

Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai

1. előadás

A biofizikai törvények megértéséhez szükséges minimális matematika. Fizikai mennyiségek és mértékegységeik

2020. szeptember 8.

AGÓCS Gergely

1

Hogyan készüljünk fel?

- egyetem = **önálló tanulás**
- források:
 - az előadásokon készített saját jegyzetek **csak az első négy héten**



Agócs G.



Gál-Somkuti J.



Mártonfalvi Zs.

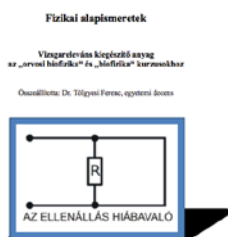


Schay G.

2

Hogyan készüljünk fel?

- egyetem = **önálló tanulás**
- források:
 - az előadásokon készített saját jegyzetek **csak az első négy héten**
 - Tölgyesi: *Fizikai alapismeretek* (e-könyv)



Semmelweis Egyetem
Biofizikai és Sugárbiológiai Intézet
2016

3

Hogyan készüljünk fel?

- egyetem = **önálló tanulás**
- források:
 - az előadásokon készített saját jegyzetek **csak az első négy héten**
 - Tölgyesi: *Fizikai alapismeretek* (e-könyv)
 - honlap: biofiz.semmelweis.hu
 - tantárgyi követelmények
 - előadásbeosztás és diák
 - e-könyv



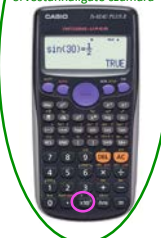
előadásdiák (folyamatosan lesznek feltöltve) → e-könyv

4

Tudományos számírás (normálalak)



a legjobb számológép egy orvostanhallgató számára



természetes számkijelzés



még elfogadható (de kevésbé praktikus)



lineáris bevétel



nem megengedett



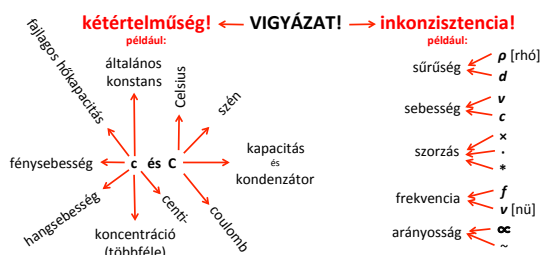
programozható, grafikus kijelző

5

Szimbólumok használata a tudományban

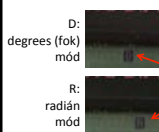
A tudományok rengeteg latin és görög betűs szimbólumot (illetve ezek kombinációit) használnak, így a görög ábécé megtanulása elengedhetetlen.

Azonban a mennyiségek és mértékegységek száma sokkal nagyobb, mint a jelzésükre rendelkezésre álló betűk száma, ami félreértéshez vezethet. Emiatt lényeges a KONTEXTUS!



6

Szögek



D: degrees (fok) mód

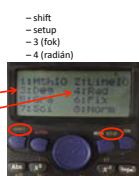


R: radián mód

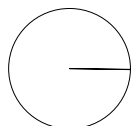
fordulat
degree = fok: hagyományos egység
radián: tudományos egység, ív/sugar

1 fordulat = $360^\circ = 2\pi$ rad

$1^\circ = 60' = 3600''$



— shift
 — setup
 — 3 (fok)
 — 4 (radián)



teljes fordulat
 360°
 2π radián



fél fordulat
 180°
 π radián



negyed fordulat
 90°
 $\pi/2$ radián

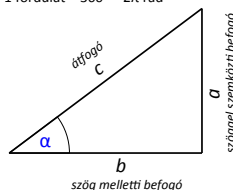


1/8 fordulat
 45°
 $\pi/4$ radián

7

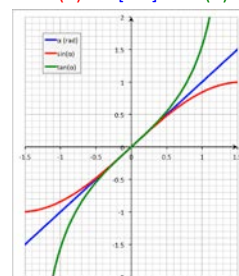
Trigonometrikus függvények

fok: hagyományos egység
radián: tudományos egység, ív/sugar
 1 fordulat = $360^\circ = 2\pi$ rad

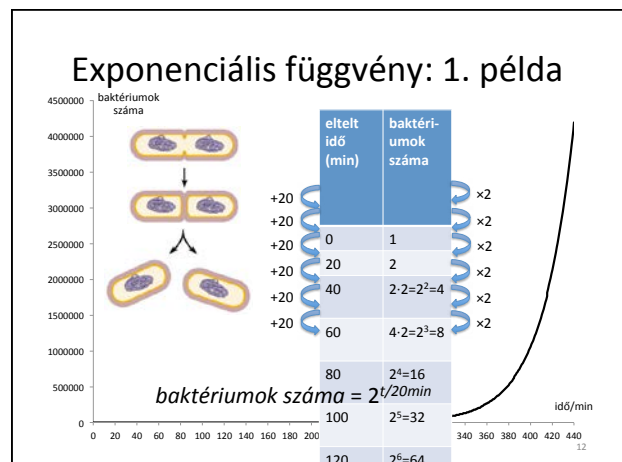
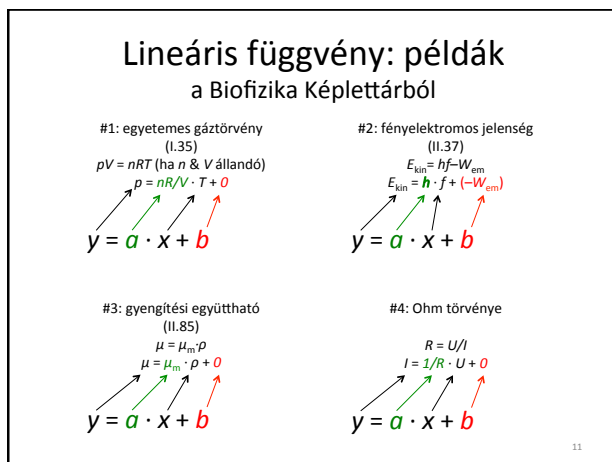
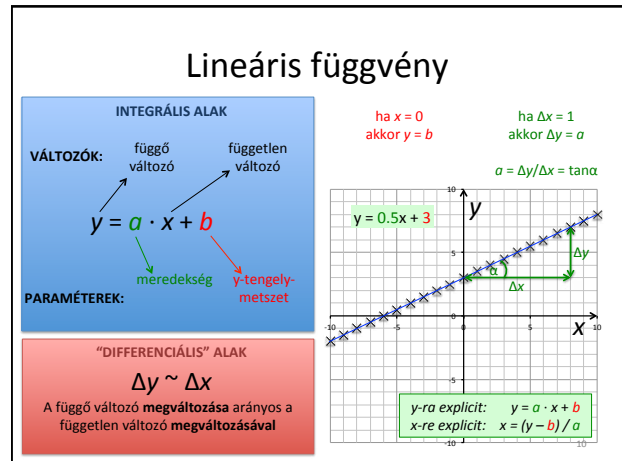
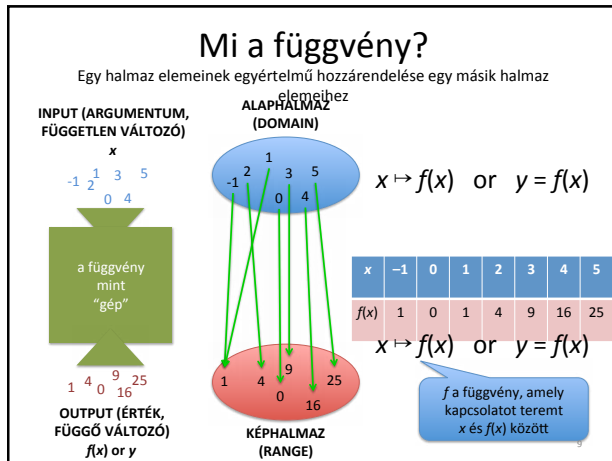


szinusz: $\sin(\alpha) = a/c$
koszinusz: $\cos(\alpha) = b/c$
tangens: $\tan(\alpha) = a/b$

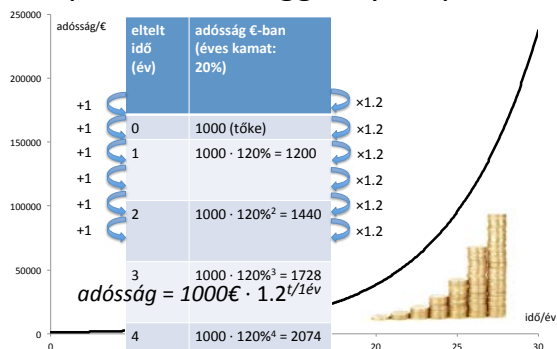
kis szögekre ($<10^\circ \approx 0.2$ rad):
 $\sin(\alpha) \approx \alpha$ [rad] $\approx \tan(\alpha)$



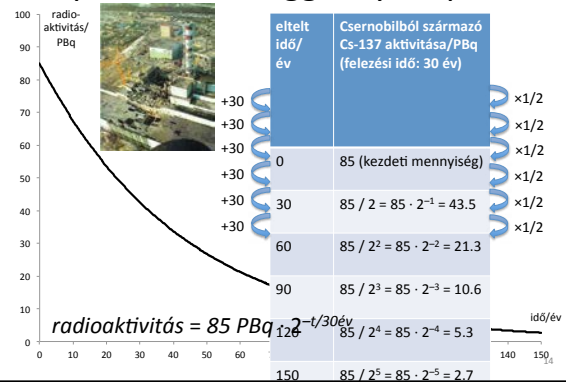
8



Exponenciális függvény: 2. példa



Exponenciális függvény: 3. példa



Exponenciális függvény

INTEGRÁLIS ALAK

$$y = b \cdot a^x$$

GYAKORLATI MEGFONTOLÁSOK:

- az alap legyen e (esetleg 2 vagy 10)
- emiatt új szorzóparamétert kell bevezetni a kitevőben: p vagy $1/k$
- a kitevő előjele negatív
- b -t inkább jelölje y_0

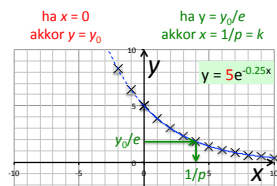
VÁLTOZÓK:

függő változó: y
 független változó: x

$$y = y_0 \cdot e^{-px} = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

PARAMÉTEREK:

exponenciális együttható
 együttható a kitevőben



$$y\text{-ra explicit: } y = y_0 \cdot e^{-px}$$

$$x\text{-re explicit: } x = \ln(y / y_0) / (-p)$$

„DIFFERENCIÁLIS” ALAK

$$\Delta y / y \sim \Delta x$$

A függő változó relatív megváltozása arányos a független változó megváltozásával

Exponenciális függvény:

linearizáció

grafikus linearizáció
 ábrázoljuk y -t logos skálán x függvényében:
 a kapcsolat lineárisnak tűnik, de továbbra is exponenciális

INTEGRÁLIS ALAK
 $y = y_0 \cdot e^{-px}$
 $\log y = \log(y_0 \cdot e^{-px})$
 $\log y = \log y_0 + \log(e^{-px})$
 $\log y = \log y_0 - p \cdot x \cdot \log e$
 $\log y = -p \cdot \log e \cdot x + \log y_0$

$$\text{metszet} = \log(y_0)$$

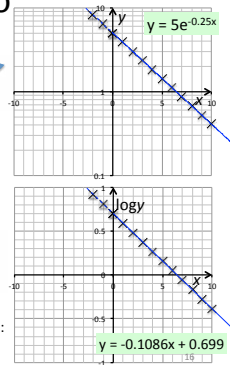
$$\log(5) = 0.699$$

$$\text{meredekség} = -p \cdot \log(e)$$

$$-0.25 \cdot \log(e) = -0.1086$$

számtani linearizáció

ábrázoljuk $\log(y)$ -t x függvényében:
 a kapcsolat lineáris



Exponenciális függvény: példák a Biofizika Képlettárból

#1: sugárzásgyengülés törvénye
(II.11)

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

#2: Boltzmann-eloszlás
(I.25)

$$n_i = n_0 \cdot e^{-\Delta \epsilon / (kT)}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

#3: bomlástörvény
(II.96)

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

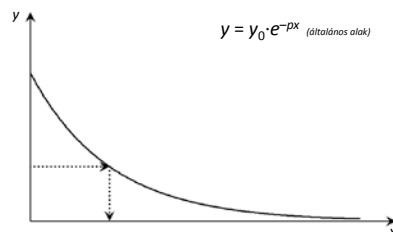
#4: RC-kör kisülése
(VII.2)

$$U = U_0 \cdot e^{-t/(RC)}$$

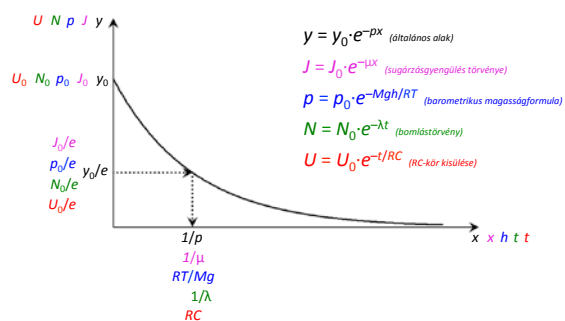
$$y = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

17

e-alapú exponenciális függvények grafikonja

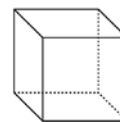


e-alapú exponenciális függvények grafikonja



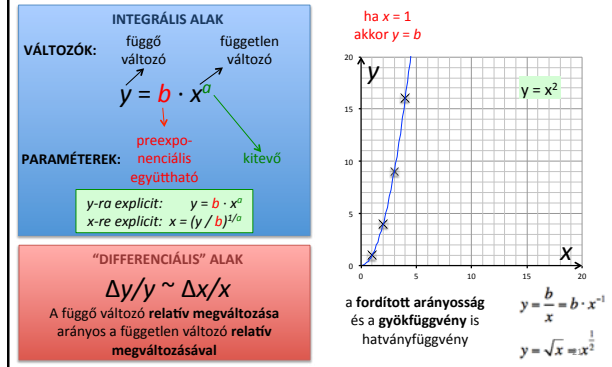
Hatványfüggvény: példa

tömeg \sim térfogat \sim [test]hossz³
felület \sim [test]hossz²

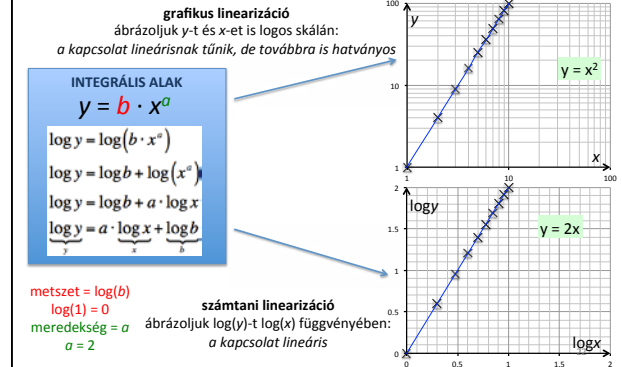


20

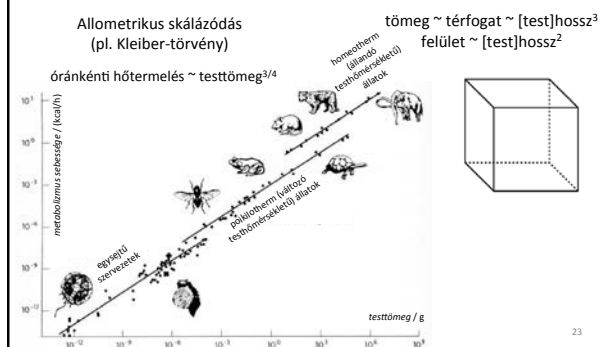
Hatványfüggvény



Hatványfüggvény: linearizáció



Hatványfüggvény: példa



Hatványfüggvény: példák a Biofizika Képlettárból

#1: de Broglie-hullámhossz (II.3)

$$\lambda = h/p$$

$$y = b \cdot x^a$$

#2: Stefan-Boltzmann-törvény (II.41)

$$M_{\text{fekete}} = \sigma \cdot T^4$$

$$y = b \cdot x^a$$

#3: Duane-Hunt-törvény (II.80)

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU_{\text{max}}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{e} \cdot U^{-1}$$

$$y = b \cdot x^a$$

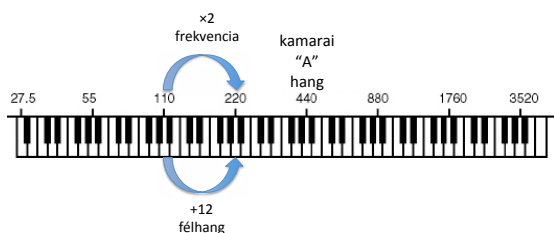
#4: a sajátfrekvencia tömegfüggése (Rezonancia 6)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

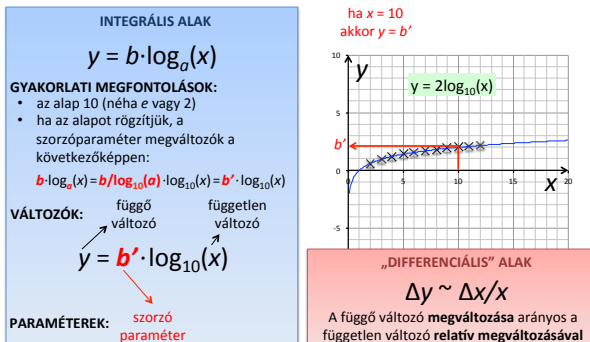
$$f_0 = k^{1/2} \cdot (2\pi)^{-1} \cdot m^{-1/2}$$

$$y = b \cdot x^a$$

Logaritmusfüggvény: példa



Logaritmusfüggvény

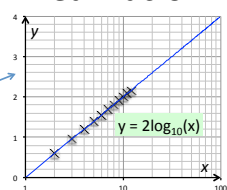


Logaritmusfüggvény: linearizáció

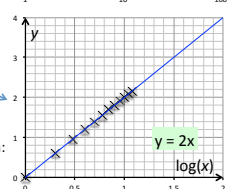
grafikus linearizáció
ábrázoljuk y -t lineáris és x -et logos skálán:
a kapcsolat lineárisnak tűnik, de továbbra is logos

INTEGRÁLIS ALAK

$$y = b' \cdot \log_{10}(x)$$



számtani linearizáció
ábrázoljuk y -t $\log(x)$ függvényében:
a kapcsolat lineáris



Logaritmusfüggvény: példák

a Biofizika Képlettárból ...és máshonnan

#1: az entrópia statisztikus definíciója
(III.72)

$$S = k \cdot \log_e(\Omega)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#2: a decibel- (dB-) skála
(VII.10)

$$n = 10 \log A_p$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#3: az abszorbanca definíciója
(VI.34)

$$A = 1 \cdot \log_{10}(J_0/J)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#4: a pH-skála

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

$$\text{pH} = -1 \cdot \log_{10}([\text{H}^+]/(1 \text{ M}))$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

28

Függvények összefoglalása

LINEÁRIS FÜGGVÉNY

$$\Delta y \sim \Delta x$$

A függő változó **abszolút megváltozása**
arányos a független változó **abszolút**
megváltozásával

y vs. x

EXPONENCIÁLIS FÜGGVÉNY

$$\Delta y/y \sim \Delta x$$

A függő változó **relatív megváltozása**
arányos a független változó **abszolút**
megváltozásával

$\log y$ vs. x

Linearizáció

y vs. $\log x$

LOGARITMUSFÜGGVÉNY

$$\Delta y \sim \Delta x/x$$

A függő változó **abszolút megváltozása**
arányos a független változó **relatív**
megváltozásával

$\log y$ vs. $\log x$

HATVÁNYFÜGGVÉNY

$$\Delta y/y \sim \Delta x/x$$

A függő változó **relatív megváltozása**
arányos a független változó **relatív**
megváltozásával