Belső energia transzportja biológiai rendszerekben

A 6. előadás témájához **Oktatási segédanyag**

Zrínyi Miklós
mikloszrinyi@gmail.com

ÁOK Biofizikai és Sugárbiológiai Intézet

Az oktatási segédanyag kizárólag a hallgatók felkészülését segíti, kérem, hogy a világhálóra ne tegyék fel, mert „fél- kész" termék. A jövő hétre tervezett 6. előadás ppt.-je mellékelve.

A témával kapcsolatos konzultáció lehetséges E-mail-en, skyp-on, wiber-en WhatsApp-on.

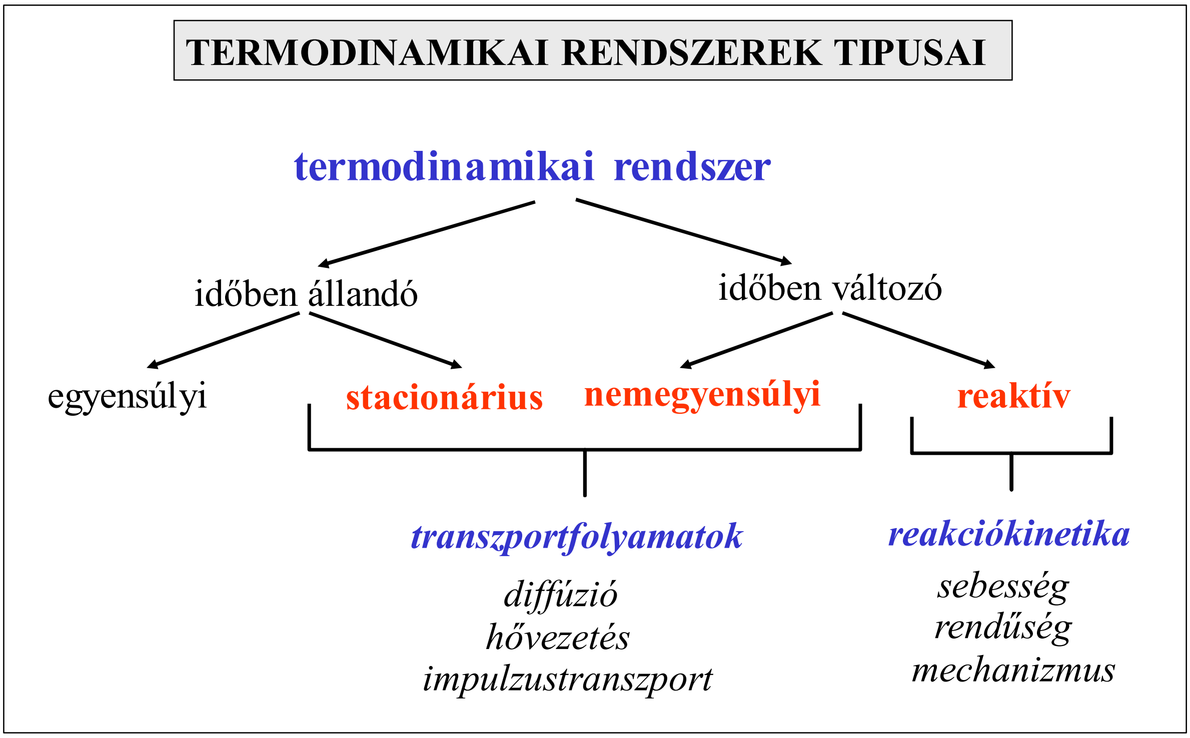
.

A segédanyagban szereplő adatok forrása:

Donald T.Haynie: Biological Thermodynamics, Cambridge University Press, (2001)
Irvin P. Herman: Physics of the Human Body, Springer-Verlag Heidelberg, new York (2006)
George A.Truskey, Fan Yuan, David F.Katz: Transport Phenomena in Biological Systems Pearson Educationm Inc., New Yersey (2010)
R.Byron Bird, Warren E. Stewart, Erwin N. Lightfoot: Transport Phenomena, John Wiley and Sons Inc. New York, Chichester, Brisbane, Singapore, Toronto (2002)

3 A transzportfolyamatok általános jellemzése (ismétlés)

Egy termodinamikai rendszer állapota lehet időben állandó vagy változó (nem-egyensúlyi). Az időben állandó rendszereket két nagy csoportra oszthatjuk: egyensúlyban lévő rendszerekre és stacionárius rendszerekre. Ez utóbbiak nincsenek termodinamikai egyensúlyban, ezért időbeli állandóságukat külső beavatkozással kell fenntartani. Az időben végbemenő folyamatokat is két nagy csoportra oszthatjuk: kémiai átalakulásokra és mozgásokra. Kémiai átalakulásokkal a reakciókinetika foglalkozik, míg termodinamikai mennyiségek áramlása a transzportfolyamatok tárgykörébe tartozik.



3.1 ábra: A termodinamikai rendszerek típusai

Nem-egyensúlyi termodinamikai rendszerek alapvető tulajdonsága az egyensúlyra való törekvés. Ez a folyamat az intenzív állapothatározók (hőmérséklet, nyomás, kémiai potenciál) térbeli eloszlásának megváltozásával jár. Egyensúlyban ezeknek a mennyiségeknek az eloszlása homogén, azaz értékük a rendszer minden pontjában azonos. Ha ez a feltétel nem teljesül, akkor olyan kiegyenlítődési folyamat indul el, amely során az intenzív állapotjelzők inhomogenitásának mértéke csökken.

Például eltérő hőmérsékletű testek kölcsönhatása hőmérséklet-kiegyenlítődési folyamatot eredményez, egyensúlyban a hőmérséklet a rendszer minden pontjában azonos lesz. Ugyanez mondható el a nyomásról (a mechanikai feszültségről) és a kémiai potenciálról is.

Az intenzív állapothatározók kiegyenlítődésére való törekvése maga után vonja az extenzív jellegű mennyiségek áramlását. Például a hőmérséklet-kiegyenlítődési folyamatban energiaáram lép fel, a belső energia áramlik a melegebb helyről a hidegebb irányába. Eltérő koncentrációjú oldatban komponens áram jön létre, a nagyobb koncentrációjú helyről a kisebb koncentrációjú helyre.

Azokat a folyamatokat, amelyek során energia, anyag, töltés vagy valamilyen más extenzív jellegű mennyiség egyik helyről egy másik helyre jut, transzportfolyamatoknak nevezzük. A transzportfolyamatok jellemzésénél alapvető fontosságú mennyiségek: az extenzív mennyiség árama és az áramot létrehozó hatás, a termodinamikai hajtóerő.

Az extenzív mennyiségek transzportját az árammal és az áramsűrűséggel (fluxussal) jellemezhetjük. Ez utóbbi megadja a szóban forgó mennyiség egységnyi keresztmetszeten történő áthaladásának mértékét egységnyi idő alatt. Egy tetszőleges E extenzív mennyiségre vonatkozó I_E áram, és j_E áramsűrűség:

$$I_E = \frac{dE}{dt} \qquad j_E = \frac{1}{A_s}\frac{dE}{dt} \tag{3.1}$$

ahol A_s az I_E áram irányára merőleges felület.

Transzportfolyamatok megjelenése mindig valamilyen extenzív mennyiséget hordozó mozgásával függ össze. Ilyen hordozók lehetnek:

- részecskék (atomok, molekulák és ionok), amelyek anyagot, energiát, impulzust és töltést hordozhatnak,
- elektronok, amelyek energiát, impulzust és töltést hordozhatnak,
- fotonok, amelyek energiát hordozhatnak.

Az extenzív mennyiség áramát nemcsak annak nagysága, hanem iránya is jellemzi, ezért az áramsűrűség vektor mennyiség. A következőkben az általunk vizsgált extenzív mennyiség áramsűrűségének jelét és mértékegységét adjuk meg.

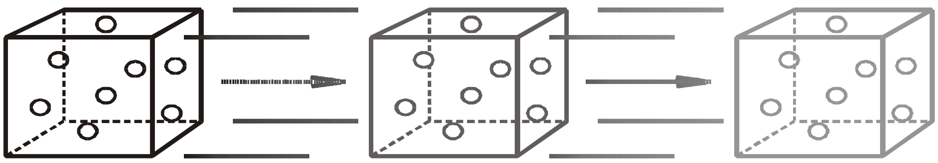
komponensáram sűrűség: $j_n\left[\mathrm{mol\,m^{-2}s^{-1}}\right]$

energiaáram sűrűség: $j_U\left[\mathrm{J}\; m^{-2}s^{-1}\right]$,

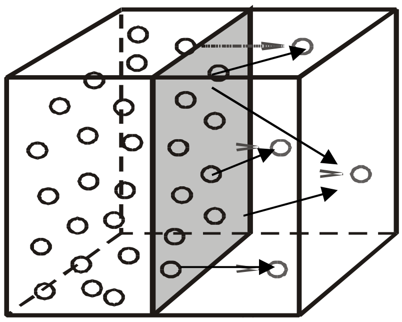
impulzusáram sűrűség: $j_i\left[\mathrm{kg}\; m^{-1}s^{-2}\right]$.

töltésáram sűrűség: $j_Q\left[Coulomb\cdot m^{-2}s^{-1}\right]$

A transzportfolyamatokat megkülönböztethetjük aszerint, hogy együtt járnak-e a közeg makroszkopikus mozgásával, vagy sem. Eszerint beszélhetünk áramlásos (konvektív) és vezetéses (konduktív), vagy nyugvó közegű transzportfolyamatokról. A kétféle transzport különbségét a 3.2. ábra szemlélteti.



***konvektív anyagtranszport*:** molekulahalmaz együttes elmozdulása



***konduktív anyagtranszport*:** molekulák elmozdulása “nyugvó közegben”

3.2 ábra: A konvektív és konduktív anyagtranszport szemléltetése.

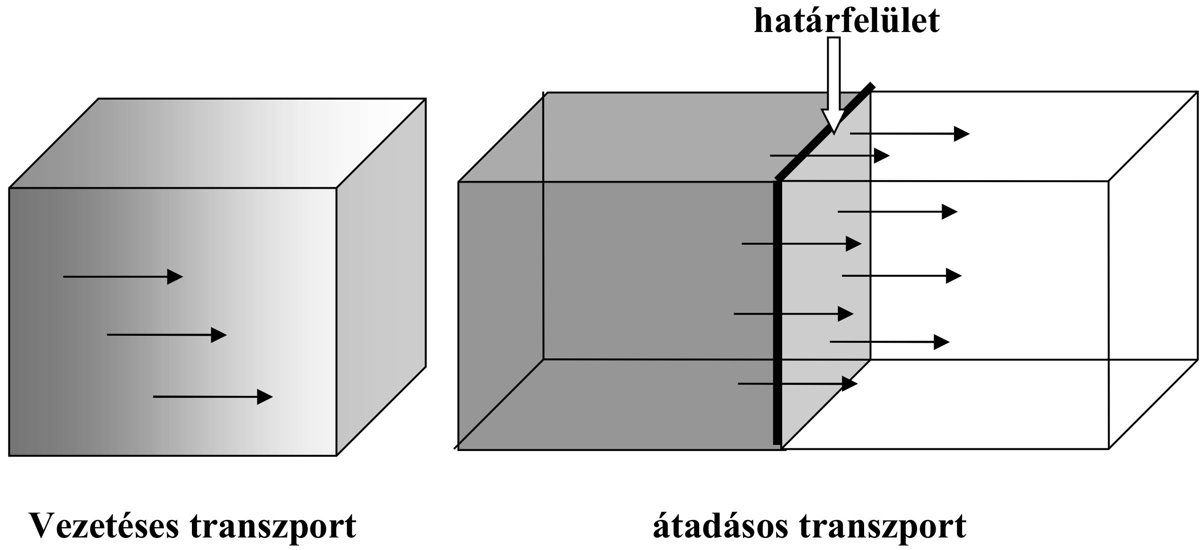
Áramlás esetén a fázisok mozognak. Ha a vizsgált termodinamikai test $\mathbf{v}$ áramlási sebességgel változtatja a helyét, akkor vele együtt mozog az összes extenzív jellegű mennyiség is. A konvektív áramsűrűség ekkor a szóban forgó extenzív mennyiség sűrűségének és az áramlási sebességnek a szorzata.

$$j_E = \rho_E v_E \tag{1.2}$$

A fenti egyenletben v_E a közeg áramlási sebességét jelenti.

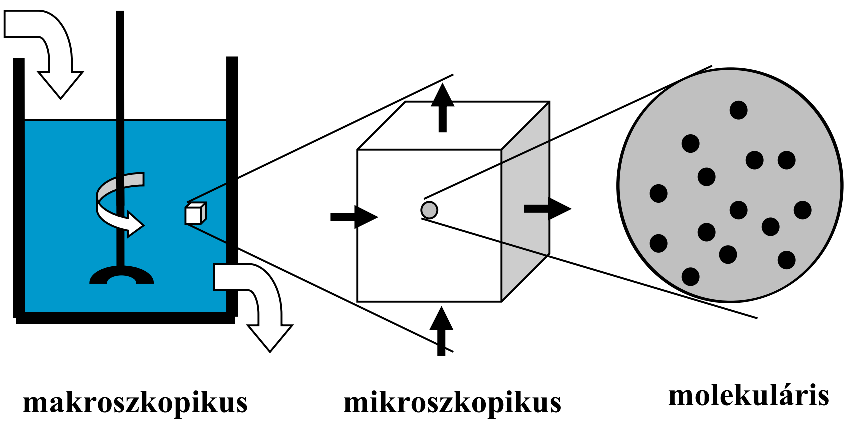
Vezetéses transzport közben maga a fázis nyugalomban van, csak egy vagy több extenzív mennyiség áramlik. Ilyen konduktív transzportfolyamat a hővezetés és a diffúzió. Vezetéses transzport áramlás közben is lejátszódhat. Ennek legszebb példája az áramló közegben lejátszódó impulzustranszport.

Transzportfolyamatok nem csak homogén fázisban, hanem heterogén rendszerek esetén, a fázisok között is lejátszódhatnak. Átadásos transzportról beszélünk, ha az extenzív mennyiségek határfelületen keresztül áramlanak (1.2. ábra).



3.3. ábra: Vezetéses (konduktív) és átadásos anyagtranszport szemléltetése

A transzportfolyamatok kvantitatív jellemzésénél alapvető szerepet játszanak a mérlegegyenletek. Ezeket egyaránt felírhatjuk a teljes rendszerre, vagy annak egy tetszőlegesen kicsi elemére.



3.4. ábra: Transzportfolyamatok leírásának három szintje

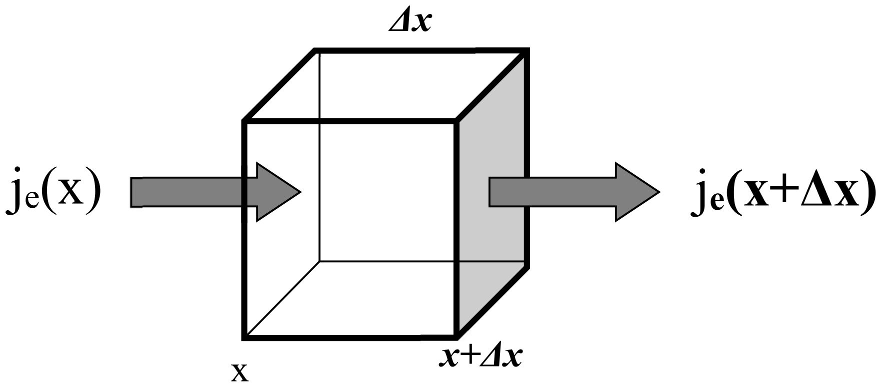
A teljes rendszerre felírt mérlegegyenletet globális mérlegegyenletnek, míg egy kis térrészre megfogalmazott mérlegegyenletet lokális mérlegegyenletnek nevezzük.

3.1 Globális és lokális mérlegegyenletek

Képzeljünk el egy tetszőleges makroszkopikus méretű termodinamikai rendszert, amely környezetével A_s nagyságú felületen keresztül érintkezik. A felület szigetelő tulajdonságaitól most eltekintünk, úgy vesszük, hogy rajta keresztül mindenféle áram lehetséges. Válasszunk ki egy tetszőleges E extenzív mennyiséget. Ennek értéke csak annak következtében változhat, hogy a rendszeren belül forrása, nyelője, illetve a rendszer felületén keresztül árama van. Forrással, illetve nyelővel leggyakrabban reaktív rendszereknél találkozunk, amikor valamelyik komponens keletkezik (forrás), vagy fogy (nyelő). A mérlegegyenlet bármely extenzív mennyiségre a következő alakú:

$$\frac{dE}{dt} = Q + I_{be} + I_{ki} = Q + I \qquad (3.3)$$

ahol Q jelöli a forrást (negatív értéknél a nyelőt) és I felel meg az extenzív mennyiség áramának, ami a rendszerbe áramló I_{be} és a rendszerből távozó I_{ki} áramok előjeles összege. Megmaradó extenzív mennyiségek esetén Q forrás, vagy nyelő értéke mindig zérus. Az áramot pozitívnak tekintjük, ha az extenzív mennyiség a környezetből rendszerbe áramlik, negatívnak pedig az ellentétes folyamat során. Mivel a fenti egyenlet a teljes rendszerre vonatkoztatva adja meg a mérleget, ezért ezt szokás globális, vagy integrális mérlegegyenletnek nevezni. Gyakran megelégszünk a globális mérlegegyenlet felállításával. Amikor csak a homogén rendszert ért külső hatásokra vagyunk kíváncsiak, és nem kell a rendszer belső állapotváltozásainak helyfüggését vizsgálnunk, az integrális mérlegegyenleteket használjuk. Annyi mérlegegyenletre van szükségünk, ahány fajta egymástól független kölcsönhatásban vesz részt a rendszer a környezetével.



3.5 ábra: Extenzív mennyiség x irányú áramlása elemi térfogaton keresztül.

Lokális leírásnál arra a kérdésre keressük a választ, hogy egy adott helyen hogyan változik egy tetszőleges extenzív mennyiség sűrűsége az idő függvényében. A ρ(r,t) sűrűség- függvény meghatározásához az áramló komponensre vonatkozó lokális mérlegegyenletet használjuk fel. Az egyszerűség kedvéért vizsgáljunk meg egy egyirányú folyamatot az x hely- koordináta környezetében. Vegyünk egy olyan képzeletbeli kockát, amelynek Δx nagyságú az élhossza, és x irányban két $A_s = (\Delta x)^2$ nagyságú, egymástól Δx távolságban lévő párhuzamos felületet határolja. Vizsgáljuk meg egy tetszőleges megmaradó extenzív mennyiség áramlásának következményét a 1.6. ábrán látható $(\Delta x)^3$ térfogatú kockában. A megmaradás itt azt jelenti, hogy a vizsgált térrészben sem forrás, sem pedig nyelő nincs, azaz Q=0.

E térrészben történő változások csak a $j_E(x)$ belépő, valamint a $j_E(x+\Delta x)$ kilépő áramsűrűségtől függenek. Akkor nincs változás, ha az x helyen belépő $j_E(x)$ és az x + Δx helyen kilépő $j_E(x+\Delta x)$ áramsűrűség megegyezik. Az extenzív mennyiségre felírható mérlegegyenlet az 1.2-es összefüggés alapján[1]:

$$\mathbf{I} = \left.\frac{dE}{dt}\right|_{(\Delta x)^3} = A_s\left[\mathbf{j_E}(x) - \mathbf{j_E}(x+\Delta x)\right] \qquad (3.4)$$

[1] A könnyebb érthetőség kedvéért a továbbiakban eltekintünk az előjel konvenciótól és a kilépő áramoknak és áramsűrűségeknek negatív előjelet adunk.

Rendezzük át a fenti egyenletet és fejezzük ki az A_s felületet a kocka élhosszával. Ekkor

$$\left.\frac{dE}{dt}\right|_{(\Delta x)^3} = -(\Delta x)^2 \left[\mathbf{j_E}(x+\Delta x) - \mathbf{j_E}(x) \right] \tag{3.5}$$

Mivel az extenzív mennyiség sűrűsége $\rho_E = E/V = E/(\Delta x)^3$, a lokális változás:

$$\frac{d\rho_E}{dt} = \frac{1}{V}\frac{dE}{dt} = \frac{1}{(\Delta x)^3} \cdot \frac{dE}{dt} \tag{3.6}$$

A fenti két egyenlet összevonásával kapjuk, hogy

$$\frac{d\rho_E}{dt} = -\frac{\mathbf{j_E}(x+\Delta x) - \mathbf{j_E}(x)}{\Delta x} \tag{3.7}$$

Vegyük észre, hogy ennek az egyenletnek a jobb oldala a $\Delta x \to 0$ határesetben – a negatív előjeltől eltekintve - a $j_E(x)$ függvény x koordináta szerinti differenciálhányadosa. Mivel az áramsűrűség vektor, ezért ennek x irányban vett parciális deriváltja az áramsűrűség divergenciájának x irányú komponense.

Az eddig elmondottakat mindhárom irányra (x, y és z) általánosíthatjuk, és a minden határon túli finomítás után azt kapjuk, hogy

$$\frac{\partial \rho_E}{\partial t} = -\nabla \mathbf{j_E} = -\mathbf{div}\ \mathbf{j_E} \tag{3.8}$$

ahol ∇ (nabla) szimbólum jelentése Descartes féle derékszögű koordinátákkal kifejezve:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{e_x} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{e}_y + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{e}_z \tag{3.9}$$

$\mathbf{e_x}, \mathbf{e}_y$ és $\mathbf{e}_z$ az egyes koordinátairányokba mutató egységvektorokat jelöli. A fenti parciális deriváltakból képzett összeget a szakirodalomban gyakran "nabla" differenciáloperátornak nevezik.

A (3.7)-es differenciális mérlegegyenlet csak akkor érvényes, ha a rendszerben nincs forrás vagy nyelő, és nincs konvektív áram. Ha ezen utóbbiakat is figyelembe akarjuk venni, akkor az általános kontinuitási vagy transzportegyenlethez jutunk:

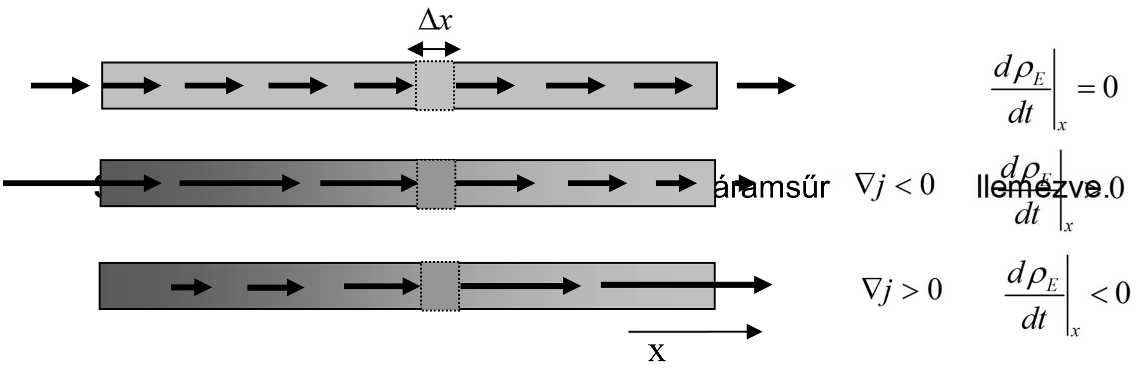
$$\frac{\partial \rho_E}{\partial t} + \mathbf{div}\ (\mathbf{j_E} + \mathbf{j_E^k}) = q_E \tag{3.10}$$

ahol q_E a forráshoz, vagy nyelőhöz tartozó áramsűrűség. A fenti egyenlet lesz majd minden további transzportfolyamat leírásának alapja.

Több olyan mennyiség van, amelyekhez nem tartozhat forrás, vagy nyelő. Ezek az un. megmaradó mennyiségek, mint például az energia, tömeg és impulzus. Az általánosított transzportegyenlet megmaradó mennyiségekre ($q_E = 0$) alkalmazható formája, ha konvektív áram nincs ($j_E^k = 0$) és ha a transzportfolyamat csak egy x-el jelölt irányban játszódik le:

$$\frac{d\rho_E}{dt} = -\frac{dj_E}{dx} \tag{3.11}$$

Ha a vizsgált rendszerben n-féle kiegyenlítődési folyamat játszódik le, akkor n-számú transzport egyenlettel jellemezhetjük rendszerünk állapotának időbeli változását. A fenti kontinuitási egyenlet szerint egy adott helyen extenzív mennyiség csökkenésének, vagy növekedésének a mértéke az áramsűrűség divergenciájától függ. A (3.7)-es egyenletet használjuk majd a diffúzió, a hővezetés és az impulzus-transzport leírására:.



A (3.7)-es általános transzportegyenletet jelentését a 3.6-os ábrán látható példával szemléltetjük. Tekintsünk egy egyirányú transzportfolyamatot. Jelöljük az áramló extenzív mennyiség áramsűrűségét vektorokkal. Az áramsűrűség nagyságát az azonos irányba mutató vektorok hossza jellemzi. Háromféle eset lehetséges. Ha az áramsűrűség a vizsgált rendszer minden pontjában azonos (tehát nem függ a helytől, ezért divergenciája zérus), akkor egy kiszemelt kis térrészbe pontosan ugyanannyi extenzív mennyiség áramlik be, mint amennyi eltávozik. Ekkor az adott helyen az extenzív mennyiség sűrűsége nem változik. Ha az áramsűrűség nagysága (a vektor abszolút értéke) az x-irányában csökken (azaz divergenciája negatív), ez azt jelenti, hogy a kiszemelt térrészbe több extenzív mennyiség áramlik be, mint amennyi azt elhagyja. Ebből következik, hogy a térrészben az extenzív mennyiség sűrűsége növekszik. Ha az áramsűrűség nagysága az x-irányában növekszik (azaz divergenciája pozitív), a kiszemelt térészbe kevesebb extenzív mennyiség áramlik be, mint amennyi azt elhagyja. Az extenzív mennyiség sűrűsége tehát az időben csökken.

Az áramsűrűség függ a termodinamikai hajtóerőtől, az időbeli változás irányát és nagyságát a termodinamikai hajtóerő határozza meg

. A 1.1 táblázatban foglalunk össze néhány fontosabb konduktív transzportfolyamatot jellemző extenzív és intenzív mennyiséget, valamint a termodinamikai hajtóerőt.

3.1. táblázat: Transzportfolyamatok termodinamikai hajtóereje

Transzport folyamat neve	Extenzív mennyiség	Intenzív mennyiség	Termodinamikai erő
Diffúzió	kémiai komponens	koncentráció	$-\nabla c$
Hővezetés	belső energia	hőmérséklet	$-\nabla T$
Reológia	impulzus	áramlási sebesség	$-\nabla \mathrm{v}$

A táblázatban a negatív jel arra utal, hogy a hajtóerő nem növelni, hanem csökkenteni akarja az inhomogenitás mértékét, azaz olyan áramot indít el, amely során az extenzív mennyiség a nagyobb intenzitású helyről a kisebb intenzitású hely felé áramlik. Például az energia mindig a melegebb helyről a hidegebb felé áramlik, a molekulák a nagyobb koncentrációjú (kémiai potenciálú) helyről a hígabb tartományba diffundálnak.

Ezek után felírhatjuk az egyes áramokhoz tartozó áramsűrűségeknek a termodinamikai hajtóerővel való kapcsolatát:

komponensáram-sűrűség: $$j_{n,i} = -D\nabla c_i \tag{3.12}$$

energiaáram-sűrűség: $$j_U = -k_T \nabla T \tag{3.13}$$

impulzusáram sűrűség: $$\mathbf{j}_i = -\eta \nabla \mathbf{v} \tag{3.14}$$

ahol *D* a diffúziós együttható, k_T a hővezetési tényező és η a viszkozitás.

A vezetéses áramokra felírt összefüggések csak a fázisok határfelületéig érvényesek. A fázishatárnál ugyanis a legtöbb intenzív mennyiség törést vagy szakadást mutat. Ezért átadásos transzportfolyamatoknál e változást nem lehet folytonos függvényekkel leírni. Átadásos áramok termodinamikai hajtóerejét a Δ különbség képző operátorral adjuk meg.

3.1 A transzportfolyamatok biológiai jelentősége

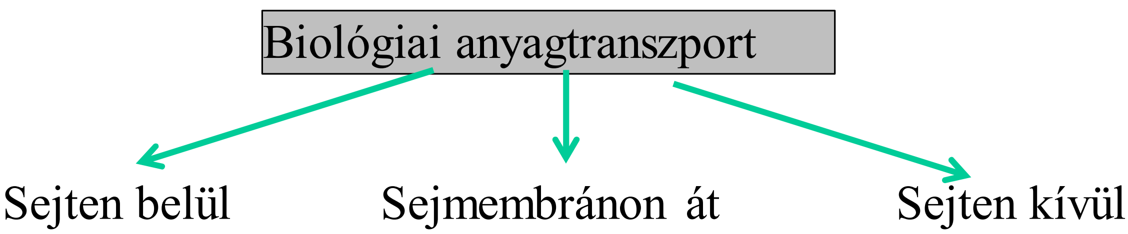
Az élet fenntartásához, a növekedéshez és a szaporodáshoz nagyszámú kémiai reakcióra és transzport jelenségre van szükség. Ez azt jelenti, hogy az anyag- és energia cseréje a környezettel nemegyensúlyi körülmények között megy végbe. A reakciók termékét a sejtek vagy kivetik magukból, vagy új feladatok elvégzésére más sejtekhez szállítják. Amikor a rendszer a környezetével anyagot és energiát képes cserélni és a környezet energia- és anyag tartaléka elegendően nagy, a termodinamikai rendszer állandósult állapotban maradhat, ami nem azonos az egyensúllyal. Ezt az állapotot **stacionárius** (nemegyensúlyi) állapotnak nevezzük. Míg a termodinamikai egyensúly a biológiai rendszer számára a halált jelenti, addig a biológiai egyensúly azt jelenti, hogy az élő szervezet a környezetében fenn tudja tartani állapota állandóságát. A termodinamika törvényei az élő rendszerek leírására is alkalmazhatók.

A transzportfolyamatok rendkívül fontos, meghatározó szerepet játszanak az életfolyamatokban. Az 3.7. ábra mutatja néhány példa kapcsán az életműködés szempontjából legfontosabb transzportfolyamatokat.

szerv	transzport
légzőrendszer	oxigén → vér széndioxid → tüdő
keringési rendszer	oxigén → vörösvértestek fertőzés → antitestek
emésztőrendszer	emésztés → felszívódás
vese	plazma szűrés metabolikus bomlástermékek kiválasztása plazma térfogat és vér pH állandó szinten tartása

3.7 ábra: Néhány élettani szempontból fontos biológiai transzport jelenség.

A biológiai transzportfolyamatokat három szinten vizsgálhatjuk. (3.8 ábra).



3.8 ábra: A biológiai transzportfolyamatok három szintje

A sejten belüli és kívüli részben egyaránt előfordulhat konvektív és konduktív transzportfolyamat. A sejtmembránon át történő transzportok az átadásos transzportok közé sorolhatók. A szervezet különböző részein igen változatos nagyságú szervekben, szövetekben és sejtelemekben játszódnak le a transzporfolyamatok. Az 3.2 táblázat foglalja össze a jellegzetes méreteket és azok előfordulását.

3.2 Táblázat: Jellegzetes méretek biológiai rendszerekben

egység	Méret (m)
fehérjék és nuklein savak	10^{-8}
sejt szervecskék	10^{-7}
sejtek	10^{-6}
kapillárisok	10^{-4}
szervek	10^{-1}
egész test	10^{0}

A táblázat adatai alapján megállapíthatjuk, hogy a karakterisztikus méretek 8 nagyságrendet változnak. Ez néhány esetben (pl rendkívül kis méreteknél) megnehezíti a transzportfolyamatok egységes leírását.

3.3 A szervezet hőtermelő képessége

A legtöbb szervezet csak szűk hőmérséklet tartományban létezik. Hosszabb ideig 0 C^o alatt az intracelluláris közegben képződő jégkristályok tönkre teszik a sejteket, az extracelluláris közegben képződő jégkristályok pedig blokkolják a tápanyagok sejtekbe történő jutását. 42 C^o hőmérséklet felett a proteinek jelentős része denaturálódik, ami sejthalált okoz. Az egészséges emberi test átlagos hőmérséklete 37 C^o Az emberi test hőmérsékletének állandó értéken tartása megköveteli a metabolizmus által termelt hő és a hőveszteség érzékeny egyensúlyát.

A szervezet fő energiaforrása a táplálékkal bevitt szénhidrátok, fehérjék és zsírok. Ebből az életfolyamatokra hasznosítható energia a táplálkozással bevitt és az emésztés után eltávolított anyagok (széklet, vizelet, bélgáz) energia tartalmának különbsége. A táplálékkal bevitt energia meghatározása kaloriméterben egységnyi tömegre vonatkoztatott égéshő adatok alapján történik. pl. szénhidrátoknál az átlagos érték: 17,1 *kJ/g*. A különböző szénhidrátok égéshője nem nagyon különbözik a glukózétól, ezért a számításokban 17.2 *kJ/g* értéket használnak. Ettől jelentősen eltérnek a zsírok 39,6 *kJ/g* és a fehérjék 23,6 *kJ/g* égéshő értékei (a gázolaj égéshője:47,6 *kJ/g*). A táplálkozással bevitt energia megközelítőleg 5.,8 %-os veszteségét a széklet teszi ki, míg a vizelet 4,5 %-ot, a bélgáz pedig 0,4 % veszteséget jelent.

A hasznosítható energia biokémiai anyagok szintézisére, celluláris és makroszkopikus mozgások energiájának fedezésére, valamint hőtermelésére fordítódik. A továbbiakban ez utóbbival, az emberi szervezet **metabolikus hőjével** foglalkozunk. A hő különböző szervekben és szervrendszerben nem egyforma intenzitással termelődik, ahogy ezt az I. Táblázat adatai mutatják.

3.4 Táblázat: A metabolikus hő keletkezésének %-os mennyisége különböző szervekben és szervrendszerekben

agyvelő	***25%***
szív	***15%***
vázizom	***25%***
hasi zsigerek	***25%***
vese	***6%***
bőr	***4%***

A táblázat adatai azt mutatják, hogy jelentős az eltérés az egyes testrészek hőtermelő képességében. Ennek ellenére ezek hőmérséklete nem különbözik jelentősen. Ennek oka, a véárammal szállított hő kiegyenlítő hatása. A testen belüli hőmérséklet eloszlást nem csak a helytől függő metabolikus hő, hanem annak vesztesége is meghatározza.

A jelöljük a hőveszteséget $Q_{veszteség}$ -el. A hőveszteség több hatásból áll, ahogy azt a 1. ábra mutatja. Ezeknek a hatásoknak a mértéke is nagyon különböző. A következő fejezetekben külön tárgyaljuk ezeket a hatásokat.

$$\boxed{Q_{veszteség} = \underbrace{Q_{sugárzó}}_{54\text{-}60\ \%} + \underbrace{Q_{konvektív} + Q_{konduktív}}_{25\ \%} + \underbrace{Q_{párolgási}}_{7\ \%} + \underbrace{Q_{légzés}}_{14\ \%}}$$

3.8 ábra: Az emberi test legfontosabb hőveszteségei

A hőveszteségnek nemcsak konduktív és konvektív módja van, hanem az energia sugárzással is terjedhet

3.4 Sugárzással kapcsolatos hőveszteség

Megfigyelhetjük, hogy napsütésben egy szilárd test hőmérséklete jóval a környezet hőmérséklete fölé emelkedhet. Az energia ilyen fajta transzportja nem igényel közeget. A sugárzásos energiatranszport vákuumban is lejátszódik. A hősugárzás csak egy kis részét jelenti a teljes elektromágneses sugárzásnak, a hullámhossz a 0.1 – 10 mikronos tartományban van.

Hősugárzással egységnyi felületre, időegység alatt átadott energia nagyságát a (j_Q) a Wien törvény adja meg:

$$j_Q = \varepsilon \sigma T^4 \qquad (3.15)$$

ahol ε dimenzió mentes **emisszió** és σ a **Stefan-Boltzmann állandó.** Ennek értéke $\sigma = 5,67 \cdot 10^8\ W/m^2K^4$ .Az emisszió értéke 0 és 1 között van. Tökéletesen fekete test emissziója $\varepsilon = 1$. Különböző anyagok emissziója csak kismértékben tér el egymástól, ahogy az a II. Táblázat adatai mutatják.

3.5Táblázat: Néhány anyag emissziója

anyag	emisszió
emberi bőr	0,95 – 0,99
fa	0,99
beton	0,95
tégla	0,92

Ha feltételezzük, hogy bőr hőmérséklete $T_{bőr} = 310K$ (ez 34 C^o-os hőmérsékletnek felel meg) és emissziója $\varepsilon = 1$, akkor a (3.15)-ös összefüggés szerint az egységnyi felületre, időegység alatt sugárzással átadott energia értéke $j_Q = 505 \quad W/m^2$. A környezetből sugárzással felvett hőmennyiség (Q_{rad}) árama:

$$-\frac{dQ_{rad}}{dt} = j_Q A_s = \varepsilon\sigma T^4_{környezet} A_s \qquad (3.16)$$

ahol A_s a felület nagyságát jelenti.

Ha a fentieket egy „átlagos személyre" vonatkoztatjuk, akinek bőrfelülete $A_{bőr} = 1,85 \; m^2$ és hőmérséklete $T_{bőr} = 310K$, akkor írhatjuk, hogy

$$-\frac{dQ_{rad}}{dt} = j_Q A_{bőr} = \varepsilon\sigma T^4_{bőr} \cdot A_{bőr} \qquad (3.17)$$

Ha eltekintünk a metabolikus folyamatok áltat termelt hőtől, valamint egyéb külső termikus források hatásától, akkor a hőveszteségi teljesítménye $j_Q = -932 \quad W$. Ez óránként 14 C^o-os hőmérséklet csökkenést jelentene. Szerencsére az élő test sugárzással nemcsak veszít, hanem nyer is energiát a környezetéből. Ha ennek a hőmérséklete 24 C^o, akkor a sugárzással nyert hőáram értéke $j_Q = 816 \quad W$. A hőveszteség és a nyereség különbsége, megfelel $j_Q = -116 \, W$-os a nettó hőáramnak. Ez enyhe lehűlést eredményezne, ha ezt nem pótolná a metabolizmusból származó hő. A sugárzással kapcsolatos j_Q hőáramsűrűség nem a hőmérsékletek különbségétől, hanem a hőmérsékletek negyedik hatványának különbségétől függ:

$$j_Q = \varepsilon\sigma\left(T_{bőr}^4 - T_{környezet}^4\right) \quad (3.18)$$

3.5 Konvekcióval kapcsolatos hőveszteség

A konvekcióval történő hőáramlás rendkívül bonyolult folyamatok összessége. Ennél az esetnél az energiát a részecskék szállítják. Hőmérséklet különbség hatására az eltérő sűrűségű mozgékony fázisoknál megindul az anyagtranszport. A meleg levegő felszáll, a hidegebb pedig leszáll cirkuláris áramlásokat indíthat el. A konvektív hőáramlás leírását megnehezíti az a tény, hogy az áramlás a hőmérséklet eloszlástól függ, amit azonban maga az áramlás is befolyásol. Igen gyakran alakul ki kaotikus áramlás, **turbulencia**.

A hő konvekció egyik legegyszerűbb esete, amikor szilárd felület adja át energiáját a vele érintkező áramló folyadéknak vagy gáznak. Ha a szilárd test hőmérséklete T_S és a folyadék, vagy gáz hőmérséklete T_L, akkor a q_k konvektív hőáramsűrűség a hőmérséklet különbséggel arányos:

$$q_k = h_k\left(T_S - T_L\right) \quad (3.19)$$

ahol h_k a **konvektív hőátadási tényező,** amelynek értéke függ az áramlási viszonyoktól, a felület geometriájától és anyagi tulajdonságoktól. A kisebb hővezetési tényező a szigetelőanyagokat jellemzi, ellentétben a nagy hővezetési tényezőjű anyagokkal. Szilárd/folyadék konvektív hőátadáshoz nagyobb hőátadási tényező tartozik, mind a szilárd/gáz esethez.

Két fajta konvektív hőátadási mechanizmust különböztettünk meg. Az első esetben a fluid fázis áramlását csak a hőmérsékletváltozással kapcsolatos sűrűségváltozás hozza létre. Pl. a folyadék sűrűsége a hőmérséklet növelésével csökken, aminek következtében a folyadék réteg felemelkedik. Ehhez az esethez 5 és 15 W/m^2K közötti konvektív hőátadási tényező tartozik. Ha a szilárd testtel érintkező folyadék áramlásáért külső mechanikai hatás felelős, akkor a konvektív hőátadási tényező értéke jóval nagyobb, elérheti a 250 W/m^2K-es értéket is.

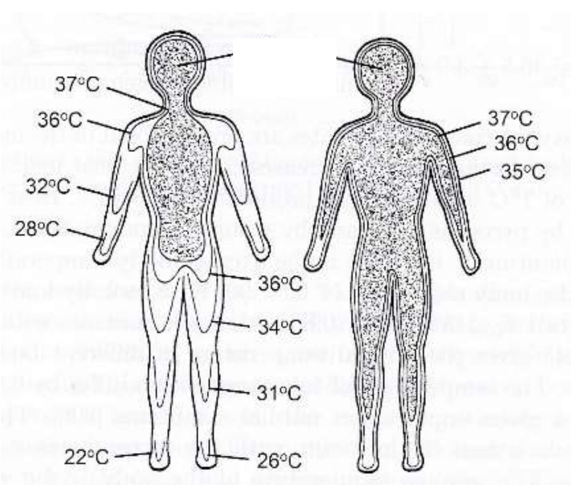
Vizsgálhatjuk a konvektív hővezetést test és a levegő között. A q_k konvektív hőáram a bőr ($T_{bőr}$) és a levegő ($T_{levegő}$) hőmérsékletétől függ.

$$q_k = -h_c\left(T_{bőr} - T_{levegő}\right) \qquad (3.20)$$

ahol h_c a konvektív hőátadási tényező, amely az egységnyi felületen, egységnyi idő alatt, egységnyi hőmérséklet különbség melletti hőáramot jelenti. h_c értéke nagymértékben függ az áramló levegő sebességétől és a személy ruházatától. h_c értéke csökken melegebb öltözék esetén és növekszik könnyű ruházatban. Átlagos ruhában és szélcsendben a hőátadási tényező értéke $h_c = 2,6\ W/m^2K$, ami jelentősen megnő, ha a szél sebessége eléri a $v = 5\ m/s$. Ekkor $h_c = 18,6\ W/m^2K$.

Fontos szerep jut a konvektív energiacserének a test szövetei és az áramló vér hő cseréje között. A szívből az artériákba jutó vér a test végeihez folyik (kéz, láb). Hűvös időben az artériákban folyó vér melegíti a környező szöveteket, ezért a ahogy a test vége felé folyik, hőmérséklete fokozatosan csökken. A testvégeknél a hidegebb vér vénákon keresztül áramlik a szívbe. Eközben hőátadás megy végbe az ellentétes irányba folyó hidegebb vénás vér és melegebb artériás vér között. Ennek következtében a testvégektől a vénákban folyó vér hőmérséklete a szív felé haladva fokozatosan növekszik. Ez az ellenáramú hőátadás annál nagyobb, minél közelebb vannak egymáshoz ezek az erek, továbbá attól is függ, hogy mekkora a szobahőmérséklet.10 C^o-os szobában a hőmérsékletváltozás nagysága elérheti a 15 C^o -t. Meleg szobában pl. 30 C^o ez a különbség eltűnik, mert az artériás vér helyett, a környező meleg szövetek hőárama biztosítja a vér hőmérsékletének állandóságát.

A hőmérséklet eloszlást a szövetek és a véráram közötti hővezetésen kívül más veszteségek is meghatározzák. Az egyes testrészek hőmérsékletei között akár 12 C^o hőmérséklet különbség lehet. A továbbiakban végig vesszük a konvektív hőleadással kapcsolatos hatásokat.



(5 C^o) (30 C^o)

3.9 ábra: A test hőmérséklet eloszlása hideg és meleg környezetben.

a) Párolgás, verejtékezés

A párolgás az élőlények egyetlen olyan hőleadási mechanizmusa, amely látszólag ellentmond a termodinamikai (hővezetés) törvényeinek, ugyanis akkor is képes a szervezetből hőt leadni a környezetbe, amikor a testhőmérséklet alacsonyabb, mint a környezet hőmérséklete. A párolgás ilyenkor is állandóan folyik. A bőr felső rétegéből párolog a víz, ami energiát von el a testből. Ha a környezeti hőmérséklet emelkedése eléri a 34 C^o-ot, akkor beindul az izzadás, az így keletkező verejték a bőr felületére jutva fokozza a víz párolgását (ezáltal a hűtést). Ez endoterm folyamat, amihez szükséges energiát a bőrrel érintkező levegőből vonja el, Ehhez ismerni kell párolgáshőt Δh_{H_2O} és az elpárologtatott víz m_{H_2O} mennyiségét. A víz Δh_{H_2O} fajtagos párolgáshője. $\Delta h_{H_2O} = 2,26 \, . J/g$ Megjegyezzük, hogy a párolgáshőt a forrási hőmérsékletre (100 C^o) adják meg, ezért ezt az értéket át kell számítani az aktuális szobahőmérsékletre. Ezt az entalpia hőmérséklettől való függésének ismeretében, a víz fajhőjének ismeretében tehetjük meg. A számítás elvégzése után azt kapjuk, hogy $T_1 = 25\ C^o$-os környezeti hőmérsékleten $\Delta h_{pár} = 2,43\ J/g$. A párolgáshoz szükséges $Q = m_{H_2O} \cdot \Delta h_{H_2O}$ nagyságú energiát a bőr feletti levegőréteg biztosítja. A $\Delta T = T_1 - T_2$ hőmérséklet csökkenés meghatározásához, a bőr feletti levegő mennyiségét és fajhőjét is ismernünk kell. A levegő fajhője $c_{P,lev} = 1,06\ J/g \cdot K$. A levegő lehűlés utáni T_2 hőmérsékletét az energia mérlegből határozhatjuk meg.

$$Q = m_{H_2O} \cdot \Delta h_{H_2O} = m_{lev} c_{p,lev} \cdot \Delta T \qquad (3.21)$$

Ebből megkapjuk, hogy

$$\Delta T = \frac{m_{H_2O} \cdot \Delta h_{H_2O}}{m_{lev} c_{p,lev}} = \qquad (3.22)$$

Tegyük fel, hogy a párolgás során 1 *g* víz elpárolog a 0.25 m^3 térfogatú levegőbe .A levegő tömege a gáztörvény ($pV = \frac{m_{lev}}{M_{lev}} RT$), és a levegő átlagos molekulatömege (M_{lev})alapján meghatározható.($m_{lev} = 0,29$ g). A (9)-es összefüggés szerint $\Delta T \simeq -8,3$ hőmérséklet csökkenés adódik. Ez azt mutatja, hogy a párolgás hatékony hőelvonást jelent a szervezetből. 1 g víz elpárologtatása 25 C^o-on 2,43 kJ hőelvonással (párolgáshő) jár. Kétféle párolgási folyamatot különböztethetünk meg. A hőleadás elsősorban a bőrünkön keresztül megy végbe, de a légzésnek is kísérő jelensége.

b) Légzés

Nyugalmi körülmények között egy felnőtt ember egyetlen légvétellel kb. 500 ml levegőt lélegzik be, és közel ugyanannyit lélegzik ki. A belélegzett levegő hőmérséklete általában hidegebb, mint a testhőmérséklet. A belélegzett levegő a testben felmelegszik, majd a kilégzéssel eltávozik. Ez is egy forrása a testhőmérséklet csökkentésének. A nyugalmi ki-és belégzés frekvenciája 12 – 14 légzés percenként. Ekkor a mozgó levegő térfogatárama:

$$I_{lev} = \frac{dV_{lev}}{dt} \simeq 0,1 \qquad (3.23)$$

A légzéssel járó hőveszteség konvektív hőáramsűrűségére felírhatjuk, hogy

$$-\frac{dQ}{dt} = \rho_{lev} c_{P,lev} \left(T_{ki} - T_{be} \right) \frac{dV_{lev}}{dt} \qquad (3.24)$$

A teljes hőcsere értékét úgy kapjuk meg, hogy ehhez az értékhez hozzáadjuk a felső légutak nyálkahártyájáról folyó párolgást. Ennek mértéke a belélegzett levegő nedvességtartalmától függ. A légutakban történő párolgást hőelvonó értéke:

$$-\frac{dQ}{dt} = \Delta h_{H_2O} \left(\rho_{ki} - \rho_{be} \right) \frac{dV_{lev}}{dt} \qquad (3.25)$$

ahol $\rho_{ki} - \rho_{be}$ be- és ki lélegzett levegő sűrűségének különbsége. A különbség a légutak páratartalmától függ.

3.6 A belső energia konduktív transzportja, a hővezetés

Hővezetésnek olyan transzportfolyamatot nevezünk, amelynek során hőmérsékleti inhomogenitás hatására az energia áramlása indul meg. A melegebb helyen lévő, jóval intenzívebb mozgást végző molekulák ütközések sorozatán keresztül adják át energiájukat a hidegebb helyen lévő, lomhább mozgású részecskéknek. A hővezetés a diffúzióhoz hasonló törvényekkel írható le.

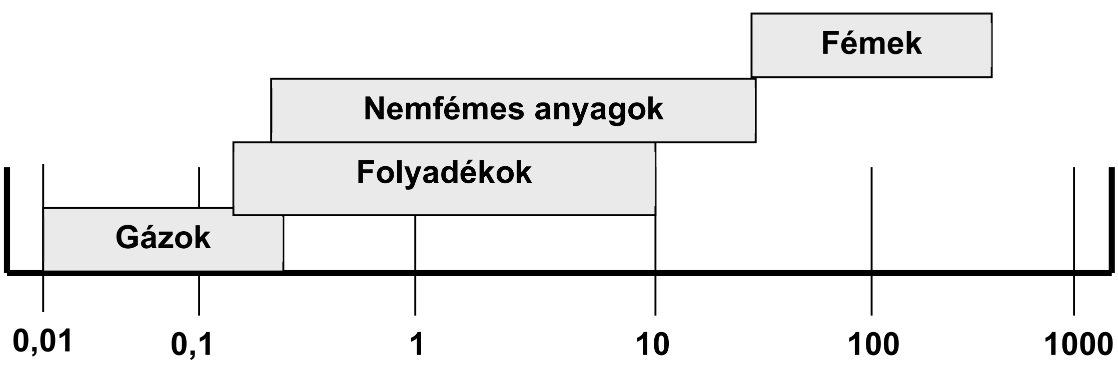
A belsőenergia (hő) a magasabb hőmérsékletű helyről az alacsonyabb hőmérsékletű hely irányába áramlik. Az áramlás hajtóereje a hőmérséklet gradiense. Az energiaáram-sűrűsége (hőáram-sűrűsége) a hőmérsékletgradienssel arányos:

$$j_u = -k_T \nabla T \tag{3.26}$$

ahol k_T a **hővezetési tényező**. A fenti egyenlet a hővezetés Fourier-féle törvény I.-es egyenlete, amelynek 1D alakja a következő:

$$\frac{dQ_{hővezetés}}{dt} = -k_T \cdot A_s \cdot \frac{dT}{dx} \tag{3.27}$$

A k_T hővezetési tényező értéke nagymértékben függ az anyagi minőségtől és a hőmérséklettől. Különböző anyagokra jellemző hővezetési tényező $W/m \cdot K$ egységben kifejezett értékét a 3.9. ábra mutatja. Fémekhez nagy, míg gázokhoz (és hőszigetelő anyagokhoz) kis hővezetési tényező tartozik.



3.9 ábra: Különböző anyagok hővezetési tényezője W/m^2K-egységben.

Ha Δx vastagságú réteg hővezetést vizsgáljuk, akkor a $I_T = k_T / \Delta x$ mennyiséget **hőszigetelés** (Insulation) mértékének nevezzük, amely megadja az egységnyi vastagságú réteg, egységnyi hőmérséklet különbség hatására fellépő hő-áramsűrűségének mértékét. ($I_T = -j_U / \Delta T$). Minél nagyobb I_T értéke, annál jobb hőszigetelő az anyag. A 3.6 Táblázatban néhány anyag szigetelésére jellemző mérőszámát adjuk meg.

3.6 Táblázat: Különböző anyagok hőszigetelésére jellemző adatok.

anyag	$I_T \left[m^2 C^o / W \right]$
bárány bunda	0,07-0,1
gyapjú	0,29
átlagos ruha	0,25
liba toll	0,38
levegő	0,36-0,39
csont	0,01-0,02
test zsír	0,01-0,05
víz	0,01-0,017
fa	0,01-0,06

A szigetelés mértékét kifejező I_T mennyiség táblázatban szereplő $m^2 C^o / W$ egységét gyakran 1 **Clo** (Clothing value) értéknek nevezik. 1 Clo az 0,155 $m^2 C^o / W$ hőszigetelésnek felel meg. Könnyű nyári ruha szigetelése 0,6 Clo-nak felel meg. Elegáns üzleti öltöny hőszigetelése 1,2 Clo érték körül van.

A konduktív hővezetésnél a hőmérséklet a hely és az idő függvénye. A hőmérséklet-eloszlás meghatározása érdekében jelöljük a belső energia sűrűségét *u*-val. A belső energia áramlására felírhatjuk, az általános mérleg egyenletet:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k_T \nabla^2 T \qquad (3.28)$$

Megjegyezzük, hogy a fenti transzportegyenletben feltételeztük, hogy a hővezetési tényező független a helytől. A belső energia sűrűségét kifejezhetjük a c_p fajhővel és a ρ_M tömegsűrűséggel.

$$du = \rho_M c_v dT \qquad (3.29)$$

A mérlegegyenlet bal oldala tehát:

$$\rho_M c_v \frac{dT}{dt} \qquad (3.30)$$

A fenti egyenletek összevonásával, megkaphatjuk a hővezetés általános Fourier-féle II. egyenletét:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T \qquad (3.31)$$

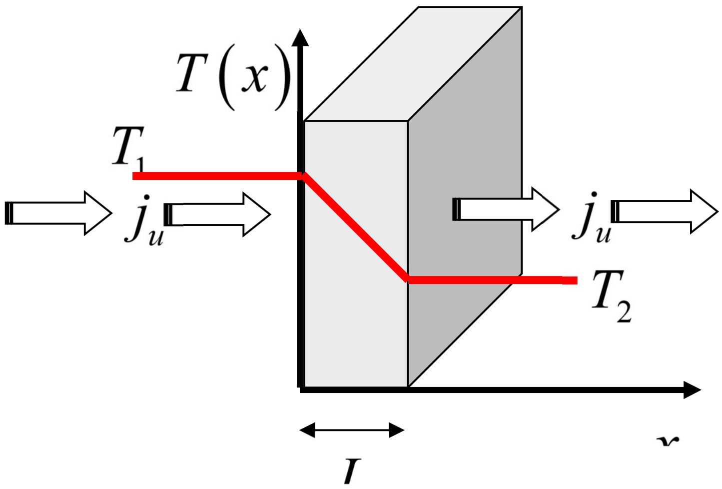
ahol

$$\alpha = \frac{k_T}{\rho_M c_p} \qquad (3.32)$$

az ún. **hőmérsékleti vezetési tényező**. A 3.6. Táblázatban foglaljuk össze néhány anyag hővezetési tényezőjét, hővezetési együtthatóját, valamint fajhőjét.

Vegyük észre a diffúziós és hővezetési egyenletek formai hasonlóságát! Ez azt jelenti számunkra, hogy a diffúziónál megtanultakat "csak" le kell fordítani a hővezetés nyelvére. Ha a Fick II. differenciálegyenletében a koncentrációt a hőmérsékletre, a diffúziós együtthatót pedig a hőmérsékleti vezetési tényezőre cseréljük ki, megkapjuk a Fourier féle hővezetési egyenletet. Ezen analógia a differenciálegyenletek megoldásában is megmutatkozik. Például stacionárius esetben ($j_u =$állandó) egyirányú hővezetésnél a két eltérő hőmérsékletű rész között a hőmérséklet lineárisan változik a hely függvényében. A diffúziós koncentráció eloszlás analógiájára megadhatjuk a 3.10.ábrán látható stacionárius hőmérséklet-eloszlás $T(x)$ függvényét:

$$T(x) = -\frac{T_1 - T_2}{L} x + T_1 \quad (20)$$



3.10 ábra: Stacionárius hőáramhoz tartozólineáris hőmérséklet-eloszlás

3.6 Táblázat: Különböző anyagok termikus jellemzői

anyag	**T/K**	$k_T / Wm^{-1}K^{-1}$	$\alpha / m^2 s^{-1}$	$c_p / kJkg^{-1}K^{-1}$
levegő	300	0,025	$2,11 \cdot 10^{-5}$	1,006
víz	300	0,609	$1,5 \cdot 10^{-7}$	4,186
zsír	298	0,21	$0,69 \cdot 10^{-7}$	3,258
vér	298	0,642	$1,76 \cdot 10^{-7}$	3,889
bőr	310	0,442	$1,19 \cdot 10^{-7}$	3,471

3.7 A termikus transzportfolyamatok általános leírása

Az eddigiek összefoglalásaként összevonjuk a különböző termikus hatások vonatkozó összefüggéseket. Ezt a szakirodalomban Pennes-féle biohő egyenletnek nevezik. Ennek egyirányú formája a következő:

$$\rho_M c_P \frac{\partial T}{\partial t} = k_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_{konv} + q_{met} + q_{rad} \tag{3.21}$$

ahol $q_{konv} = q_k$ a konvektív- és $q_{rad} = j_Q$ a sugárzásos- és q_{met} a metabolikus hőáram.