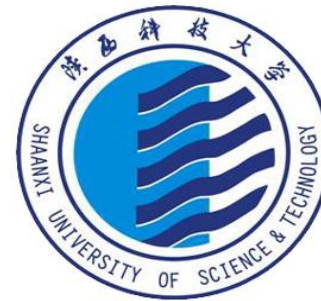




SEMMELWEIS EGYETEM
**SHAANXI UNIVERSITY OF SCIENCE AND
TECHNOLOGY**



Folyadék transzport az élő szervezetben

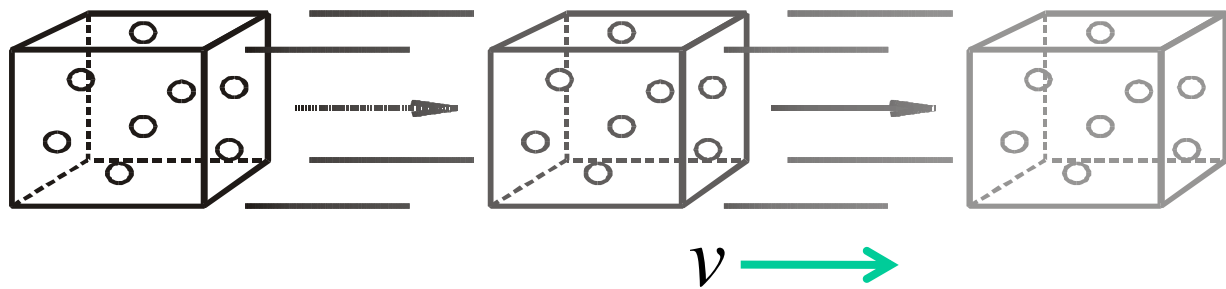
Zrínyi Miklós

egyetemi tanár, az MTA rendes tagja

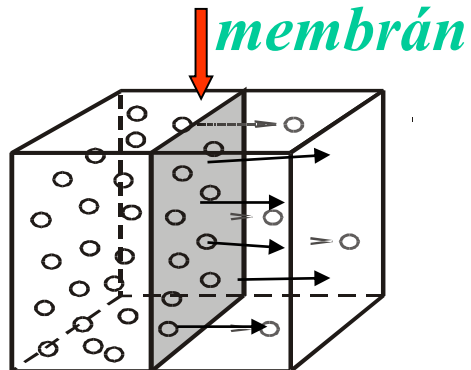
mikloszrinyi@gmail.com

Konvektív anyagtranszport

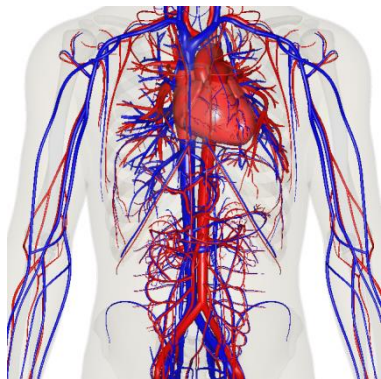
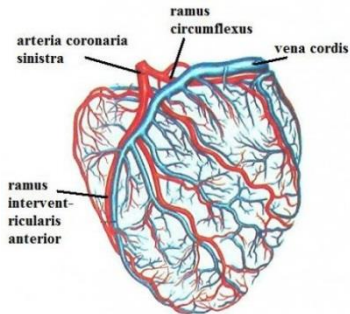
***konvektív* anyagtranszport:** molekulahalmaz együttes elmozdulása



$$\dot{j}_m = \rho \cdot v_{lin}$$
$$\dot{j}_V = v_{lin}$$



Vér áramlása a szív- és érrendszerben

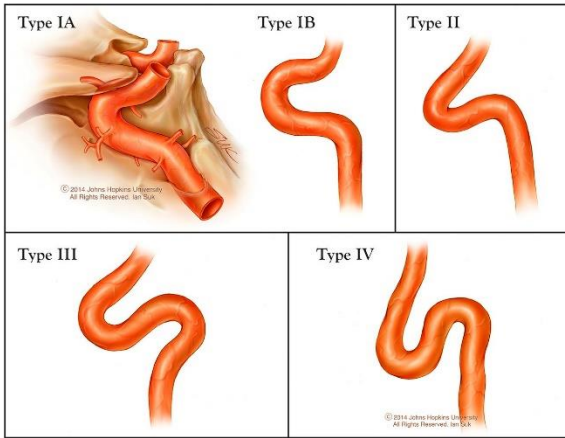


erek	átmérő cm	Max seb. cm/s	Re Max.	Átl. seb. cm/s	Re átlag
↑ aorta	1,5	120	4500	20	750
↓ aorta	1,3	105	3400	20	648
femorális artéria	0,4	100	1000	10	100
kapilláris	0,0006	7	0,001	0,02	10^{-6}

$$R_e = \frac{v \cdot \rho \cdot d}{\eta}$$

A keringési rendszer (cardiovascularis) többségében **az áramlás lamináris**. Kivétel a szívből az aortába kilökődő vér áramlása.

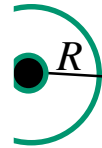
Áramlás görbült kapillárisokban



Állandó keresztmetszetű kapillárisokban az áramlás függ a kapilláris r sugártól és a R görbületi sugártól.

A görbület kedvez a turbulencia kialakulásának.

R görbületi sugár



$$\delta = \frac{r}{R}$$



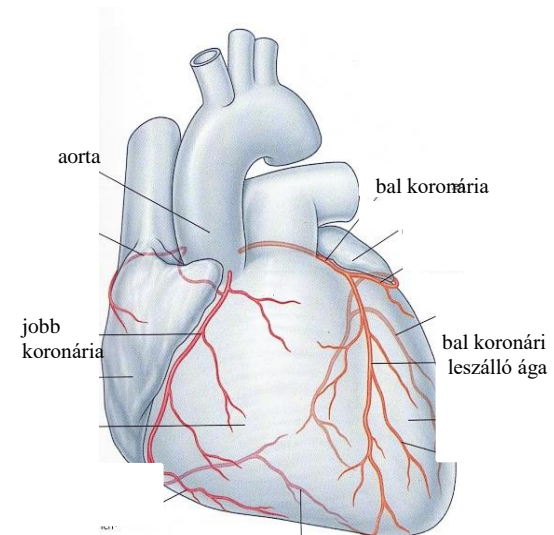
$$D_e = \sqrt{\delta} \cdot R_e$$

D_e : Dean szám

R_e : Reynolds szám

Az érfal irányába mutató tehetetlenségi erő a görbület növekedésével növekszik, ami kedvez a turbulencia kialakulásának: $D_e < R_e$

ér	r/cm	δ	$\langle R_e \rangle$	D_E
aorta	1,5	0,22	1500	707
bal koronária	0,425	0,10	150	47,4
bal koronária leszálló ág	0,17	0,082	80	22,9
jobb koronária	0,097	0,024	213	36



Folyadék térfogati transzportja

$$I_V = \frac{dV}{dt}$$

térfogatáram

$$j_V = \frac{1}{A_s} \frac{dV}{dt} = v_{lin}$$

térfogatáram
sűrűség

$$j_V = -L \cdot \nabla y$$

vezetési
tényező

hajtóerő

$$\nabla P$$

mechanikai

$$\nabla c$$

termodinamikai

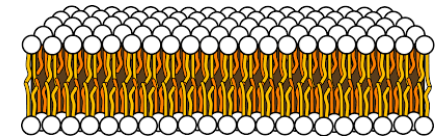
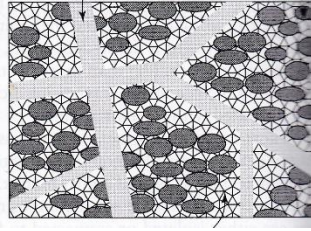
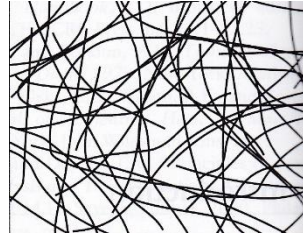
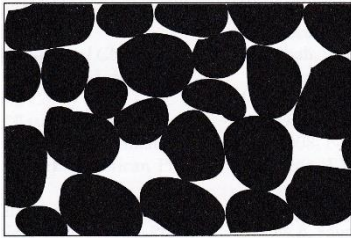
~~korlátozásmentes szabad áramlás~~
~~Bernoulli egyenlet~~

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + p + \rho g z = konst.$$

A Bernoulli egyenlet nem alkalmazható
olyan esetekben, amikor a folyadék szabad
áramlását különböző geometriai
korlátozások befolyásolják

áramlás geometriai akadályokba ütközik
pórusrendszer, gél, membrán, szövet...

Folyadék áramlása pórusrendszerekben, szövetekben és sejtmembránban



A **Bernoulli egyenlet** nem alkalmazható olyan esetekben, amikor a folyadék szabad áramlását különböző geometriai korlátozások befolyásolják.

$$\dot{j}_V = -L_V \cdot \nabla p$$

Porozitás: $K_V = \frac{V_{elérhető}}{V_{teljes}}$

Tortuozitás: $t = \frac{L_{length}}{L_{straight}}$

Permeabilitás: $j_V = -L_V \cdot (\nabla p - \rho g)$

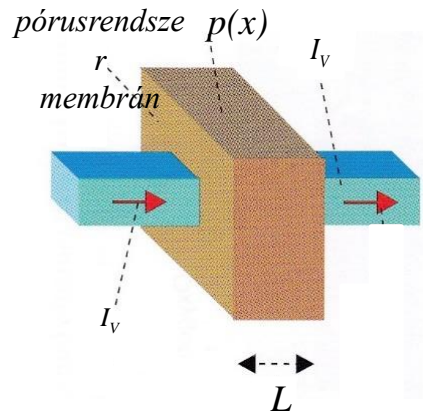
Folyadéktranszport a szervezetbe(n) I.

$$j_V = v = -L_V \cdot \nabla p$$

egyirányú

Stacionárius eset

$$\nabla v_{lin} = 0$$



$$-\nabla \cdot (L_V \cdot \nabla p) = 0$$

$$-\frac{d}{dx} \cdot (L_V \cdot \frac{dp}{dx}) = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d^2 p}{dx^2} = 0$$

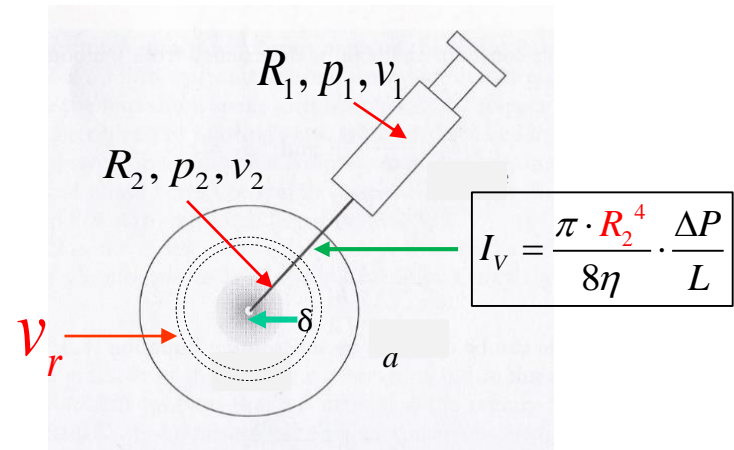
$$p(x) = \frac{p_2 - p_1}{L} x + p_1$$

$$v_{lin} = L_V \cdot \frac{p_1 - p_2}{L}$$

$$\Delta p = konst.$$

$$v_{lin} = konst.$$

radiális



$$R_1^2 v_1 = R_2^2 v_2$$

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 \left[1 - \left(\frac{R_1^2}{R_2^2} \right)^2 \right]$$

$$I_V = -L_V p_2$$

$$v_r = \frac{I_V}{4\pi r^2}$$

$$v_{lin} \neq konst. \quad \delta \leq r \leq a \quad \rightarrow \quad \frac{dv_r}{dr} < 0$$

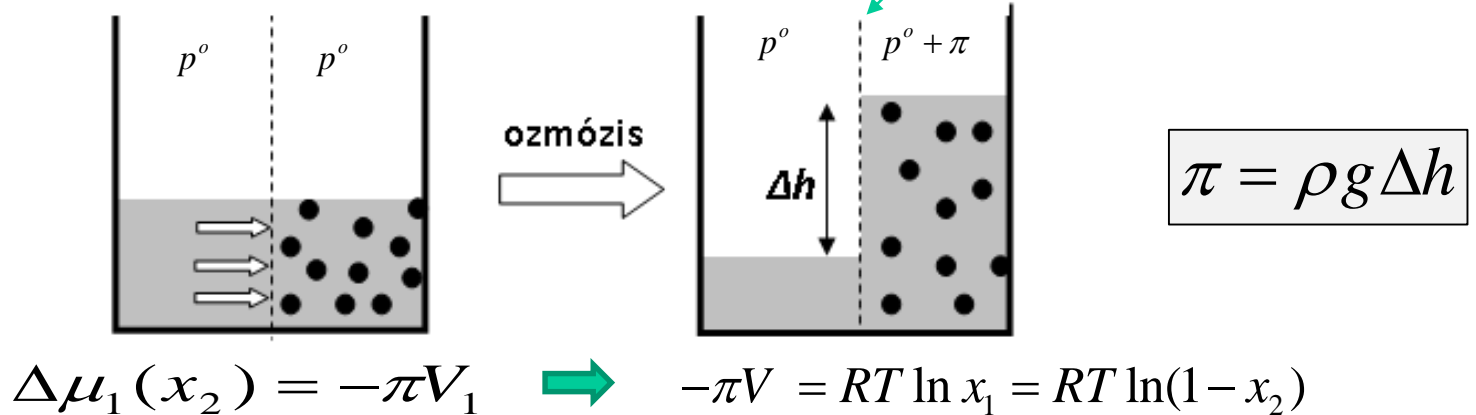
Folyadéktranszport a szervezetben II.

Ozmotikus folyadéktranszport

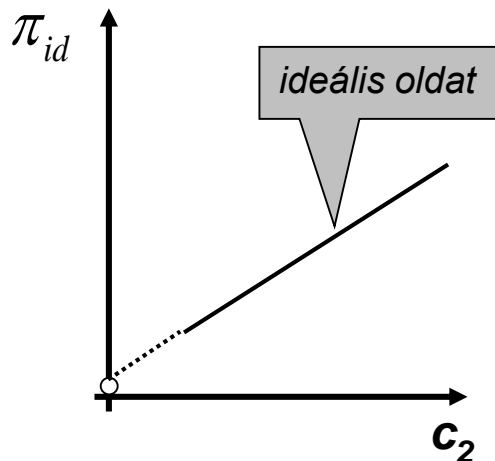
Kolligatív tulajdonság

$$\mu_1^0(T, p^o) = \mu_1(T, p^o + \pi, x_2)$$

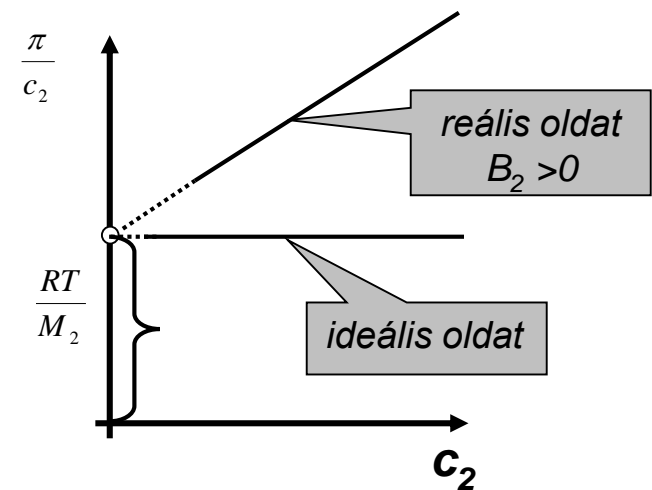
Szemipermeábilis membrán



$$\pi_{id} = \frac{RT}{M_2} c_2 \quad \pi_{id} = RT c_m$$



$$\frac{\pi}{c_2} = RT \left(\frac{1}{M_2} + B_2 c_2^2 + C_3 c_2^3 + \dots \right)$$



Elektrolit oldatok ozmózisnyomása

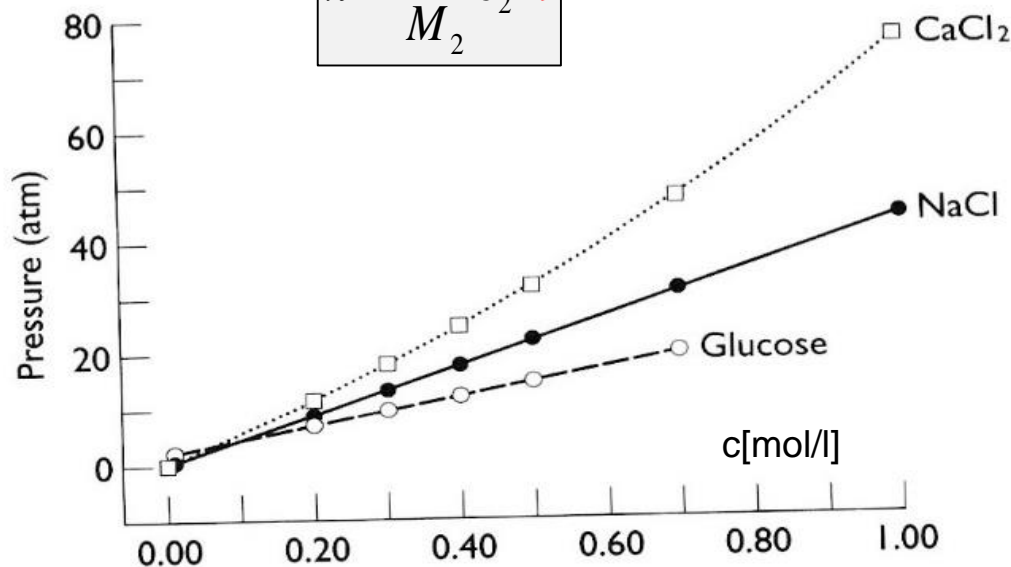
Ionos vegyületeknél az elektrolitos disszociáció következtében növekszik az oldatban lévő részecskék száma, így az ozmózisnyomás is.

$$M_{\nu+} X_{\nu-} \rightleftharpoons \nu_+ M^{z+} + \nu_- X^{z-} \quad i = \frac{N(1-\alpha) + N\nu\alpha}{N} = 1 - \alpha + \nu\alpha$$

α : disszociációfok

i : van't Hoff paraméter

$$\pi = \frac{RT}{M_2} c_2 \cdot i$$



D.T.Haynie: Biological Thermodynamics, Cambridge University Press (2001)

Az ozmózisnyomást az oldószer móltérfogatán és a hőmérsékleten kívül csak a részecskék száma határozza meg: **kolligatív tulajdonság.**

Ozmózisnyomás az egészségügyben

Az ozmózisnyomás nem függ az oldott anyagok kémiai minőségétől.

A biológiai oldatok összetételének meghatározására nincs szükség, mivel egyes komponensek nem külön-külön, hanem együttesen határozzák meg az ozmózisnyomást.

Célszerű az összetétel helyett olyan ozmotikus koncentrációt használni, amelynek egysége a ξ **ozmolalitás** ($osmol/kgH_2O$).

Ez annak az oldatnak a koncentrációja, amely 1 kg vízben tartalmazza az oldott anyag moláris mennyiségét, azaz **molalitása** $m=1$ (mol/kgH_2O).

Többkomponensű oldatok esetén: $\xi_{m,th} = \sum_j (m_j \cdot \nu_j)$

Az ozmózisnyomás, hasonlóan a többi kolligatív tulajdonsághoz, az oldószer kémiai potenciáljának az oldott anyag hatására bekövetkező változásában nyilvánul meg.

$$\Delta\mu_1(x_2) = -\pi V_1 \quad \Delta\mu_1(x_2) = RT \ln\left(\frac{p}{p^o}\right) \quad \Delta\mu_1(x_2) = -\Delta H_m \frac{\Delta T}{T_{op}^*}$$

A fenti egyenletek mindegyike lehetőséget teremt arra, hogy mérésel meghatározzuk az oldószer kémiai potenciáljának változását, azon keresztül pedig az ozmózisnyomást

Gyors módszer: a fagyáspontcsökkenés mérése

Az 1 mólos glükóz oldat ozmolalitása: 1 Osm/kgH₂O

Az 1 mólos glükóz oldat fagyáspont csökkenése: $\Delta T = 1,86$ °C



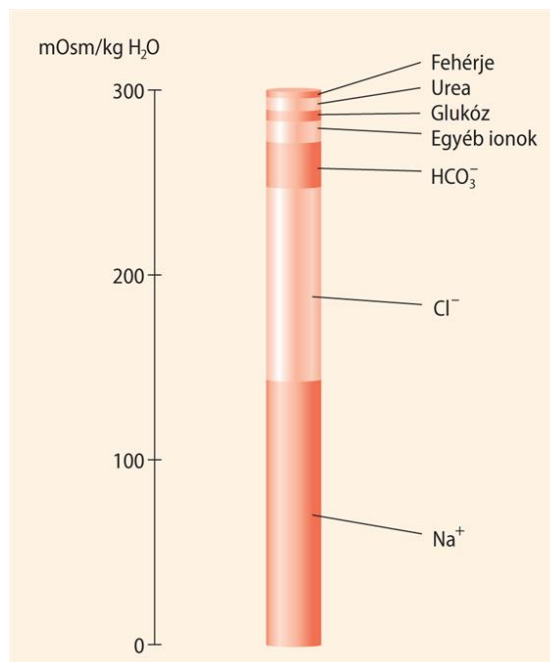
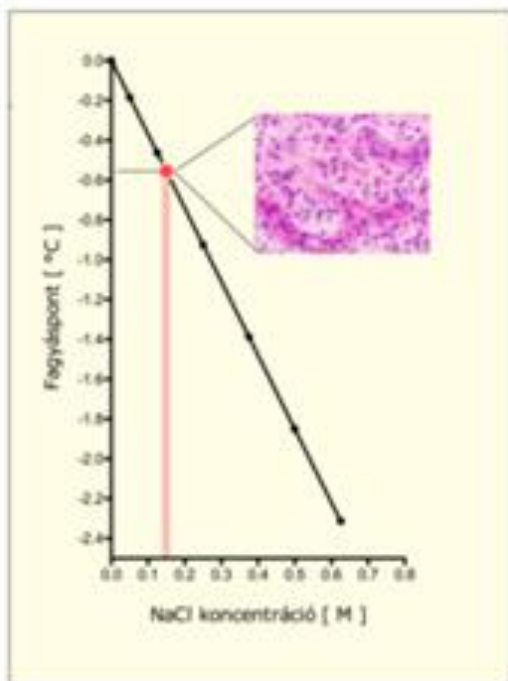
$$\xi_{m,th} = \sum_j (m_j \cdot \nu_j)$$

$$\xi_{m,exp} = \frac{\Delta T}{K_{kr}}$$

$$\xi_{m,th} \Leftrightarrow \xi_{m,exp}$$

ahol $K_{kr} = 1,86$ a víz krioszkópos együtthatója

Egészséges ember plazmájának fagyáspontja $-0,55$ és $-0,57$ °C között ingadozik. A plazma ozmolalitása 300 (mOsm/kg H_2O) körüli érték.



A nem teljesen ismert összetételű testfolyadékok ozmotikus nyomása akkora, mint a 0,3 mólos glükóz oldat, vagy a 0,15 mólos (0,9 %-os) konyhasó oldat ozmotikus nyomása. A különböző eredetű extracelluláris nedvek többsége a plazmáéval közel azonos, 290-300 mOsmol/kg H_2O ozmolalitású.

A biológiai transzportfolyamatok egy meghatározó részét a folyadék mennyiségének (térfogatának) transzportja képezi.

$$(j_V = v)$$

$$j_V = -L_V \cdot (\nabla p - \rho g) \quad j_\pi = -L_V \cdot \pi$$



A gravitáció hatása elhanyagolható, ha

$$\Delta p / L \gg \rho g$$



$$j_V = L_V \cdot (\Delta p - \sigma \pi)$$

σ : ozmotikus reflexiós koefficiens

$\sigma = 0$ „nincs reflexió”, a molekula át tud hatolni a membránon,

$\sigma = 1$ „van reflexió”, a molekula nem tud háthatolni a membránon,



$$j_V = L_V \cdot (\Delta p - \sigma RTc)$$

Starling törvény

Konduktív transzportfolyamatok egységes leírása

	diffúzió	hővezetés	reológia
ÁRAM:	komponens áram (tömeg áram)	energia áram	impulzus áram
HAJTÓERŐ:	∇c	∇T	∇v
ÁRAMSŰRŰSÉG:	$j_n = -D \nabla c$	$j_Q = -k \nabla T$	$j_i = -\eta \nabla v$
LOKÁLIS VÁLTOZÁS:	$\frac{\partial c}{\partial t} = D \nabla^2 c$	$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T$	

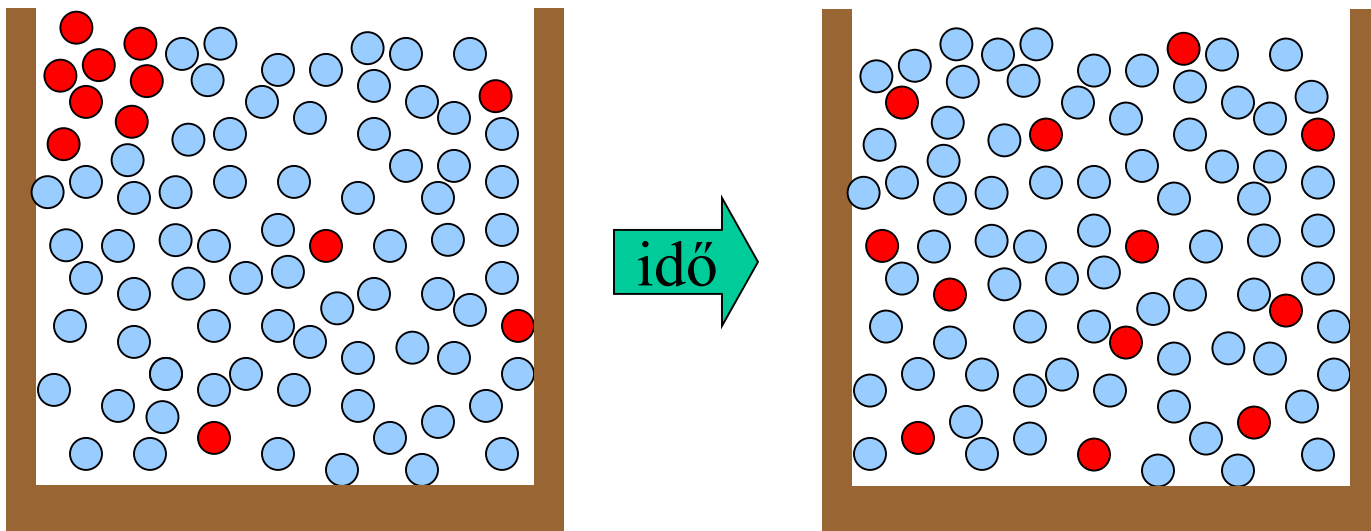
Fick

Fourier

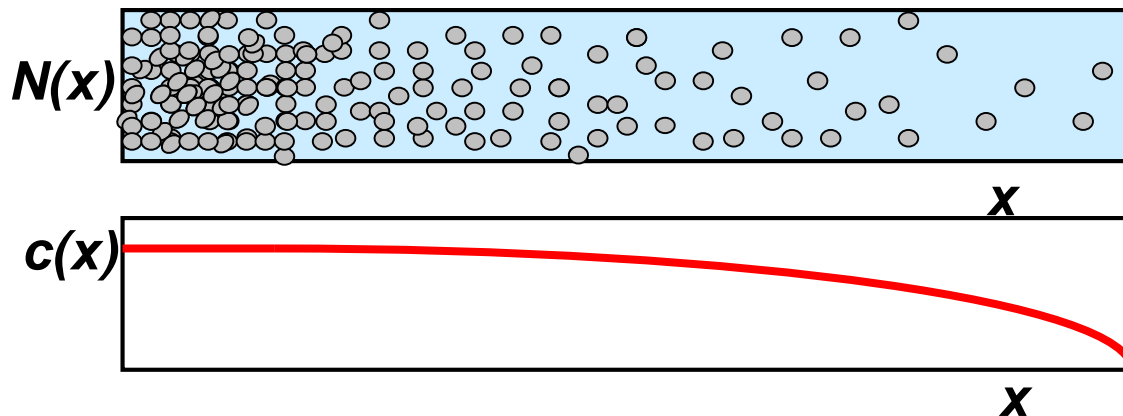
Newton

Laplace operátor: $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

DIFFÚZIÓ



A diffúziós folyamatok mikroszkopikus leírása az N részecskeszámmal és a makroszkopikus leíráshoz használt $c(x)$ lokális koncentráció-eloszlással.



megoldás:

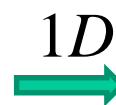
$$c(x,t)$$

$$c(\underline{r},t)$$

Fick I. törvénye:

$$j = -D \cdot \text{grad } c$$

$$j = -D \cdot \nabla c$$



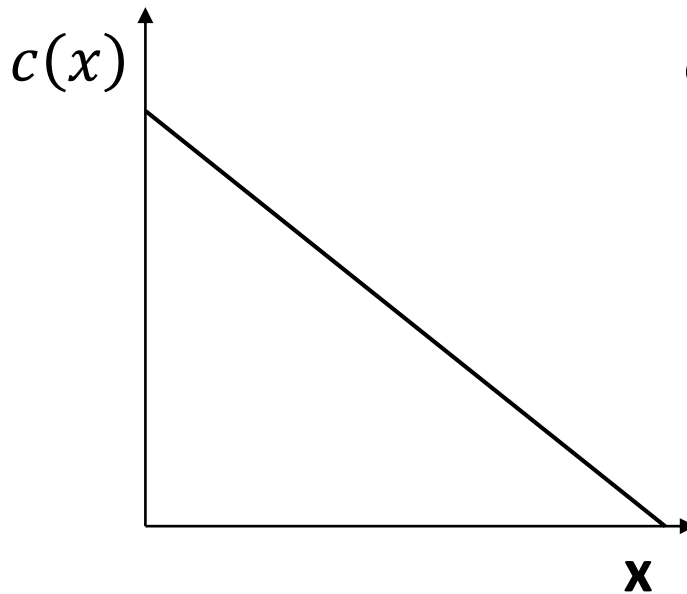
$$j = -D \cdot \frac{dc}{dx}$$

- a diffúziós anyagáram a koncentráció térbeli változásának a meredekségével arányos,
- a diffúziós anyagáram a csökkenő koncentráció irányába folyik,
- $D > 0$

Csak óvatosan, mert nem ∇c az igazi hajtóerő!

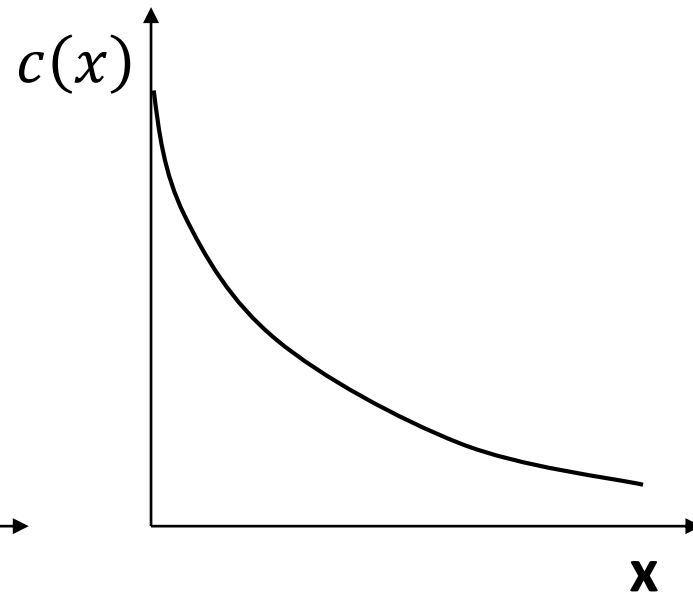
A komponens áramsűrűség és a koncentráció eloszlás kapcsolata

$$j = -D \cdot \frac{dc}{dx}$$



Stacionárius eset

$$\frac{dc}{dt} = 0$$



$$\frac{dc}{dt} > 0$$

A mérlegegyenlet és a hajtóerő kapcsolata a diffúzió példáján (Fick törvények)

$$^{**}\frac{\partial c(\underline{r}, t)}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}_n = -\operatorname{div} \mathbf{j}_n \longleftarrow \boxed{\mathbf{j}_n = -D \cdot \nabla c}$$

Fick I

$$\frac{\partial c(\underline{r}, t)}{\partial t} = -\operatorname{div}(-D \cdot \operatorname{grad} c) = -\nabla \cdot (-D \cdot \nabla c)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \cdot \operatorname{div}(\operatorname{grad} c) = D \cdot (\nabla^2 c)$$

Fick II

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \nabla^2 c$$

$\xrightarrow{1D}$

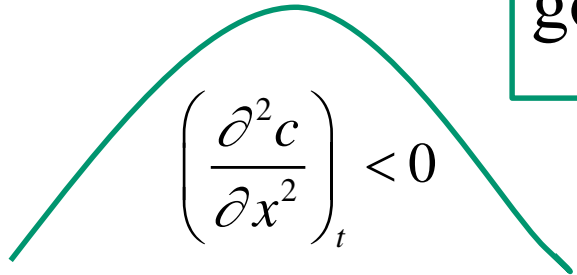
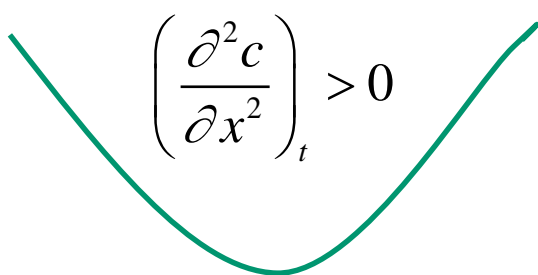
$$\boxed{\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_x = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\right)_t}$$

↓
görbület

******: az anyagáramra vonatkozó
kontinuitási egyenlet

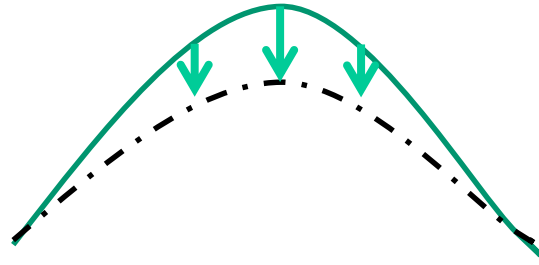
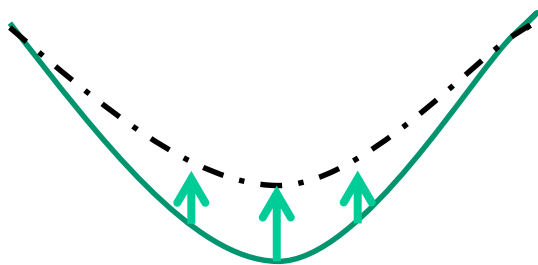
$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_x = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\right)_t$$

Ez a $c(x)$ függvény
görbülete



$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_x > 0$$

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_x < 0$$

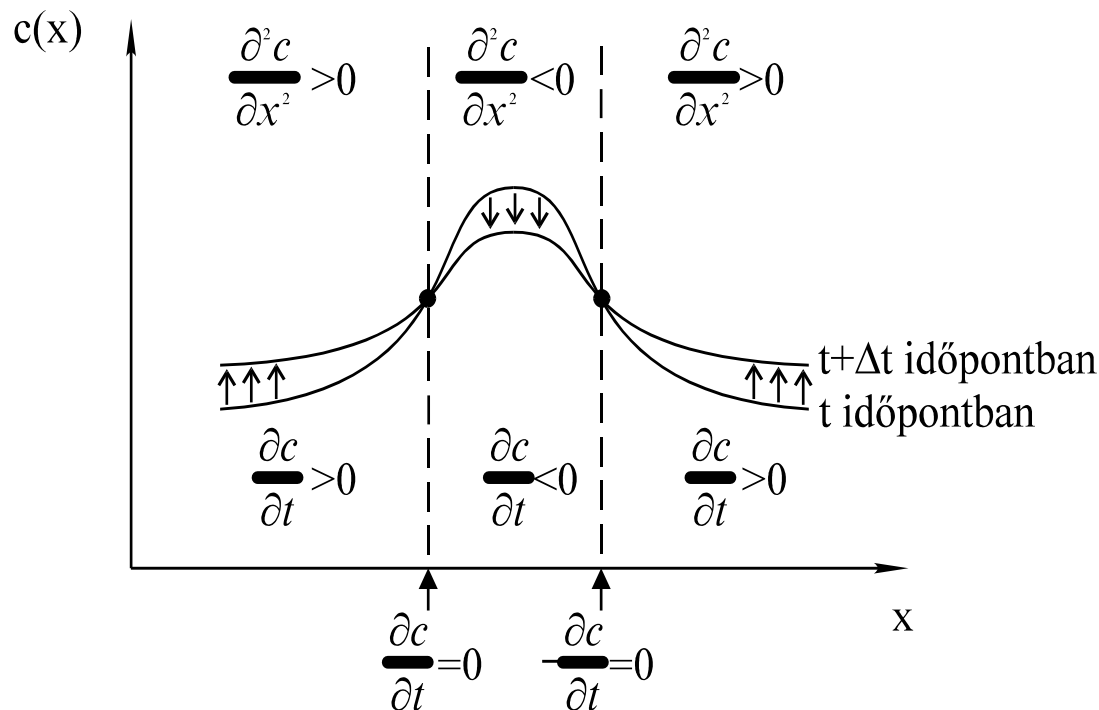


$$j = -D \cdot \frac{dc}{dx}$$

Fick I. törvénye

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_x = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\right)_t$$

Fick II. törvénye



$$\frac{d}{dt} \left| \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \right| < 0$$

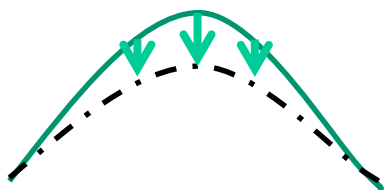
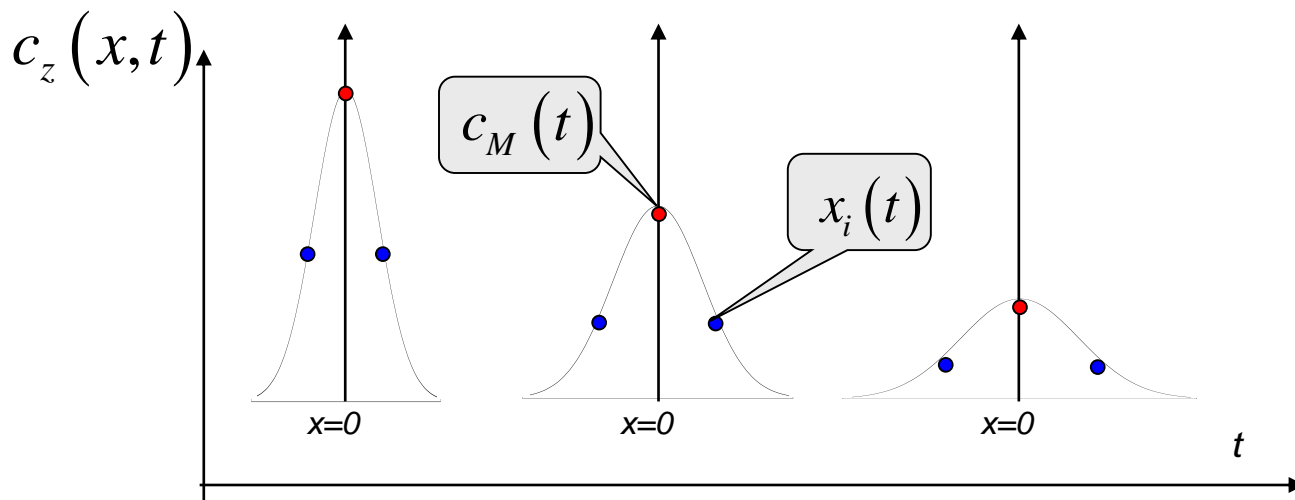
A diffúzió nem kedvez a mintázatok kialakulásának! Morfogenézis !?

Koncentráció-zóna egydimenziós szabad diffúziója

$$c_M(t) = \frac{c_o \delta_x}{(4\pi D)^{1/2}} \cdot t^{-1/2}$$

$$x_i(t) = \sqrt{2D} \cdot t^{1/2}$$

$$c_i(t) = c_M(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{e}}$$



$$c_z(x, t) = \frac{n}{A_s (4\pi Dt)^{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) = \frac{c_o \delta_x}{(4\pi Dt)^{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$$

Tisztán diffúziós jelenségeknél a karakterisztikus távolságok az idő négyzetgyökével arányosan változnak!