

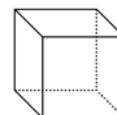
Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai

2. előadás
 Függvénytan (folytatás).
 Fizikai mennyiségek és mértékegységeik.
 Kinematika – mozgások
 2020. szeptember 10.
 AGÓCS Gergely

1

Hatványfüggvény: példa

tömeg \sim térfogat \sim [test]hossz³
 felület \sim [test]hossz²



2

Hatványfüggvény

INTEGRÁLIS ALAK

VÁLTOZÓK: függő változó, független változó

$y = b \cdot x^a$

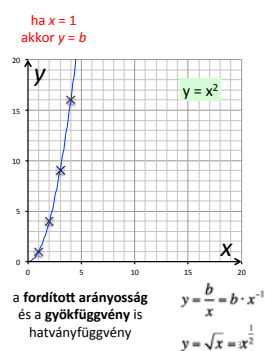
PARAMÉTEREK: preexponenciális együttható, kitevő

y-ra explicit: $y = b \cdot x^a$
 x-re explicit: $x = (y/b)^{1/a}$

"DIFFERENCIÁLIS" ALAK

$\Delta y/y \sim \Delta x/x$

A függő változó relatív megváltozása arányos a független változó relatív megváltozásával



Hatványfüggvény: linearizáció

grafikus linearizáció
 ábrázoljuk y-t és x-et is logos skálán:
 a kapcsolat lineárisnak tűnik, de továbbra is hatványos

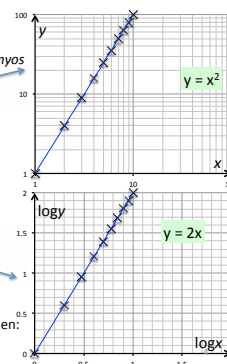
INTEGRÁLIS ALAK

$y = b \cdot x^a$

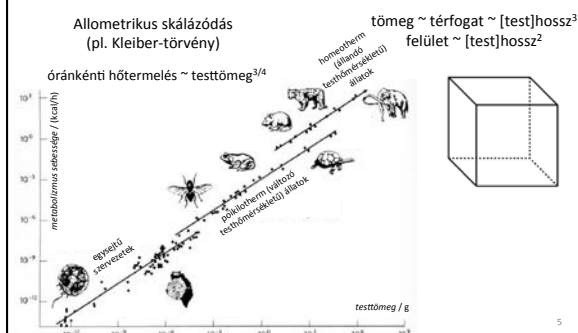
$\log y = \log(b \cdot x^a)$
 $\log y = \log b + \log(x^a)$
 $\log y = \log b + a \cdot \log x$
 $\log y = a \cdot \log x + \log b$

metszet = $\log(b)$
 $\log(1) = 0$
 meredekség = a
 $a = 2$

számtani linearizáció
 ábrázoljuk $\log(y)$ -t $\log(x)$ függvényében:
 a kapcsolat lineáris



Hatványfüggvény: példa



Hatványfüggvény: példák a Biofizika Képlettárból

#1: de Broglie-hullámhossz

(I.3)

$$\lambda = h/p$$

$$\lambda = h \cdot p^{-1}$$

$$y = b \cdot x^a$$

#2: Stefan-Boltzmann-törvény

(II.41)

$$M_{\text{fekete}} = \sigma \cdot T^4$$

$$y = b \cdot x^a$$

#3: Duane-Hunt-törvény

(II.80)

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU_{\text{anode}}}$$

$$\lambda_{\min} = hc/e \cdot U^{-1}$$

$$y = b \cdot x^a$$

#4: a sajátfrekvencia tömegfüggése

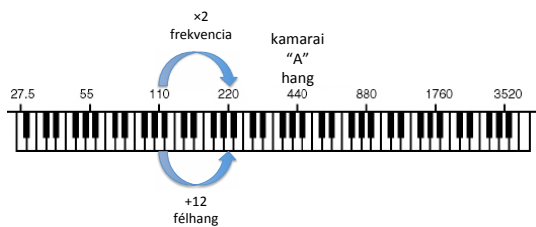
(Rezonancia 6)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_0 = k^{1/2} / (2\pi) \cdot m^{-1/2}$$

$$y = b \cdot x^a$$

Logaritmusfüggvény: példa



Logaritmusfüggvény

INTEGRÁLIS ALAK

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

GYAKORLATI MEGFONTOLÁSOK:

- az alap 10 (néha e vagy 2)
- ha az alapot rögzítjük, a szorzóparaméter megváltozók a következőképpen:

$$b \cdot \log_a(x) = b / \log_{10}(a) \cdot \log_{10}(x) = b' \cdot \log_{10}(x)$$

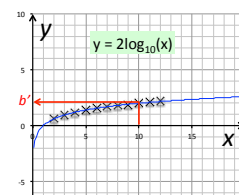
VÁLTOZÓK:

függő változó: $y = b' \cdot \log_{10}(x)$

független változó: x

PARAMÉTEREK:

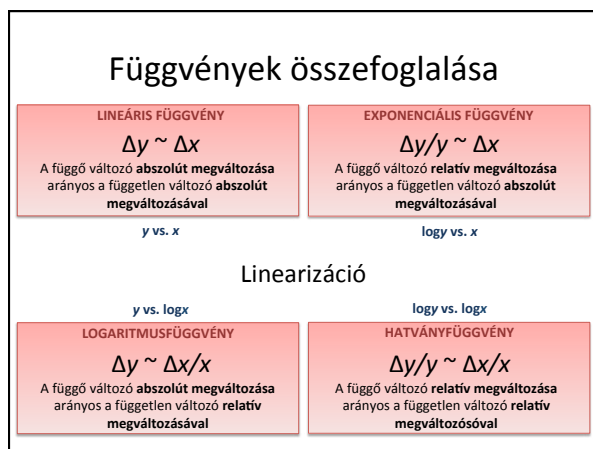
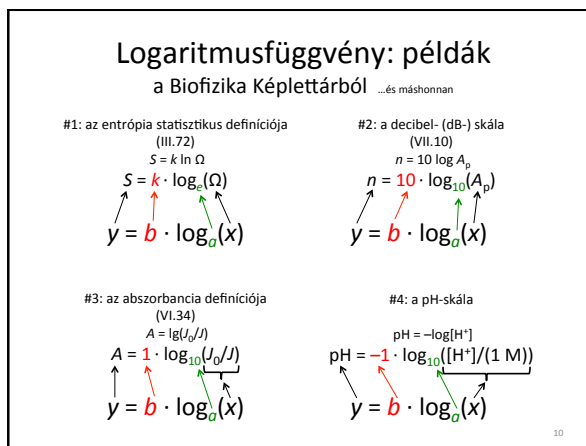
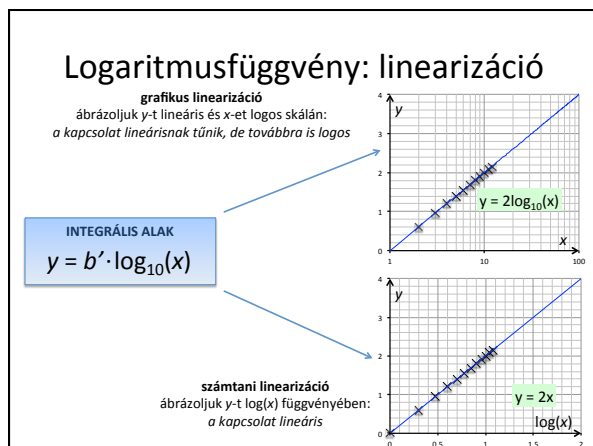
szorzó paraméter

ha $x = 10$
akkor $y = b'$ 

„DIFFERENCIÁLIS” ALAK

$$\Delta y \sim \Delta x / x$$

A függő változó megváltozása arányos a független változó relatív megváltozásával



Derivált és integrál: példa

x	y = x ²	y' = Δy/Δx	y'' = Δ(Δy/Δx)/Δx
0	0		
1	1	1	
2	4	3	2
3	9	5	2
4	16	7	2
5	25	9	2
6	36	11	2
7	49	13	2
8	64	15	2
9	81	17	2
10	100	19	2

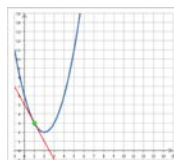
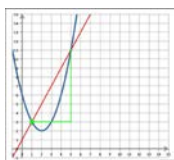
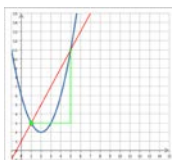
Σ Σ

Derivált: az érintő meredeksége

differentiáhányados:
 $\Delta y / \Delta x$
a szelő meredeksége

$$\Delta \rightarrow d$$

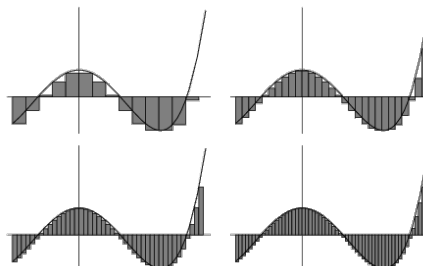
differentiáhányados
(= derivált):
 dy/dx
az érintő meredeksége



13

Integrál: görbe alatti terület

$$\Sigma \rightarrow \int$$



14

Egyenes vonalú mozgások

Mennyiségek, egységek és egyenletek

elmozdulás: $\Delta s = s_2 - s_1$
sebesség: $v = \Delta s / \Delta t$
gyorsulás: $a = \Delta v / \Delta t$

$[\Delta s] = m$
 $[v] = m/s$
 $[a] = m/s^2$

Egyenes vonalú egyenletes mozgás

$$s_t = s_0 + v \cdot t$$

$$v = \text{konstans}$$

$$a = 0$$

Egyenes vonalú egyenletes gyorsulás

$$s_t = s_0 + v_0 \cdot t + a/2 \cdot t^2$$

$$v_t = v_0 + a \cdot t$$

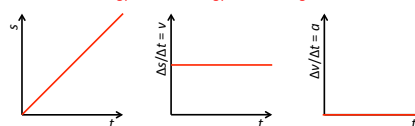
$$a = \text{konstans}$$

15

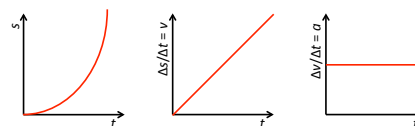
Derivált és integrál: alkalmazás

Egyenes vonalú mozgás

egyeses vonalú egyenletes mozgás:



egyeses vonalú egyenletes gyorsulás:



16

Körmozgás

Mennyiségek, egységek és egyenletek

elfordulás: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

szögsebesség, körfrekvencia: $\omega = \Delta\varphi/\Delta t$

kerületi sebesség: $v = r \cdot \Delta\varphi/\Delta t = r \cdot \omega$

$[\Delta\varphi] = \text{rad}$

$[\omega] = \text{rad/s}$

$[v] = \text{m/s}$

centripetális gyorsulás: $a_{cp} = v^2/r = r \cdot \omega^2$

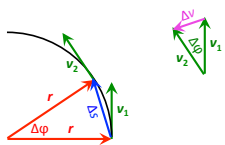
$[a] = \text{m/s}^2$

(1) közelítés kis szögek esetén:
elmozdulás = ívhossz = $v \cdot \Delta t = \Delta s$

(2) hasonlóság miatt:
 $\Delta v/v = \Delta s/r$

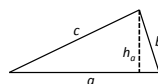
(1) + (2):
 $\Delta v/v = v \cdot \Delta t/r$

$a_{cp} = v^2/r$



17

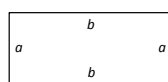
Kerület és terület



HÁROMSZÖG

kerület: $a+b+c$

terület: $a \cdot h_o/2$



TÉGLALAP

kerület: $2 \cdot (a+b)$

terület: $a \cdot b$



NÉGYZET

kerület: $4a$

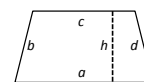
terület: $a \cdot a = a^2$



KÖR

kerület: $2\pi r$

terület: $r^2 \pi$



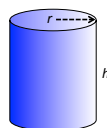
TRAPÉZ

kerület: $a+b+c+d$

terület: $(a+c) \cdot h/2$

18

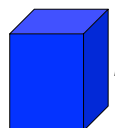
Felszín és térfogat



HENGER (nyitott)

felszín (csak palást): $2\pi r \cdot h$

térfogat: $r^2 \pi \cdot h$



HASÁB (nyitott)

felszín (csak palást):
(alap kerülete) $\cdot h$

térfogat: (alapterület) $\cdot h$



GÖMB

felszín: $4r^2 \pi$

térfogat: $4r^3 \pi/3$

19

Egységek – átváltás



20

Egységek – átváltás

„van prefixum”-ból „nincs prefixum”:

$$15 \text{ km} = 15 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$15 \text{ cg} = 15 \cdot 10^{-2} \text{ g}$$

„nincs prefixum”-ból „van prefixum”:

$$15 \text{ m} = 15 / 10^3 \text{ km}$$

$$15 \text{ g} = 15 / 10^{-2} \text{ cg}$$

„van prefixum”-ból „van prefixum”:

$$15 \text{ km} = 15 \cdot 10^3 \text{ m} = 15 \cdot 10^3 / 10^{-2} \text{ cm}$$

ha az egységnek van kitevője is:

$$15 \text{ km}^3 = 15 \cdot (10^3 \text{ m})^3 = 15 \cdot (10^3)^3 \text{ m}^3$$

$$15 \text{ m}^3 = 15 / (10^3)^3 \text{ km}^3$$

literből köbméter és viszont:

$$1 \text{ m}^3 = 10 \text{ hl} = 1000 \text{ L}$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$$

$$1 \text{ mm}^3 = 1 \text{ }\mu\text{L}$$

idő másodpercben:

$$2 \text{ days } 3 \text{ h } 12 \text{ min } 30 \text{ s} = ((2 \cdot 24 + 3) \cdot 60 + 12) \cdot 60 + 30 \text{ s}$$

fok, ívperc, ívmásodperc:

$$45^\circ 40' 30'' = (45 + 40/60 + 30/60^2)^\circ$$

fokból radián és viszont:

$$1 \text{ rad} = (360/2\pi)^\circ$$

$$1^\circ = (2\pi/360) \text{ rad}$$

összetett egységek:

$$15 \text{ kg/m}^3 = 15 \cdot 10^3 / (1/(10^{-2})^3) \text{ g/cm}^3$$

$$45 \text{ km/h} = 45 \cdot 10^3 / 3600 \text{ m/s}$$

Celsius-fokból kelvin és viszont:

$$T = 15^\circ\text{C} = (15 + 273) \text{ K}$$

$$T = 15 \text{ K} = (15 - 273)^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = 15^\circ\text{C} = 15 \text{ K}$$

$$\Delta T = 15 \text{ K} = 15^\circ\text{C}$$