Medizinische Biophysik

20. 04. 2020.

Transportprozesse

II. Diffusion (Stofftransport

0. Grundvoraussetzung: thermische Molekularbewegung

1. Grundbegriffe

2. Transportgesetz = 1. ficksches Gesetz

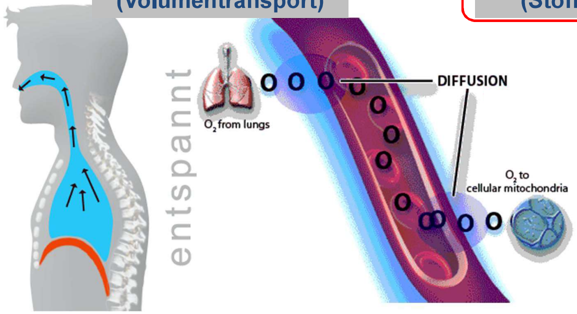
- O_2-Diffusion Lunge-Blut
- Diffusion durch Membranen (passiver Transport)

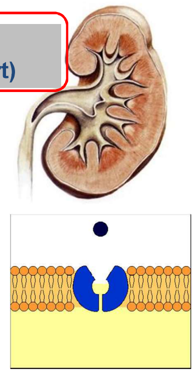
3. Das 2. ficksche Gesetz

Transportprozesse

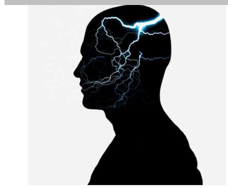
I. Strömung (Volumentransport)

II. Diffusion (Stofftransport)





III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)

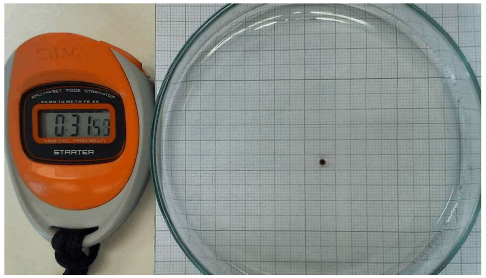


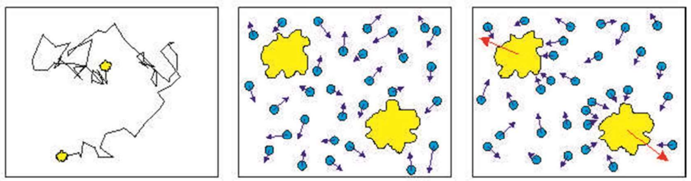
IV. Wärmeleitung (Energietransport)

V. Verallgemeinerung

VI. Energetische Aspekte

II. Stofftransport (Diffusion)





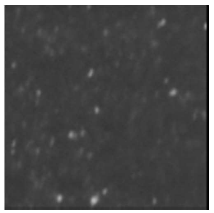
II. Diffusion (Stofftransport)

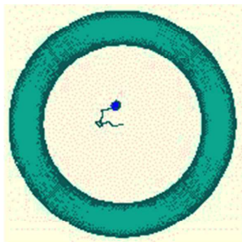
Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung

0. Grundvoraussetzung: thermische Molekularbewegung

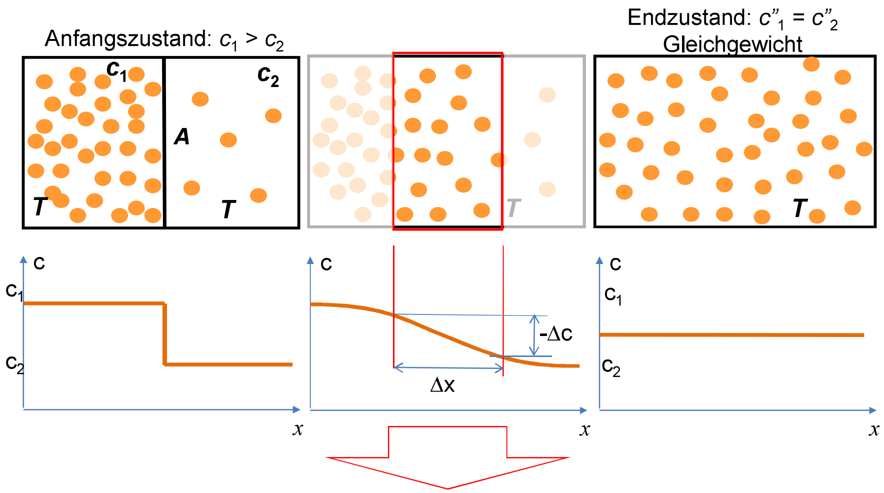
brownsche Bewegung

Molekularbewegung





- Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung



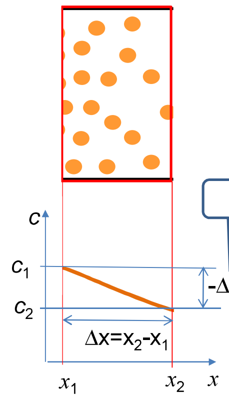
Bemerkung: thermisches Gleichgewicht

1. Grundbegriffe

- Stoffstromstärke (I): $I = \dfrac{\Delta\nu}{\Delta t}$ $\left(\dfrac{\text{mol}}{\text{s}}\right)$
- Stoffstromdichte (J): $J = \dfrac{\Delta\nu}{A\cdot\Delta t}$ $\left(\dfrac{\text{mol}}{\text{s}\cdot\text{m}^2}\right)$
- stationäre Diffusion: zeitlich konstant

Adolf Fick
1829-1901
Physiologe

2. Transportgesetz — 1. ficksches Gesetz



$$\frac{\Delta\nu}{\Delta t} = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}$$

Konzentrationsgradient

$$\boxed{J = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}}$$

Stromdichte

Diffusionskoeffizient

für stationäre Diffusion!

Analogie

	Was wurde transportiert?	Stärke?	Was treibt den Transport?		Zusammenhang?
Volumen-transport	V	$J_V = \dfrac{\Delta V}{A\cdot\Delta t}$	p	$-\dfrac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\dfrac{R^2}{8\eta}\dfrac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$J_\nu = \dfrac{\Delta\nu}{A\cdot\Delta t}$	c	$-\dfrac{\Delta c}{\Delta x}$	$J_\nu = -D\dfrac{\Delta c}{\Delta x}$

- Diffusionskoeffizient:

Beweglichkeit des Teilchens

Temperatur

$$D = ukT$$

- stoffspezifisch
  - diffundierendes Molekül – Größe – Form
  - Medium (η)
- temperaturabhängig

> **Einstein-Stokes-Gleichung**
(Diffusionskoeffizient von kugelförmigen Teilchen):

Temperatur

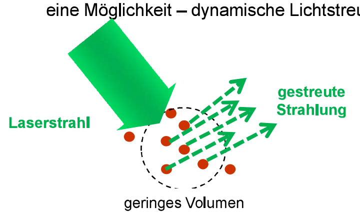
$$\boxed{D = \frac{kT}{6\pi\eta r}}$$

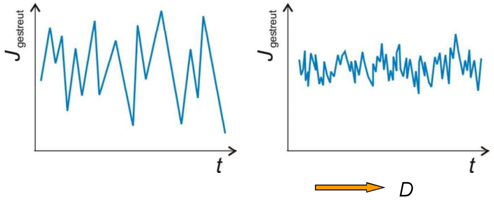
Viskosität des Mediums

Radius des Teilchens

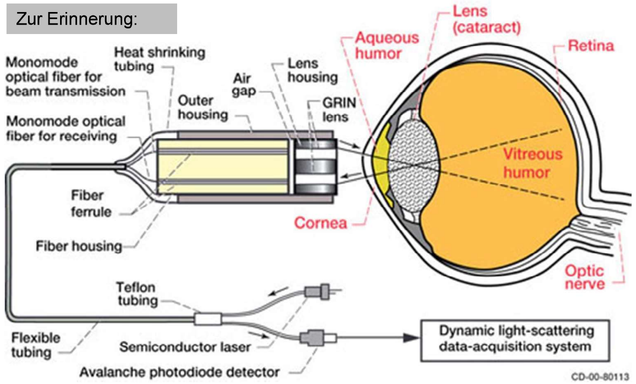
Diffundierendes Teilchen (Molmasse)	Medium	D (m^2/s)
H_2 (2)	Luft	$6{,}4\cdot10^{-5}$
O_2 (32)	Luft	$2\cdot10^{-5}$
CO_2 (44)	Luft	$1{,}8\cdot10^{-5}$
H_2O (18)	Wasser	$2{,}2\cdot10^{-9}$
O_2 (32)	Wasser	$1{,}9\cdot10^{-9}$
Glyzin (75)	Wasser	$0{,}9\cdot10^{-9}$
Serum Albumin (69 000)	Wasser	$6\cdot10^{-11}$
Tropomiozin (93 000)	Wasser	$2{,}2\cdot10^{-11}$
Tabakmosaik-virus (40 000 000)	Wasser	$4{,}6\cdot10^{-12}$

- Messung des Diffusionskoeffizienten:
  eine Möglichkeit – dynamische Lichtstreuungsmessung





Zur Erinnerung:

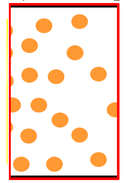


$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

Teilchengröße

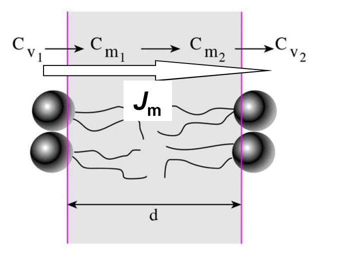
Stationäre Diffusion: ein hölzernes Eisen?

$c_1 > c_2$

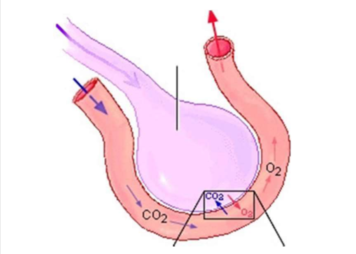


Zwei Beispiele, wo die Diffusion ist zu gute Annäherung stationär:

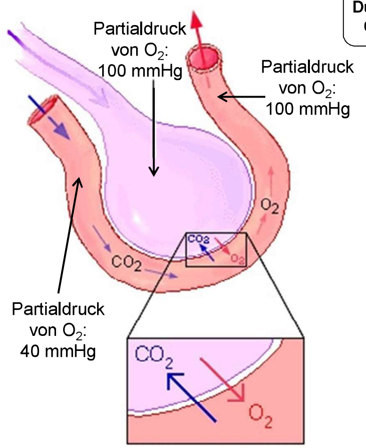
Diffusion durch der Zellmembrane



O_2 Transport von Lunge ins Blut



Anwendung des 1. fickschen Gesetzes für O_2-Diffusion von Lunge ins Blut



$$\Delta \nu = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}\Delta t$$

- $\Delta\nu$: Während Δt Zeit **Durchdiffundierte O_2-Stoffmenge**
- Δc: Konzentrationsdifferenz
- Δt: Zeitspanne (= Länge/Strömungsgeschwindigkeit)
- D: Diffusionskoeffizient von O_2-Molekülen in der Alveolarwand
- A: Kontaktfläche zwischen dem Alveolarraum und der Kapillare
- Δx: Dicke der Alveolarwand

Probleme bei der Anwendung:

- Gas - Flüssigkeit ➡ 1. Partialdruck p !
  2. Henry-Gesetz

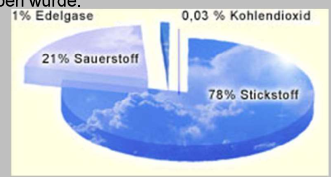
Löslichkeit von Gasen in Flüssigkeiten

Henry-Gesetz:

$$c = k_H \cdot p$$

- c: Konzentration in der Lösung
- k_H: Löslichkeitskoeffizienz oder Henry-Konstante
- p: Partialdruck im Gas

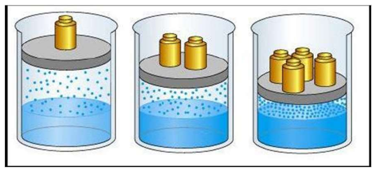
Der Partialdruck entspricht dem Druck, den eine einzelne Gaskomponente eines Gasgemisches bei alleinigem Vorhandensein im betreffenden Volumen ausüben würde.



Gesamtdruck: p = 101 kPa = 760 mmHg, daraus der Partialdruck von O_2: p_{O2} = 21,2 kPa = 160 mmHg

Voraussetzungen:

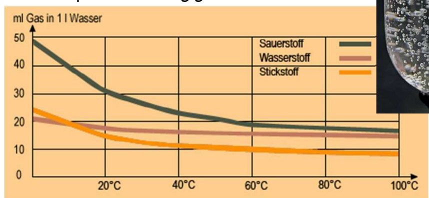
- Gleichgewicht
- Dünne Lösung
- Keine chemische Reaktion



z. B. bei 25°C:

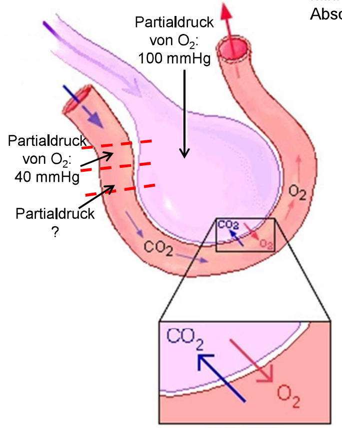
Gas	$k_H \left(\frac{mol}{l \cdot kPa}\right)$
O_2	$1{,}26 \cdot 10^{-5}$
N_2	$0{,}64 \cdot 10^{-5}$
CO_2	$33{,}2 \cdot 10^{-5}$

Temperaturabhängigkeit:



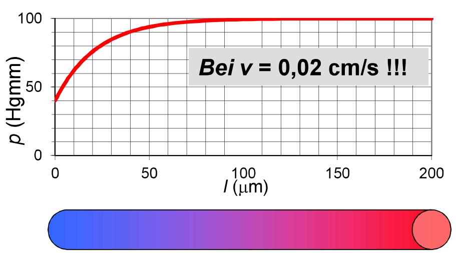
- Partialdruck im Blut wo?

Die Kapillare wird auf so kleine Abschnitte aufgeteilt, dass innerhalb eines Abschnittes der Partialdruck schon als konstant betrachtet werden kann. Das 1. ficksche Gesetz wird dann für diese Abschnitte nacheinander verwendet. ⟶ Excel



Bei welcher Blutgeschwindigkeit wird das Blut mit O_2 gesättigt?

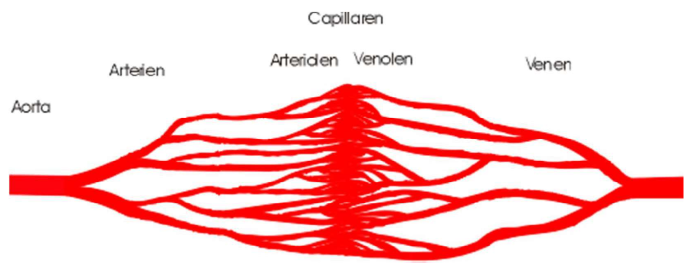
O_2-Aufnahme in den Alveolarkapillaren



- Membran ≈ Wasser

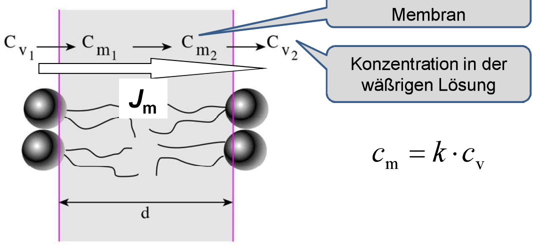
Kontinuitätsgleichung im Blutkreislauf

Zur Erinnerung



Gefäß	Aorta	Arterien	Arteriolen	Kapillaren	Venolen	Venen	Hohlvenen
A (cm²)	4,5	20	400	4500	4000	40	18
v (cm/s)	23	5	0,25	0,022	0,025	2,5	6

- Diffusion durch Membranen (passiver Transport)



$$c_m = k \cdot c_v$$

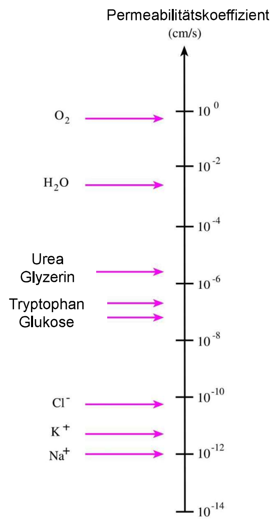
- 1. ficksches Gesetz:

$$J_m = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{m2} - c_{m1}}{d} =$$

$$= -D \cdot k \cdot \frac{c_{v2} - c_{v1}}{d} = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

$$J_m = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

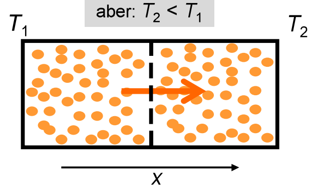
Permeabilitätskoeffizient (m/s)



- Diffusion in Falle des thermisches Nichtgleichgewichtes:

$c_1 = c_2$!!

aber: $T_2 < T_1$



Temperaturinhomogenitäten können zur Diffusion führen. Man braucht also zur allgemeineren Beschreibung der Diffusion statt der Konzentration eine Größe, die einerseits die Konzentration, andererseits aber auch die Temperatur enthält.

Konzentration (c) ⇒ chemisches Potenzial (μ)

chemisches Potenzial für Lösungen:

Referenzlösung

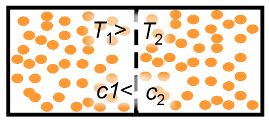
c_0 $\quad$ c

Normalpotenzial als Bezugswert $\quad$ μ_0 $\quad$ μ ?

$$\mu = \mu_0 + RT \ln \frac{c}{c_0} \qquad [\mu] = \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

Die Triebkraft der Diffusion im Allgemeinen: $-\frac{\Delta \mu}{\Delta x}$

Endzustand der Diffusion (kein Stoffstrom) beim thermischen Nichtgleichgewicht:



Analogie

	Was wurde transportiert?	Stärke?	Was treibt den Transport?		Zusammenhang?
Volumen-transport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$J_\nu = \frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c μ	$-\frac{\Delta c}{\Delta x}$ $-\frac{\Delta \mu}{\Delta x}$	$J_\nu = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}$

3. Das 2. ficksche Gesetz: Algemeine Bescreibung der Diffusion $c(x,t)$

$$D\frac{\Delta\left(\frac{\Delta c}{\Delta x}\right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$$

bischen anschaulichere Form

$$D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

exakte mathematische Form

- Partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung
- Lösung: die Funktion $c(x, t)$

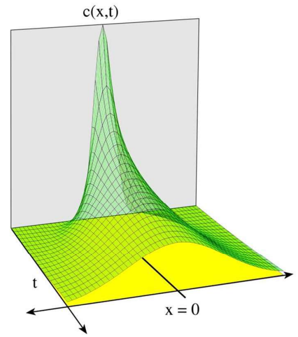
Beispiele für Lösungen:

- Für eindimensionale Diffusion:

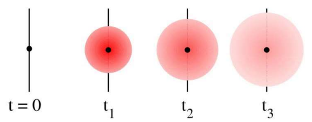
anim

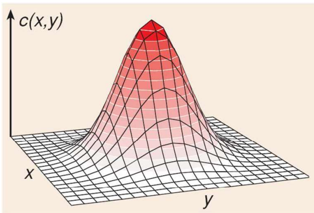
$$c(x) = \frac{c_0 \Delta x}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}$$

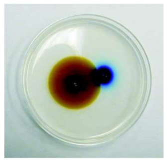
$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$

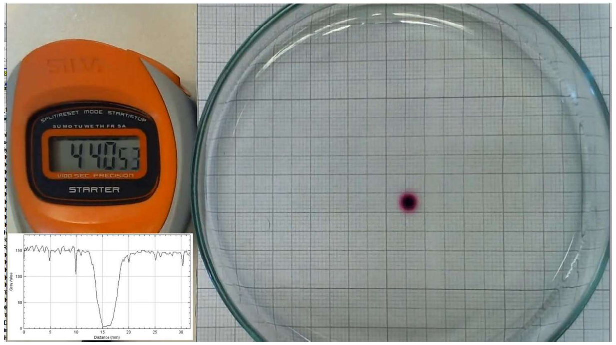


- Für zweidimensionale Diffusion:









Siehe auch Praktikum!