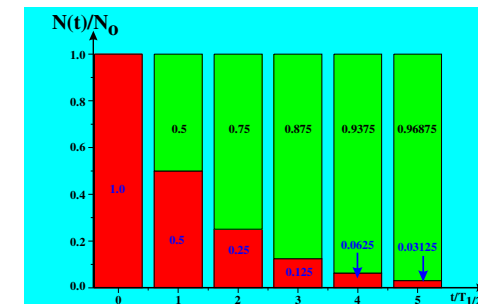
τ gibt an, nach welcher Zeit die Anzahl der instabilen Kerne auf den e-ten (37%) Teil ihres Anfangswertes gesunken ist.

35

Nach welcher Zeit hat sich die Hälfte der zum Zeitpunkt $t = 0$ vorhandenen instabilen Kerne umgewandelt?

Halbwertszeit: $T_{1/2}$

Die Halbwertszeit ($T_{1/2}$) ist diejenige Zeit, in der die Anzahl der vorhandenen instabilen Atomkerne jeweils auf die Hälfte abnimmt.



36

$$N(t = T_{1/2}) = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \quad N(t = T_{1/2}) = \frac{N_o}{2}$$

$$\frac{N_o}{2} = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \quad \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$$

$$\Rightarrow 2 = e^{\lambda \cdot T_{1/2}}$$

$$\ln 2 = \ln(e^{\lambda \cdot T_{1/2}}) \Rightarrow \ln 2 = \lambda \cdot T_{1/2}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$N(t) = N_o e^{-\lambda t} \quad \longleftrightarrow \quad \frac{N(t)}{N_o} = 2^{-t/T_{1/2}}$$

37

Wieviel Kerne zerfallen pro Sekunde: $\Delta N / \Delta t = ?$

Aktivität eines Präparates

$$\Lambda(t) = -\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Lambda(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

$$-\frac{dN(t)}{dt} = \lambda \cdot N_o \cdot e^{-\lambda t}$$

$$\Lambda(t) = \lambda \cdot N(t) \quad \Lambda_0 = \lambda \cdot N_o$$

$$\Lambda(t) = \Lambda_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Bezeichnungen: Λ , A

[Λ] = Zerfall/Sekunde = Bq (Becquerel)

38

Bemerkung:

- spezifische Aktivität
- auf die Masseneinheit bezogene Aktivität
Einheit: Bq/g
- Aktivitätskonzentration
- auf die Volumeneinheit bezogene Aktivität

Einheit: Bq/ml

39

$$\Lambda = \lambda \cdot N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N$$

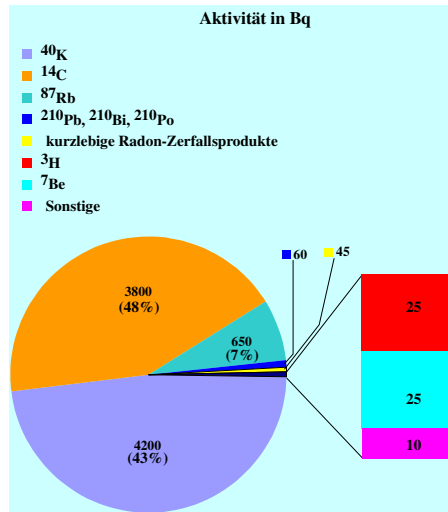
Konsequenzen:

- wenn anfangs dieselbe Kernmenge (N_o) vorhanden ist, kürzere Halbwertszeit erhöht die Aktivität: mehr Kerne zerfallen pro Zeiteinheit.
- um eine gewünschte Aktivität zu erreichen, ist eine kleinere Anfangsmenge aus einem Isotop kürzerer Halbwertszeit nötig.

kleinere Strahlenbelastung bei Isotopendiagnostik!!!

40

Radioaktive Isotope im menschlichen Körper



auf 70 kg bezogen

Gesamtaktivität ~ 9000 Bq

41

Biologische und effektive Halbwertszeit

λ_{phys} - physikalische Zerfallskonstante

λ_{biol} - biologische Zerfallskonstante

Sei $\lambda_{\text{eff}} \cdot \Delta t$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Kern während Δt zerfällt oder ausgeschieden wird.

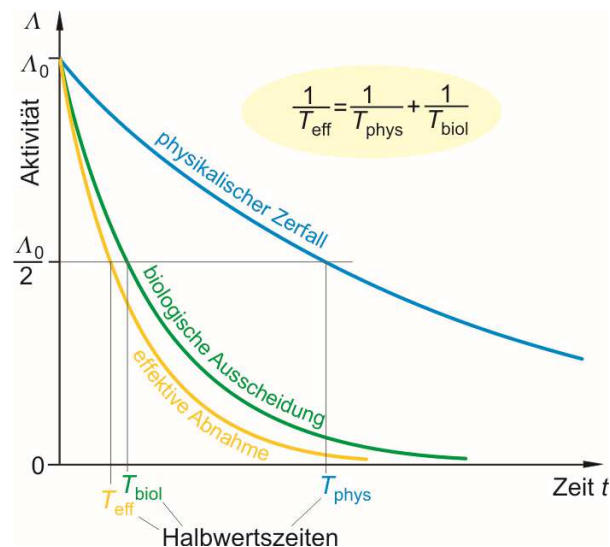
$$\lambda_{\text{eff}} \cdot \Delta t = \lambda_{\text{phys}} \cdot \Delta t + \lambda_{\text{biol}} \cdot \Delta t$$

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_{\text{phys}} + \lambda_{\text{biol}} \longrightarrow \frac{\ln 2}{T_{\text{eff}}} = \frac{\ln 2}{T_{\text{phys}}} + \frac{\ln 2}{T_{\text{biol}}} \longrightarrow$$

$$\frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{T_{\text{phys}}} + \frac{1}{T_{\text{biol}}}$$

42

Biologische und effektive Halbwertszeit



43