

Orvosi Biofizika II.

5. előadás: Transzportfolyamatok I.
Diffúzió, Brown-mozgás, Ozmózis

2021. Március 17.

Veres Dániel

Diffúzió?

Minek?

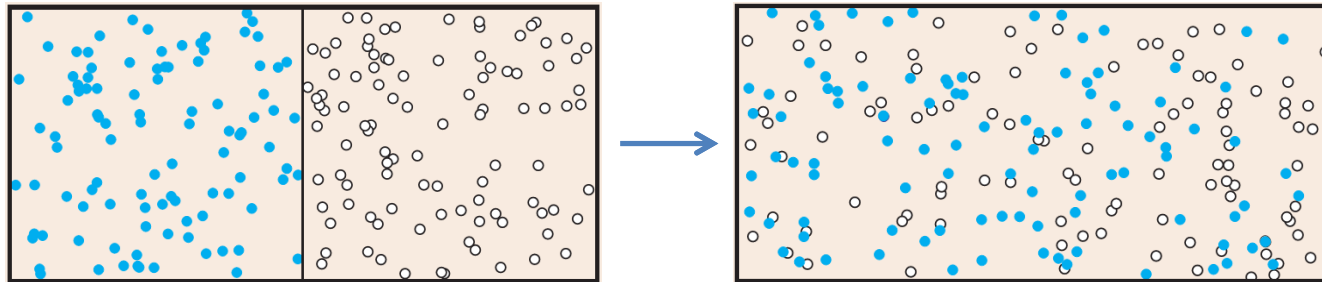
- élettan: sejtműködés - ionok diffúziója...
- betegségek: fibrózis, ödéma, vaszkulitisz, ascites...
- diagnosztika: DWI MRI...
- terápia: dialízisek....
- gyógyszerek: transzdermális (liposzómák), inhalációs

.....

Diffúzió?

Mi a diffúzió?

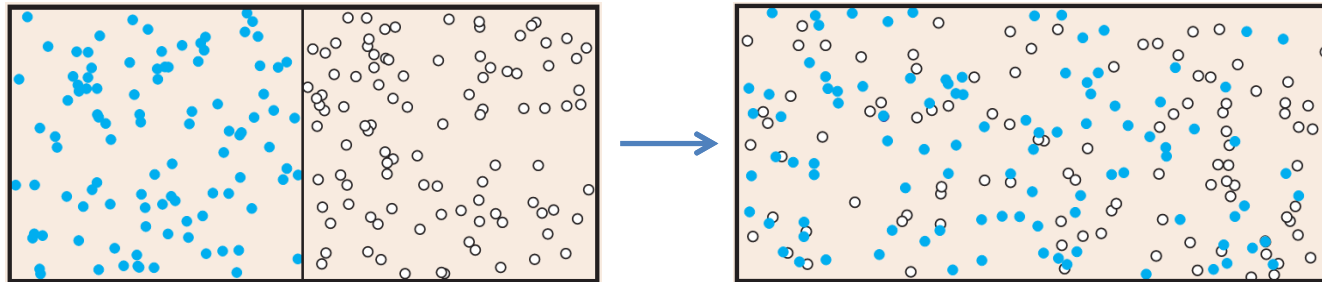
A **véletlenszerű hőmozgás** következtében az egyes részecskék térbeli eloszlásváltozásának folyamata.



Diffúzió?

Mi a diffúzió?

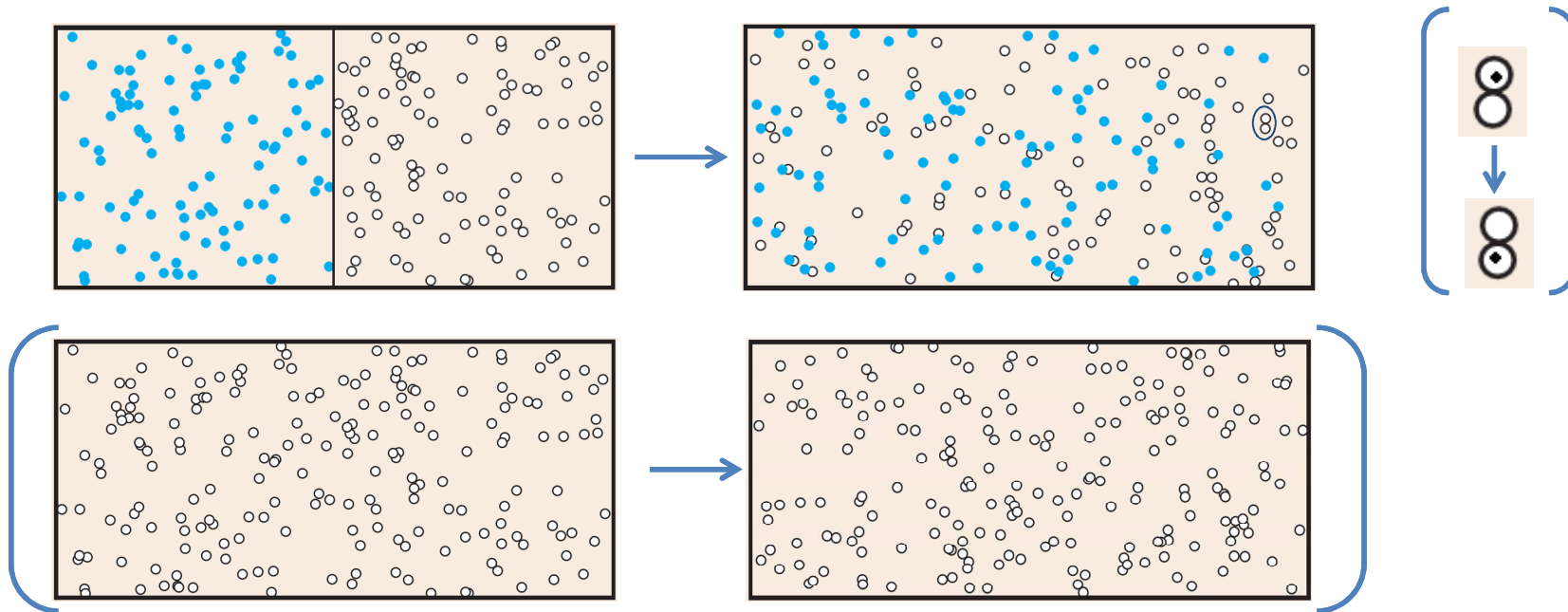
A **véletlenszerű hőmozgás** következtében az egyes részecskék térbeli eloszlásváltozásának folyamata. **Anyagáramlás** történik.



Diffúzió?

Mi a diffúzió?

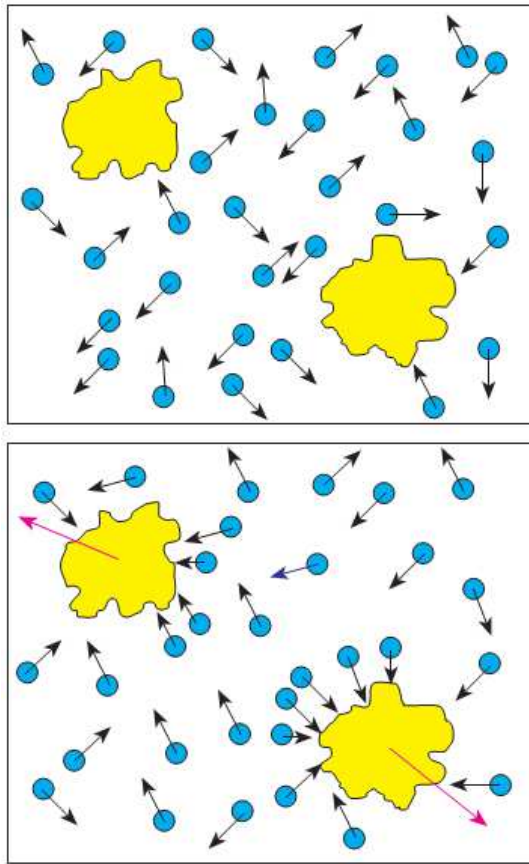
A **véletlenszerű hőmozgás** következtében az egyes részecskék térbeli eloszlásváltozásának folyamata. **Anyagáramlás** történik.



**Számunkra legtöbbször lényeges: „A” anyag „B”-ben
NETTÓ anyagtranszportja.**

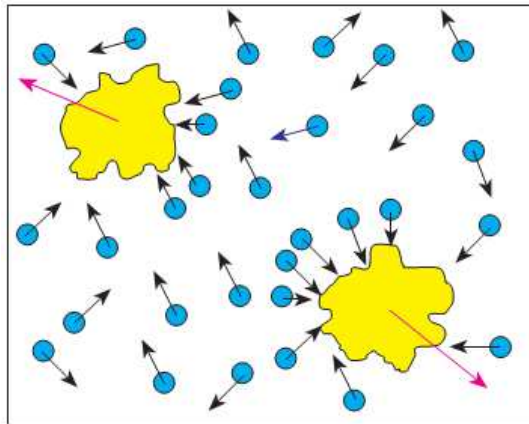
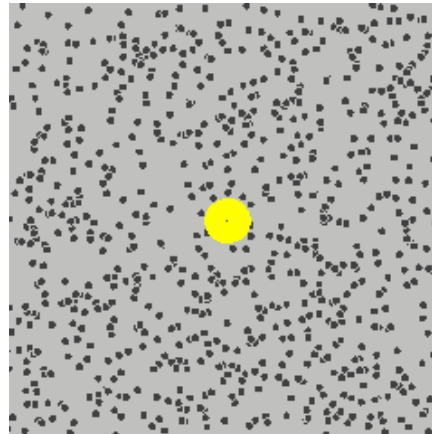
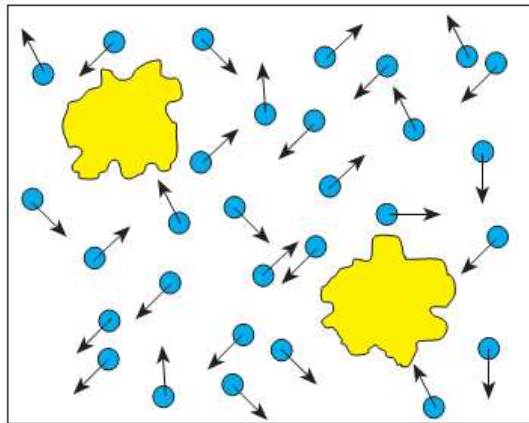
Brown-mozgás

A részecske „bolyongó” mozgása más részecskékkel való véletlen ütközések következménye.



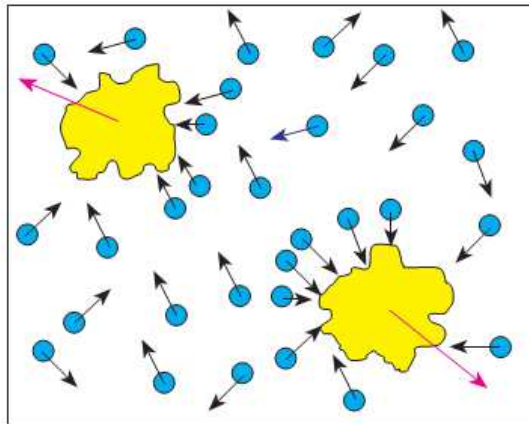
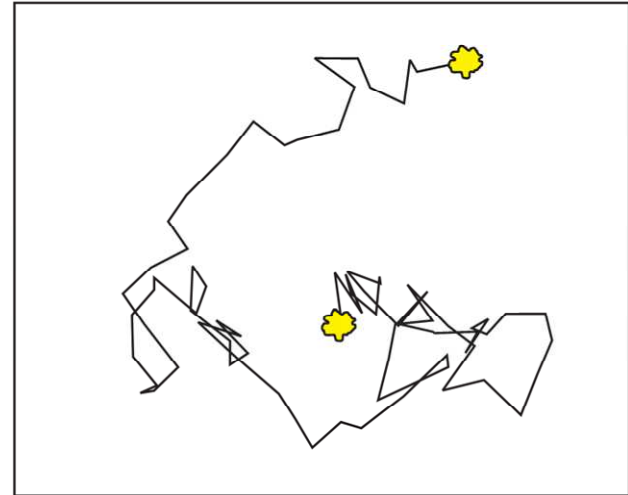
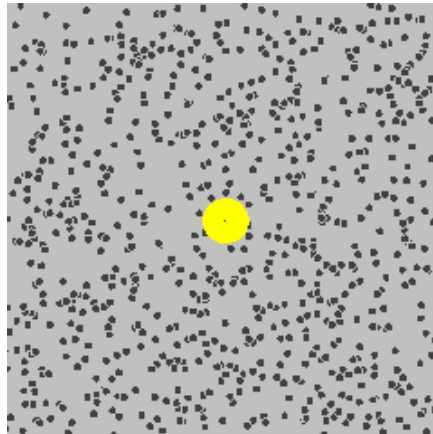
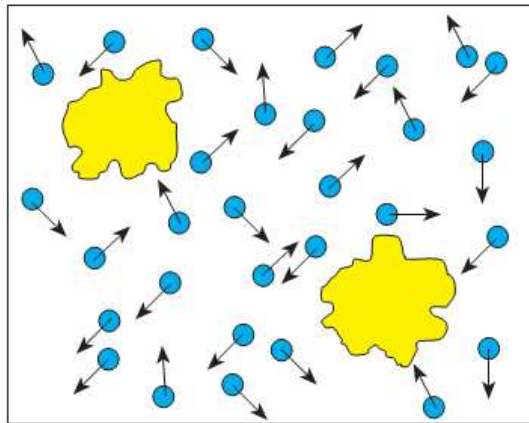
Brown-mozgás

A részecske „bolyongó” mozgása más részecskékkel való véletlen ütközések következménye.



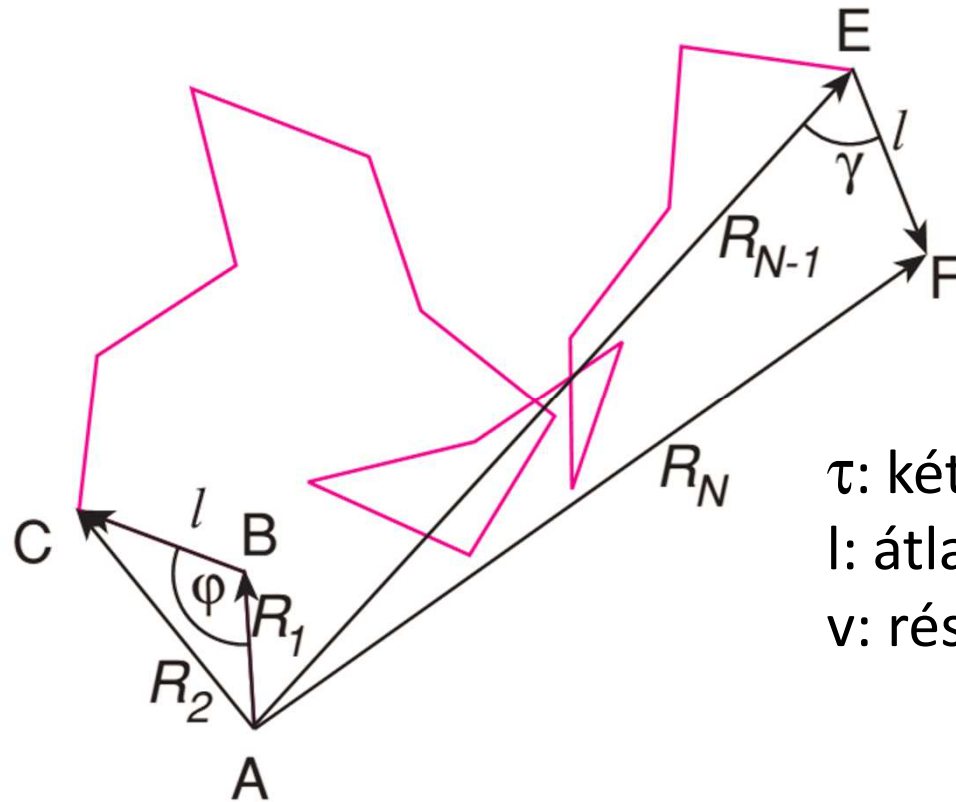
Brown-mozgás

A részecske „bolyongó” mozgása más részecskékkel való véletlen ütközések következménye.



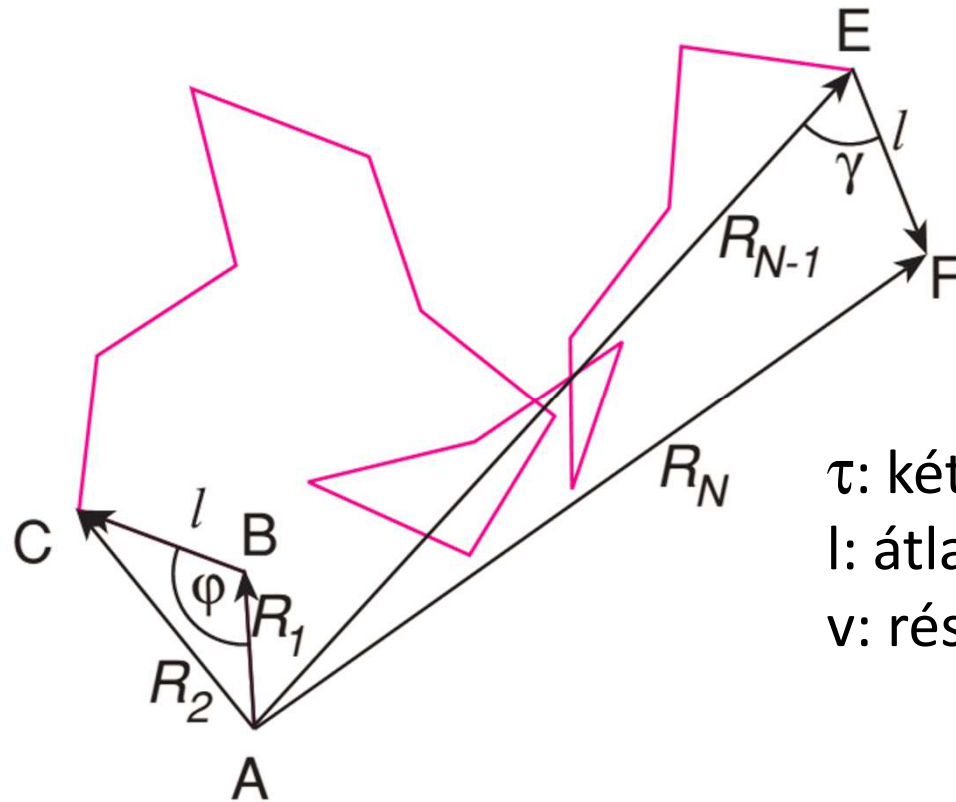
- τ : két ütközés között eltelt átlagos idő
- l : átlagos szabad úthossz
- v : részecske átlagsebessége

Milyen messzire jut el egy részecske?



τ : két ütközés között eltelt átlagos idő
 l : átlagos szabad úthossz
 v : részecske átlagsebessége

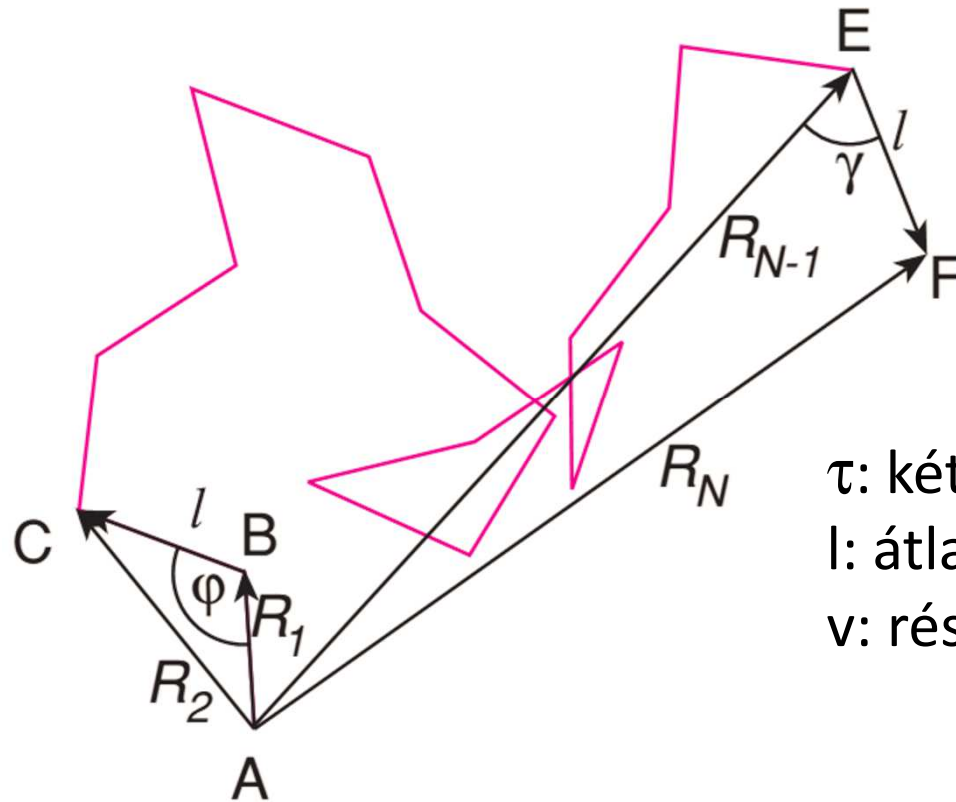
Milyen messzire jut el egy részecske?



τ : két ütközés között eltelt átlagos idő
 l : átlagos szabad úthossz
 v : részecske átlagsebessége

Egy részecske: $R_2^2 = R_1^2 + l^2 - 2 \cdot R_1 \cdot l \cdot \cos \varphi$

Milyen messzire jut el egy részecske?

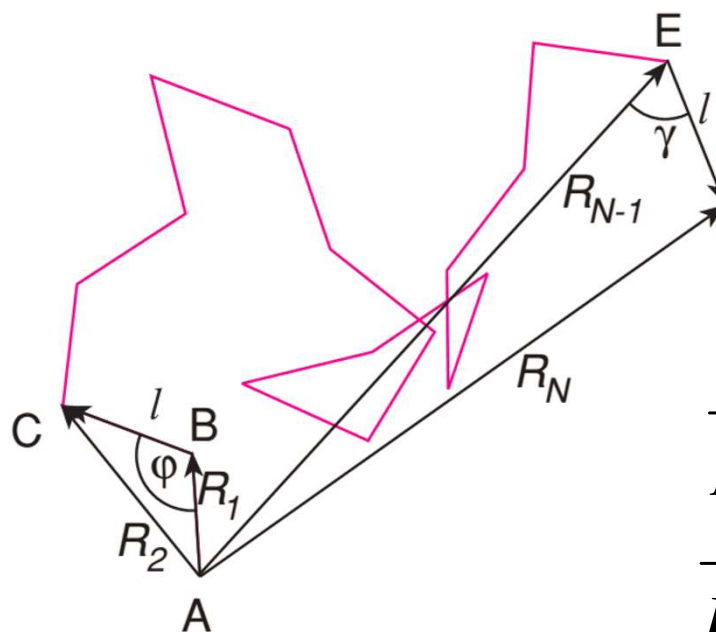


τ : két ütközés között eltelt átlagos idő
 l : átlagos szabad úthossz
 v : részecske átlagsebessége

Egy részecske: $R_2^2 = R_1^2 + l^2 - 2 \cdot R_1 \cdot l \cdot \cos \varphi$

Egy átlagos részecske
 (n részecske átlaga): $\overline{R_2^2} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left(R_1^2 + l^2 - 2 \cdot R_1 \cdot l \cdot \cos \varphi_i \right)$

Milyen messzire jut el egy részecske?



$$\overline{R_2^2} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left(R_1^2 + l^2 - 2 \cdot R_1 \cdot l \cdot \cos \varphi_i \right)$$

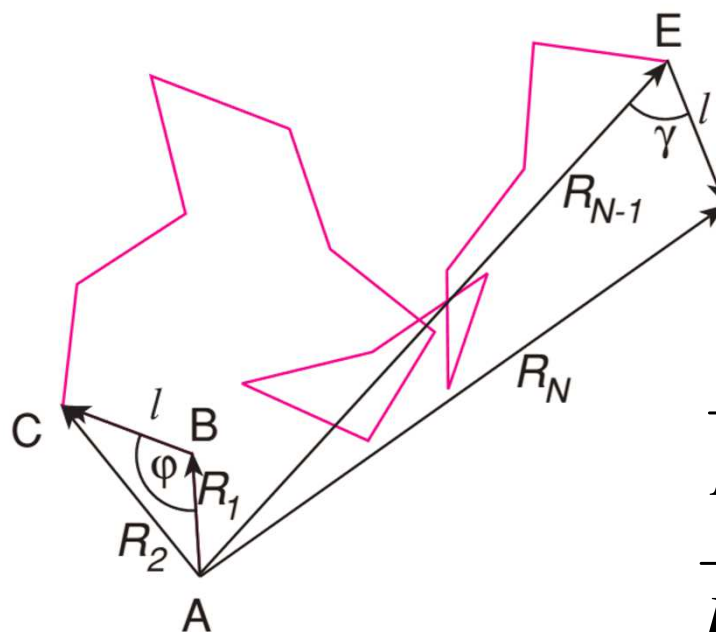
$$\overline{R_2^2} = \frac{1}{n} \cdot n \cdot \left(R_1^2 + l^2 \right) - 2 \cdot R_1 \cdot l \cdot \sum_{i=1}^n \left(\cos \varphi_i \right)$$

$$\overline{R_2^2} = R_1^2 + l^2 = l^2 + l^2 = 2 \cdot l^2$$

$$\overline{R_N^2} = N \cdot l^2$$

$$\frac{v \cdot l}{3} = D$$

Milyen messzire jut el egy részecske?



$$\overline{R_2^2} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left(R_1^2 + l^2 - 2 \cdot R_1 \cdot l \cdot \cos \varphi_i \right)$$

$$\overline{R_2^2} = \frac{1}{n} \cdot n \cdot \left(R_1^2 + l^2 \right) - 2 \cdot R_1 \cdot l \cdot \sum_{i=1}^n \left(\cos \varphi_i \right)$$

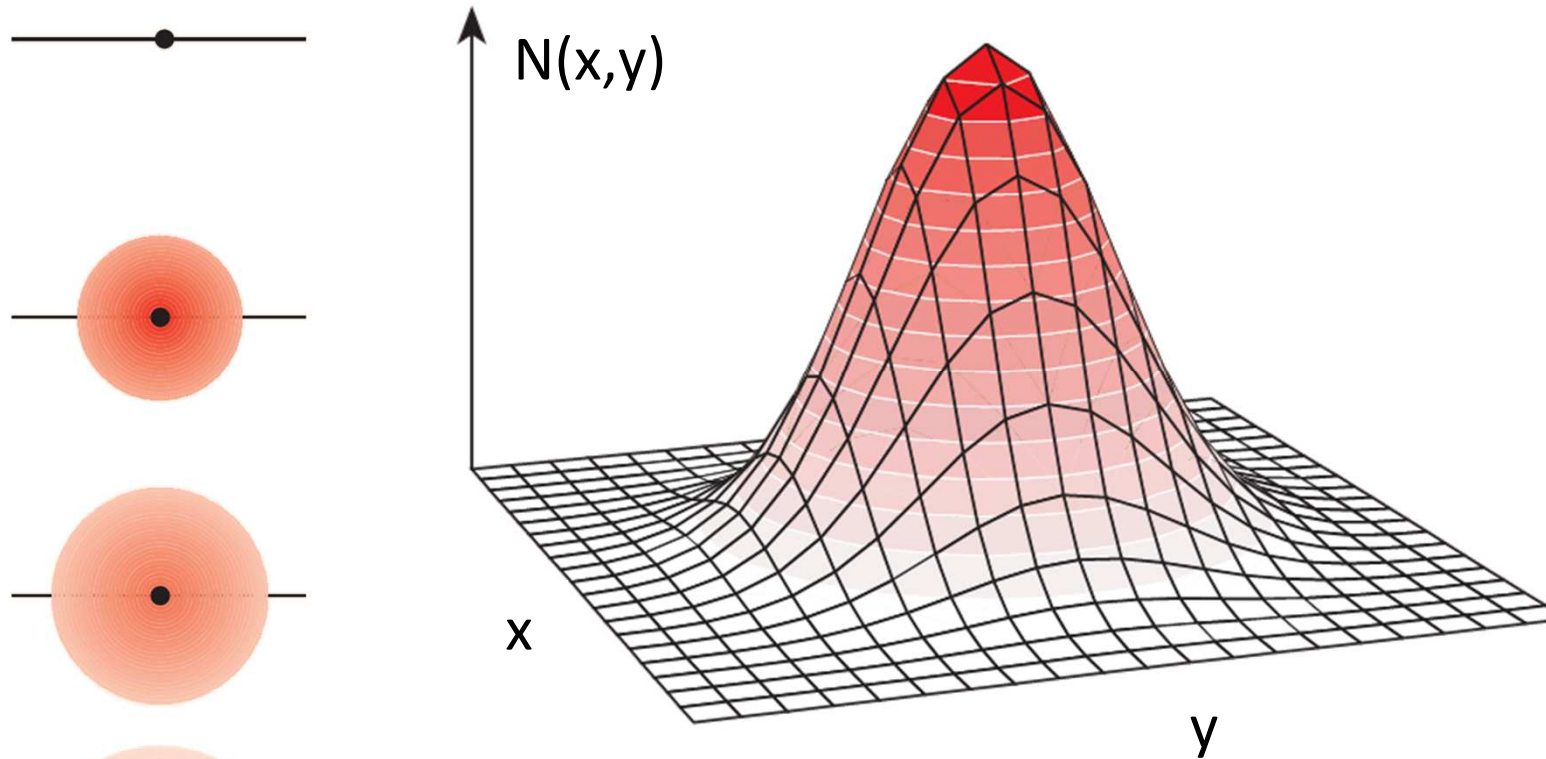
$$\overline{R_2^2} = R_1^2 + l^2 = l^2 + l^2 = 2 \cdot l^2$$

$$\overline{R_N^2} = N \cdot l^2$$

$$\overline{R_t} = \sqrt{N \cdot l^2} = \sqrt{\frac{t}{\tau} \cdot l \cdot l} = \sqrt{t \cdot v \cdot l} = \sqrt{3 \cdot D \cdot t}$$

$$\frac{v \cdot l}{3} = D$$

Részecskék síkbeli eloszlása - Kísérlet



$$\sigma \sim \sqrt{D \cdot t}$$

Diffúzió „eredménye” - Anyagáramlás

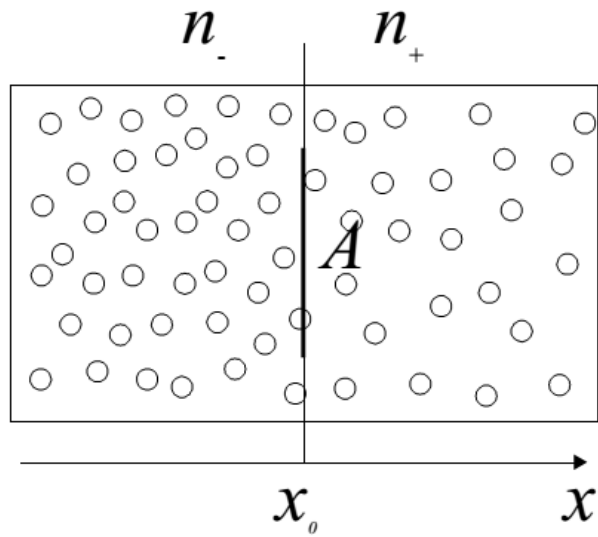
Részecske-áramerősség: $I_N = \frac{\Delta N}{\Delta t}; \left[\frac{1}{s} \right]$

Részecske-áramsűrűség: $J_N = \frac{\Delta I_N}{\Delta A}; \left[\frac{1}{m^2 \cdot s} \right]$

Anyag-áramerősség: $I_v = \frac{\Delta v}{\Delta t}; \left[\frac{mol}{s} \right]$

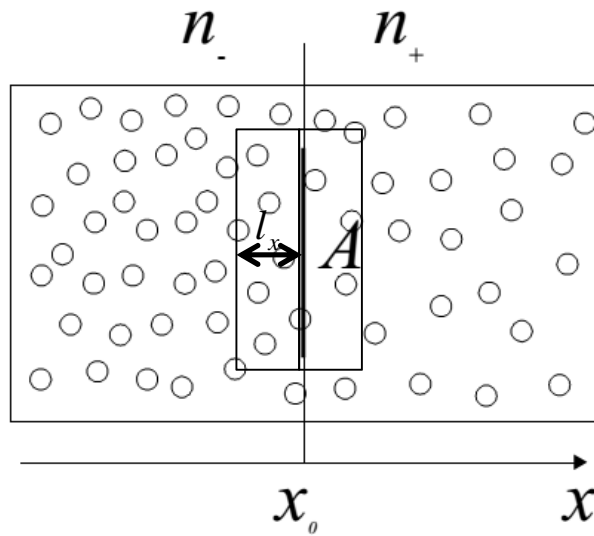
Anyag-áramsűrűség: $J_v = \frac{\Delta I_v}{\Delta A}; \left[\frac{mol}{m^2 \cdot s} \right]$

Fick I. törvénye



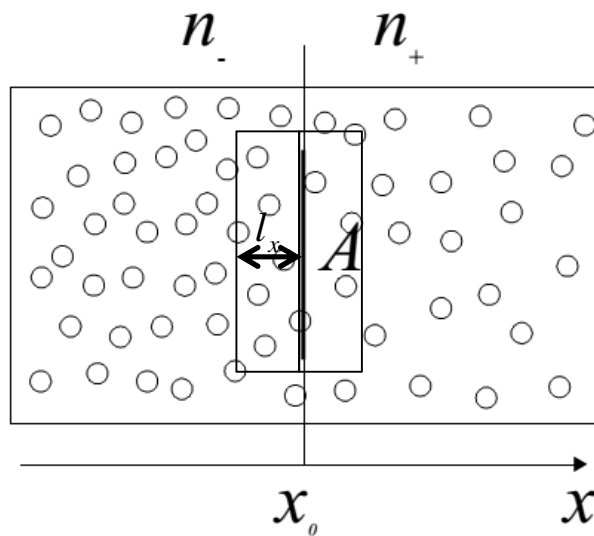
$$\Delta N = N_- - N_+$$

Fick I. törvénye



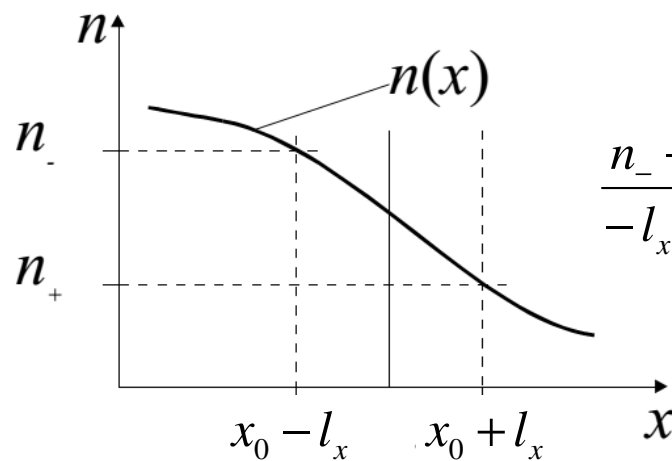
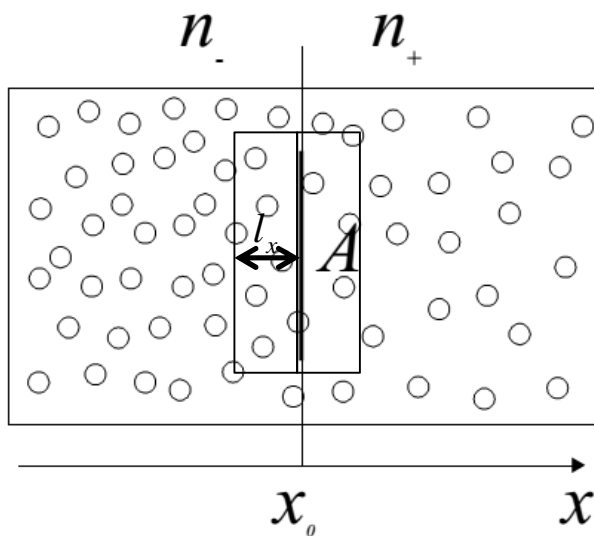
$$\Delta N = N_- - N_+ = \frac{1}{2} \cdot V_t \cdot n_- - \frac{1}{2} \cdot V_t \cdot n_+ = \frac{1}{2} \cdot V_t \cdot (n_- - n_+)$$

Fick I. törvénye



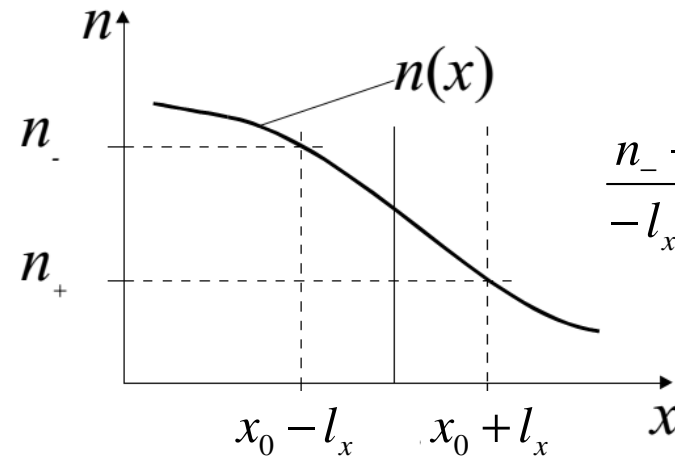
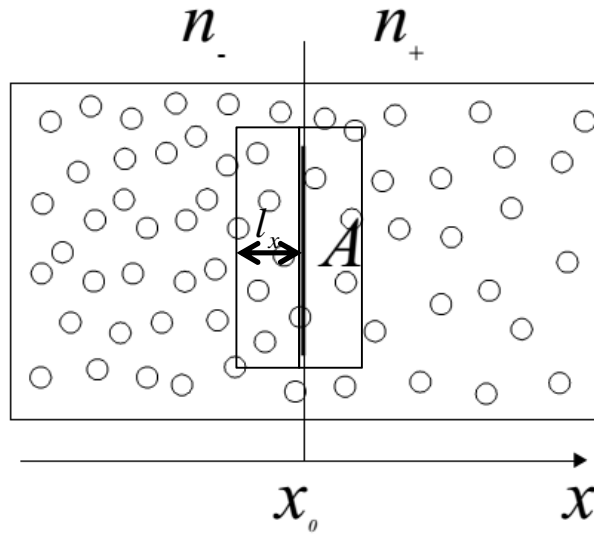
$$\Delta N = N_- - N_+ = \frac{1}{2} \cdot V_t \cdot (n_- - n_+) = \frac{1}{2} \cdot \overbrace{v_x \cdot \Delta t}^{l_x} \cdot A \cdot (n_- - n_+)$$

Fick I. törvénye



$$\Delta N = N_- - N_+ = \frac{1}{2} \cdot V_t \cdot (n_- - n_+) = \frac{1}{2} \cdot \overbrace{v_x \cdot \Delta t}^{l_x} \cdot A \cdot (n_- - n_+)$$

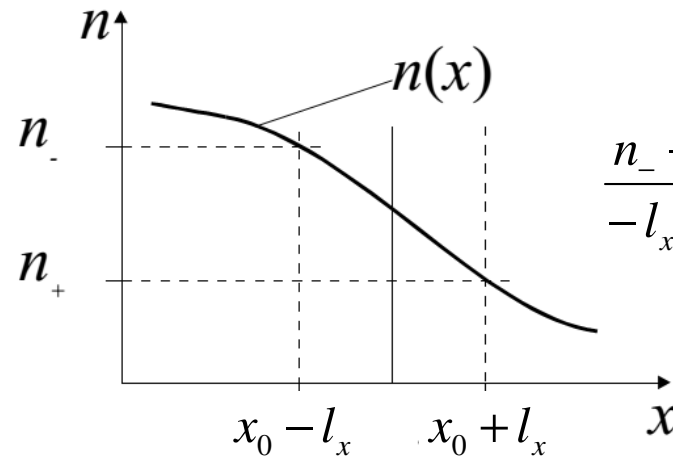
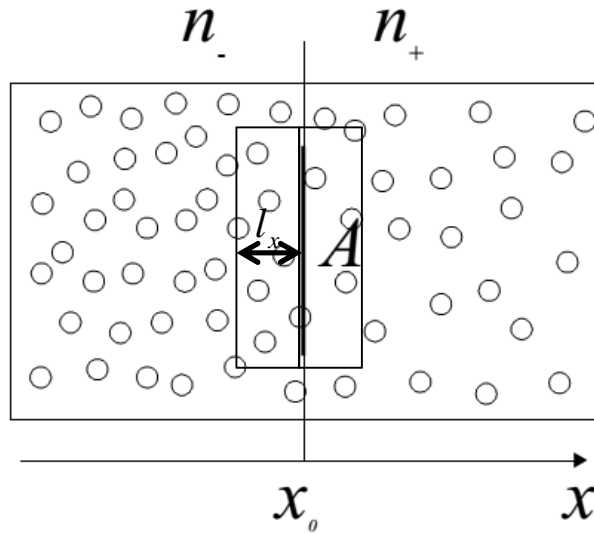
Fick I. törvénye



$$\Delta N = N_- - N_+ = \frac{1}{2} \cdot V_t \cdot (n_- - n_+) = \frac{1}{2} \cdot \overbrace{v_x \cdot \Delta t}^{l_x} \cdot A \cdot (n_- - n_+)$$

$$\Delta N = \frac{1}{2} \cdot v_x \cdot \Delta t \cdot A \cdot 2 \cdot l_x \cdot -\frac{\Delta n}{\Delta x}$$

Fick I. törvénye



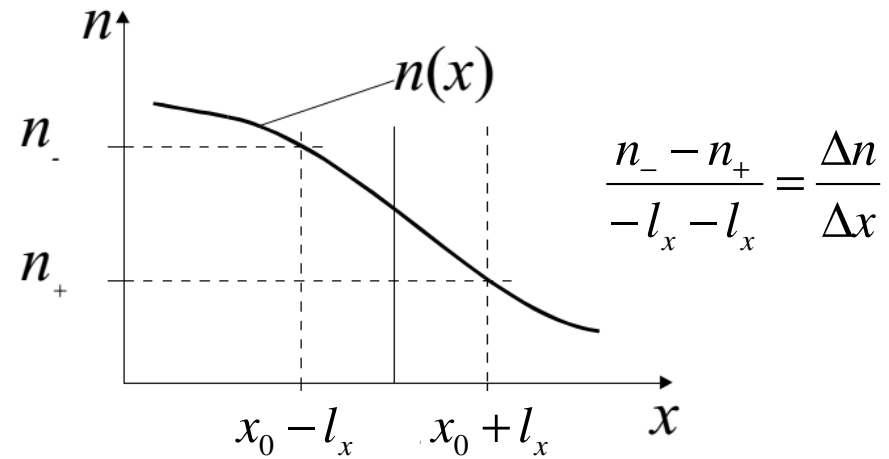
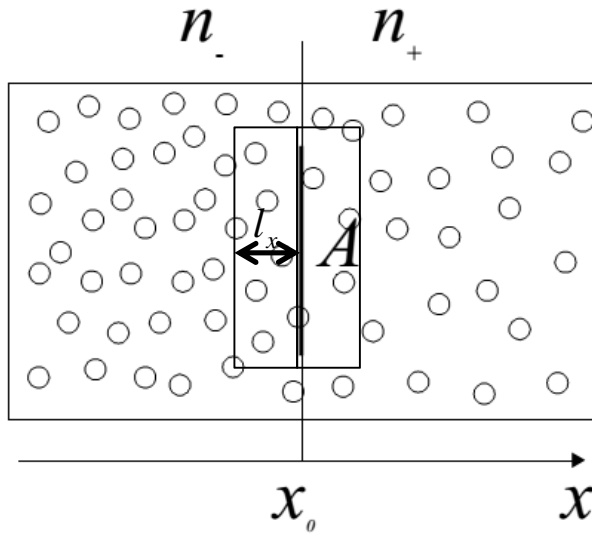
$$\Delta N = N_- - N_+ = \frac{1}{2} \cdot V_t \cdot (n_- - n_+) = \frac{1}{2} \cdot \overbrace{v_x \cdot \Delta t}^{l_x} \cdot A \cdot (n_- - n_+)$$

$$\Delta N = \frac{1}{2} \cdot v_x \cdot \Delta t \cdot A \cdot 2 \cdot l_x \cdot -\frac{\Delta n}{\Delta x}$$

$$J_{Nx} = \frac{1}{2} \cdot v_x \cdot 2 \cdot l_x \cdot -\frac{\Delta n}{\Delta x} = -D \cdot \frac{\Delta n}{\Delta x}$$

$$v_x \cdot l = D$$

Fick's first law



$$\Delta N = N_- - N_+ = \frac{1}{2} \cdot V_t \cdot (n_- - n_+) = \frac{1}{2} \cdot \overbrace{v_x \cdot \Delta t}^{l_x} \cdot A \cdot (n_- - n_+)$$

$$\Delta N = \frac{1}{2} \cdot v_x \cdot \Delta t \cdot A \cdot 2 \cdot l_x \cdot -\frac{\Delta n}{\Delta x}$$

$$J_{Nx} = \frac{1}{2} \cdot v_x \cdot 2 \cdot l_x \cdot -\frac{\Delta n}{\Delta x} = -D \cdot \frac{\Delta n}{\Delta x}$$

$$v_x \cdot l = D$$

$$J_v = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x}$$

De nem Δc az igazi „hajtóerő”!

Diffúziós együttható

D megadja az egységnyi idő alatt egységnyi felületen átdiffundált anyag mennyiségét, ha a koncentrációesés is egységnyi.

$$D = \frac{v \cdot l}{3} ; \left[\frac{m^2}{s} \right]$$

$$D = u \cdot k \cdot T$$

Einstein-Stokes
(gömb alak)

$$D = \frac{k \cdot T}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r}$$

DE!

T-vel nem egyenesen arányos

Diffúziós együttható

D megadja az egységnyi idő alatt egységnyi felületen átdiffundált anyag mennyiségét, ha a koncentrációesés is egységnyi.

$$D = \frac{v \cdot l}{3} \left[\frac{m^2}{s} \right]$$

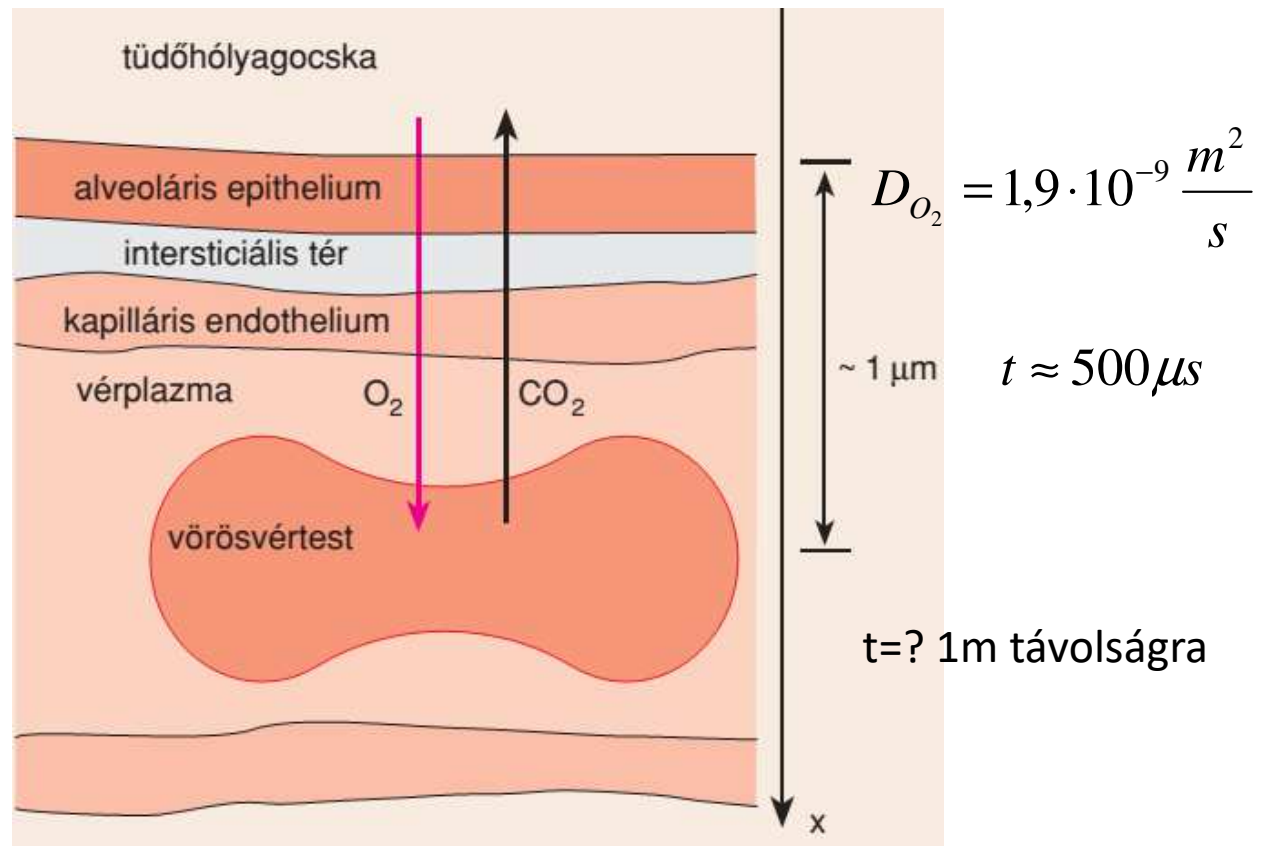
$$D = u \cdot k \cdot T$$

Einstein-Stokes
(gömb alak)

$$D = \frac{k \cdot T}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r}$$

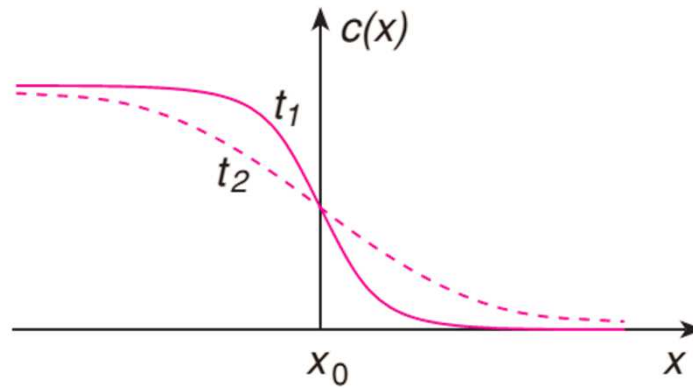
DE!

T-vel nem egyenesen arányos



Fick II. törvénye

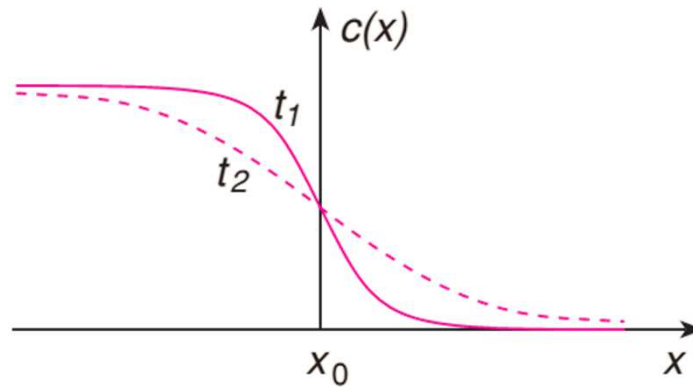
Fick II: koncentrációesés időbeli változása



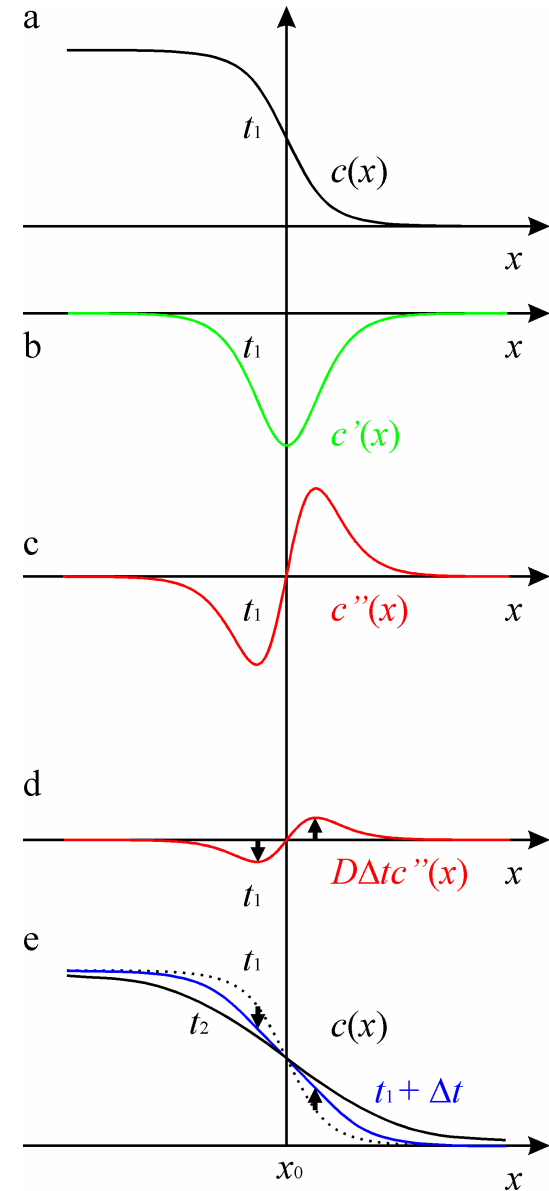
$$c(t + \Delta t) = c(t) + D \cdot \Delta t \cdot \frac{\Delta \left(\frac{\Delta c}{\Delta x} \right)}{\Delta x}$$

Fick II. törvénye

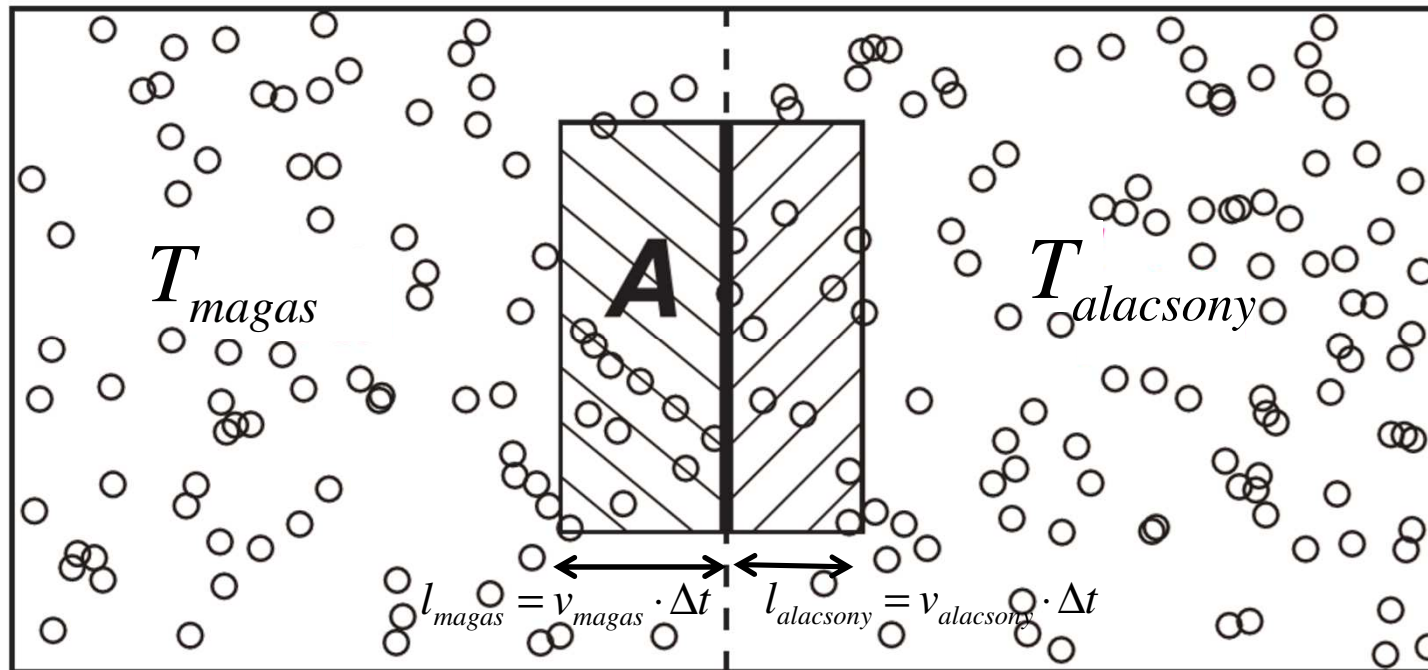
Fick II: koncentrációesés időbeli változása



$$c(t + \Delta t) = c(t) + D \cdot \Delta t \cdot \frac{\Delta \left(\frac{\Delta c}{\Delta x} \right)}{\Delta x}$$



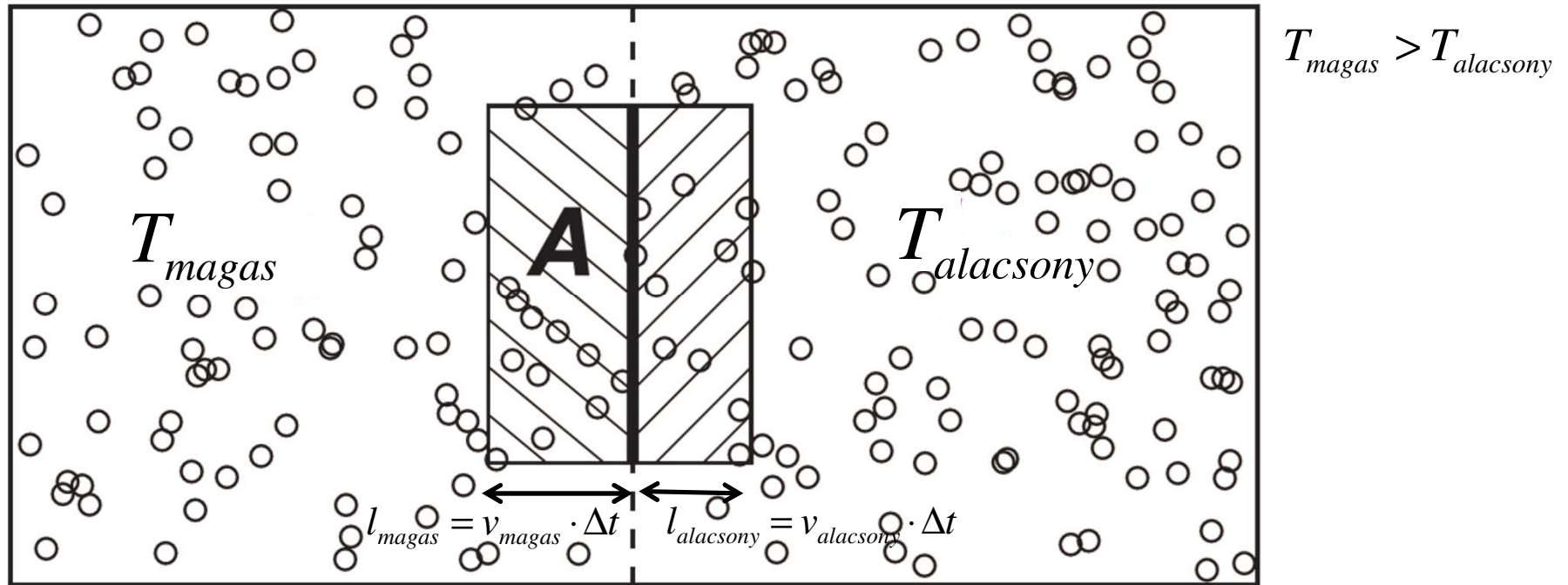
Termodiffúzió



$$T_{magas} > T_{alacsony}$$

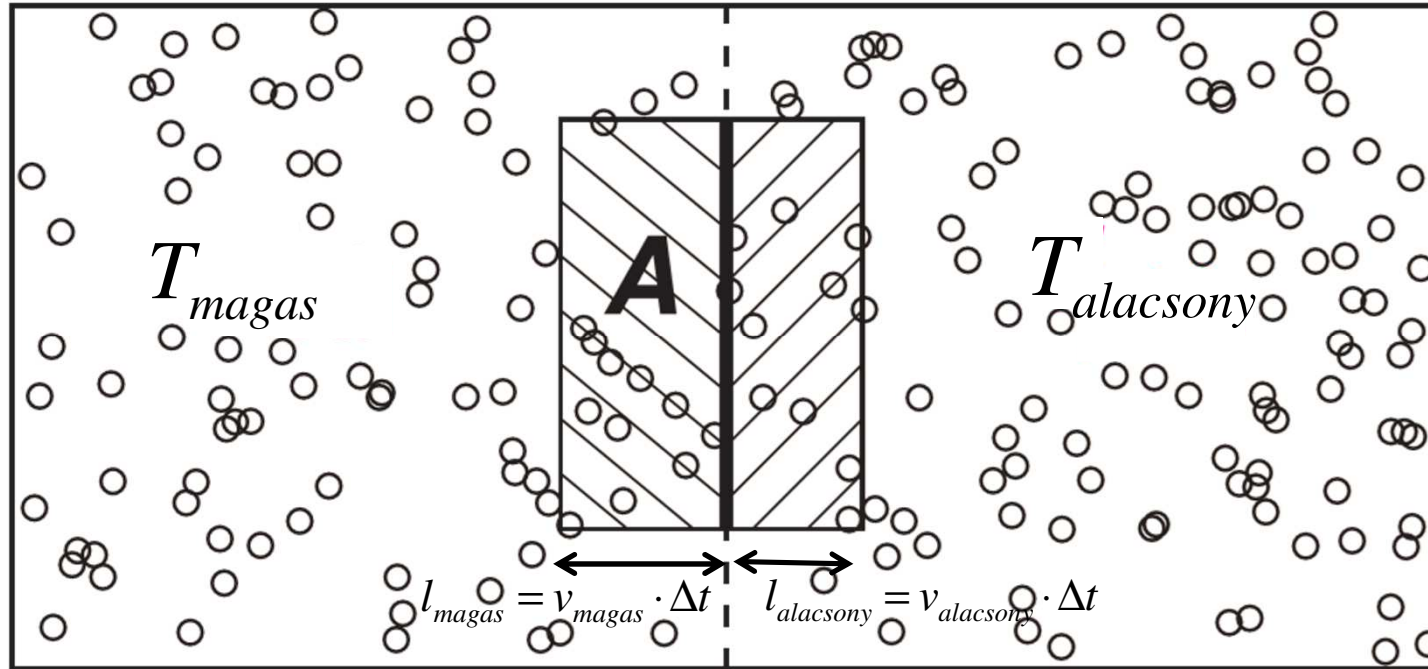
$$N_{magas} - N_{alacsony} = \frac{1}{2} \cdot n \cdot \Delta t \cdot A \cdot (v_{magas} - v_{alacsony})$$

Termodiffúzió



$$N_{magas} - N_{alacsony} = \frac{1}{2} \cdot n \cdot \Delta t \cdot A \cdot (v_{magas} - v_{alacsony}) = \frac{1}{2} \cdot n \cdot \Delta t \cdot A \cdot (v_{magas} - v_{alacsony}) \cdot \frac{(v_{magas} + v_{alacsony})}{(v_{magas} + v_{alacsony})}$$

Termodiffúzió

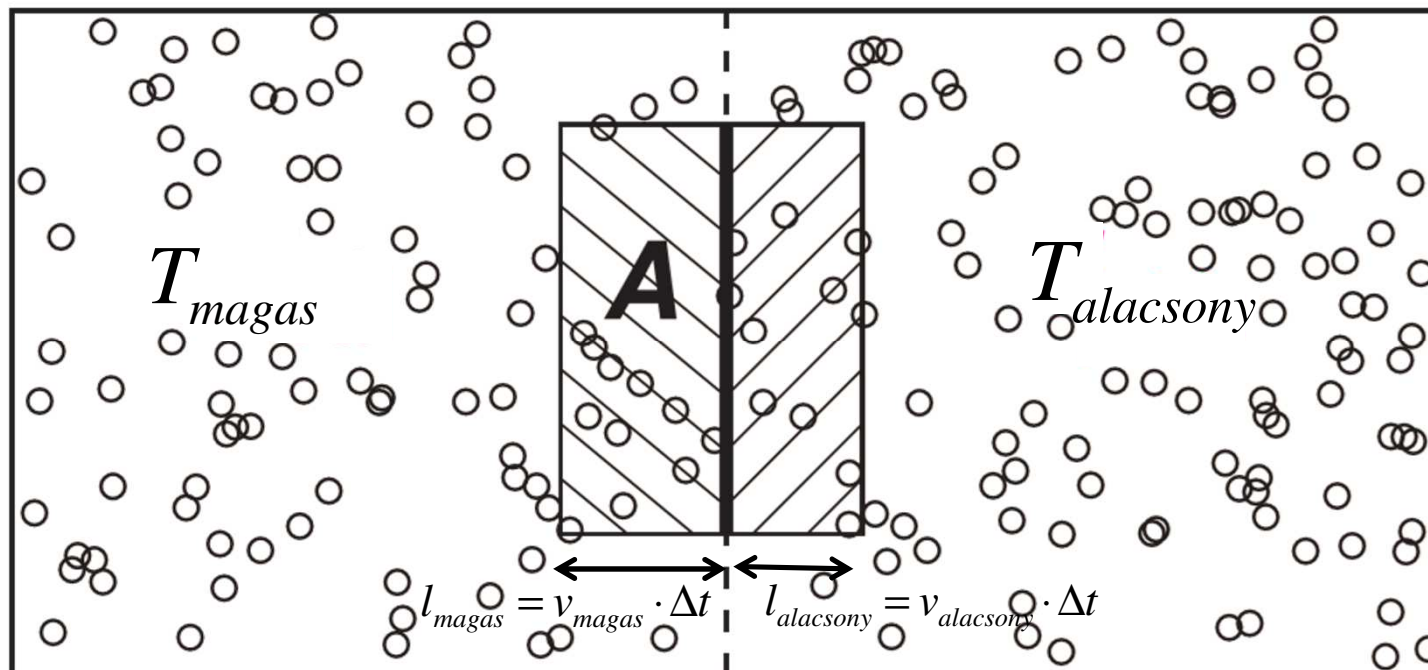


$$T_{magas} > T_{alacsony}$$

$$v = \sqrt{3 \cdot \frac{k \cdot T}{m}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot n \cdot \Delta t \cdot A \cdot \frac{(v_{magas}^2 - v_{alacsony}^2)}{(v_{magas} + v_{alacsony})} = \frac{1}{2} \cdot n \cdot \Delta t \cdot A \cdot \frac{\left(\frac{3 \cdot k \cdot T_{magas}}{m} - \frac{3 \cdot k \cdot T_{alacsony}}{m} \right)}{2 \cdot v_{\text{átlag}}}$$

Termodiffúzió

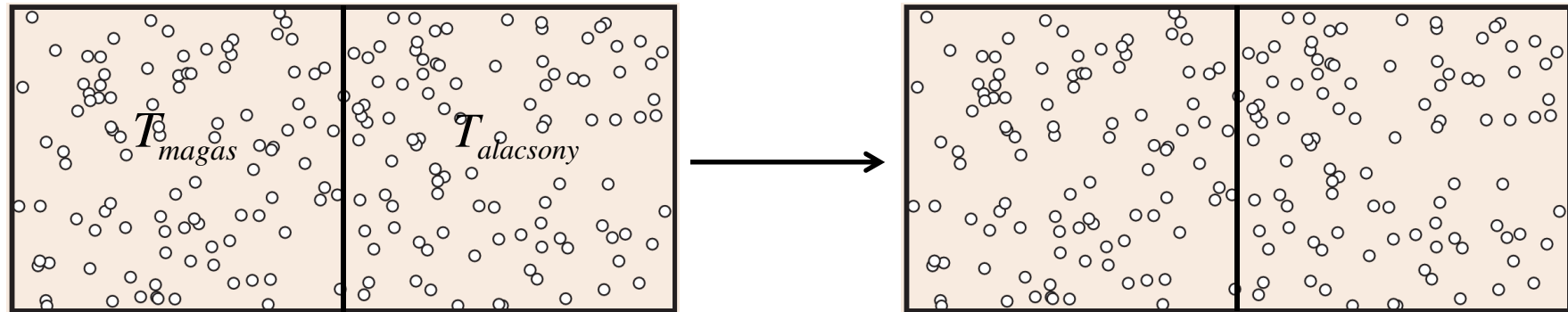


$$\frac{1}{2} \cdot n \cdot \Delta t \cdot A \cdot \frac{(v_{magas}^2 - v_{alacsony}^2)}{(v_{magas} + v_{alacsony})} = \frac{1}{2} \cdot n \cdot \Delta t \cdot A \cdot \frac{\left(\frac{3 \cdot k \cdot T_{magas}}{m} - \frac{3 \cdot k \cdot T_{alacsony}}{m} \right)}{2 \cdot v_{\text{átlag}}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{n \cdot \Delta t \cdot A \cdot 3 \cdot k}{m \cdot 2 \cdot v_{\text{átlag}}} \right) \cdot (T_{magas} - T_{alacsony})$$

$$J_v = -L_T \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (\text{Ludwig-Soret effektus})$$

Hővezetés

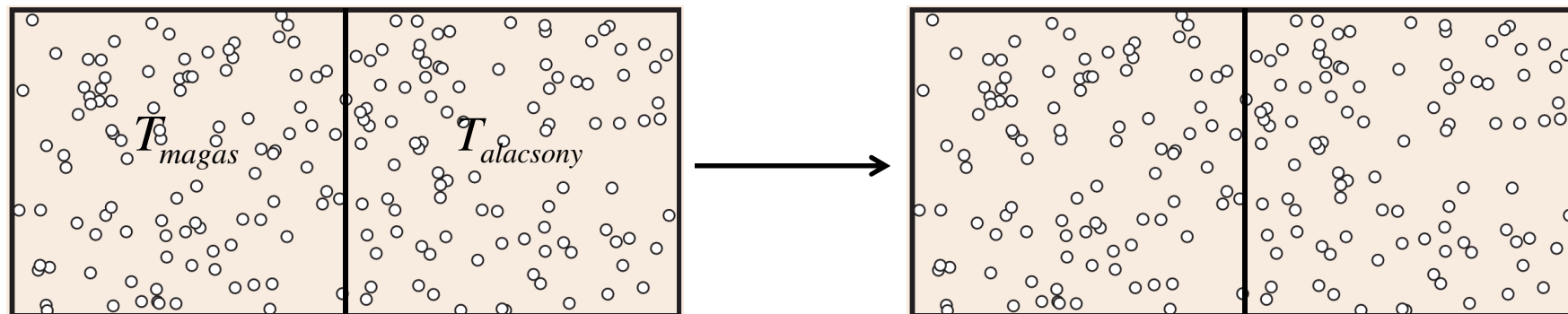


$$T_{bal} > T_{jobb}$$

$$\Delta N = N_{magas} - N_{alacsony} = 0$$

$$N_{magas} = N_{alacsony}$$

Hővezetés



$$T_{bal} > T_{jobb}$$

$$\Delta N = N_{magas} - N_{alacsony} = 0$$

$$N_{magas} = N_{alacsony}$$

Energia-áramsűrűség

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$$

$$J_v = \frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} = \frac{N_{magas} \cdot \frac{3}{2} \cdot k \cdot (T_{magas} - T_{alacsony})}{A \cdot \Delta t} = -\lambda \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

(Fourier)

Általánosítás

Onsager-összefüggés: $J_{ext.} = L_{vez} * X_{int}$

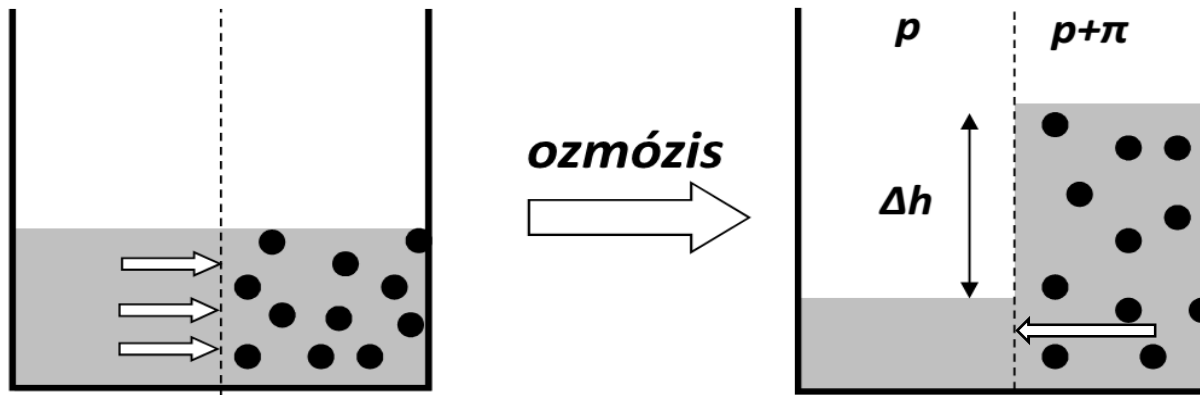
$J_{ext.}$: áramló *extenzív* mennyiség áramsűrűsége (pl.: J_{anyag})

X_{int} : az *intenzív* mennyiség esése, "termodinamikai erő" (pl.: $\frac{\Delta c}{\Delta x}$)

L_{vez} : vezetési együttható (pl.: D)

Ozmózis

Diffúzió útján történő egyirányú OLDÓSZER áramlás



OLDÓSZER koncentrációkülönbsége

Hidrosztatikai nyomás (ozmózisnyomás)

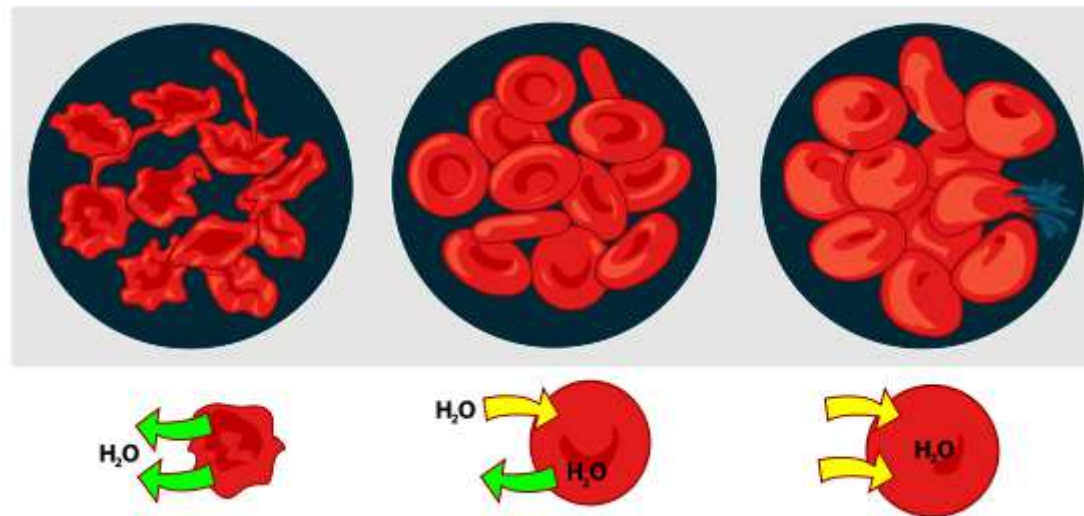
$$p_{osm} = \pi = c_{oldott} \cdot R \cdot T$$

Ozmotikus koncentráció (ekvivalens ozmotikus nyomás, „ozmolaritás”):

heterogén oldatrendszerrel egyensúlyban levő oldat koncentrációja.

Mértékegysége: mOsm/l, mOsm, mmol/l, mmol/kg, (Osm: osmol)

Ozmózis orvosi jelentősége



Vérplazma ozmotikus nyomása: kb. 300mOsm/l

Izozmotikus („izotóniás”, „fiziológiás”) oldatok:

„fizsó”: 0,9% (w/v) NaCl

d5W: 5% (w/v) glükóz

Ringer-laktát