



Medizinische Biophysik

Transportprozesse

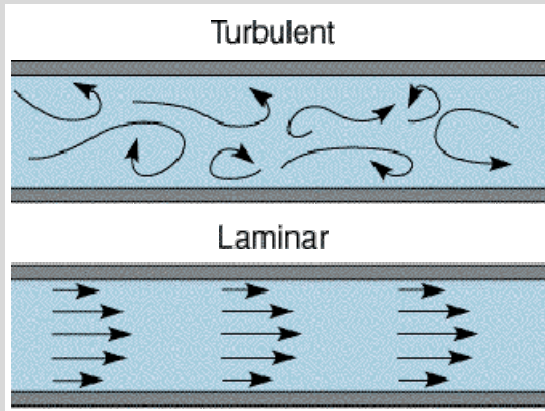
19.04.2021

I. Strömungen (Volumentransport) *Fortsetzung*

4. Strömung von reellen Flüssigkeiten

- Viskosität  Anwendung: Viskosität von Körperflüssigkeiten
- Kritische Geschwindigkeit  Anwendung: **Atmung/Blutströmung**
- **Transportgesetz** (Hagen-Poiseuille-Gesetz)
Anwendung: **Atmung/Blutströmung**
- **Zusammenfassung über das Blut und den Blutkreislauf**

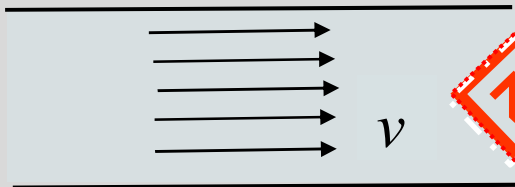
5. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten



Volumenstromstärke (I): $I = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right)$

$$I = A \cdot \bar{v}$$

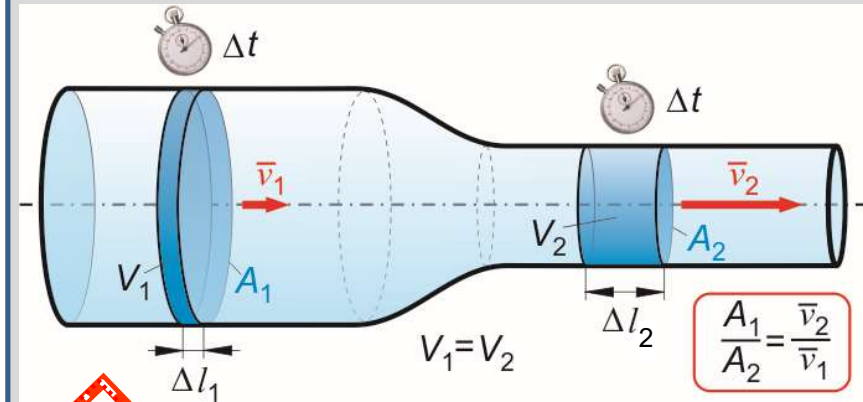
Ideale Flüssigkeit (ohne innere Reibung)



Bernoullische Gleichung

$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{konstant}$$

Kontinuitätsgleichung



Zur Erinnerung

- Wie kann die innere Reibung bei der Strömung einer reellen Flüssigkeit beschrieben werden?
- Ist eine gewisse Strömung laminar oder turbulent?
- Was treibt die Strömung?
- Wovon hängt die Stromstärke der Strömung ab?

4. Strömung von reellen Flüssigkeiten

- Reelle Flüssigkeit: innere Reibung ist nicht vernachlässigbar
- Newtonsches Reibungsgesetz :

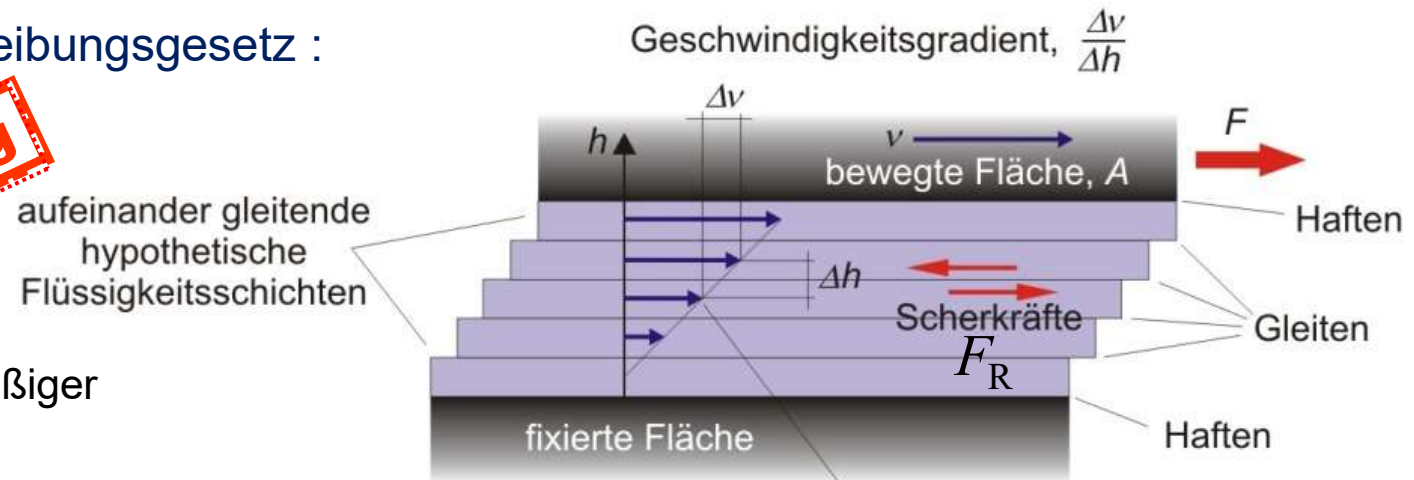
Zur Erinnerung

Bei gleichmäßiger Bewegung:

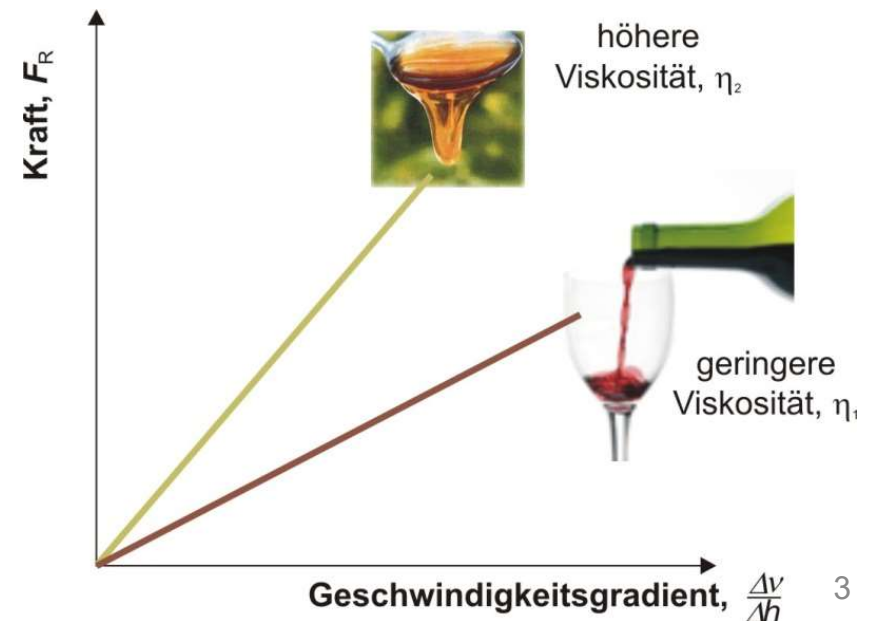
$$F = F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

Viskosität (innerer Reibungskoeffizient)
[η] = Pa·s

Geschwindigkeitsgradient



Geschwindigkeit der Flüssigkeitsschicht im Verhältnis zur stehenden Fläche



- Viskosität: ➤ geschwindigkeitsgradientabhängig

Einteilung der Flüssigkeiten

newtonsche (normale) Flüssigkeit

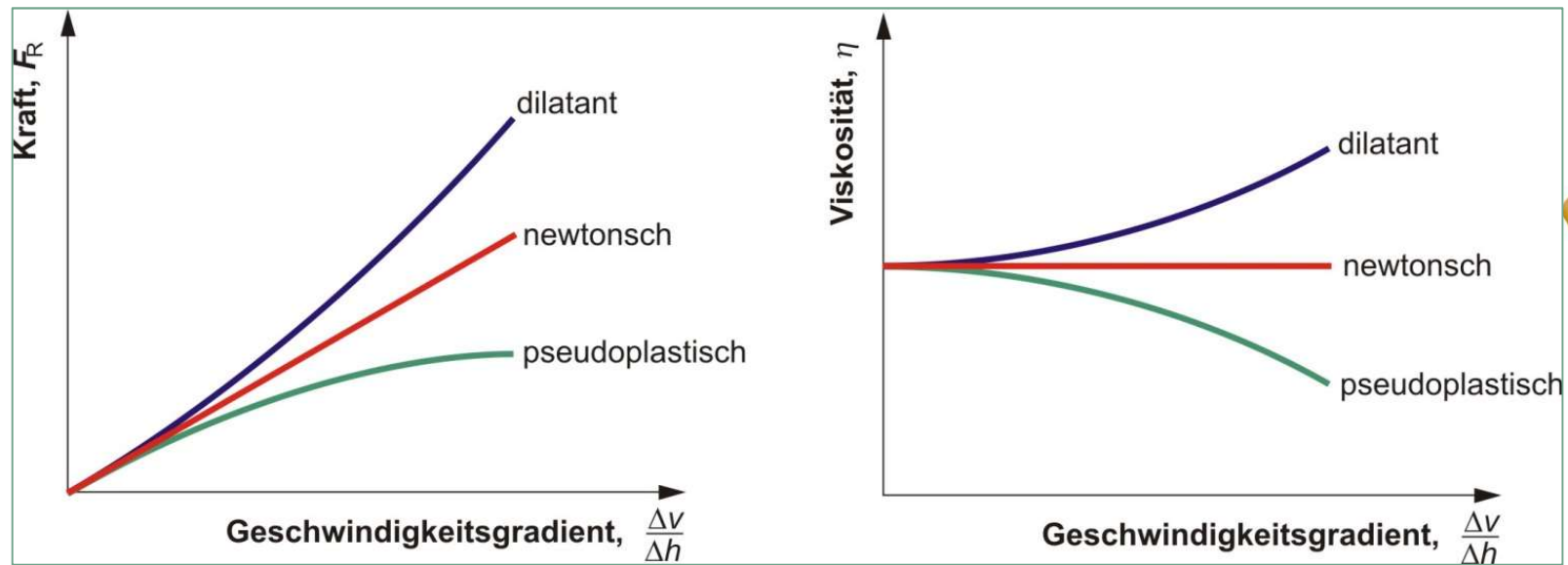
nicht-newtonsche
(anomale) Flüssigkeit

dilatante Fl.

pseudoplastische Fl.

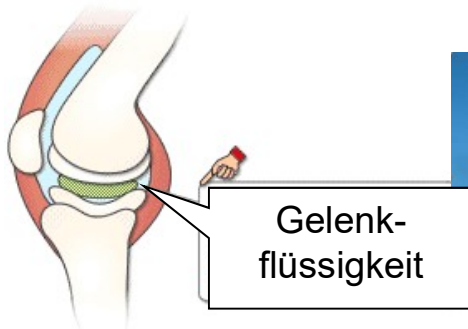


Experiment

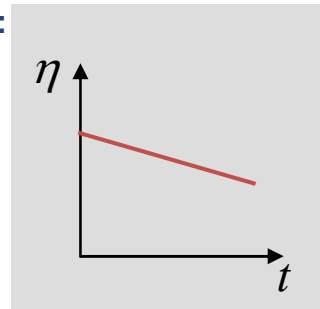


- zeitabhängig

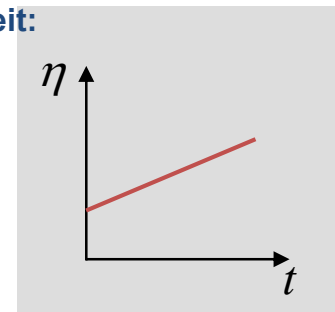
Thixotrope Flüssigkeit:



Gelenk-
flüssigkeit



Rheopexe Flüssigkeit:



Viskosität der Körperflüssigkeiten

Liquor (Gehirn-Rückenmarks-Flüssigkeit, Cerebrospinalflüssigkeit)



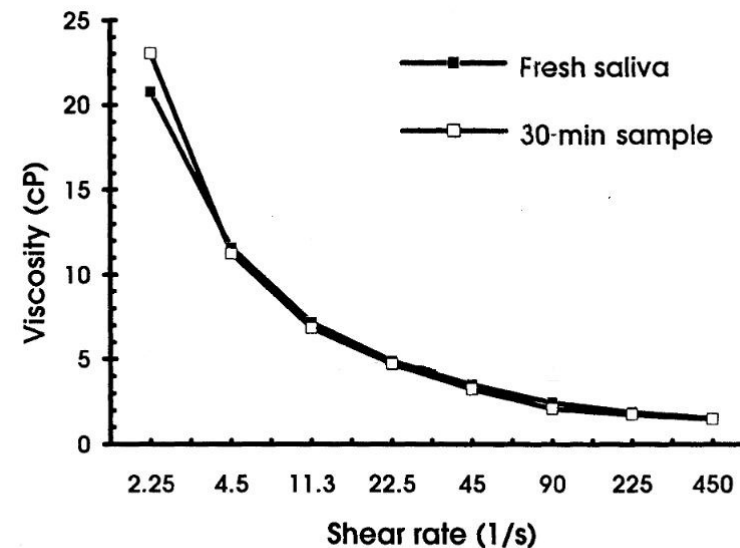
- newtonsche Flüssigkeit
- 0,7-1 mPas (37°C)

1. Großhirn
2. Kleinhirn
3. Hirnstamm
4. Rückenmark

Speichel

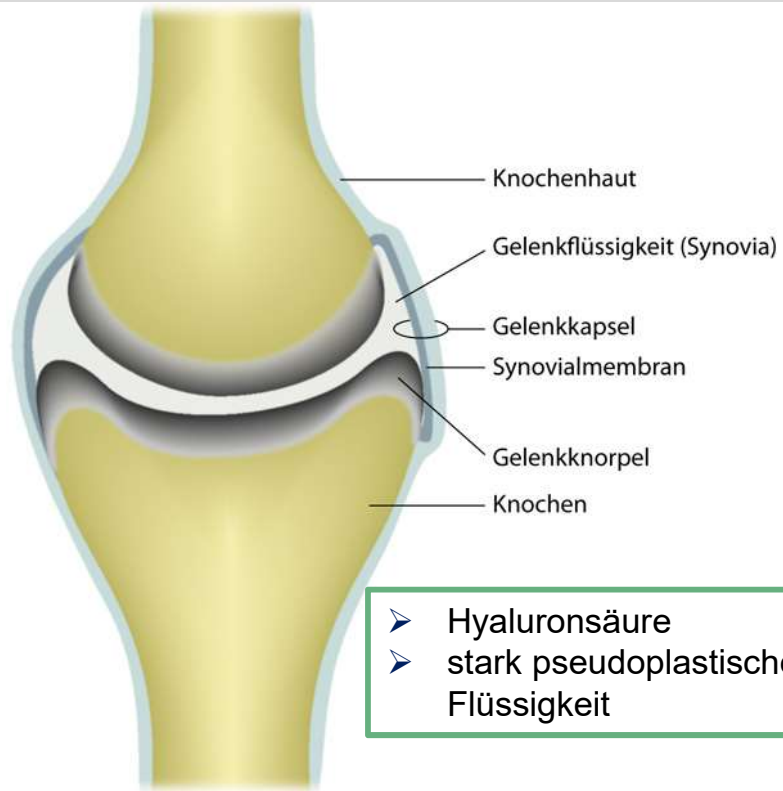


- Mucin
- pseudoplastische Flüssigkeit



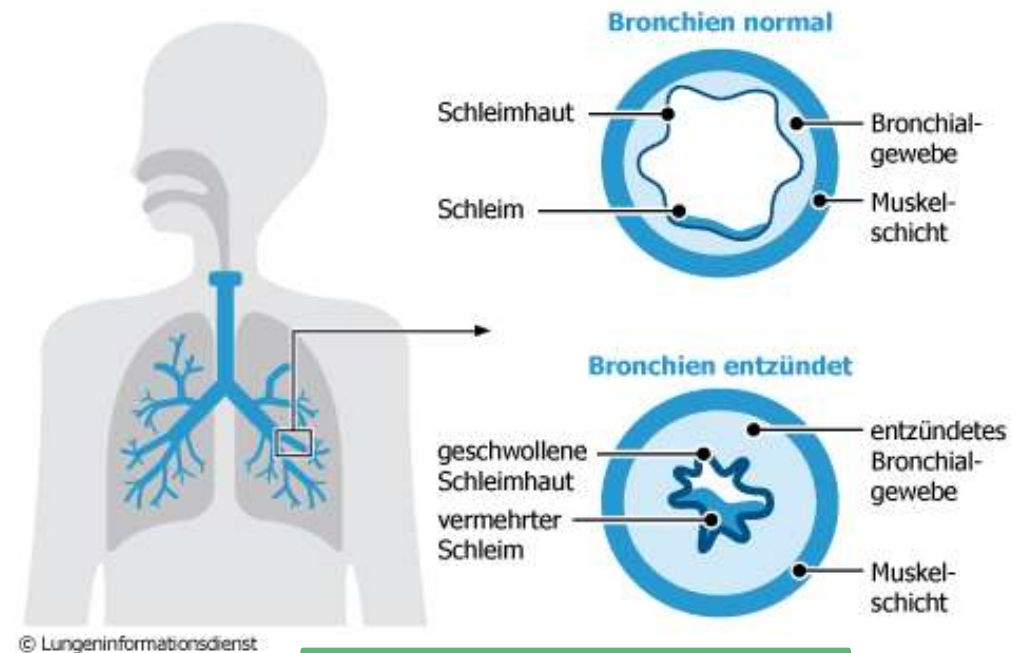
Nach Panu J. F. Rantonen & Jukka H. Meurman (1998) Viscosity of whole saliva, Acta Odontologica Scandinavica, 56:4, 210-214

Gelenkflüssigkeit



- Hyaluronsäure
- stark pseudoplastische Flüssigkeit

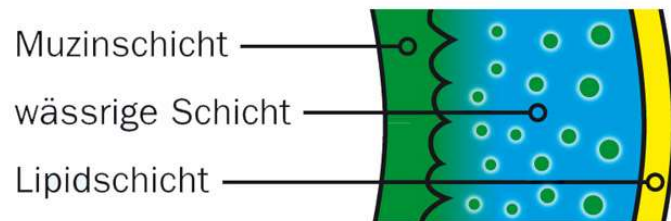
Bronchialschleim



- pseudoplastische Flüssigkeit

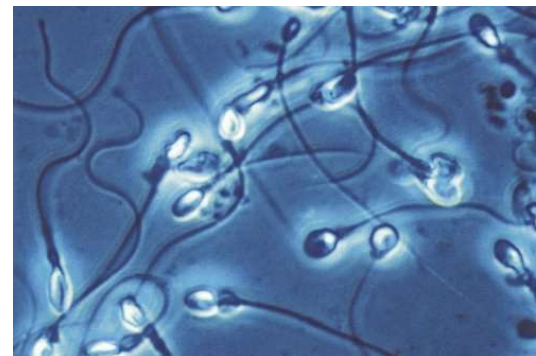
Träne

Aufbau des Tränenfilms



- pseudoplastische Flüssigkeit
- 1-10 mPas

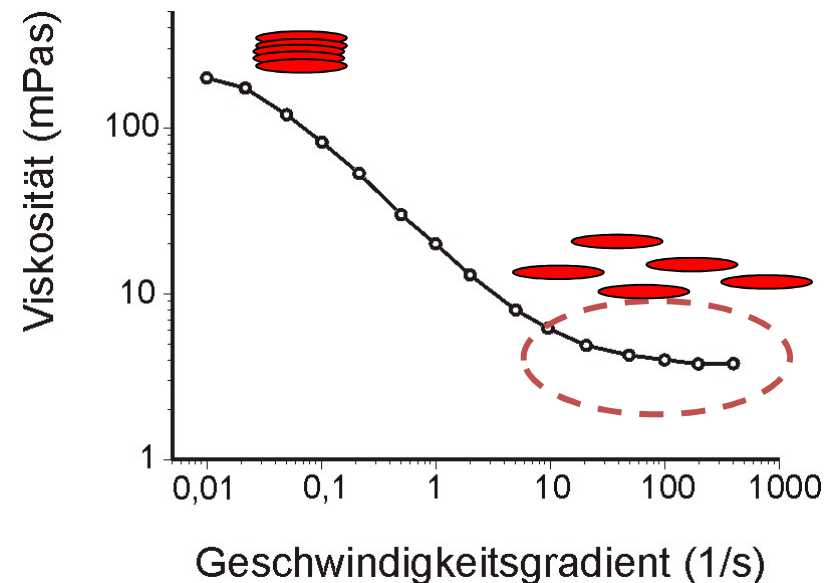
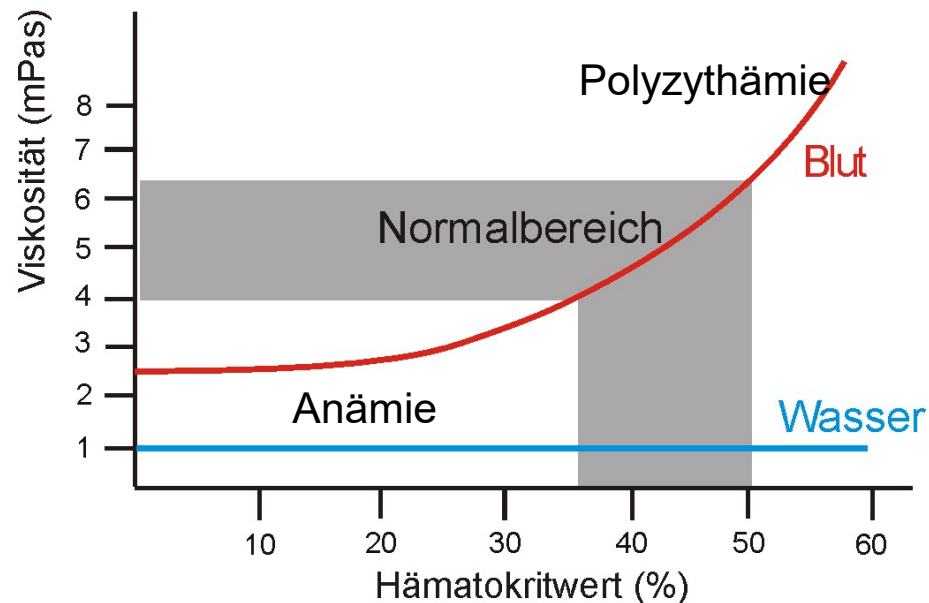
Sperma



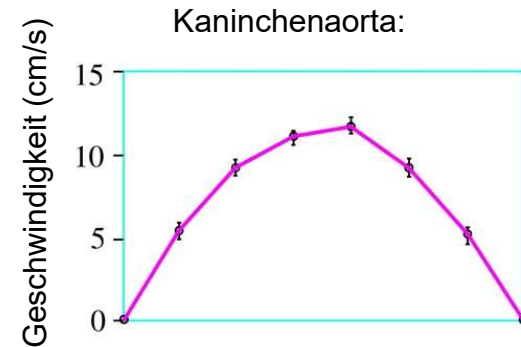
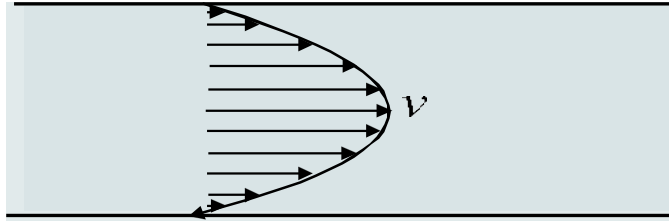
- pseudoplastische Flüssigkeit

Viskosität des Blutes

- bei Körpertemperatur und bei physiologischen Strömungsverhältnissen: 2-10 mPa·s
- hängt von der **Temperatur** ab (wie bei jeder Flüssigkeit)
- hängt sehr stark von dem **Hämatokritwert** des Blutes ab
- hängt vom **Geschwindigkeitsgradienten** ab, und zwar **pseudoplastisch**
- hängt vom **Blutgefäßdurchmesser** ab, in kleineren Gefäßen (< 1 mm) ist die Viskosität kleiner (Fahraeus-Lindqvist-Effekt)

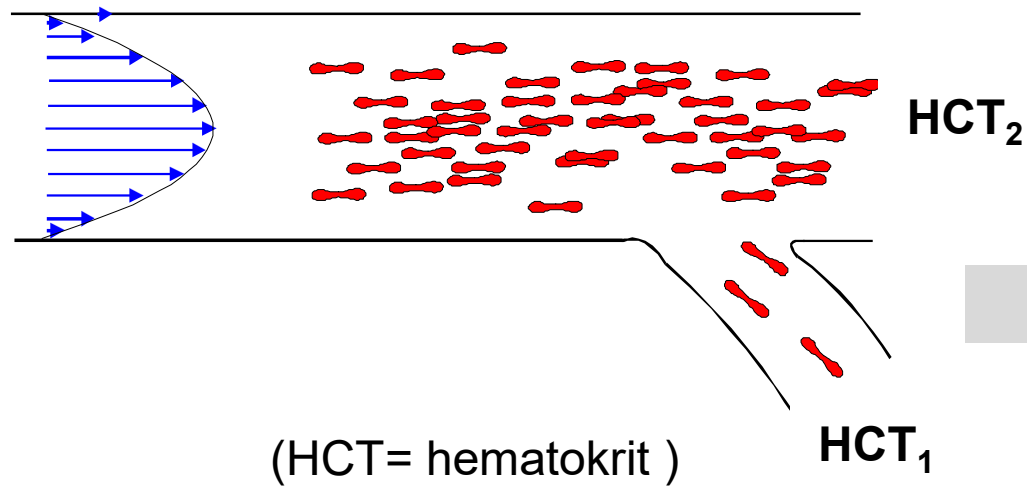


- Geschwindigkeitsprofil von reellen Flüssigkeiten:



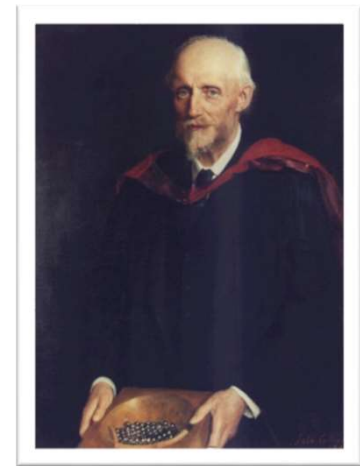
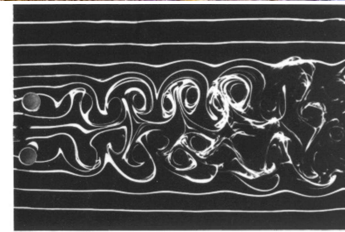
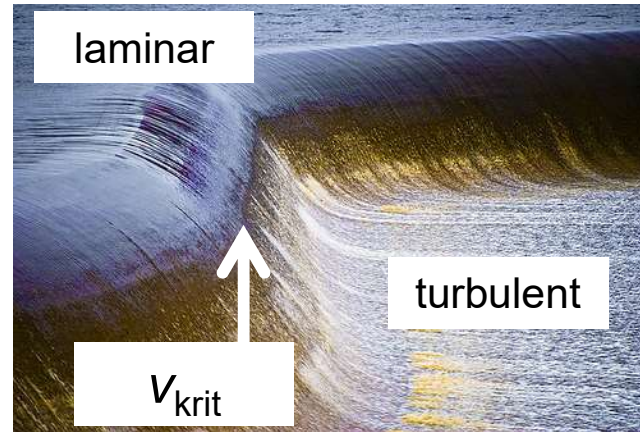
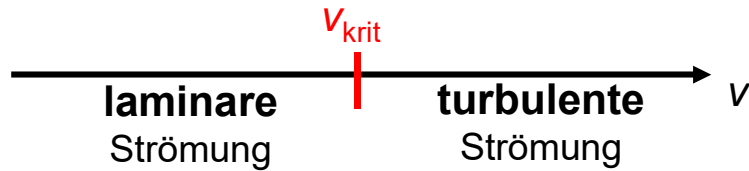
Eine physiologische Folgerung: Plasma-Skimming

Parabolisches Geschwindigkeitsprofil + bernoullische Gleichung →



$$HCT_1 < HCT_2$$

- Kritische Geschwindigkeit (v_{krit}):



Osborne Reynolds
1842-1912
Physiker und
Wasseringenieur

Reynolds-Zahl
(für glatte Wand: $Re = 1160$)

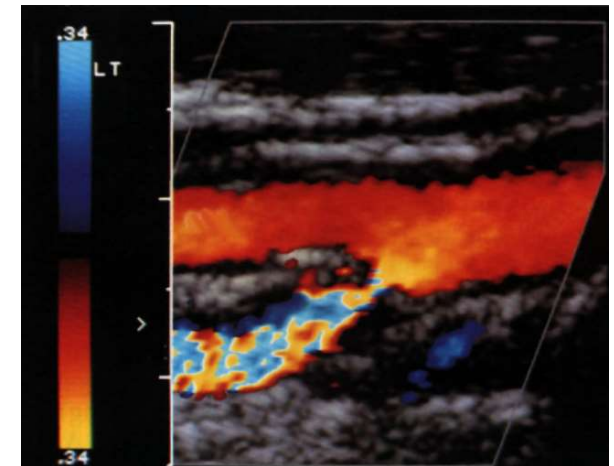
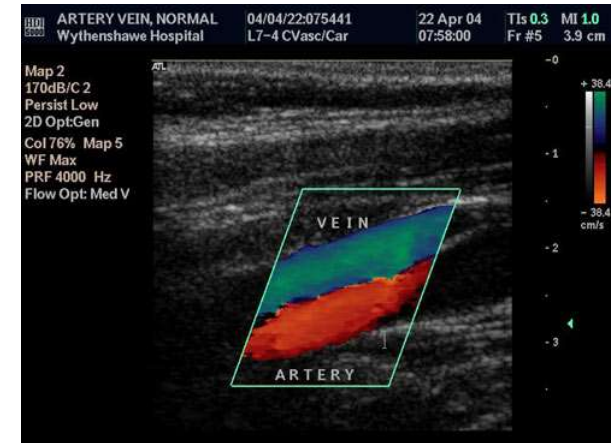
$$v_{\text{krit}} = Re \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot r}$$

Viskosität

Dichte

Radius des Rohres

Ist die Blutströmung laminar oder turbulent?

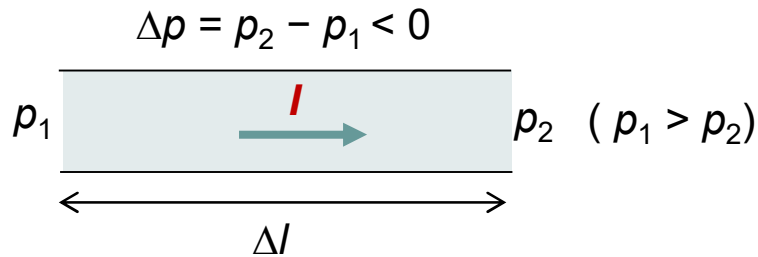


Ist die Strömung der Luft bei Atmung laminar oder turbulent?



- Was treibt die Strömung?
- Wovon hängt die Volumenstromstärke der Strömung ab?

■ **Transportgesetz (Hagen–Poiseuille-Gesetz):**



G. H. L. Hagen
1797-1884
Wasseringenieur



J. L. M. Poiseuille
1799-1869
Physiologe

Stromstärke

Druckgradient

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

Viskosität

Radius

Allgemeine Gültigkeitsvoraussetzungen:

- inkompressible Flüssigkeit/Gas
- laminare Strömung

Weitere Gültigkeitsvoraussetzungen:

- stationäre Strömung
- newtonsche Flüssigkeit/Gas

- **Strömungswiderstand (Analogie mit dem elektrischen Strom):**

Strömung

Elektrischer Strom

Hagen–Poiseuille-Gesetz

Ohmsches Gesetz

$$I_{str} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = - \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

$\frac{1}{R_{str}}$

$$I_{el} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{U}{R_{el}} = - \frac{\Delta \varphi}{R_{el}}$$

$$I_{str} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = - \frac{\Delta p}{R_{str}}$$



$$I_{el} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = - \frac{\Delta \varphi}{R_{el}}$$

$$R_{str} = \frac{8}{\pi} \eta \frac{\Delta l}{R^4} = 8\pi\eta \frac{\Delta l}{(\pi R^2)^2} = 8\pi\eta \frac{\Delta l}{A^2}$$

$$R_{el} = \rho \frac{l}{A}$$

Anwendung des H–P-Gesetzes: Atmung

■ Ist das H-P-Gesetz anwendbar für die Atmung?

- inkompressible Luft?
- laminare Strömung?
- stationäre Strömung?
- newtonsches Gas?



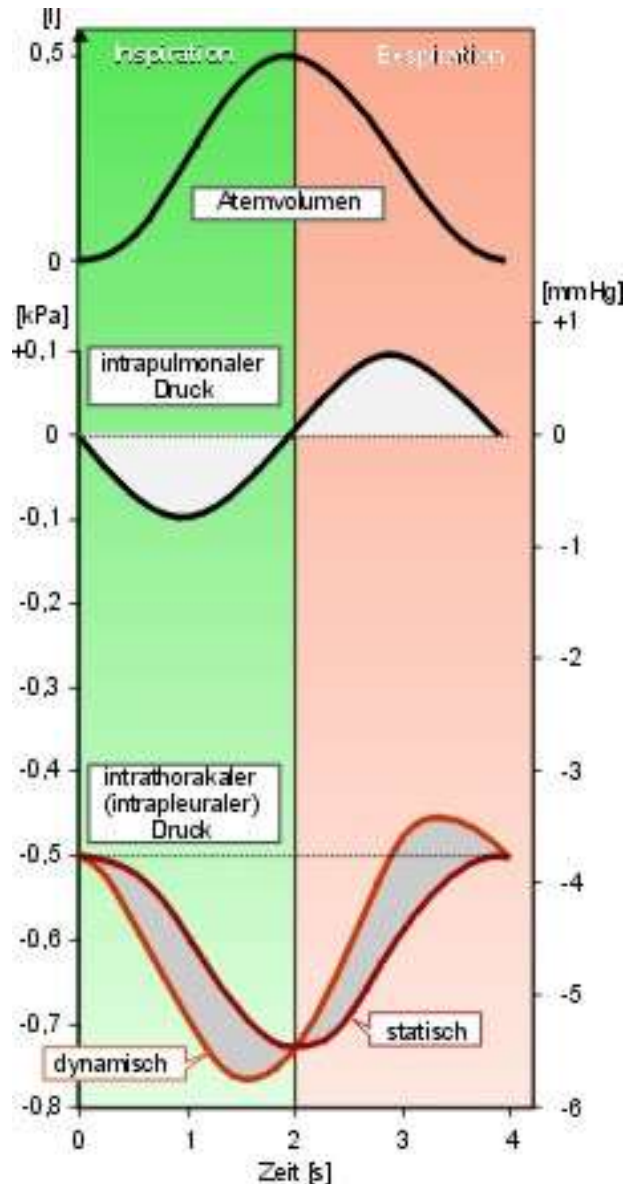
Das H–P-Gesetz ist mit guter Annäherung anwendbar!

■ Regulation der Volumenstromstärke laut Hagen–Poiseuille-Gesetzes:

➤ Druck (Δp)

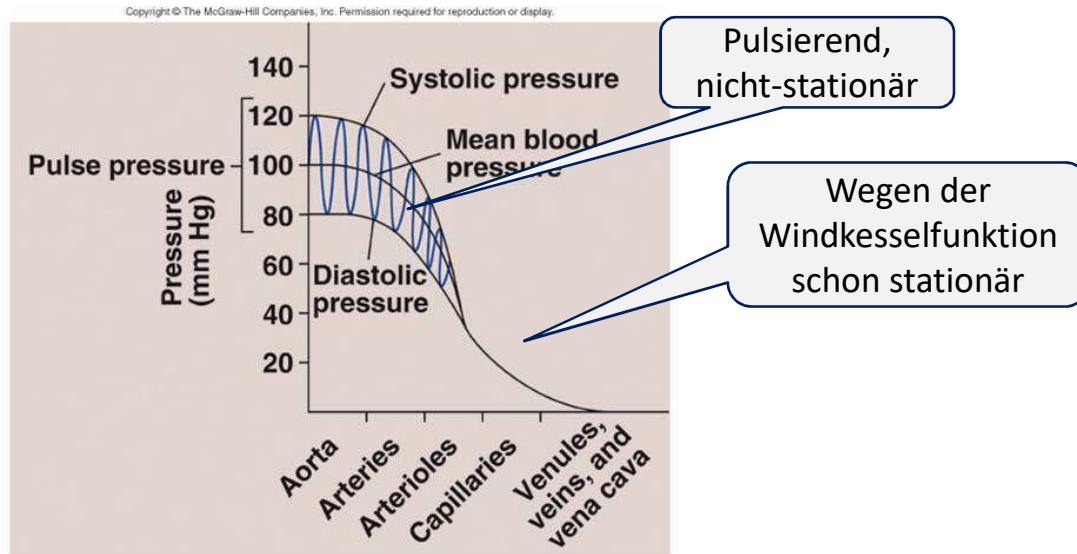
- Intrapulmonaler **Druck** (Δp) kann in einem Atemzyklus stark geändert werden:
0,1 kPa – 0,5 kPa
- Der Durchschnittswert des intrapulmonalen Druckes ($\overline{\Delta p}$) für die Einatmung kann durch die **Atemfrequenz** geändert werden:
12 1/min – 40 1/min

➤ Radius (R^4)



Anwendung: Blutkreislauf

- Ist das H-P-Gesetz anwendbar für die Blutströmung?



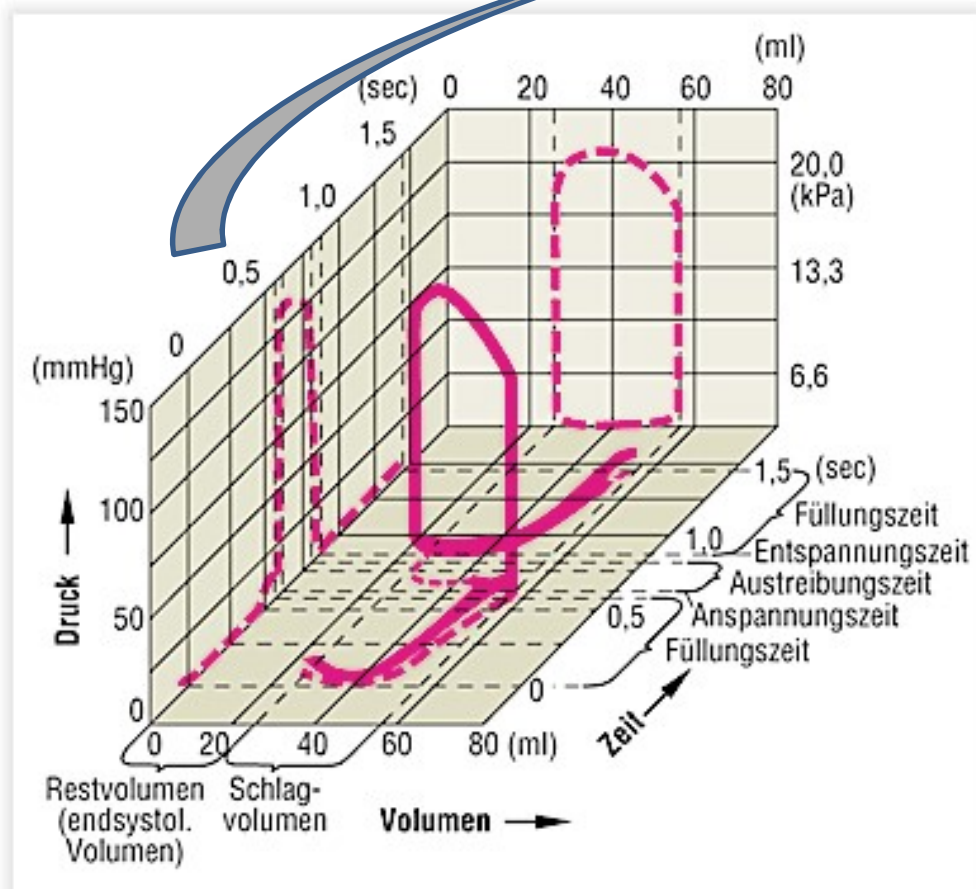
- inkompressible Fl.? 🤔
- laminare Strömung? 😊
- stationäre Strömung? 😊
- newtonsche Fl.? 😞

Folgerung: Das H-P-Gesetz ist nur annähernd anwendbar!

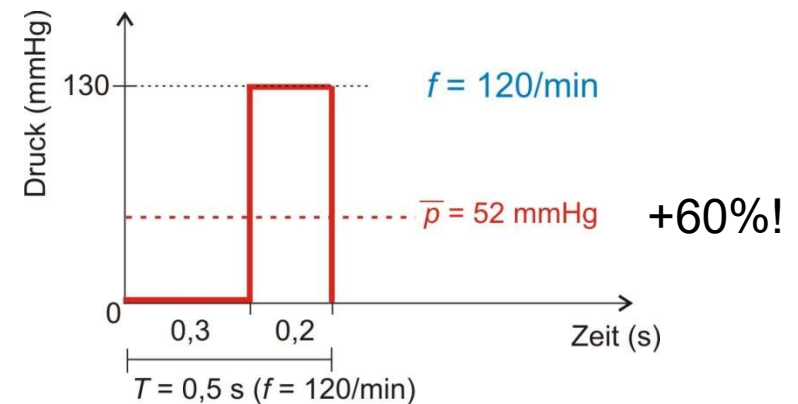
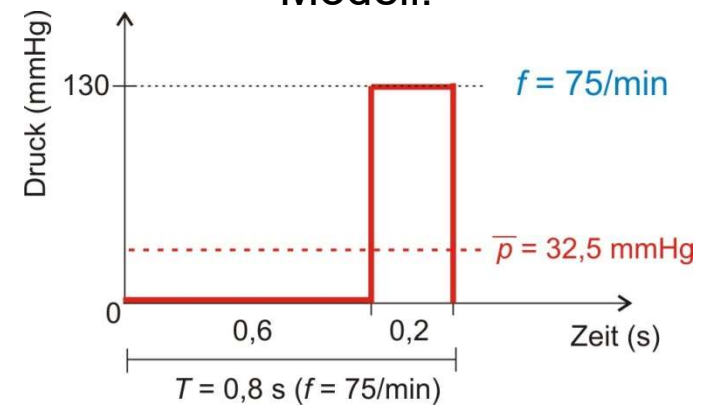
Doch zeigt das Gesetz richtig, wie die Blutströmung reguliert werden kann.

Anwendung: Blutkreislauf

- Regulation der Volumenstromstärke laut Hagen-Poiseuille-Gesetzes:
 - Druck (Δp)



Modell:

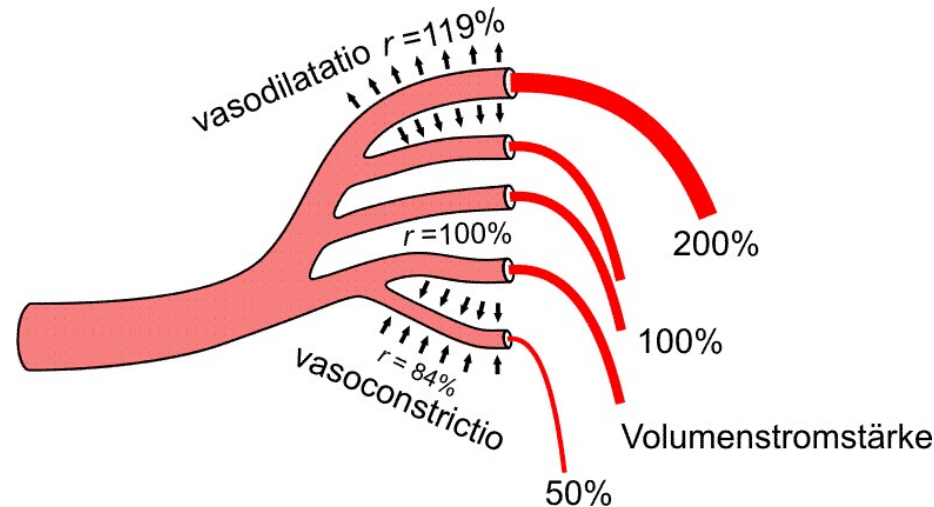


Der Durchschnittswert ($\bar{\Delta p}$) kann durch die Pulszahl geändert werden!

Anwendung: Blutkreislauf

- Regulation der Volumenstromstärke laut Hagen-Poiseuille-Gesetzes:

➤ Radius (R^4 !)



- Regulation der Druckverhältnisse im Blutkreislauf laut Hagen-Poiseuille-Gesetzes:

$$\Delta p = \frac{8\eta}{R^2} \frac{\Delta l}{R^2 \pi} \cdot I$$

„Strömungs-
widerstand“

$$R_{\text{Strömung}} = \frac{8\eta}{R^2} \frac{\Delta l}{A}$$

Durch Gefäßverengung (Vasokonstriktion) wird der Strömungswiderstand und dadurch auch der Druckabfall stark erhöht (falls die gleiche Stromstärke durch das Herz aufrechterhalten wird).

Wo, in welchem Abschnitt des Blutkreislauf kann diese Regulation am effektivsten stattfinden? *S. Fortsetzung*

Zusammenfassend über Blut und Blutströmung

Blut

Das Blut ist eine reelle Flüssigkeit mit einer Viskosität von 2-10 mPa·s.

Die Viskosität hängt

- vom Hämatokritwert,
- vom Geschwindigkeitsgradienten (pseudoplastische Flüssigkeit),
- vom Blutgefäßdurchmesser,
- und von der Temperatur ab.

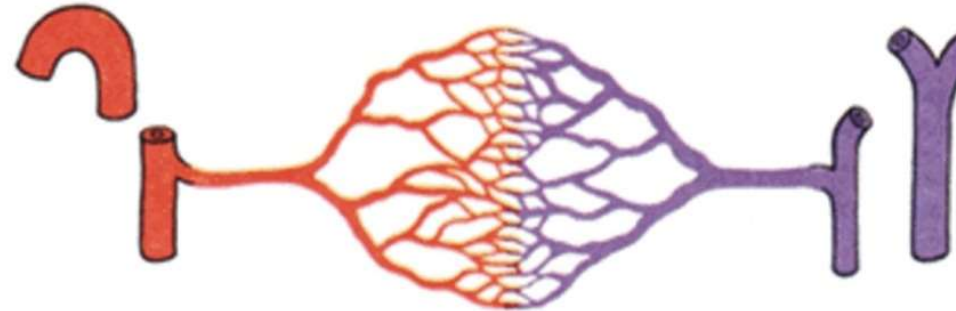
Blutströmung

Die Blutströmung ist

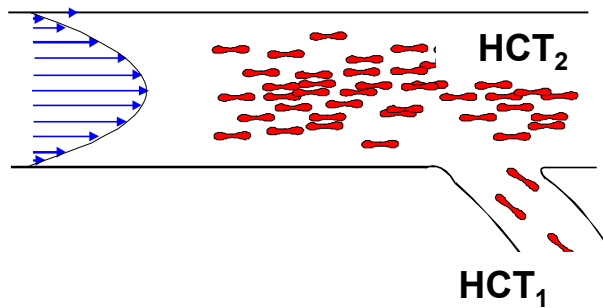
- überwiegend **laminar** ($v < v_{\text{krit}}$),
- in dem ersten Abschnitt des Blutkreislaufs **nicht-stationär** (pulsierend), später schon **stationär**.

Es gilt die
Kontinuitätsgleichung:

	Arterien			Arteriolen	Kapillaren	Venolen	Venen		Hohl- venen
	Aorta	große Arterien	kleine Arterien				kleine Venen	große Venen	
Zahl der Äste	1	160 zunehmend		$57 \cdot 10^6$	$12 \cdot 10^9$	$1,3 \cdot 10^9$	200 abnehmend		2

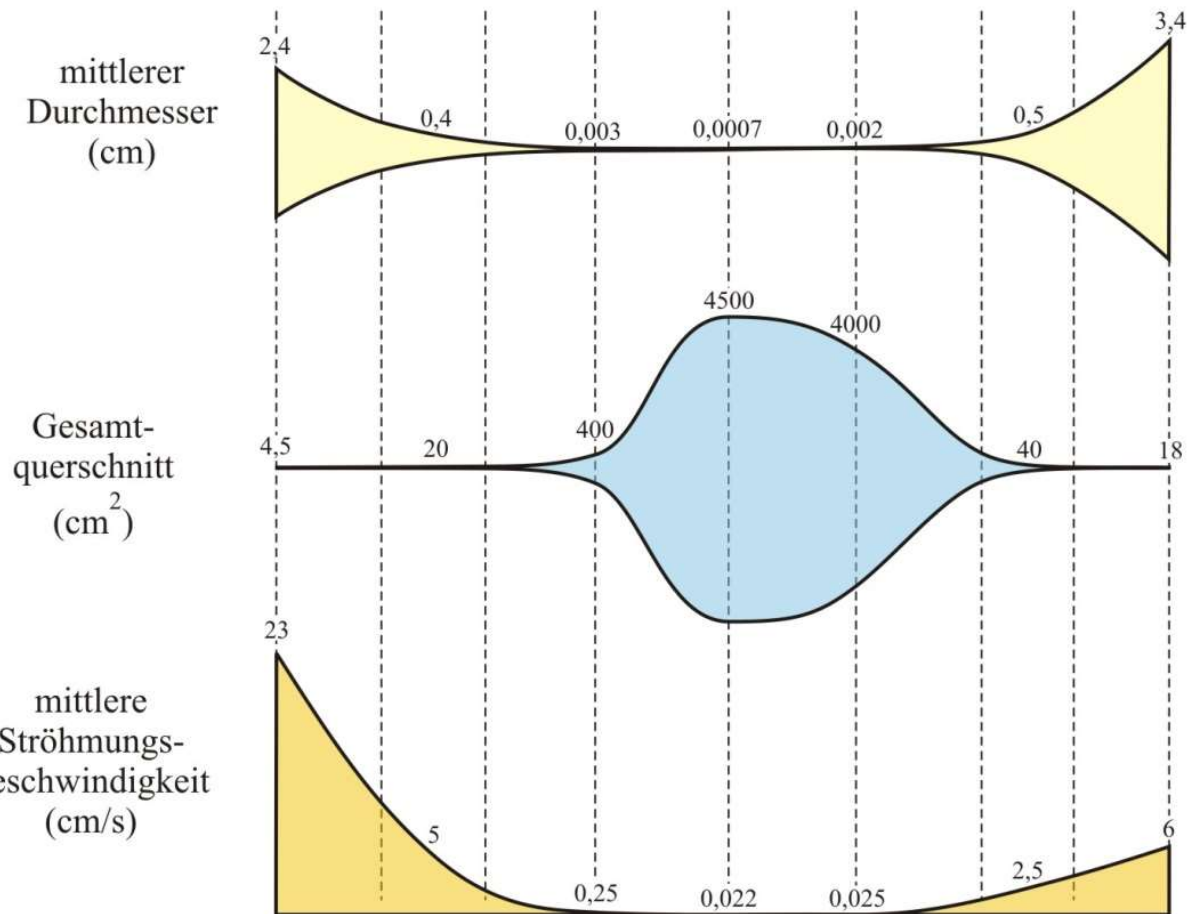


Annähernd gilt die
Bernoulli-Gleichung:



$$HCT_1 < HCT_2$$

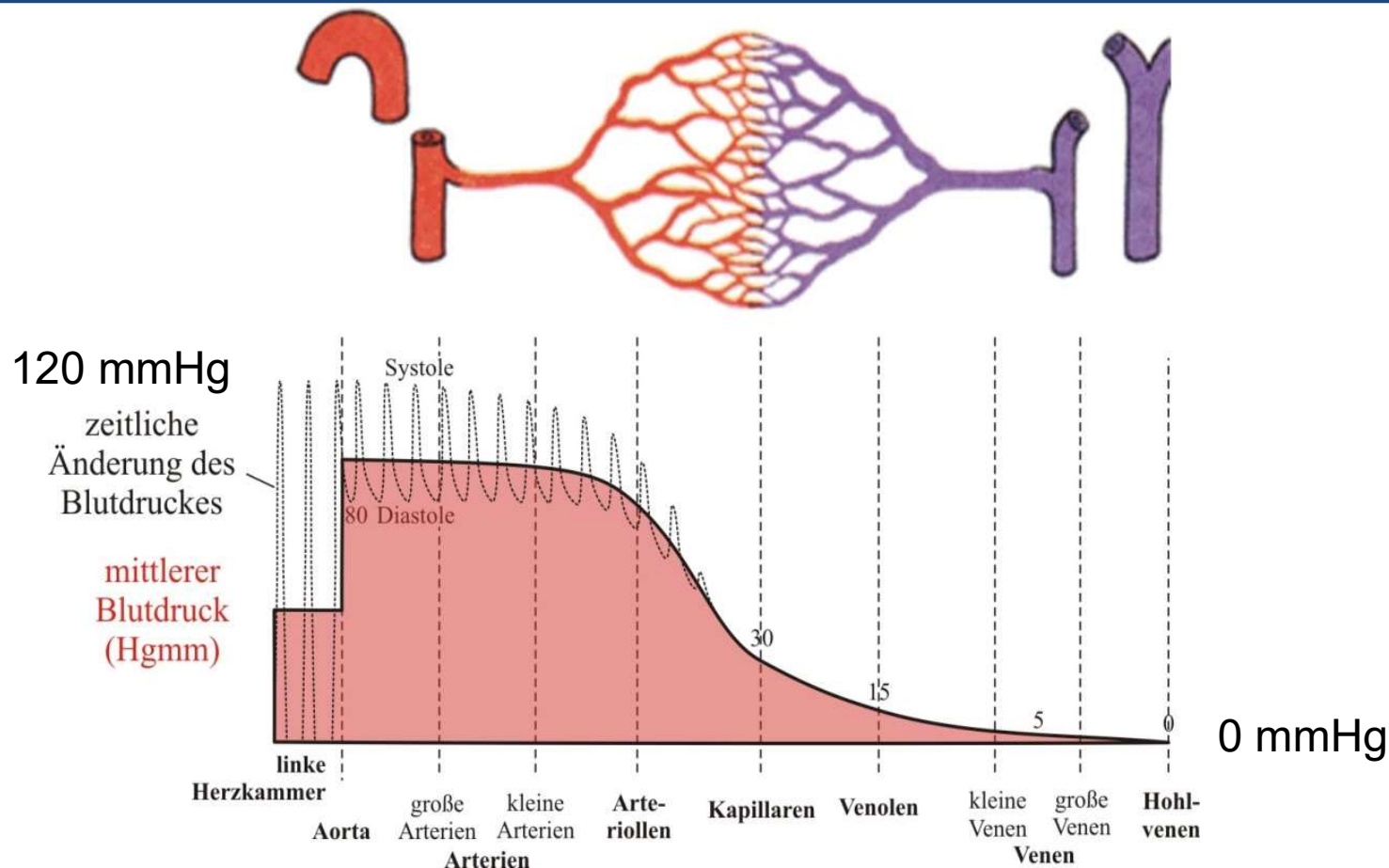
Plasma-Skimming



Die Blutströmung wird durch die Herzarbeit aufrecht erhalten:

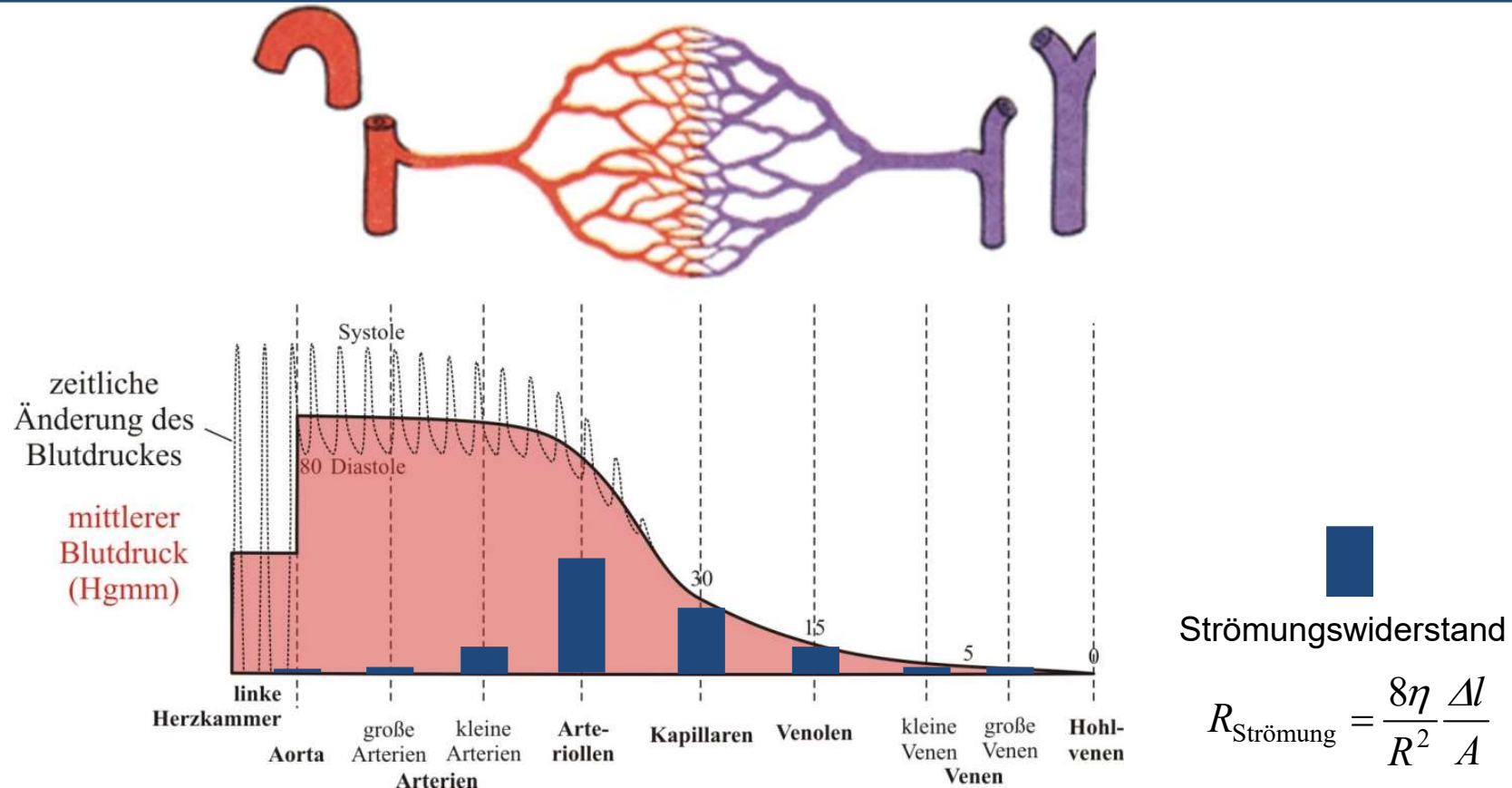
Durch Muskelkontraktion wird in dem linken Ventrikel (über dem atmosphärischen Druck (cca. 760 mmHg)) ein Überdruck erzeugt.

- Der Überdruck schwankt zwischen 0 und etwa 120 mmHg.
- Der Höchstdruckwert sinkt vom linken Ventrikel bis zum rechten Vorhof (0 mmHg).
- Der mittlere Blutdruck steigt vom linken Ventrikel bis zur Aorta (Klappen!), danach sinkt er bis zum rechten Vorhof.



Die Volumenstromstärke (Blutversorgung der Organe/Gewebe) wird aufgrund des Hagen–Poiseuille-Gesetzes durch

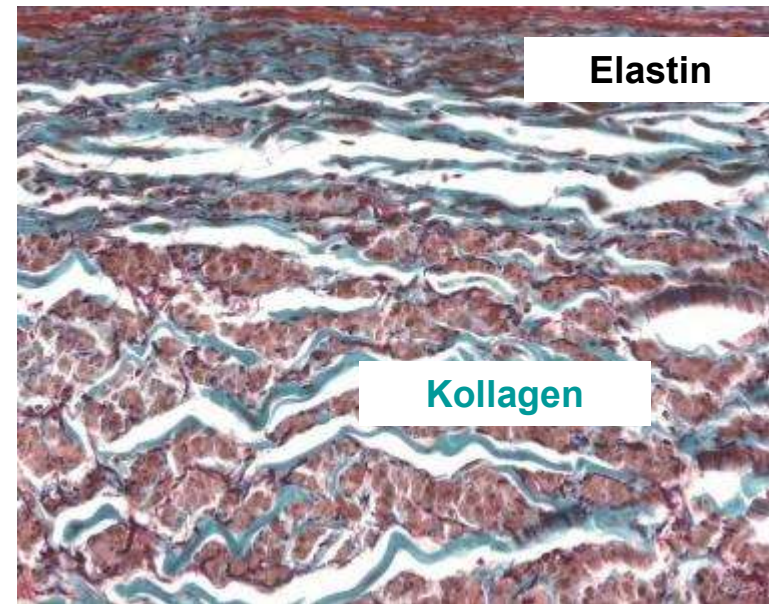
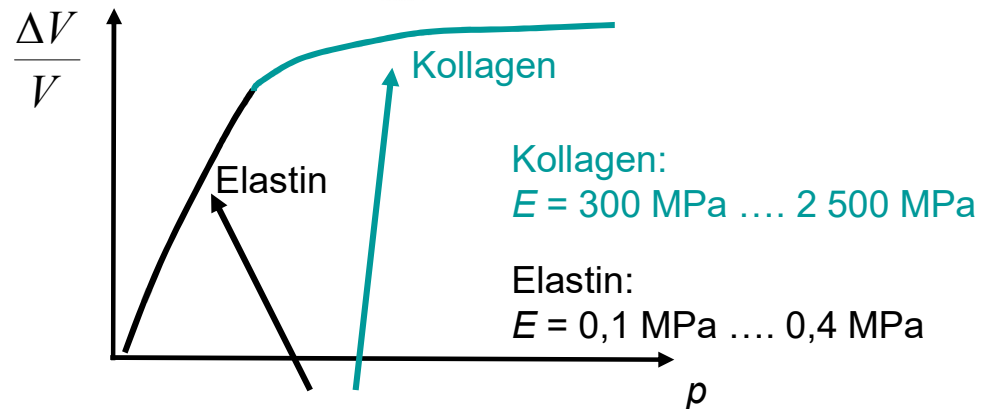
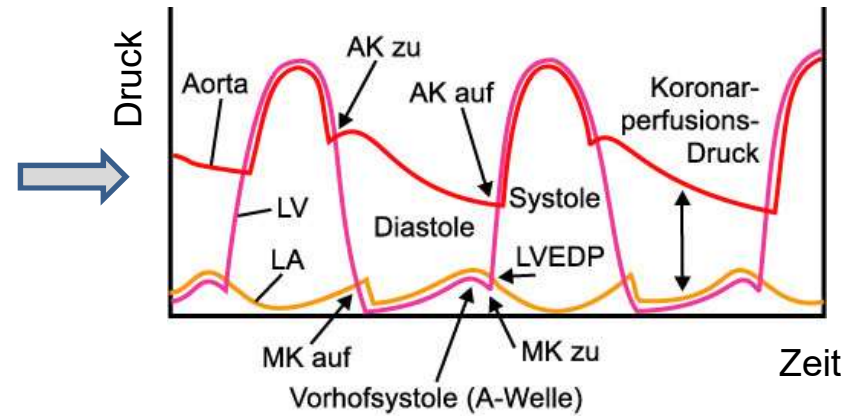
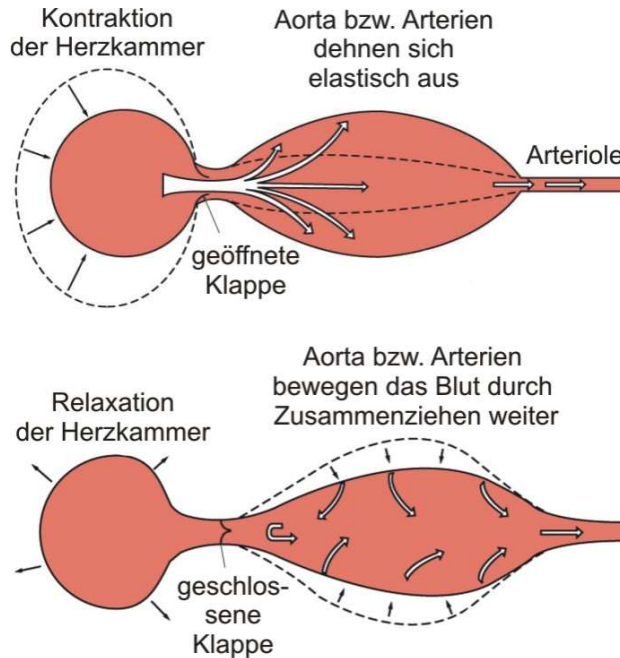
- $\overline{\Delta p}$ (durch Herzfrequenz!)
- und r (Gefäßerweiterung bzw. Gefäßverengung; R^4 !) reguliert.



Der Strömungswiderstand ist im Bereich der Arteriolen am größten (=Widerstandgefäße).

Der periphere Gesamtwiderstand ($\frac{\overline{\Delta p}}{I}$) ist die Summe aller Widerständen. Er kann am effektivsten im Bereich der Arteriolen reguliert werden.

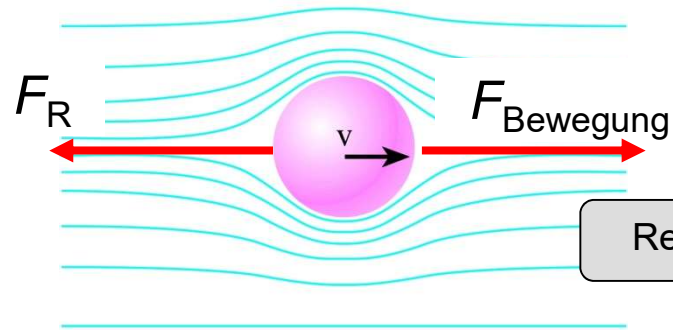
Ergänzung: Rolle der Elastizität der Aorta und der Arterien (Windkesselfunktion)



➡ Abweichung von dem HP-Gesetz!

5. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten

Bei kleineren
Geschwindigkeiten:



**stokessches
Reibungsgesetz:**

Reibungskraft

Radius des
kugelförmigen
Teilchens

$$F_R = 6\pi\eta r v$$

Viskosität

Geschwindigkeit des
Teilchens



G. G. Stokes
1819-1903
Mathematiker
Physiker

Bei gleichmäßigen Bewegung: $F_{\text{Bewegung}} = F_R$

Beweglichkeit (u) eines Teilchens: $u = \frac{v}{F_{\text{Bewegung}}} \Rightarrow u = \frac{1}{6\pi\eta r} \Rightarrow$ s. Diffusion