Medizinische Biophysik

27. 04. 2020.

Transportprozesse 4

II. Diffusion (Stofftransport)

4. Diffusion als Random Walk

5. Zusammenfassend über die „Schnelligkeit" der Diffusion

6. Anwendungen:
- Laterale Diffusion in Membranen
- Diffusion durch Membranen (passiver Transport)
- Diffusion von Ionen durch eine Membran, Diffusionspotenzial, Nernst-Gleichung

III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)

1. Grundbegriffe Elektrische Stromstärke, -dichte

2. Transportgesetz = ohmsches Gesetz

3. Anwendungen Auf Widerstandsmessung basierende Techniken (IPG, IKG, EIT, ….)

IV. Wärmeleitung (Energietransport)

0. Mechanismus

1. Grundbegriffe Energiestromstärke, -dichte

2. Transportgesetz = Fourier-Gesetz

3. Anwendungen

Zur Erinnerung

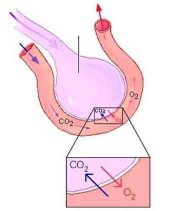
Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung

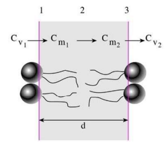
Das 1. ficksche Gesetz:

$$\frac{\Delta \nu}{\Delta t} = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}$$

Bedingung: stationäre Diffusion!

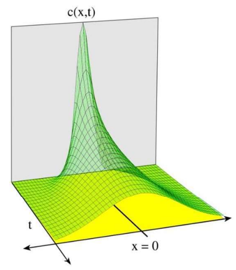
Anwendbar für
- **O_2-Diffusion von Lunge ins Blut**
- **Diffusion durch Membranen**





Das 2. ficksche Gesetz:

$$D\frac{\Delta\left(\frac{\Delta c}{\Delta x}\right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$$



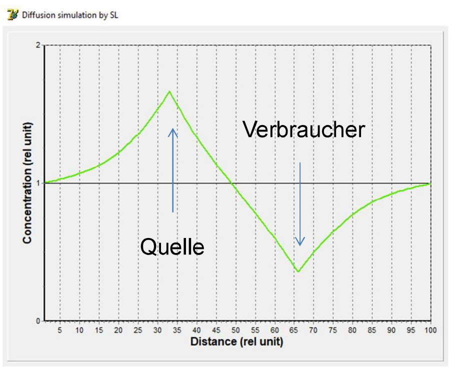
Ein Spezialfall: Diffusion in Falle der Quelle und Verbraucher

Endzustand ≠ Gleichmäßige Verteilung der Konzentration

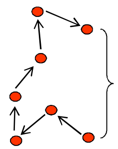
Stationäre Diffusion von Quelle nach Verbraucher

Quelle:
Wo der betrachtete Stoff produziert wird. Z.B. durch chemische Prozesse.

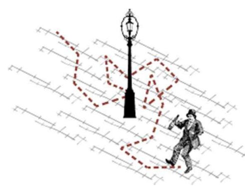
Verbraucher:
Wo der Stoff verwendet wird zB. Durch chemische Prozessen in einem anderen Stoff uwandelt wird.

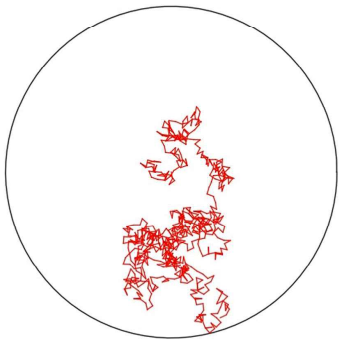


4. Diffusion als *Random Walk*



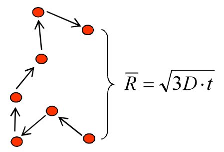
$\overline{R} =$

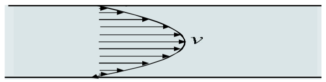




$$\boxed{\overline{R} = \sqrt{3D \cdot t}}$$

5. Welcher Transportprozess ist „schneller” für O_2-Transport?





Geschwindigkeit der Blutströmung:

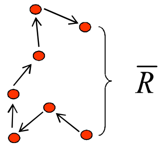
Gefäß	Kapillaren
A (cm^2)	4500
v (cm/s)	0,022

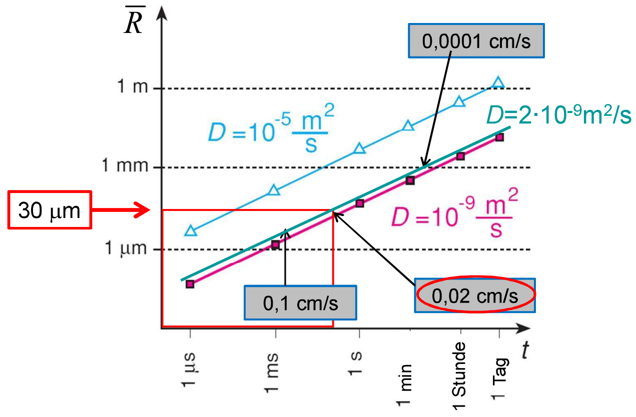
$\overline{R} = \sqrt{3D \cdot t}$ $\quad D = 2 \cdot 10^{-9}\,\frac{\mathrm{m}^2}{s}$

σ_x	t	Durchschnittliche Geschwindigkeit der Diffusion
1 µm		
30 µm		
1 cm		
1 m		

Zusammenfassend über die „Schnelligkeit” der Diffusion

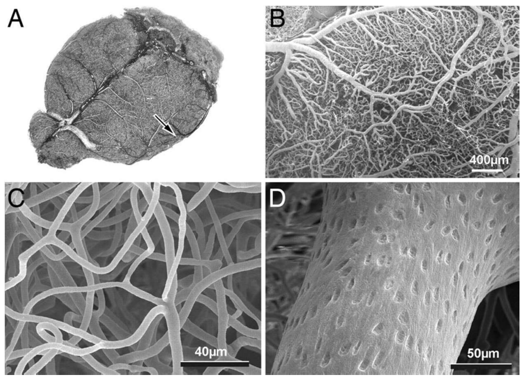
Gefäß	Kapillaren
A (cm^2)	4500
v (cm/s)	0,022





Welcher Transportprozess ist „schneller” für O2-Transport?

- bis 30 µm : Diffusion
- über 30 µm : Blutströmung

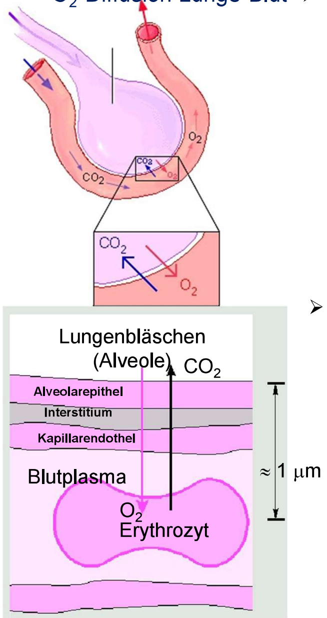


(*C*) SEM image of cortical capillaries. Capillary diameters range from 4 to 6 µm and intercapillary distances are ≈30 µm.

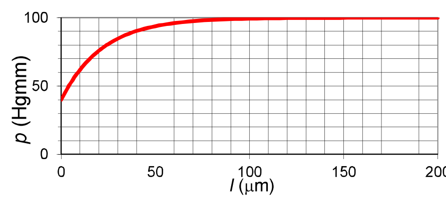
Altered morphology and 3D architecture of brain vasculature in a mouse model for Alzheimer's disease
Eric P. Meyer, Alexandra Ulmann-Schuler, Matthias Staufenbiel, and Thomas Krucker
PNAS March 4, 2008 105 (9) 3587-3592; https://doi.org/10.1073/pnas.0709788105

6. Anwendungen:

- O_2-Diffusion Lunge-Blut ➢ 1. ficksches Gesetz:



O_2 Aufnahme in den Alveolarkapillaren



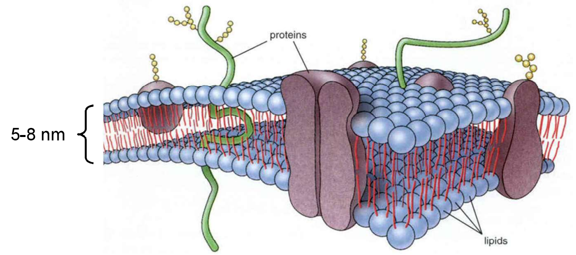
➢ Random Walk: Wie viel Zeit brauchen die O_2-Moleküle dazu im Durchschnitt?

$$\boxed{\overline{R} = \sqrt{3D \cdot t}}$$

D für O_2 im Wasser:

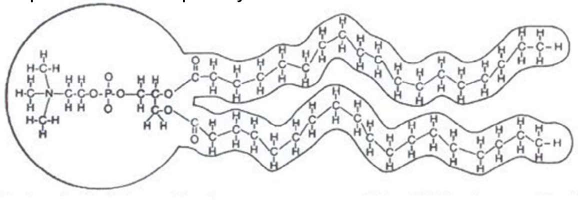
$1{,}9 \cdot 10^{-9}$ m/s^2 ≈ $2 \cdot 10^{-9}$ m/s^2

Anwendung: Diffusion in Membranen



Beispiel

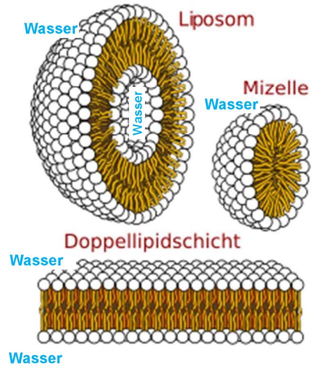
Ein Phospholipidmolekül: Phosphatidylcholin

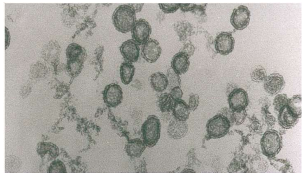


Polarer, hydrophiler Kopf

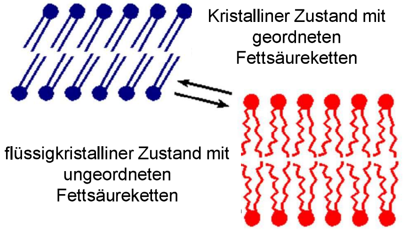
Apolare, hydrophobe Schwänze

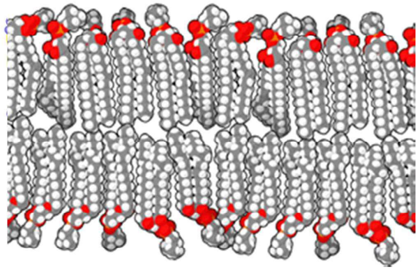
Zur Erinnerung: Lyotrope Flüssigkristalle





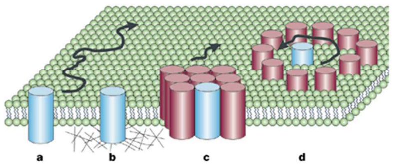
Phasenübergang in der Lipiddoppelschicht



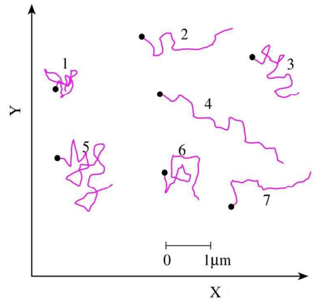


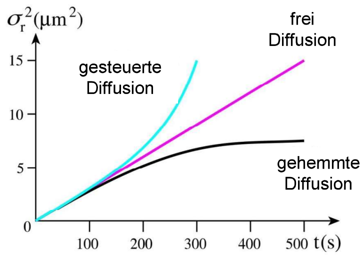
$\eta_{\text{Gel}} > \eta_{\text{Fluid}} >> \eta_{\text{Wasser}}$

- Laterale Diffusion in Membranen



Messung z. B. durch SPT (single particle tracking)



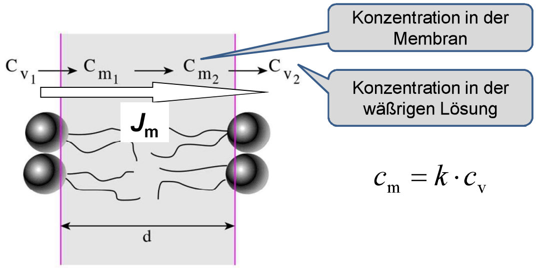


Lipide (mobiler Anteil >90%):
$D_{\text{lateral}} \approx 10^{-12}$ m²/s

Proteine (mobiler Anteil 10-90%):
$D_{\text{lateral}} \approx 10^{-13}$ - 10^{-17} m²/s

- Diffusion durch Membranen (passiver Transport)

Zur Erinnerung



$$c_m = k \cdot c_v$$

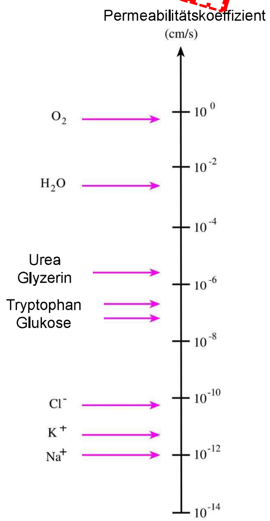
➢ 1. ficksches Gesetz:

$$J_m = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{m2} - c_{m1}}{d} =$$

$$= -D \cdot k \cdot \frac{c_{v2} - c_{v1}}{d} = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

$$J_m = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

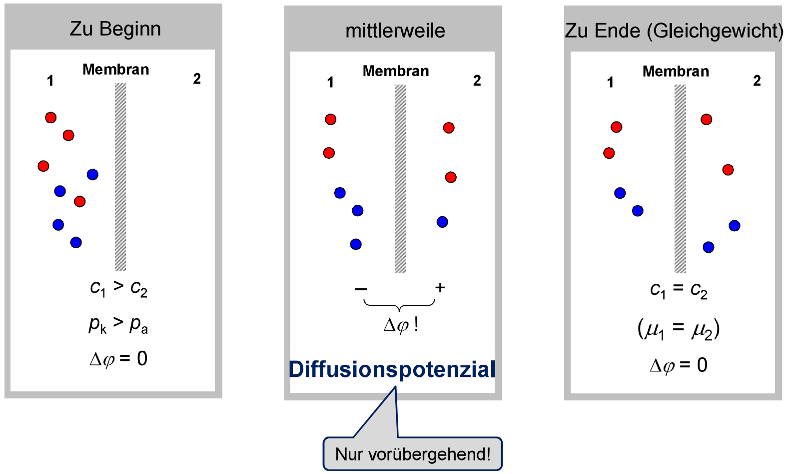
Permeabilitätskoeffizient (m/s)



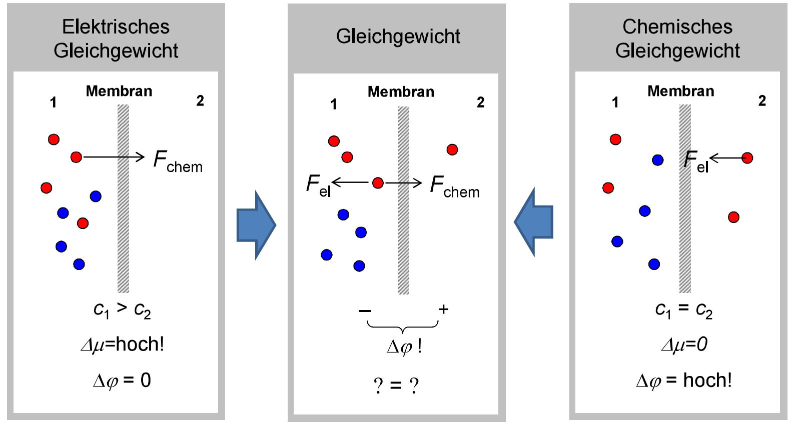
- Diffusion von Ionen durch eine Membran (zwei Spezialfälle)

einwertige Ionen: ● Kation (k) ● Anion (a)

1. Die Permeabilitätswerte sind unterschiedlich, z. B. $\boxed{p_k > p_a}$

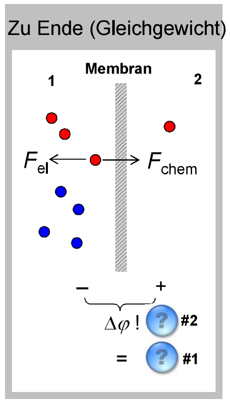


2. Die Permeabilität für das eine Ion ist Null, z. B. $\boxed{p_a = 0}$



● Kation (k)
● Anion (a)

2. Die Permeabilität für das eine Ion ist Null, z. B. $\boxed{p_a = 0}$



● Kation (k)
● Anion (a)

#1

Elektrochemisches Potenzial (J/mol):

$$\mu_e = \mu + F \cdot \varphi$$

Im Gleichgewicht:

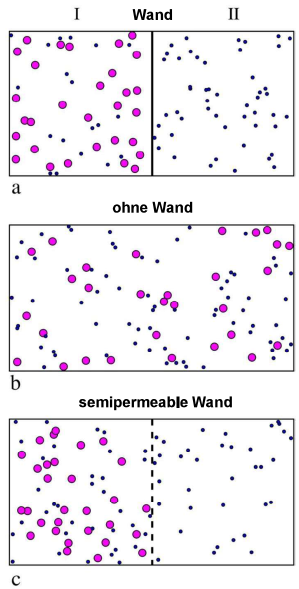
$$\mu_{e1} = \mu_{e2}$$

#2

Nernst-Gleichung:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{RT}{F} \ln \frac{c_2}{c_1}$$

Eine weitere Anwendung: Osmose



J. H. van't Hoff
1852-1911
Chemiker

Van't Hoff-Gesetz:
(für Gase und auch für dünne Lösungen)

$$p_{\text{Osmose}} = cRT$$

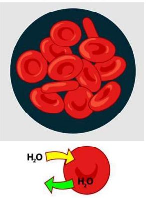
Osmotischer Druck

Konzentration der Moleküle für welche die Wand undurchlässig ist

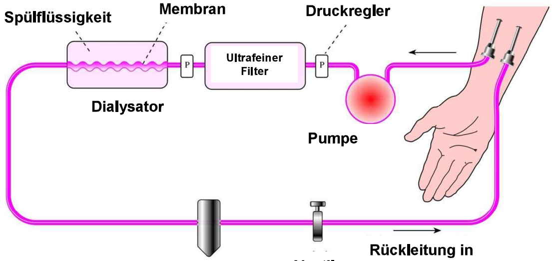
Temperatur

Isotonisch sind zwei Lösungen, wenn ihre osmotische Druckwerte gleich groß sind

Isotonisch



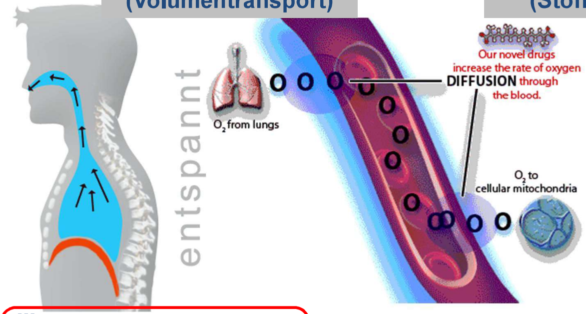
Hämodialyse

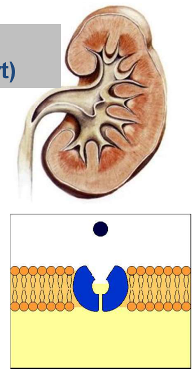


Transportprozesse

I. Strömung (Volumentransport)

II. Diffusion (Stofftransport)





III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)

IV. Wärmeleitung (Energietransport)

V. Verallgemeinerung

III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)

1. Grundbegriffe

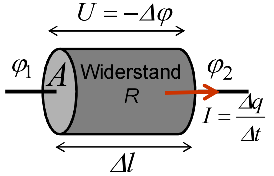
- Elektrische Stromstärke (*I*): $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ (A)
- Elektrische Stromdichte (*J*): $J = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$ $\left(\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}^2}\right)$
- stationärer Strom: zeitlich konstant

2. Transportgesetz = ohmsches Gesetz

Die bisher bekannte Form des ohmschen Gesetzes

$$U = R \cdot I$$

$$\underbrace{R = \rho \frac{\Delta l}{A} \qquad \sigma = \frac{1}{\rho}}$$



$$\boxed{I = -\sigma \cdot A \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}}$$

Die neue Form des ohmschen Gesetzes

Alternativform: $$\boxed{J = -\sigma \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}}$$

Stromdichte

Elektrische Leitfähigkeit

Potenzialgradient

Analogie

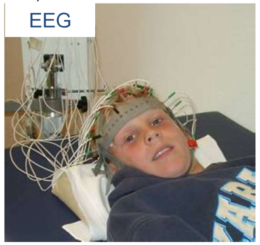
	Was „strömt"?	Stärke?	Was treibt die „Strömung"?		Zusammenhang
Volumen-transport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$J_\nu = \frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c^*	$-\frac{\Delta c}{\Delta x}$	$J_\nu = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}$
Ladungs-transport	q	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$	$J_q = -\sigma\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$

* Im allgemeinen Fall μ

3. Anwendungen

- Diagnostik

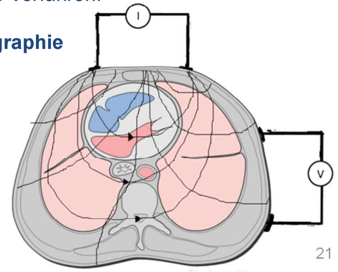
➢ Messung von Biopotenzialen (EKG, EEG, …) (siehe später!)



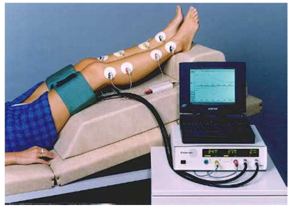
➢ Auf Widerstandsmessung (Impedanzmessung) basierende Techniken

Gewebe	σ (mS/m)	ρ (Ωm)
Blut	700	1,4
graue Hirnmasse	300	3,3
weiße Hirnmasse	150	6,7
Haut	100	10
Fett	40	25
Knochen	10	100

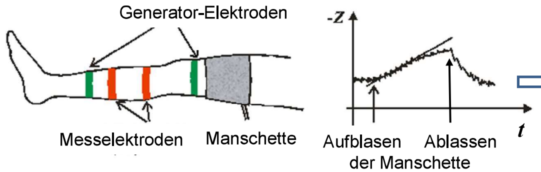
Ein bildgebendes Verfahren: **elektrische Impedanztomographie** (EIT)



Impedanzplethysmographie (IPG)



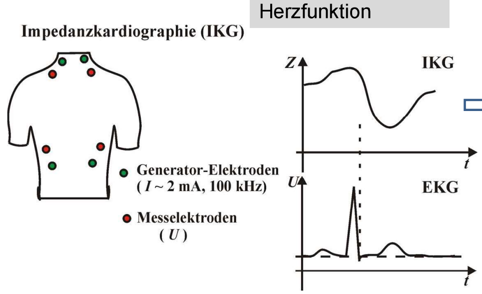
Untersuchung der Blutströmung in den Extremitäten



⇨ Volumen-stromstärke

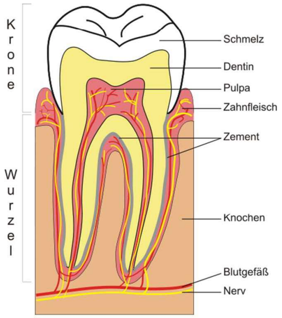
Impedanzkardiographie (IKG)

Untersuchung der Herzfunktion

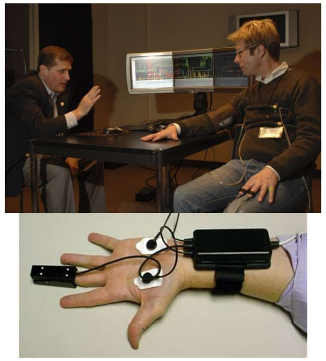


⇨ Pulsvolumen/Minutenvolumen des Herzens

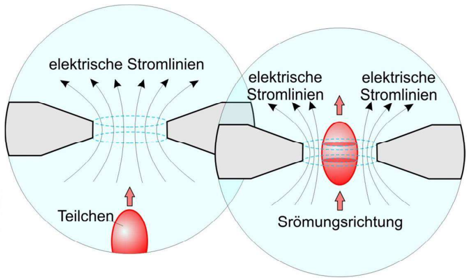
Apex-Locator



Lügendetektor



Coulter-Zähler



- Therapie (siehe später!)

Galvanisation / Iontophorese

Wärmetherapie

Elektrochirurgie

Elektroreizung in der Physiotherapie

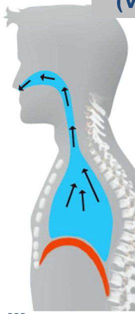
Herzschrittmacher

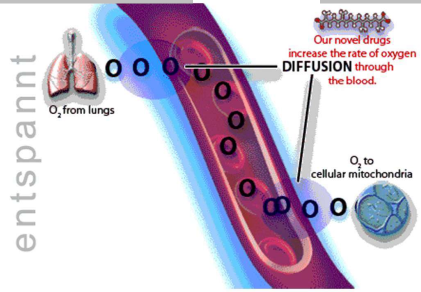
Defibrillator

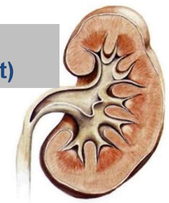
Transportprozesse

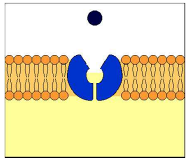
Strömung (Volumentransport)

Diffusion (Stofftransport)

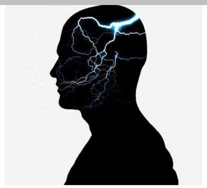








III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)



IV. Wärmeleitung (Energietransport)

V. Verallgemeinerung

IV. Wärmeleitung (Energietransport)

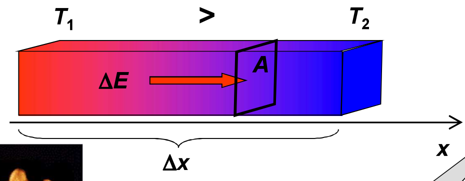
J. B. J. Fourier
1768-1830
Mathematiker
und Physiker

0. Mechanismus: Stöße zw. Atomen und Molekülen + freie Elektronen = **Konduktion**

1. Grundbegriffe

- Energiestromstärke (I): (Wärmestromstärke) $I = \dfrac{\Delta E}{\Delta t}$ $\left(\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}\right)$
- Energiestromdichte (J): (Wärmestromdichte) $J = \dfrac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}$ $\left(\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}} = \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right)$

2. Transportgesetz = Fourier-Gesetz



$$\frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Stromdichte

Wärmeleitfähigkeit
Wärmeleitzahl
(W/(m·K)

Temperatur-
gradient

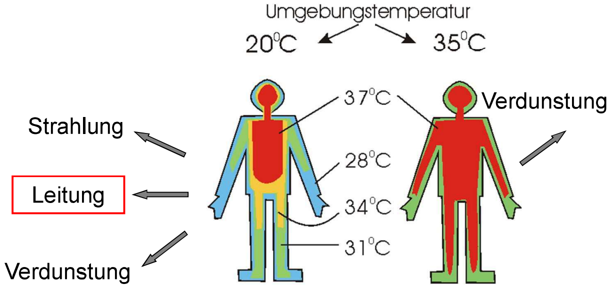
- Wärmeleitfähigkeit: ➢ stoffspezifisch

Stoff	λ (W/(m·K)
Silber	420
Glas	1
Wasser	0,6
Muskel	0,4
Fett	0,2
Luft	0,025

3. Anwendung:

Wärmebildung und -abgabe

Aktivität	Wärme-bildung (W)
In Ruhe	115
Langsames Spazieren	260
Radfahren (15 km/h)	420
Treppen-steigen (2/s)	700
Laufen (15 km/h)	1150

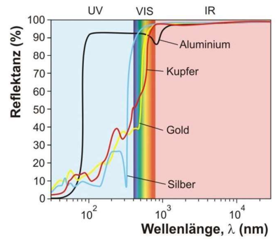


Zusammenfassung der Wärmeabgabemechanismen

- Temperaturstrahlung $\Delta P = \sigma \cdot \left(T^4_{\text{Körper}} - T^4_{\text{Umgebung}}\right) \cdot A$

$T_{\text{Körper}}$= 28°C T_{Umgebung}= 20°C ⇨ ΔP = 83 W

T_{Umgebung}= 0°C ⇨ ΔP = 290 W !



- Wärmeleitung $P = -\lambda A \dfrac{\Delta T}{\Delta x}$

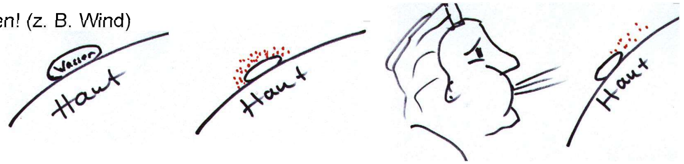
  $T_{\text{Körper}} = 28°\text{C}$
  $T_{\text{Umgebung}} = 20°\text{C}$ ⇨ $P \approx 40$ W

  - Luft ↔ Wasser als Umgebung
  - Strömungen! (z. B. Wind)

- Verdunstung
  - hohe spez. Verdampfungswärme von Wasser: ≈ 2400 kJ/kg (bei 30°C) !!
  - Wasserverlust:
    ständig ≈ 50 ml/h ⇨ ≈ 35 W

    bei Extrembedingungen
    ≈ 1600 ml/h ⇨ ≈ 1000 W !!

  - Strömungen! (z. B. Wind)



Analogie

	Was „strömt"?	Stärke?	Was treibt die „Strömung"?		Zusammenhang
Volumen-transport	V	$J_V = \dfrac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\dfrac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\dfrac{R^2}{8\eta}\dfrac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$J_\nu = \dfrac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	$c\,*$	$-\dfrac{\Delta c}{\Delta x}$	$J_\nu = -D\dfrac{\Delta c}{\Delta x}$
Ladungs-transport	q	$J_q = \dfrac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\dfrac{\Delta \varphi}{\Delta l}$	$J_q = -\sigma\dfrac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
Energie-transport	E	$J_E = \dfrac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}$	T	$-\dfrac{\Delta T}{\Delta x}$	$J_E = -\lambda\dfrac{\Delta T}{\Delta x}$

* Im allgemeinen Fall μ