

Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai

4. fejezet

Mechanika-dinamika és statika

Kinematika-Dinamika

- Kinematika: mozgások leírásával foglalkozik, anélkül hogy a mozgás okát vizsgálná
- Dinamika: a testek mozgásának okát tanulmányozza
 - testek között fellépő erők vizsgálata
 - az erők mozgásra kifejtett hatásának vizsgálata

A dinamika orvosi jelentősége

- sportorvoslás
- ortopédia
- fizikoterápia
- audiológia
- fogászat



A testek között fellépő különböző kölcsönhatások

- tömegvonzás
- súrlódás
- elektromos vonzás/taszítás
- mágneses vonzás/taszítás
- magerők
- ...stb.

kölcsönhatás: a testek erőt fejtenek ki egymásra

Erő

Az „erő” a kölcsönhatás erősségét írja le

Erő hatása:

- mozgás megváltozása (hagyományosabb)
- alakváltozás

Ezekkel a változásokkal mérhetjük
(és definiálhatjuk) az erőt.

Erő

$$F = m \cdot a$$

F: erő (Force) $\left[\text{N} = \text{Newton} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$

m: tömeg (mass) [kg]

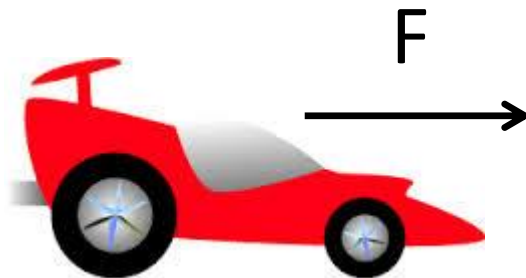
a: gyorsulás (acceleration) $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

Az erő (F) és a gyorsulás (a) iránya megegyezik, a sebességé nem feltétlenül (vektor mennyiségek)

IV/2. feladat

Egy sportautó ($m = 1500 \text{ kg}$) álló helyzetből egyenletesen gyorsulva $3,1 \text{ s}$ alatt éri el a 100 km/h -s sebességet.

- a) Mekkora gyorsító erő szükséges ehhez?
- b) Hány méter úton éri el az autó ezt a sebességet?



Newton-féle törvények

- I. A tehetetlenség elve
- II. A dinamika alaptörvénye
- III. Kölcsönhatás (hatás-ellenhatás, akció-reakció) törvénye

Newton első törvénye



- Minden test nyugalomban marad, vagy egyenes vonal mentén egyenletesen mozog mindaddig, amíg más test ennek megváltoztatására nem kényszeríti
- egy test mindaddig megőrzi nyugalmi vagy mozgási állapotát, amíg rá egy tetszőleges külső erő nem hat (tehetetlenség)

Csak „inerciarendszerben” érvényes

Az első törvény a második törvény speciális esete

Newton második törvénye



$$F = m \cdot a$$

- Egy test gyorsulása és a rá ható erő arányosak egymással
- Ha több erő hat egyidejűleg a vizsgált testre:

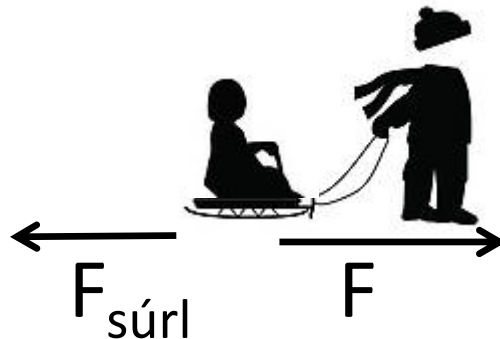
$$\sum F = m \cdot a$$

$\sum F$: a testre ható erők vektoriális összege, nettó erő,
eredő erő

IV/5. feladat

Egy apa álló helyzetből indulva 5 másodpercen keresztül állandó 105 N nagyságú erővel húzza a szánkót, amelynek tömege kisgyerekével együtt 25 kg . A szánkóra még 15 N nagyságú súrlódási erő hat.

- a) Mekkora a szánkó gyorsulása?
- b) Mekkora sebességet sikerült az 5 s alatt elérni?
- c) Milyen messzire húzta a papa eközben a szánkót?



IV/6. feladat

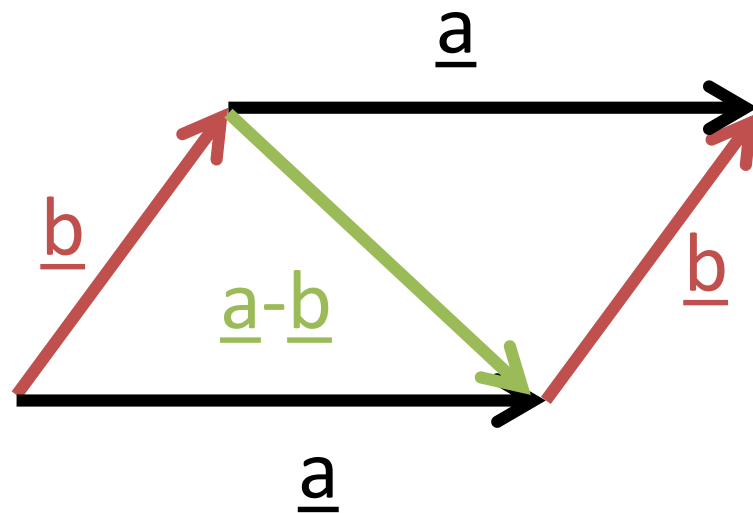
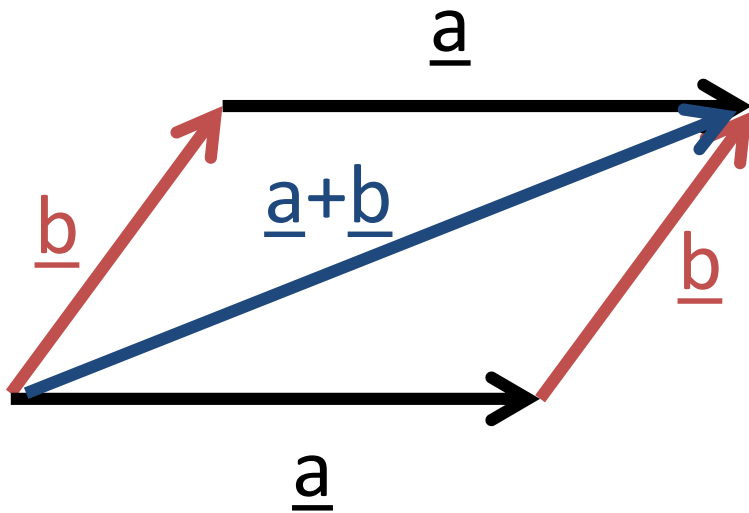
Egy ember állandó sebességgel húz egy szánkót ($m = 20 \text{ kg}$). Hirtelen elszakad a köté. A szánkó egyenletesen lassulva, de tovább csúszik még $9,2 \text{ m}$ -t. Ez $6,1$ másodpercig tart.

- a) Mekkora a szánkó sebessége a szakadás pillanatában?
- b) Mekkora a szánkó gyorsulása (azaz lassulása)?
- c) Mekkora a szánkót lefékező súrlódási erő?



Eredő erő, nettó erő

Az \underline{a} és \underline{b} vektorok összegzésére a paralelogramma szabályt alkalmazzuk. Felmérjük az \underline{a} vektort, majd ennek végpontjába a \underline{b} vektort. A két vektor összege az \underline{a} vektor, amely az első vektor kezdőpontjából a másik vektor végpontjába mutat.



Newton I. – Newton II.

- Az első törvény a második speciális esete:

Egyensúlyban: $\sum F = 0 \rightarrow a = 0$

Ha $a = 0$

- a sebesség nem változik (,egyenletes mozgás')
- a sebesség nulla (,nyugalomban marad')

→ STATIKA

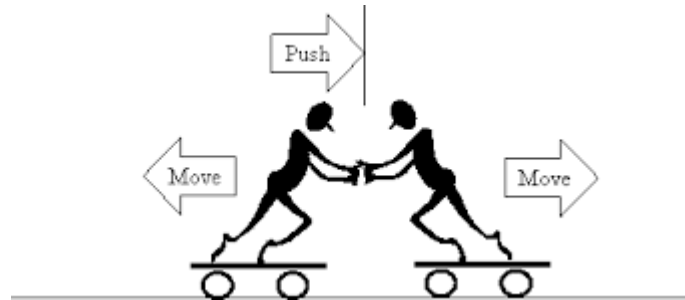


Newton harmadik törvénye

- Ha egy test erőt fejt ki egy másik testre, akkor a második test is ugyanakkora, de ellentétes irányú erőt fejt ki az első testre

$$F_{12} = -F_{21}$$

- Az erők mindig párban lépnek fel
- Az akciót mindig reakció követi
(kölcsonhatások szimmetriája)



Newton harmadik törvénye



Az út mentén közlekedő teherautó szembeütközik egy muslicával.

a) Melyik testre hat nagyobb erő?

Mindkét testre egyforma nagyságú erő hat.

b) Melyik testnek változik meg jobban a mozgása?

A muslica mozgása jobban megváltozik a kisebb tömege miatt.

$$F_{12} = -F_{21}$$

$${}_m a = m {}_a$$

A newtoni mechanika korlátai

A newtoni mechanika nem alkalmazható minden esetben:

- 1) Fénysebességhez közeli sebességeknél
→ speciális relativitáselmélet
- 2) Atom méretű testek esetén → kvantummechanika
- 3) Nem inerciális vonatkoztatási rendszerben
(pl. gyorsuló repülőgép)

Inerciarendszer

Egy egyenesen repülő gépen a lehajtható asztalra helyezett teniszlabda nyugalomban van a repülőgéphez képest.



(a)

Ha a pilóta gyorsítja a gépet a labda hirtelen elkezd gurulni az ülő ember felé.



(b)

A gyorsuló (vagy forgó) gép: nem inerciarendszer
Földön lévő vagy egyenletes sebességgel repülő gép: jó közelítéssel inerciarendszerek

Általános tömegvonzás (gravitáció)

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

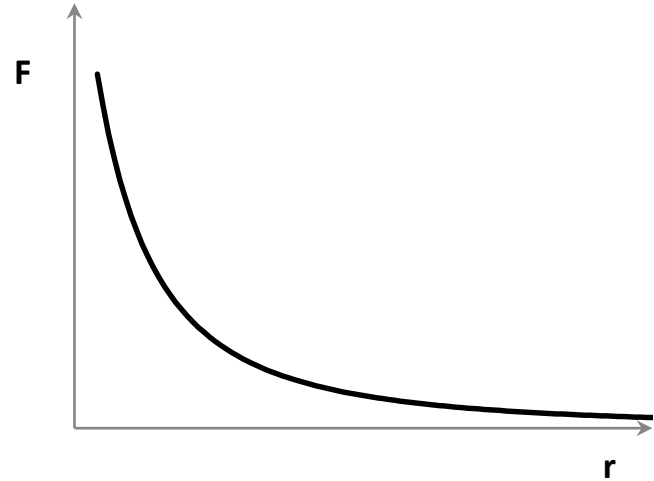
F: gravitációs erő [N]

γ : gravitációs állandó $= 6,67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{m^3}{kg \cdot s^2} \right]$

m_1 : az első test tömege [kg]

m_2 : a második test tömege [kg]

r: testek közötti távolság [m]



IV/8. feladat

Mekkora a gravitációs erő két aszteroida (200 000 t, ill. 300 000 t tömegűek) között, amikor 2 km távolságban elhaladnak egymás mellett?



Nehézségi erő

- A gravitációs törvény speciális esete
- A szabadon eső testeket a Föld felé gyorsítja

$$F_{neh} = \gamma \frac{m_{Föld} \cdot m_{test}}{r_{Föld}^2} = m \cdot g$$

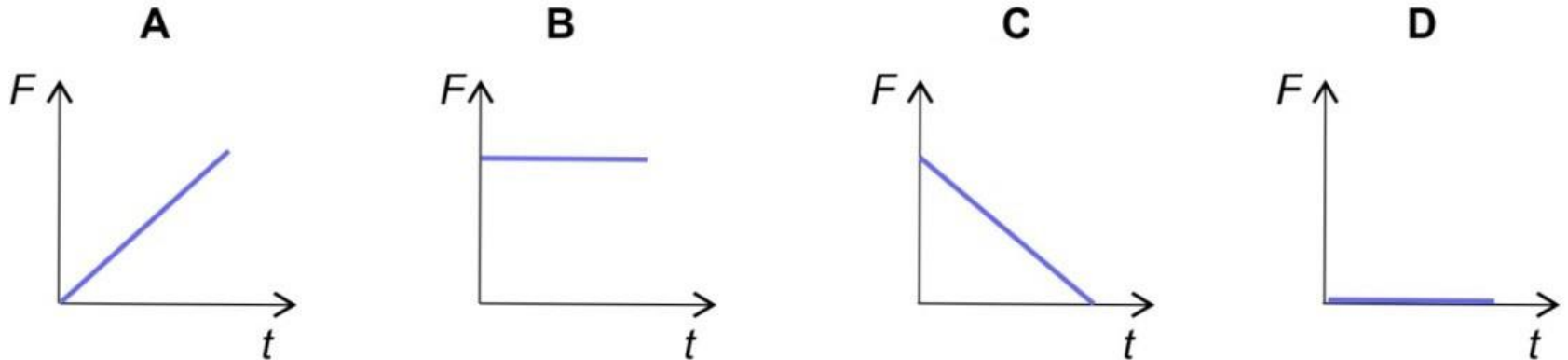
❖ szabadesés gyorsulása (g):

$$g = \gamma \frac{m_{Föld}}{r_{Föld}^2} \approx 9.81 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

A Föld nem gömbölyű, g értéke az Egyenlítő közelében nagyobb

IV/13.a feladat

Az ábrákon egy-egy erő időbeli változását látjuk:



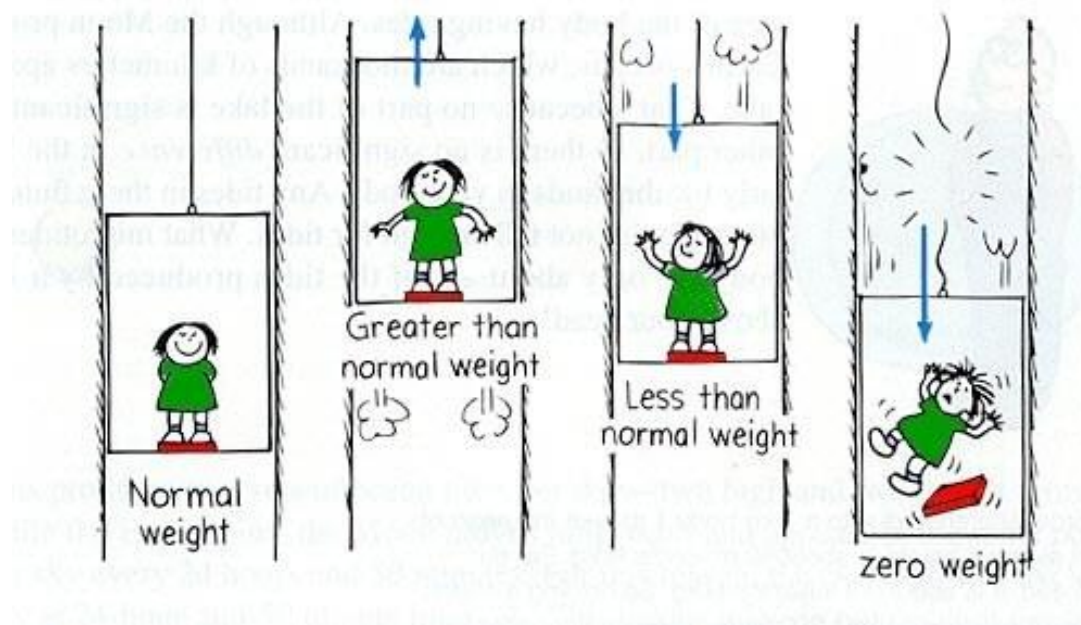
Egy labdát fölfelé dobtunk. Melyik ábra adja meg helyesen a labdára ható nehézségi erő időbeli változását?

Súly – F_{neh} – tömeg

- Súlyerő, súly (G): az az erő, amellyel a test az alátámasztását nyomja, vagy a felfüggesztését húzza

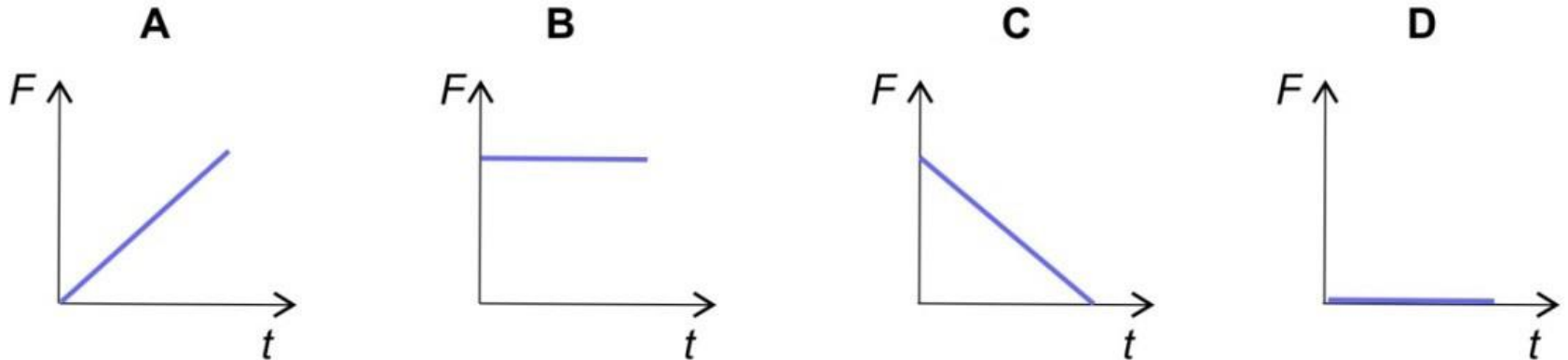
Egyensúlyban: $F_{neh} = G = m \cdot g$

Szabadesésnél: $F_{neh} = m \cdot g$, de $G=0$ (súlytalanság)



IV/13.c feladat

Az ábrákon egy-egy erő időbeli változását látjuk:



Egy labda szabadon esik lefelé. Melyik ábra adja meg helyesen a labda súlyának időbeli változását?

Hooke-törvény

$$F = -D \cdot x$$

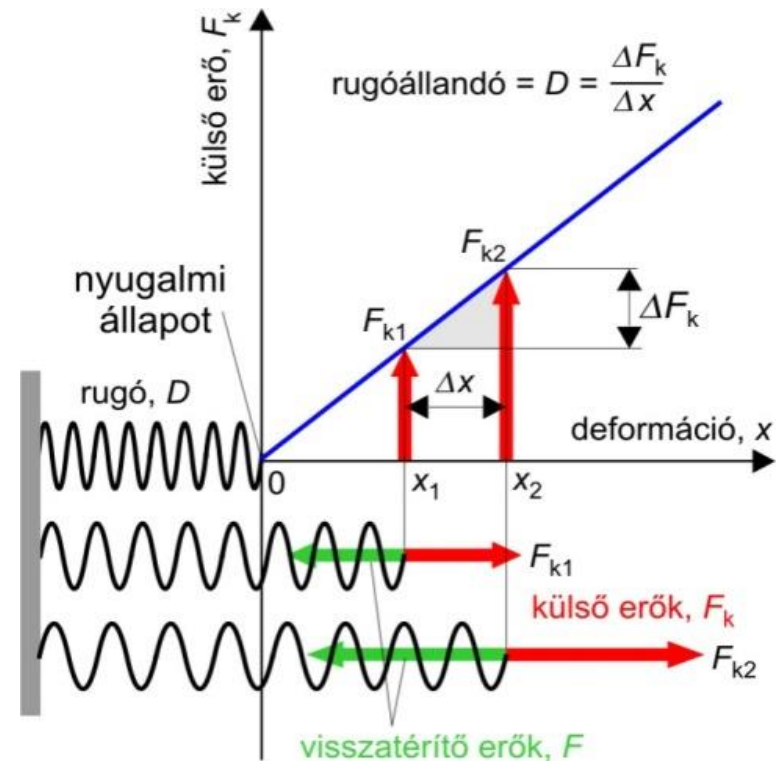
F: visszatérítő erő [N]

(-): a megnyúlással ellentétes irányú

D: rugóállandó $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$

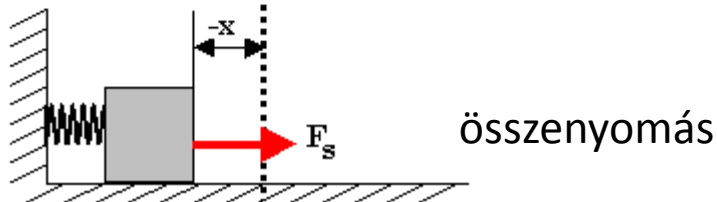
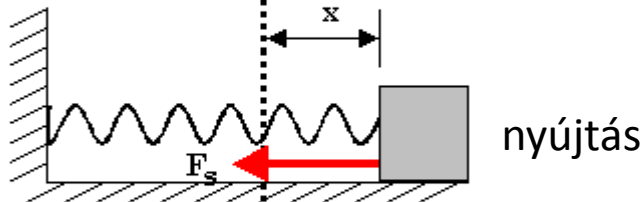
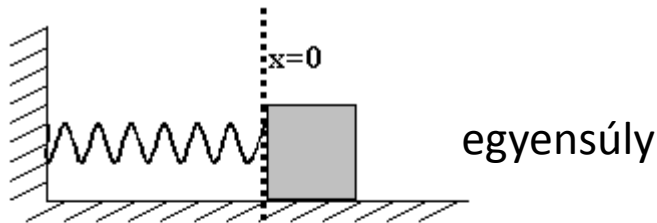
függ a rugó anyagától és méretezésétől

x: megnyúlás, deformáció [m]



Hooke-törvény

- Ugyanez az egyenlet összenyomásra is érvényes.



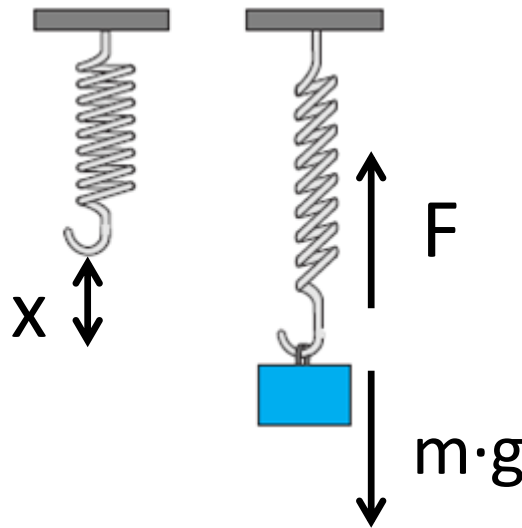
$$F = -D \cdot x$$

Jó közelítéssel alkalmazható
szalagok és inak megnyúlására is



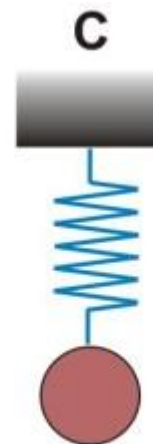
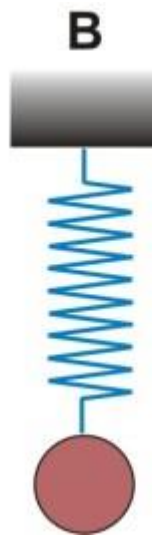
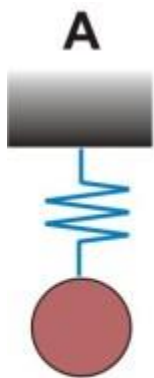
IV/11. feladat

Egy 2 kg tömegű testet függesztünk egy rugóra. Néhány rezgés után beáll az egyensúlyi megnyúlás, amely 25 cm. Mekkora a rugó rugóállandója?



IV/12. feladat

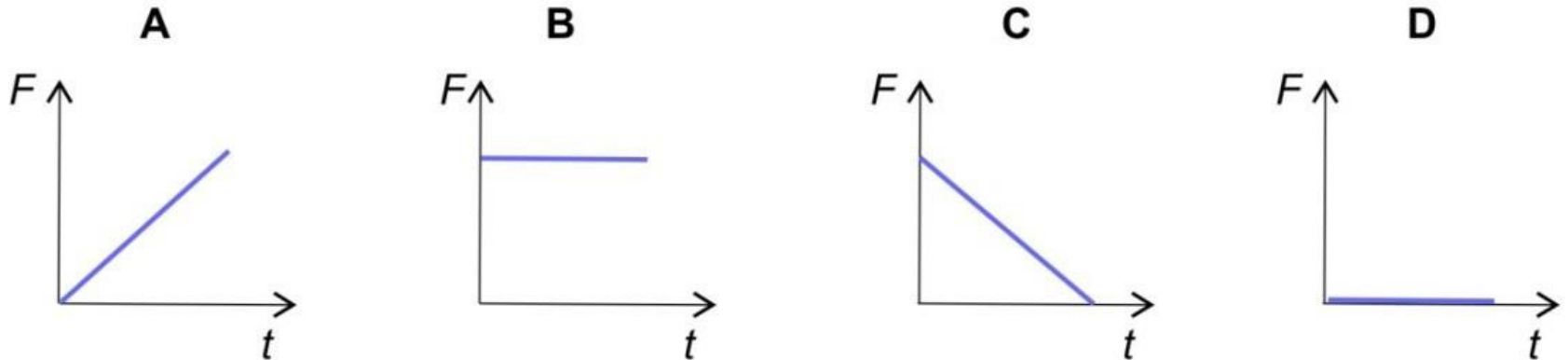
Az ábrán látható rugók mindegyike 10%-kal nyúlik meg, ha ugyanazt a golyót függesztjük fel rájuk. Melyik rugó rendelkezik a legnagyobb rugóállandóval? Vagy mindegyik rugóállandója azonos?



D
mind
egyforma

IV/13.b feladat

Az ábrákon egy-egy erő időbeli változását látjuk:



Egy rugót nagyon lassan és egyenletesen nyomunk össze. Melyik ábra adja meg helyesen a rugóerő időbeli változását?