

Grundlagen der medizinischen Biophysik

6. Vorlesung 25. 09. 2020

Ádám Orosz

Mechanik – Wellenlehre

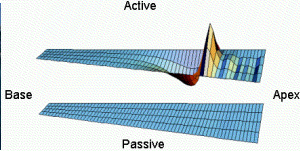
$$y = A \cdot \sin \varphi$$

$$f = \omega \cdot t = 2\pi \cdot \frac{t}{T}$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$



Wellen auf der Basilarmembran im Innenohr:



$$\frac{\lambda}{2\pi} \cdot x = \left(2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} \right)$$

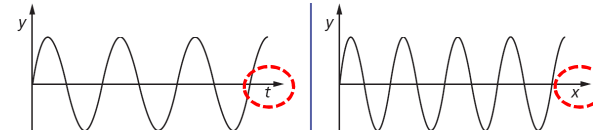
$$y(t, x) = A \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

1. Grundbegriffe der Wellenlehre
2. Wellenlänge, $c = \lambda \cdot f$
3. Transversal- und Longitudinalwellen
4. Mechanische Wellen - Schall
5. Elektromagnetische Wellen - Licht
6. (Lineare) Polarisation
7. Reflexion und Brechung
8. Interferenz
9. Stehende Wellen
10. Beugung (Diffraction)
11. Huygenssches Prinzip

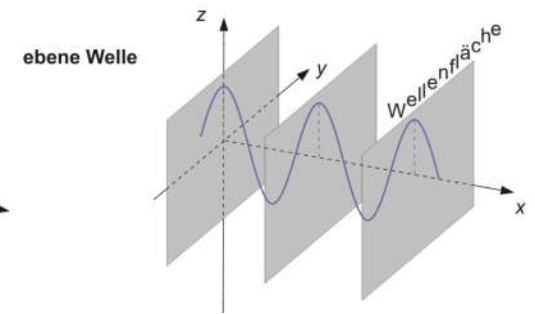
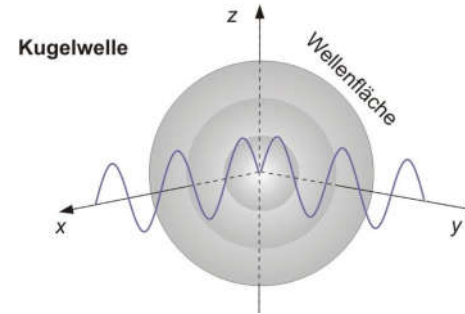
1

Grundbegriffe der Wellenlehre

- Ausbreitung eines Schwingungszustandes in einem schwingungsfähigen Medium
- Eine **zeitlich** und **räumlich** periodische Änderung einer physikalischen Größe



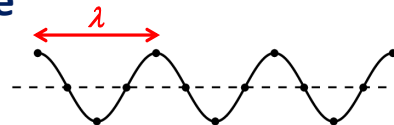
Wellenfläche oder **Wellenfront**: Eine Fläche, auf der sich alle Punkte in gleicher Phase, d. h. im selben Schwingungszustand, befinden.



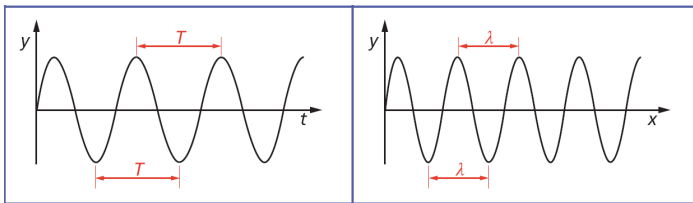
2

Wellenlänge

Wellenlänge (λ): Die Länge einer Welle, der Abstand zwischen gleichphasigen Punkten



- Die **Wellenlänge** ist analog zur Periodenzeit, sie beschreibt die **räumliche Periodizität**, während die **Periodenzeit** die **zeitliche Periodizität** charakterisiert.



Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Periodenzeit (bzw. Frequenz):

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

celeritas - Schnelligkeit

Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle

Bemerkung:

Der Zusammenhang hat allgemeine Gültigkeit, er gilt für jegliche Wellen (für mechanische, elektromagnetische Wellen, auch für Materiewellen)

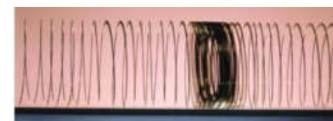
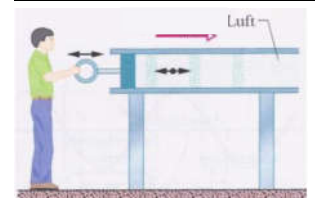
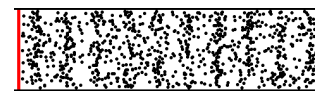
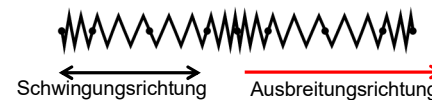
3

Longitudinal- und Transversalwellen

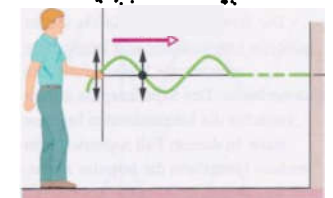
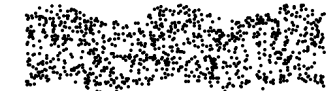
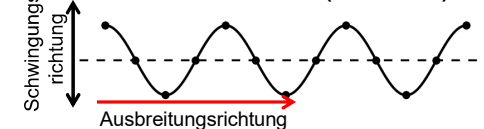
Abhängig davon, wie die **Auslenkungsrichtung** (Schwingungsrichtung) und die **Wellenausbreitungsrichtung** zueinander stehen, unterscheidet man Longitudinal- und Transversalwellen:

- **Longitudinalwellen**: Schwingungsrichtung **parallel** zur Ausbreitungsrichtung
- **Transversalwellen**: Schwingungsrichtung **senkrecht** zur Ausbreitungsrichtung

Longitudinalwelle (Längswelle)



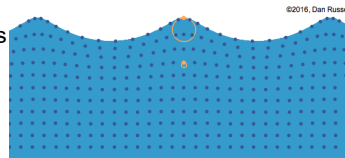
Transversalwelle (Querwelle)



4

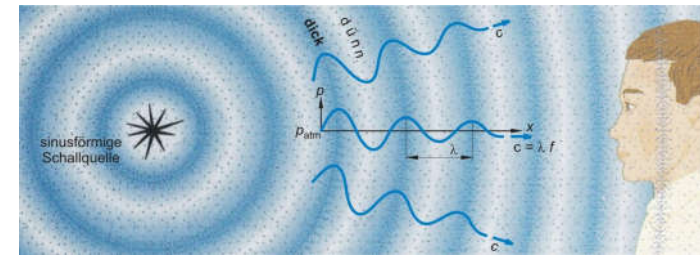
Mechanische Wellen

- Sind unbedingt an die Bewegung von Materie gebunden (**benötigen einen Träger**)
- Bewegung von Materiestücken z.B.:
 - Wasserwellen (Wasser)
 - Schallwellen (Luft)
- Können sowohl Longitudinal- als auch Transversalwellen darstellen
- Mechanische Longitudinalwellen** können sich in **jedem Medium** ausbreiten, **mechanische Transversalwellen** nur in **Festkörpern**. (Die Oberflächenwellen des Wassers sind jedoch teilweise Transversalwellen.)
- Mit der Ausbreitung der Wellen ist ein **Energietransport**, aber **kein Materietransport** verbunden



5

Schall



- Schallwellen sind mechanische Wellen und können auf Grundlage des menschlichen Hörens in vier Bereiche eingeteilt werden:

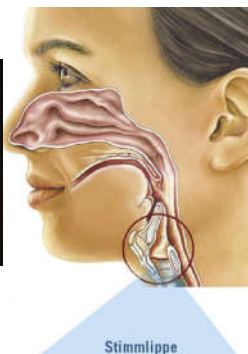
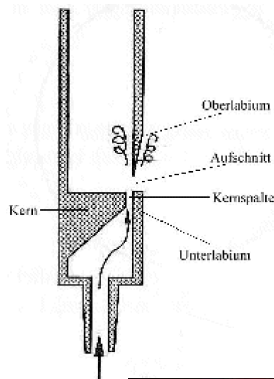
Schallbereiche	Infraschall	Hörschall	Ultraschall	Hyperschall
Frequenzwerte (Hz)	< 20	20–20 000	20 000–10 ⁹	10 ⁹ <

- Die Schallgeschwindigkeit ist im Allgemeinen in Gasen kleiner als in Flüssigkeiten und in Flüssigkeiten kleiner als in Festkörpern

Stoff	c_{Schall} (m/s)
Luft (0°C, 101 kPa)	330
Helium (0°C, 101 kPa)	965
Wasser (20°C)	1483
Fettgewebe	1470
Muskelgewebe	1568
Knochen (kompakt)	3600
Eisen	5950

6

Exkurs: Erzeugung von Schallwellen



7

Übung

Der Delfin sendet Schallwellen mit einer Wellenlänge von 7 mm aus.

- a) Berechnen Sie die Frequenz im Wasser.

$$\lambda = 7 \text{ mm} = 0,007 \text{ m}$$

$$c_w = 1483 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{1483}{0,007} = 211857 \text{ Hz}$$

212 kHz

US

- b) Zu welchem Frequenzbereich gehört dieser Schall?

- c) Die Schallwellen treten aus dem Wasser in die Luft heraus. Berechnen Sie die Frequenz in der Luft.

- d) Berechnen Sie die Wellenlänge in der Luft.

$$c_{\text{Luft}} = 330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

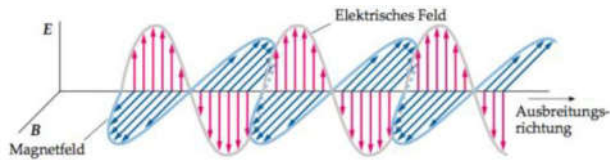
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{330}{211857} = 0,00156 \text{ m}$$

→ 1,56 mm

8

Elektromagnetische Wellen

- Wellen aus gekoppelten elektrischen und magnetischen Feldern

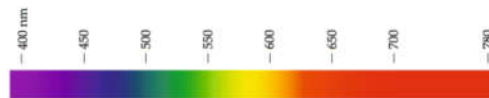


- Das elektromagnetische Feld ist das schwingungsfähige Medium, sodass sich diese Wellen **auch im Vakuum ausbreiten können**
- Beschreiben **Transversalwellen** (die somit **polarisiert werden können**)
- Alle elektromagnetischen Wellen **breiten sich im Vakuum mit derselben Geschwindigkeit, der Lichtgeschwindigkeit** aus:

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Licht – die bekannteste elektromagnetische Welle

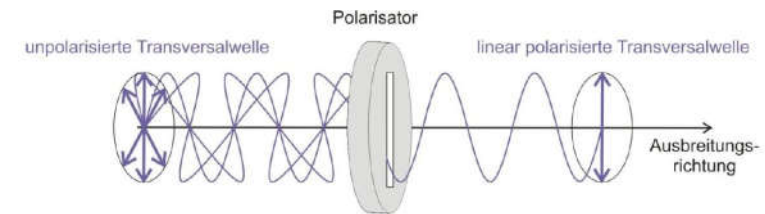
- Das **sichtbare Spektrum des Lichts** umfasst den Wellenlängenbereich von ca. 380 nm–780 nm (VIS-Bereich) → **400 nm–800 nm**



9

(Lineare) Polarisation

- Bei Transversalwellen stehen Schwingungs- und Ausbreitungsrichtung senkrecht zueinander
- Die Schwingungsrichtung ist dabei aber **noch nicht genau definiert**, obwohl sie die ganze Zeit senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht (= unpolarisierte Welle)
- Die „Auswahl“ **einer** Schwingungsrichtung (Schwingungsebene) mit Hilfe eines **Polarisators** wird lineare Polarisation genannt



Polarisation von Licht

Ein Anwendungsbeispiel: **Polarisationsmikroskop**



Gicht

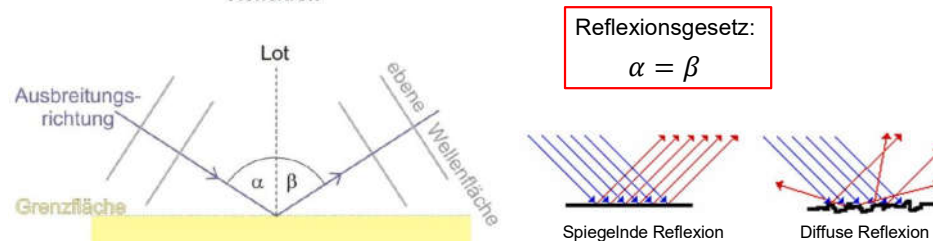


Ablagerung von Harnsäure-Kristalle

10

Grenzflächenphänomene: Reflexion

Reflexion



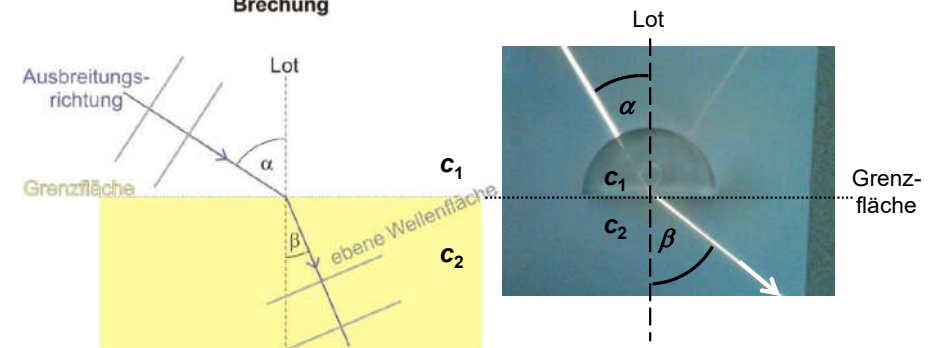
Reflexionsgesetz:
 $\alpha = \beta$



11

Grenzflächenphänomene: Brechung

Brechung



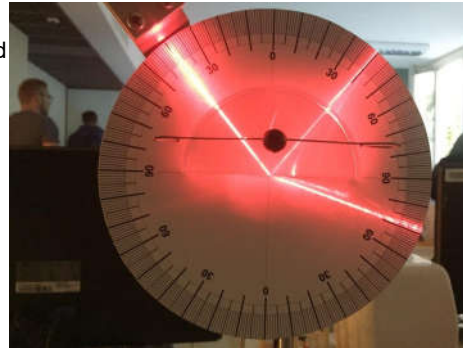
Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}$$

12

Übung

Ein Lichtstrahl fällt aus Plexiglas auf die Grenzfläche Plexiglas/Luft. Die Einfallswinkel sind in dem Bild zu sehen. Errechnen Sie die Lichtgeschwindigkeit im Plexiglas.

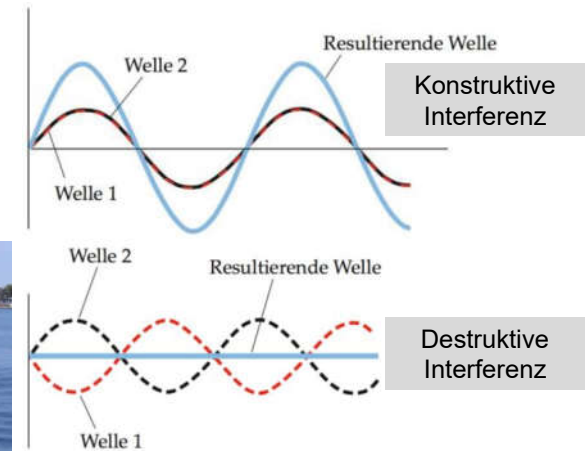


13

Interferenz

Überlagerung zweier oder mehrerer Wellenzüge

- bei gleichen Wellenlängen
- bei festen Phasenbeziehungen



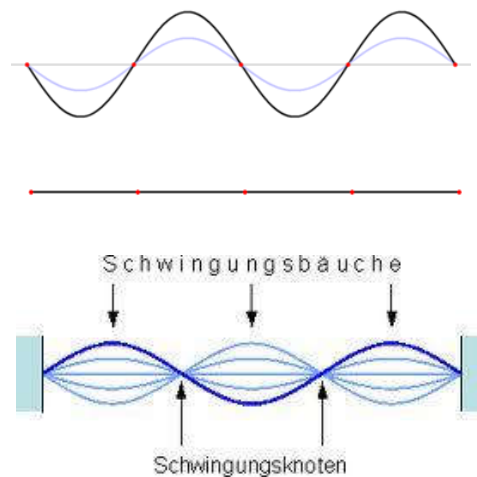
14

Stehende Wellen

Reflexion einer Welle

- am freien Ende

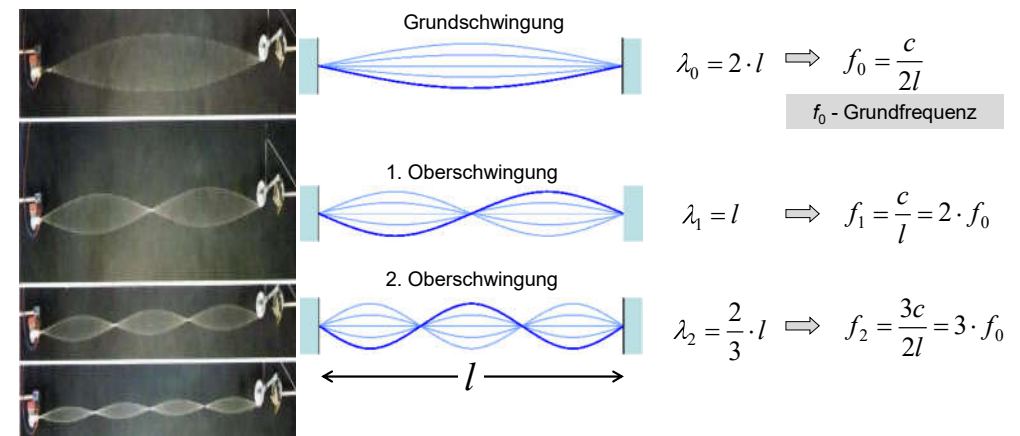
- am festen Ende



- Entstehen durch **Überlagerung zweier gegenläufiger ebener Wellen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude** (z.B. Überlagerung von reflektierter und einfallender Welle)
- Alle Punkte schwingen mit gleicher Phase, aber unterschiedlicher Amplitude
- An einem festen Ende befindet sich ein Knotenpunkt
- An einem freien Ende befindet sich ein Schwingungsbauch

15

Z. B.: Ein System mit zwei festen Enden (beide sind Knotenpunkte)



Bemerkung:

Die Grundfrequenz einer Geigesaite z. B. kann eingestellt werden durch

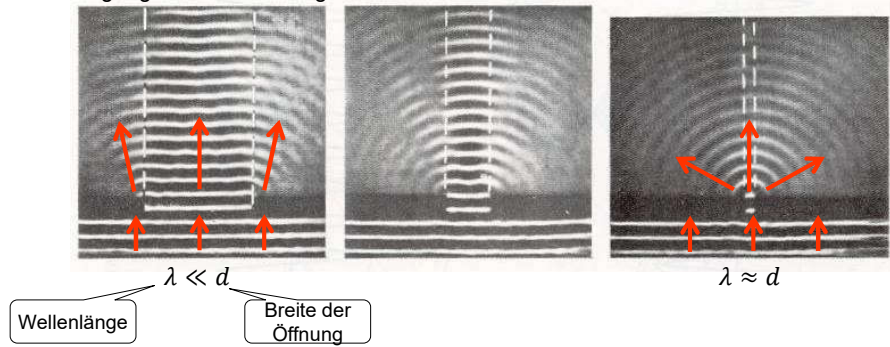
- die Variierung der Länge der Saite
- die Variierung des Spannungszustandes der Saite (\rightarrow Ausbreitungsgeschwindigkeit)

16

Beugung (Diffraktion)

Abweichung von der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung einer Welle am Rand einer Öffnung oder eines Hindernisses

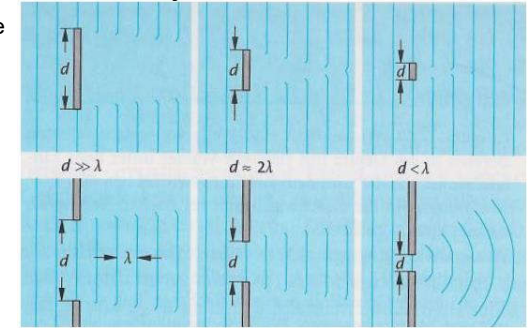
Z. B. Beugung an einer Öffnung:



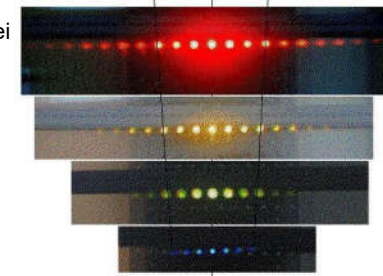
Eindringen von Wellen in den geometrischen Schattenraum hinter Hindernissen oder Öffnungen

- **Abhängig** von dem Verhältnis der **Größe des Hindernisses** bzw. **der Öffnung** und der **Wellenlänge** ist die Beugung **mehr oder weniger stark** ausgeprägt
- Das Phänomen der Beugung tritt **umso deutlicher** auf, je:

- **kleiner** das **Hindernis** oder die **Öffnung** sind (bei konstanter Wellenlänge)



- **größer** die **Wellenlänge** ist (bei konstanter Öffnung)

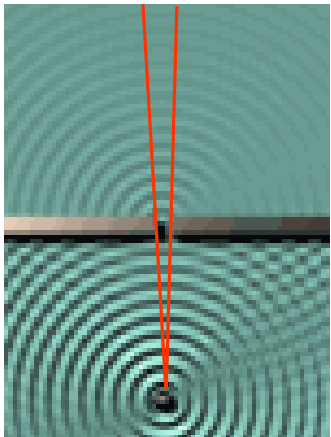


Bemerkung:
Die **Beugung** des Lichts **limitiert die Auflösung** von optischen Geräten, wie Mikroskop, Auge usw.

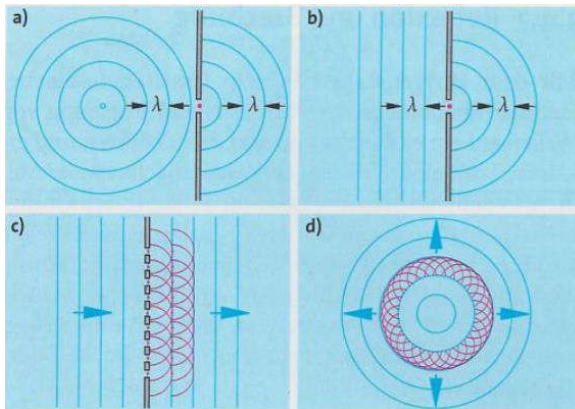
17

18

Huygenssches Prinzip



- Jeder Punkt einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt einer neuen kugelförmigen Welle, der sogenannten **Elementarwelle**, betrachtet werden
- Die **Elementarwelle** breitet sich mit gleicher Geschwindigkeit und Frequenz wie die ursprüngliche Welle aus
- Die **Einhüllende** einer Wellenfront ergibt die neue Wellenfront



19