Biophysik für Pharmazeuten II.

21. 04. 2021.

Transportprozesse 3.

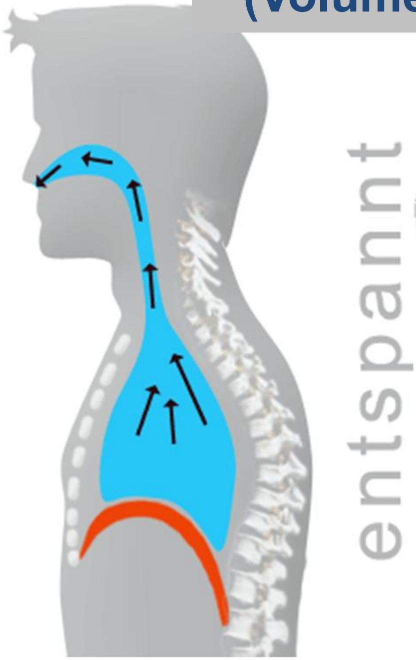
Diffusion,

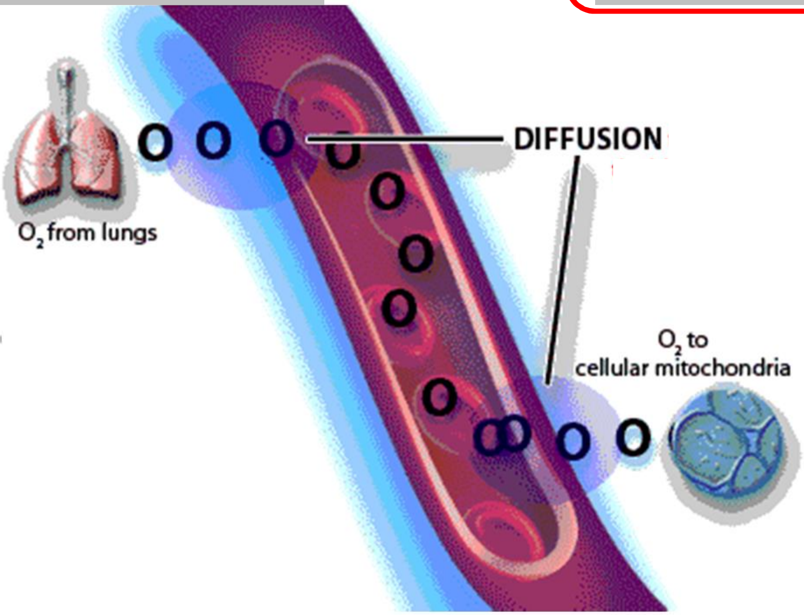
Wärmeleitung

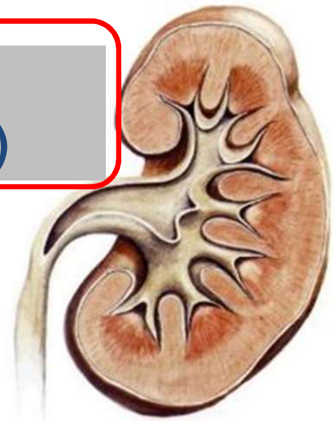
Transportprozesse

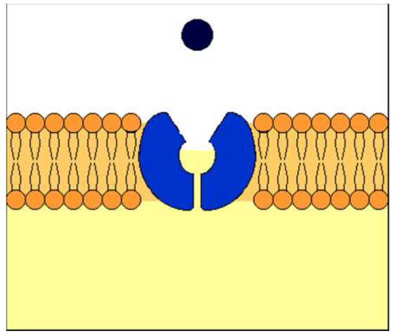
II. Strömung (Volumentransport)

III. Diffusion (Stofftransport)









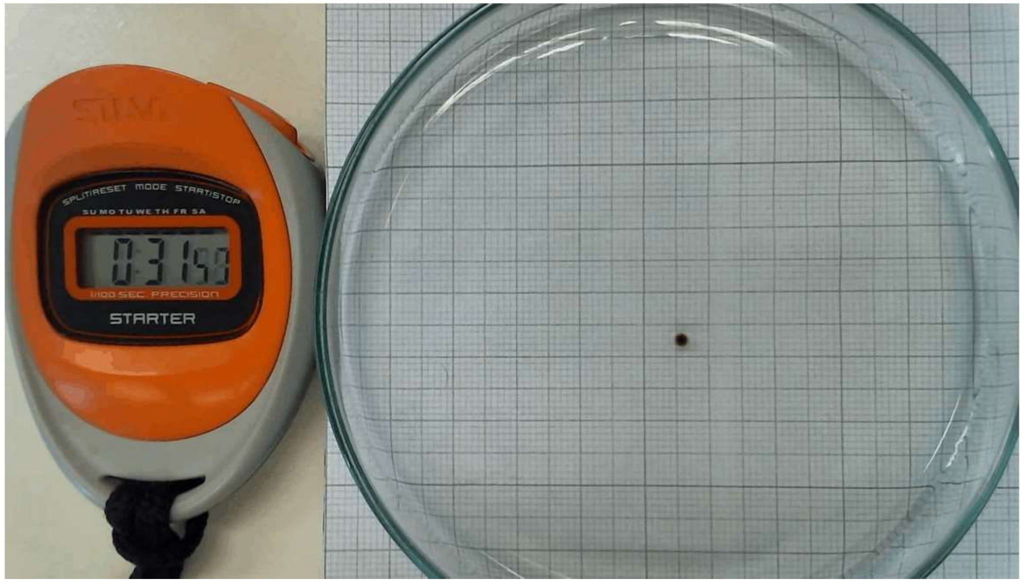
I. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)

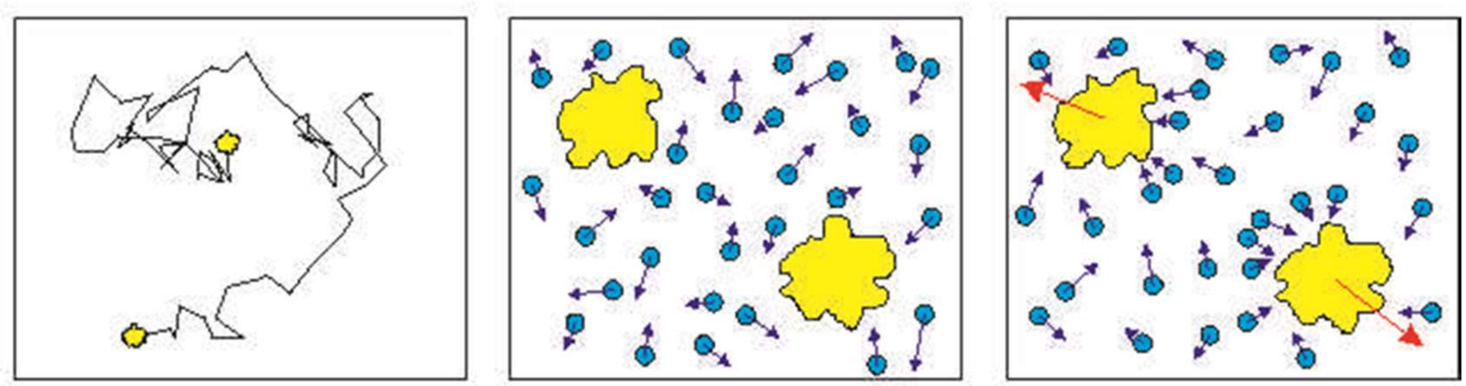
IV. Wärmeleitung (Energietransport)

V. Verallgemeinerung

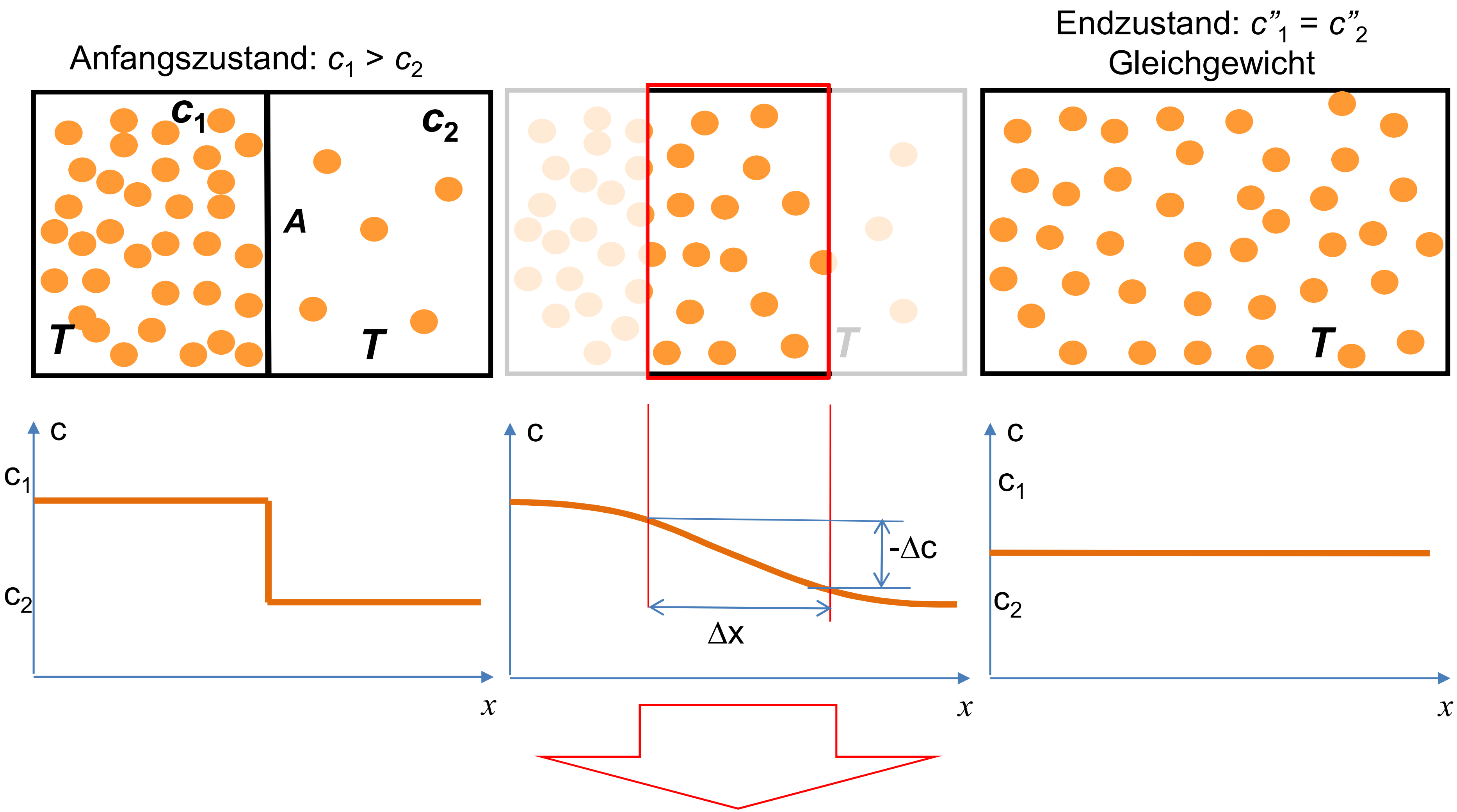
VI. Energetische Aspekte

III. Stofftransport (Diffusion)





- Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung

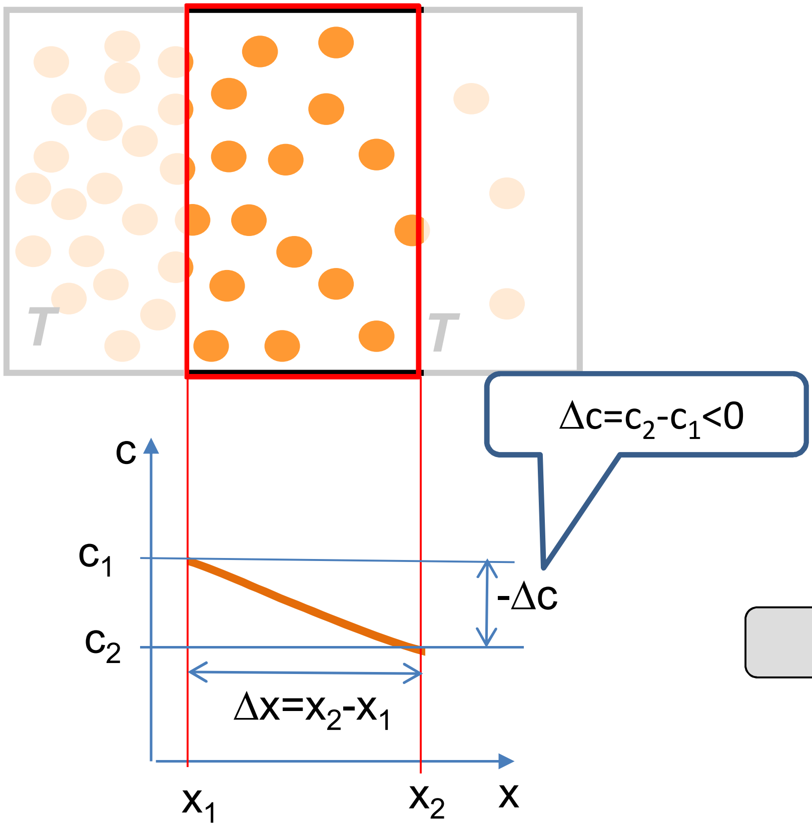


Bemerkung: thermisches Gleichgewicht

- Stoffstromstärke (*I*): $I = \dfrac{\Delta \nu}{\Delta t} \quad \left(\dfrac{\text{mol}}{\text{s}}\right)$
- Stoffstromdichte (*J*): $J = \dfrac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t} \quad \left(\dfrac{\text{mol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}\right)$
- stationäre Diffusion: zeitlich konstant

Adolf Fick
1829-1901
Physiologe

2. Transportgesetz — 1. ficksches Gesetz



$$\frac{\Delta \nu}{\Delta t} = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}$$

Konzentrationsgradient

$$\boxed{J = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}}$$

Stromdichte

Diffusionskoeffizient

für stationäre Diffusion!

- **Diffusionskoeffizient:**

  - stoffspezifisch
    - diffundierende Moleküle – Größe (r)
      - Form
    - Medium (η)

  - temperaturabhängig $$D \sim e^{-\frac{\Delta E}{RT}}$$

  - $D = ukT$

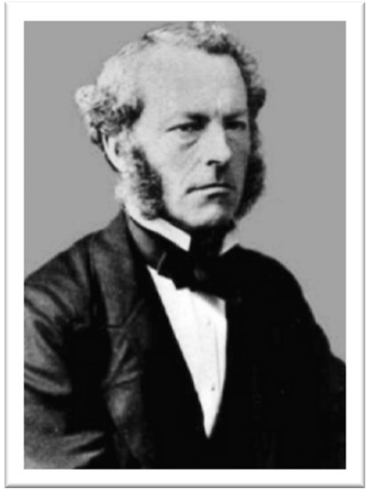
    Beweglichkeit des Teilchens

  - **Einstein-Stokes-Gleichung (für kugelförmige Teilchen)**

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

Diffundierendes Teilchen (Molmasse)	**Medium**	***D* (m^2/s)**
H_2 (2)	Luft	$6{,}4 \cdot 10^{-5}$
O_2 (32)	Luft	$2 \cdot 10^{-5}$
CO_2 (44)	Luft	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
H_2O (18)	Wasser	$2{,}2 \cdot 10^{-9}$
O_2 (32)	Wasser	$1{,}9 \cdot 10^{-9}$
Glyzin (75)	Wasser	$0{,}9 \cdot 10^{-9}$
Serum Albumin (69 000)	Wasser	$6 \cdot 10^{-11}$
Tropomiozin (93 000)	Wasser	$2{,}2 \cdot 10^{-11}$
Tabakmosaik-virus (40 000 000)	Wasser	$4{,}6 \cdot 10^{-12}$

4. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten

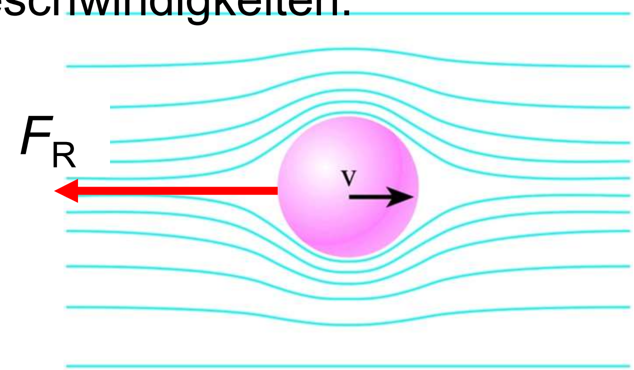


G. G. Stokes
1819-1903
Mathematiker
Physiker

Zur Erinnerung

stokessches Reibungsgesetz:

Bei kleineren Geschwindigkeiten:



$$F_R = 6\pi\eta\, r\, v$$

Reibungskraft

Radius des Teilchens

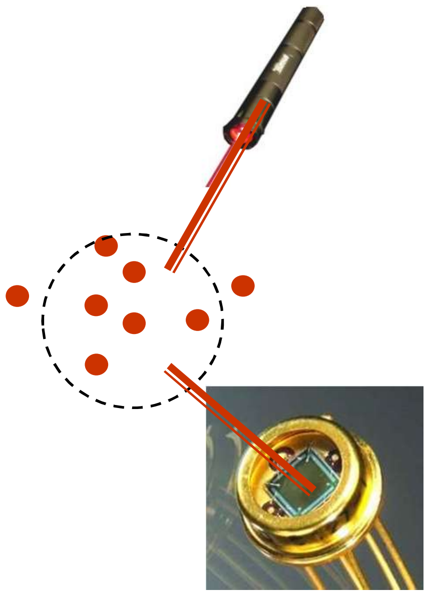
Viskosität

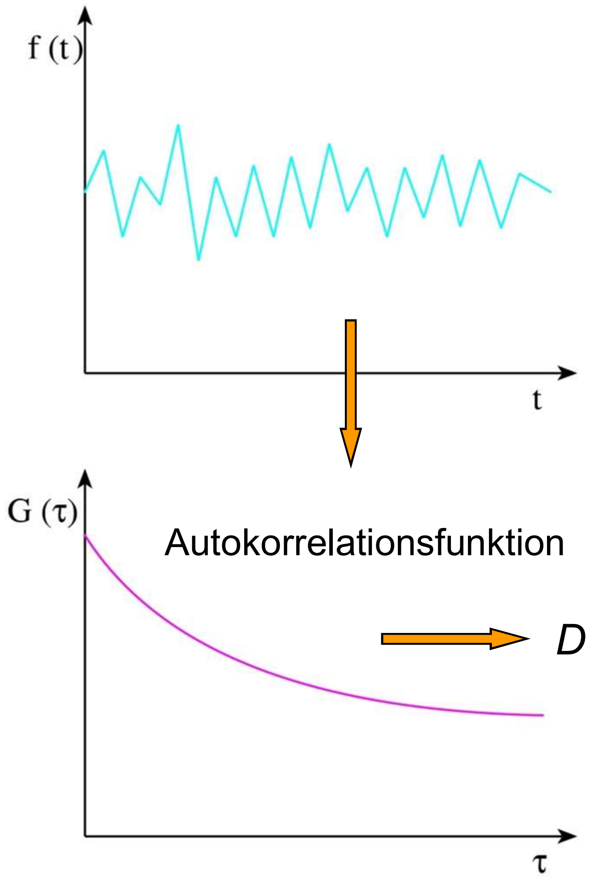
Geschwindigkeit des Teilchens

Bei gleichmäßigen Bewegung: $F_{\text{Bewegung}} = F_R$

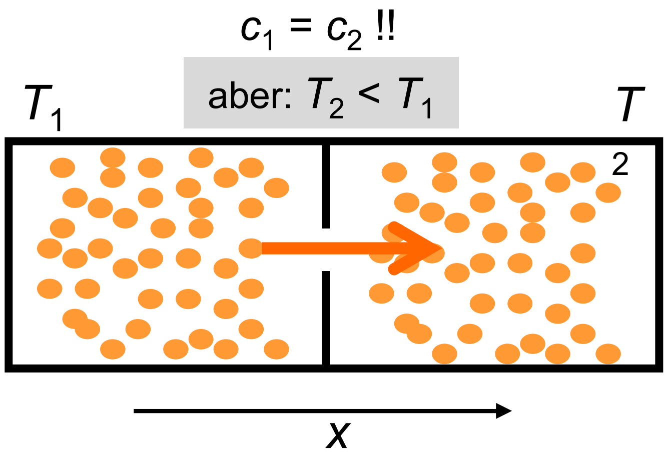
Beweglichkeit (u) eines Teilchens: $u = \dfrac{v}{F_{\text{Bewegung}}} \Rightarrow u = \dfrac{1}{6\pi\eta r} \Rightarrow$ s. Diffusion

- Messung:
  eine Möglichkeit – dynamische Lichtstreuungsmessung





- Im thermischen Nichtgleichgewicht:

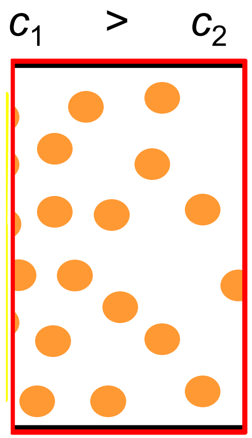


Konzentration (c) $\Rightarrow$ chemisches Potenzial (μ)

$$\mu = \mu_0 + RT \ln \frac{c}{c_0}$$

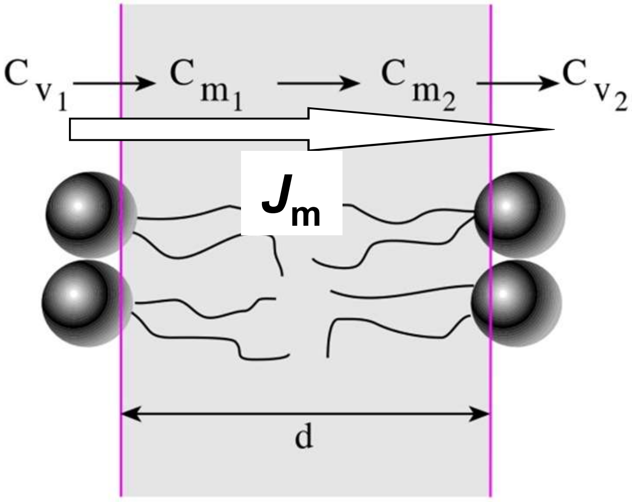
Die Triebkraft der Diffusion ist: $-\dfrac{\Delta\mu}{\Delta x}$

Stationäre Diffusion ???

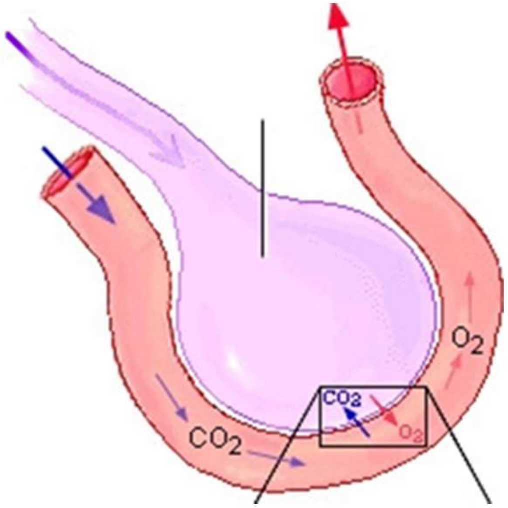


Zwei Beispiele, wo die Diffusion ist zu gute Annäherung stationär:

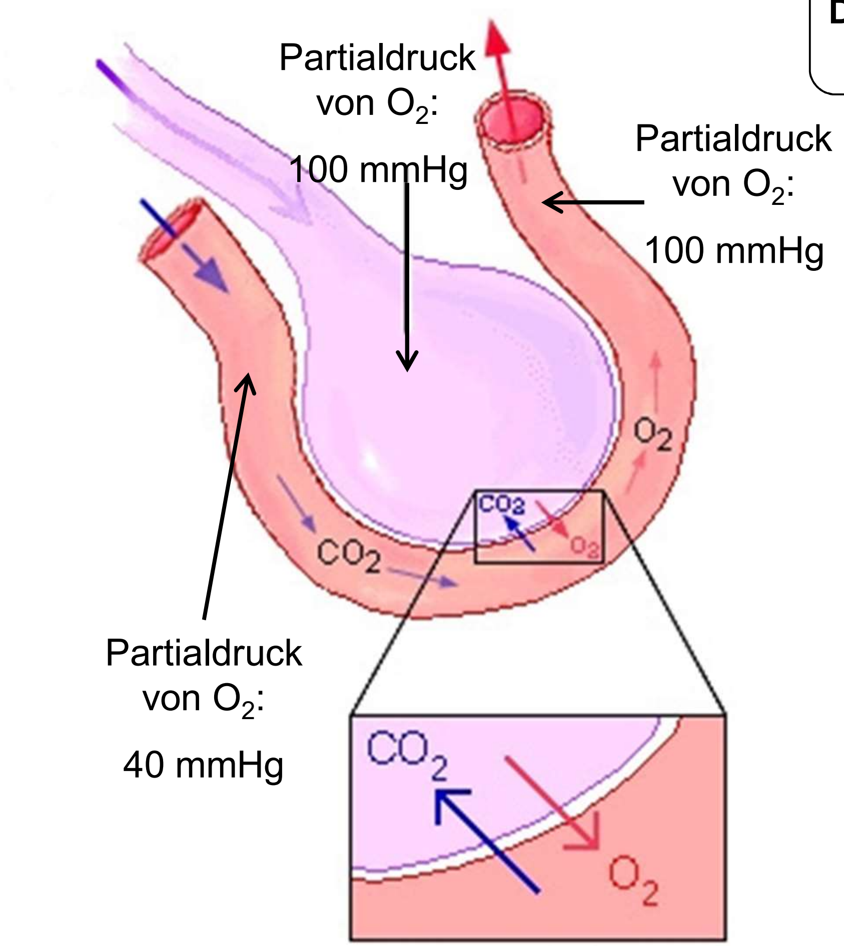
Diffusion durch der Zellmembrane



O_2 Transport von Lunge ins Blut



Anwendung des 1. fickschen Gesetzes für O_2-Diffusion von Lunge ins Blut



Während Δt Zeit **Durchdiffundierte O_2-Stoffmenge**

Konzentrations-differenz

Zeitspanne (= Länge/Strömungs-geschwindigkeit)

$$\boxed{\Delta \nu = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}\Delta t}$$

Diffusionskoeffizient von O_2-Molekülen in der Alveolarwand

Kontaktfläche zwischen dem Alveolarraum und der Kapillare

Dicke der Alveolarwand

Probleme bei der Anwendung:

- Gas - Flüssigkeit ➡ 1. Partialdruck *p* !
  2. Henry-Gesetz

Löslichkeit von Gasen in Flüssigkeiten

Henry-Gesetz:

$$c = k_H \cdot p$$

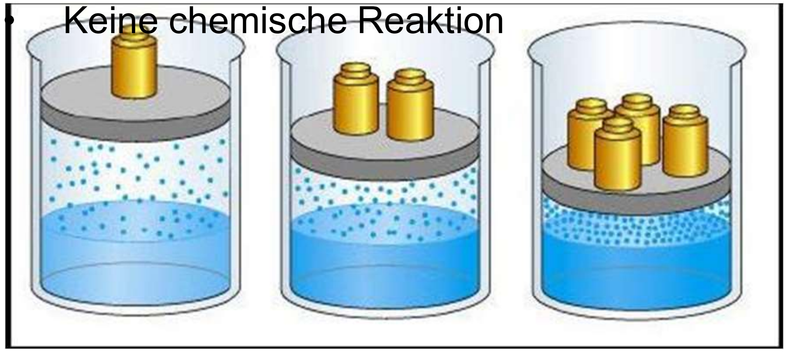
Konzentration in der Lösung

Partialdruck im Gas

Löslichkeitskoeffizienz oder Henry-Konstante

Voraussetzungen:

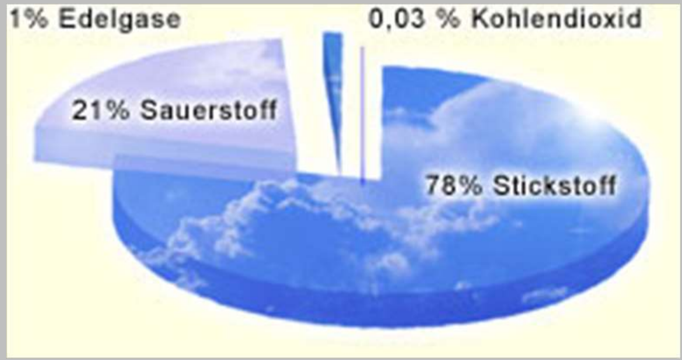
- Gleichgewicht
- Dünne Lösung
- Keine chemische Reaktion



z. B. bei 25°C:

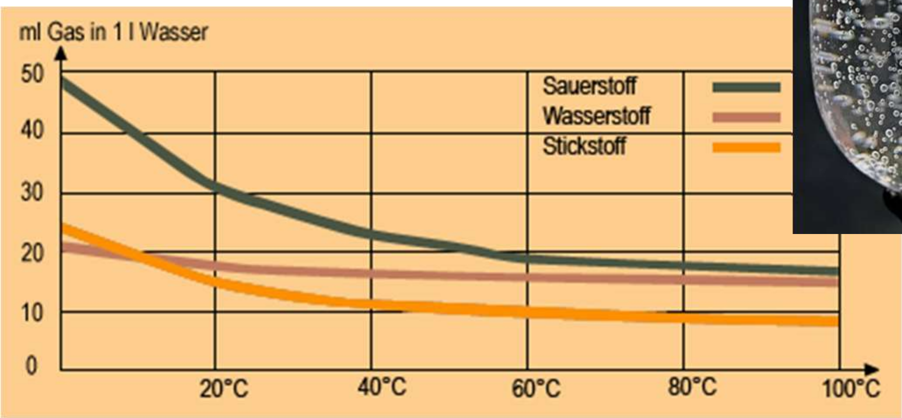
Gas	$k_H \left(\frac{\text{mol}}{\text{l} \cdot \text{kPa}}\right)$
O_2	$1{,}26 \cdot 10^{-5}$
N_2	$0{,}64 \cdot 10^{-5}$
CO_2	$33{,}2 \cdot 10^{-5}$

Der Partialdruck entspricht dem Druck, den eine einzelne Gaskomponente eines Gasgemisches bei alleinigem Vorhandensein im betreffenden Volumen ausüben würde.



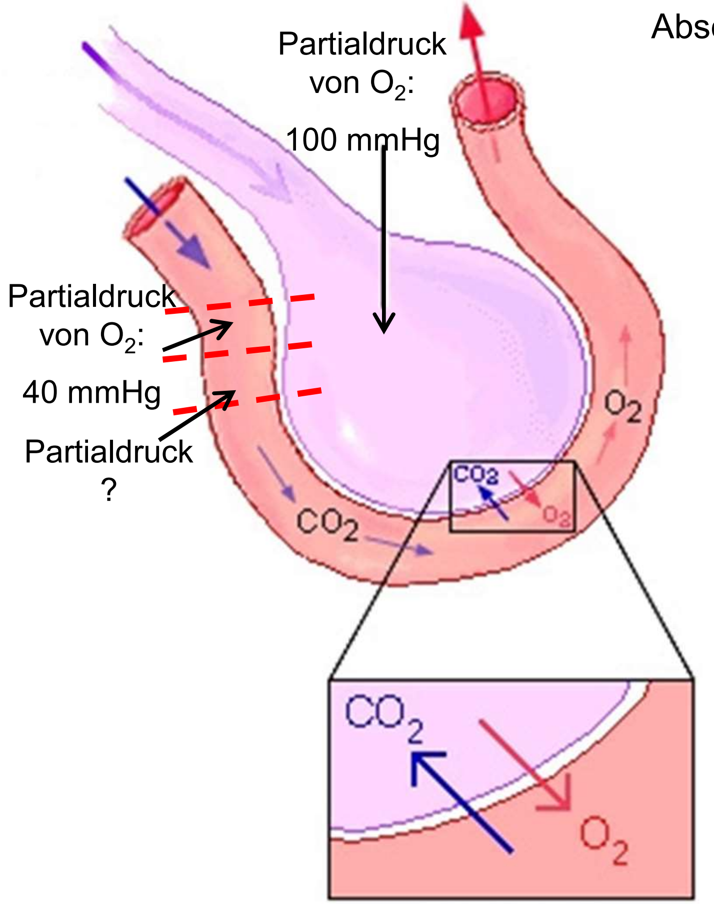
Gesamtdruck: p = 101 kPa = 760 mmHg, daraus der Partialdruck von O_2: p_{O2} = 21,2 kPa = 160 mmHg

Temperaturabhängigkeit:



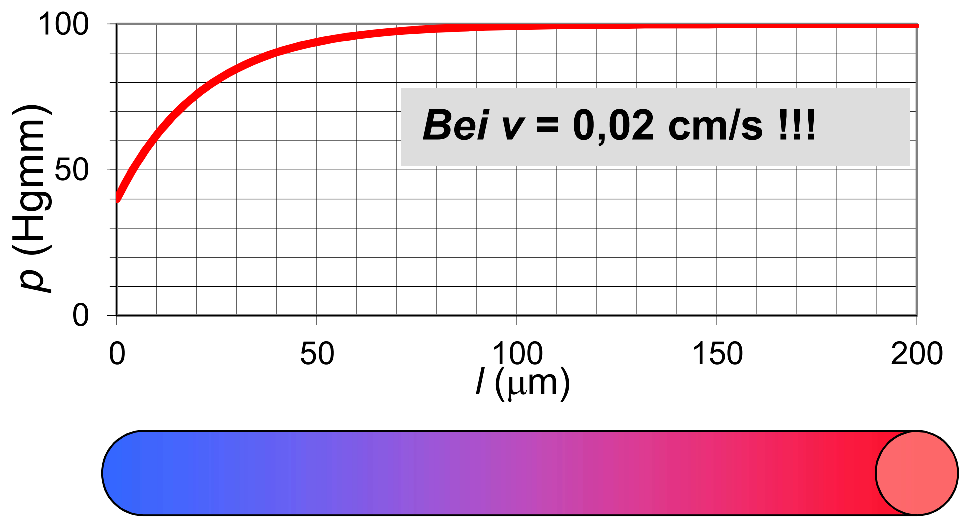
- Partialdruck im Blut wo?

Die Kapillare wird auf so kleine Abschnitte aufgeteilt, dass innerhalb eines Abschnittes der Partialdruck schon als konstant betrachtet werden kann. Das 1. ficksche Gesetz wird dann für diese Abschnitte nacheinander verwendet. ⟶ Excel



Bei welcher Blutgeschwindigkeit wird das Blut mit O_2 gesättigt?

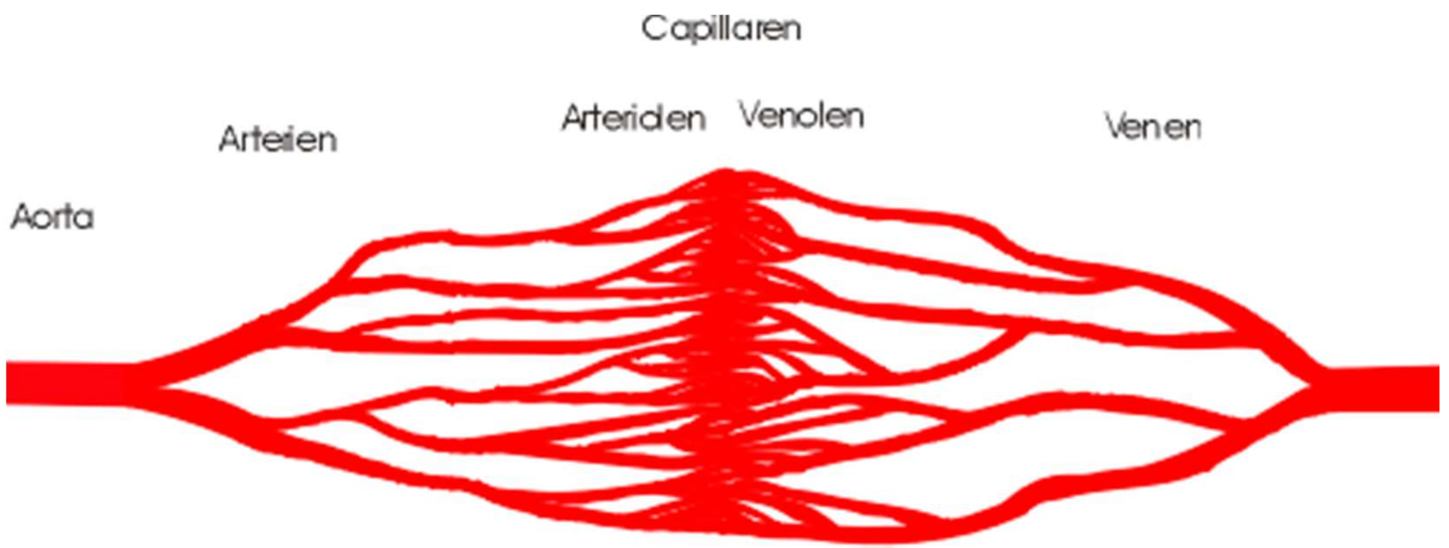
O_2-Aufnahme in den Alveolarkapillaren



- Membran ≈ Wasser

Kontinuitätsgleichung im Blutkreislauf

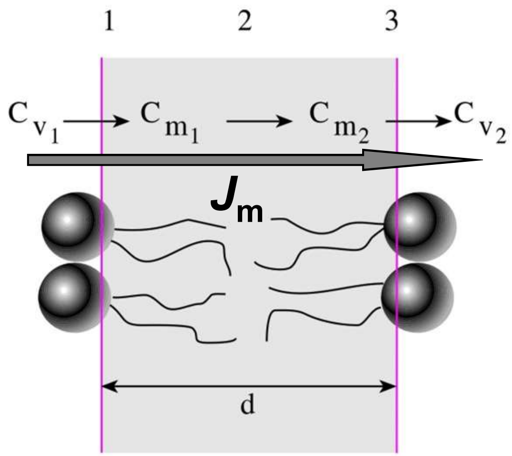
Zur Erinnerung



Gefäß	Aorta	Arterien	Arteriolen	Kapillaren	Venolen	Venen	Hohlvenen
A (cm^2)	4,5	20	400	4500	4000	40	18
v (cm/s)	23	5	0,25	0,022	0,025	2,5	6

- Diffusion durch eine Membran (passiver Transport)

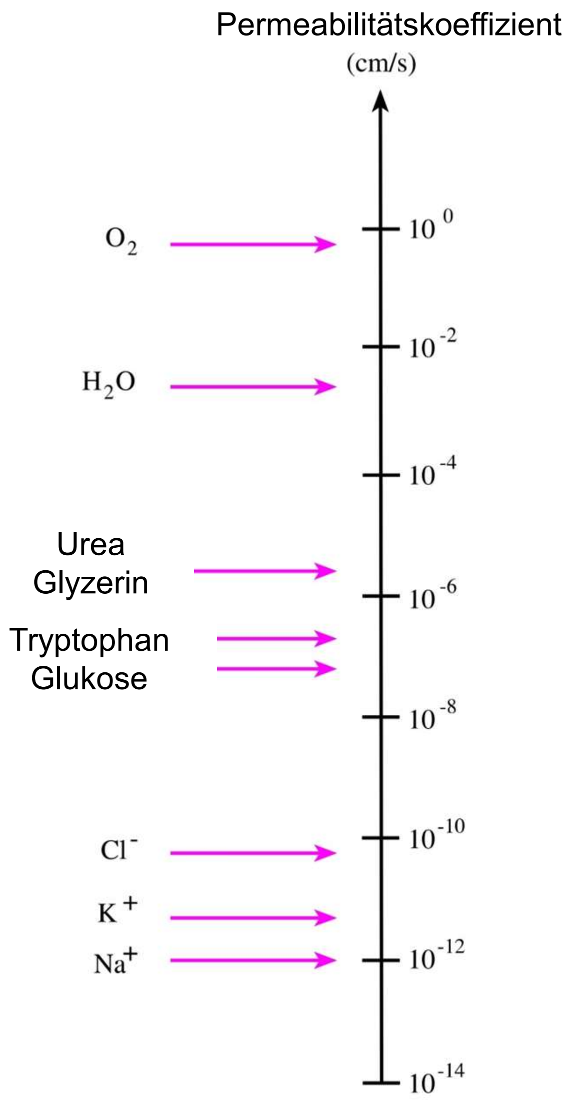
Für neutrale Teilchen:



$$J_\mathrm{m} = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{m2} - c_{m1}}{d} = -p\left(c_{\mathrm{v}2} - c_{\mathrm{v}1}\right)$$

$$J_\mathrm{m} = -p\left(c_{\mathrm{v}2} - c_{\mathrm{v}1}\right)$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)



3. Das 2. ficksche Gesetz:

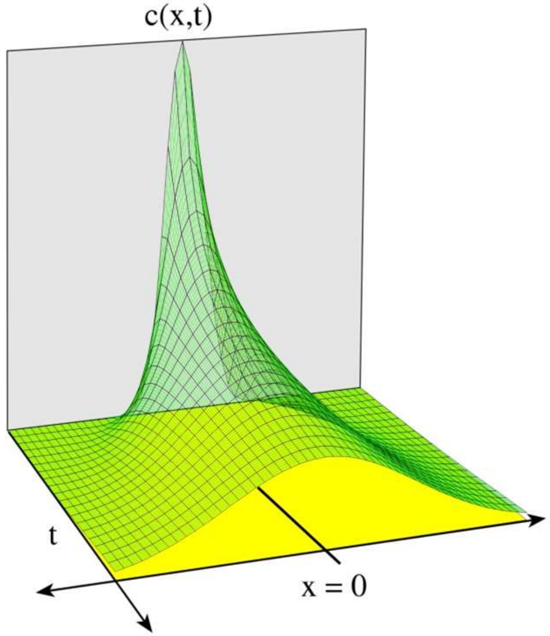
$$D\frac{\Delta\left(\frac{\Delta c}{\Delta x}\right)}{\Delta x}=\frac{\Delta c}{\Delta t} \qquad D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}=\frac{\partial c}{\partial t}$$

Lösungen:

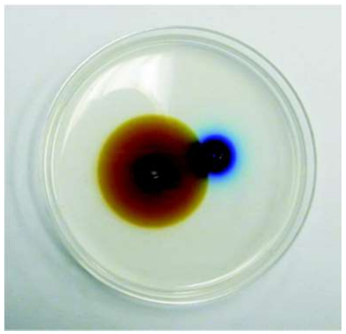
- Für eindimensionale Diffusion:

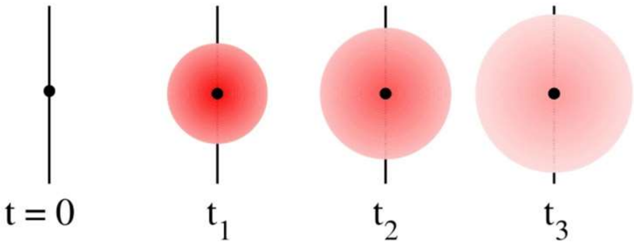
$$c(x)=\frac{c_0\Delta x}{\sqrt{2\pi\sigma_x^{\,2}}}e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^{\,2}}}$$

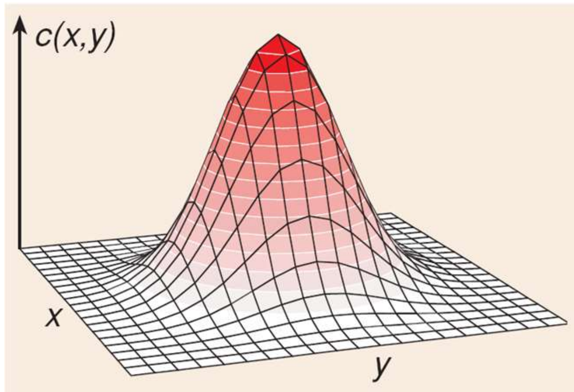
$$\sigma_x=\sqrt{2Dt}$$



- Für zweidimensionale Diffusion:

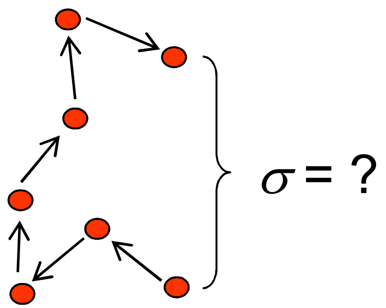




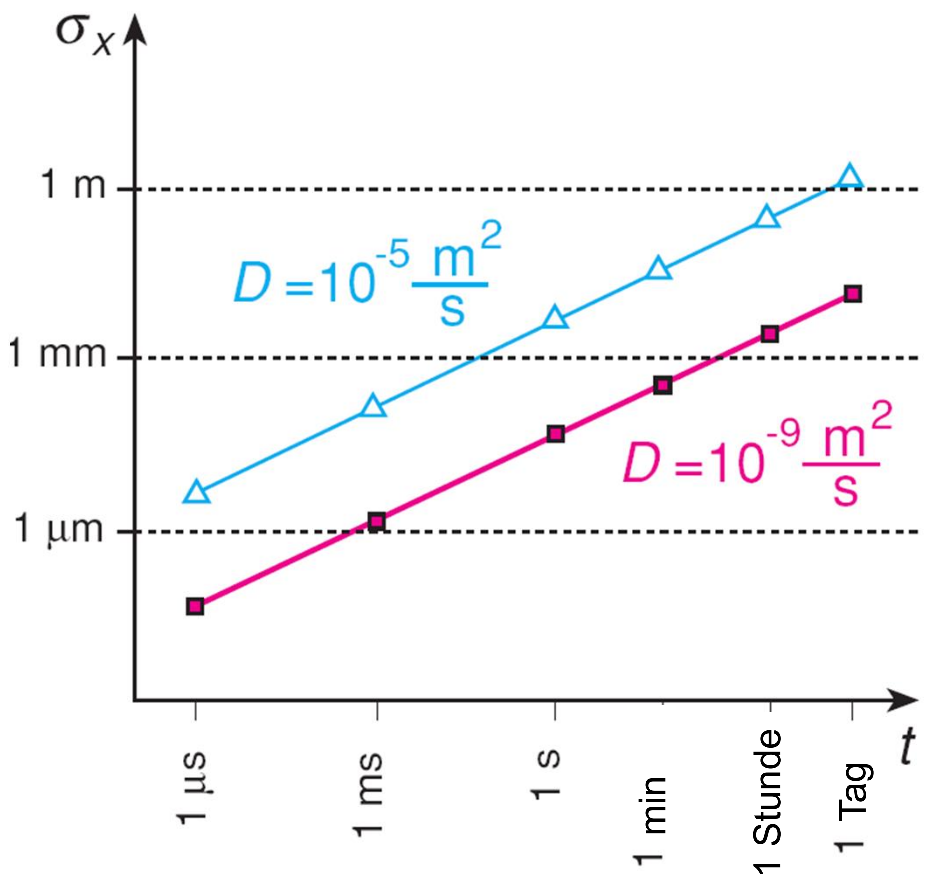


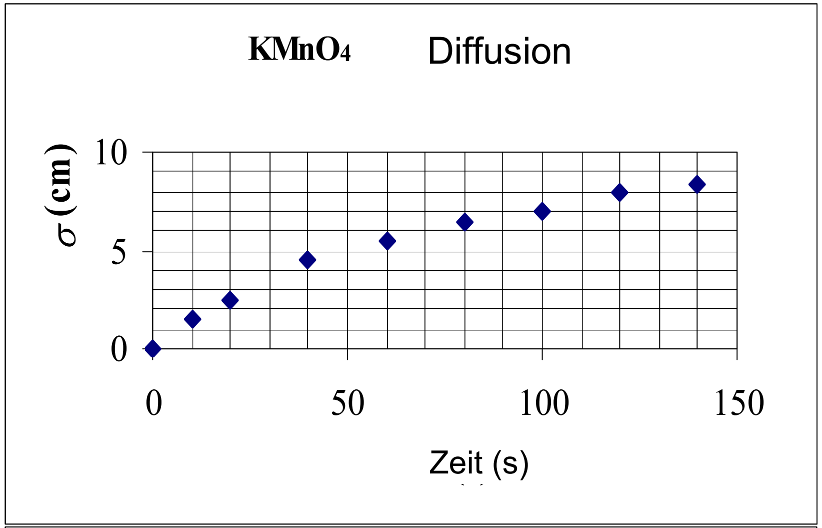
Siehe auch Praktikum!

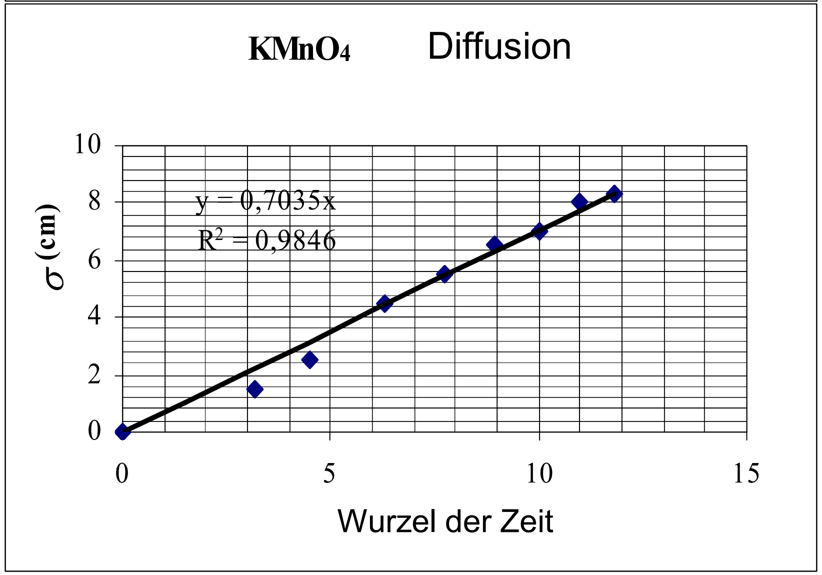
4. Diffusion als Random Walk



$$\boxed{\sigma \approx \sqrt{2D \cdot t}}$$



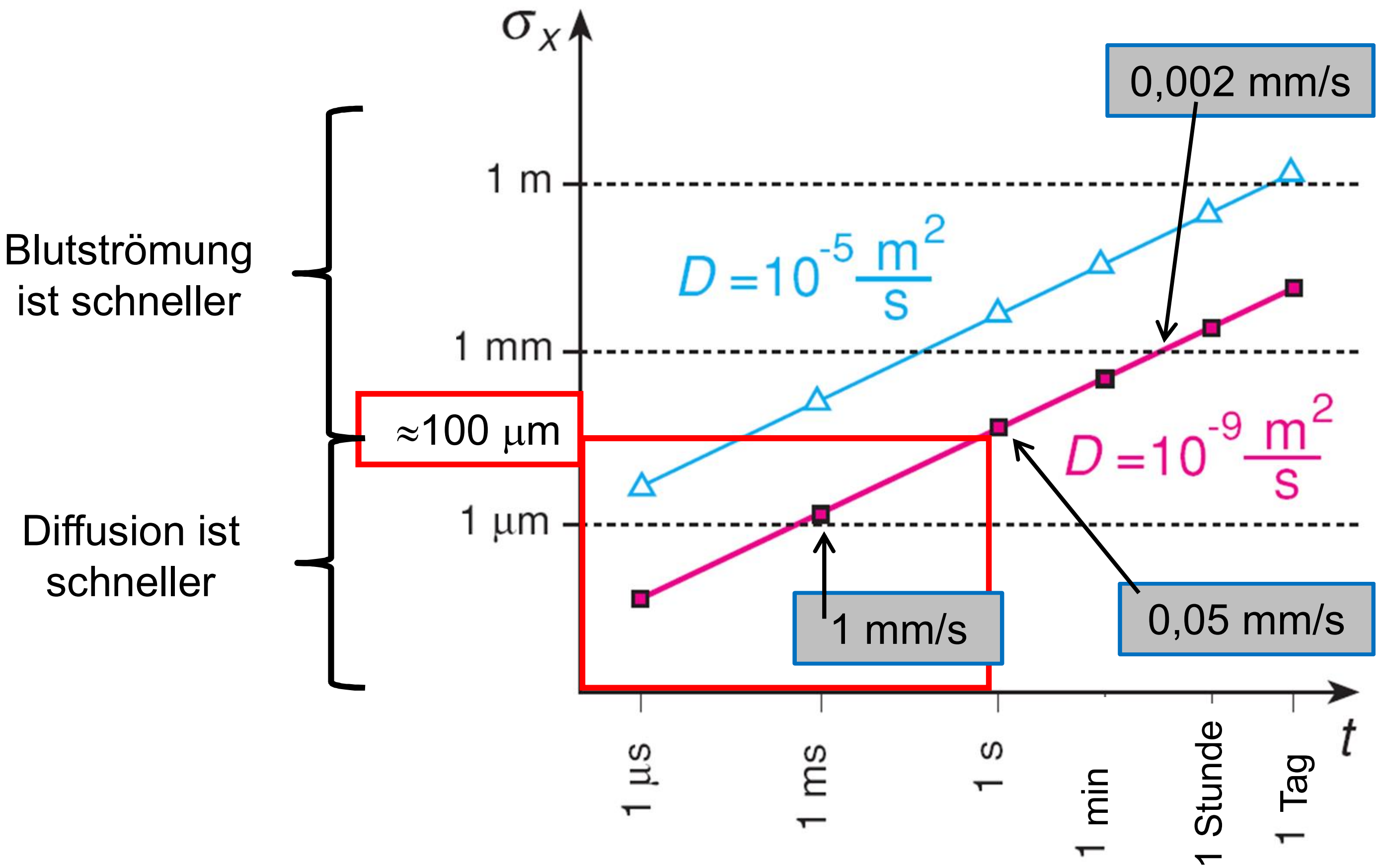




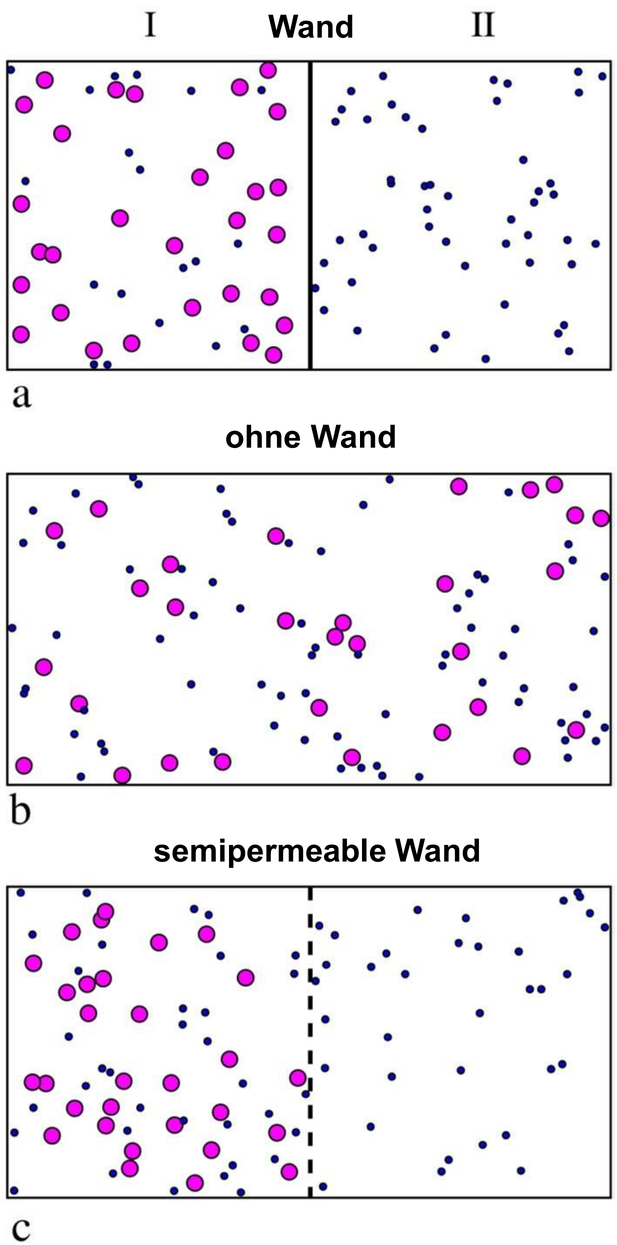
- Welche ist „schneller” für O_2-Transport im Gewebe? Diffusion ↔ Blutströmung

Gefäß	Kapillaren
A (cm^2)	4500
v (cm/s)	0,022

(= 0,22 mm/s)



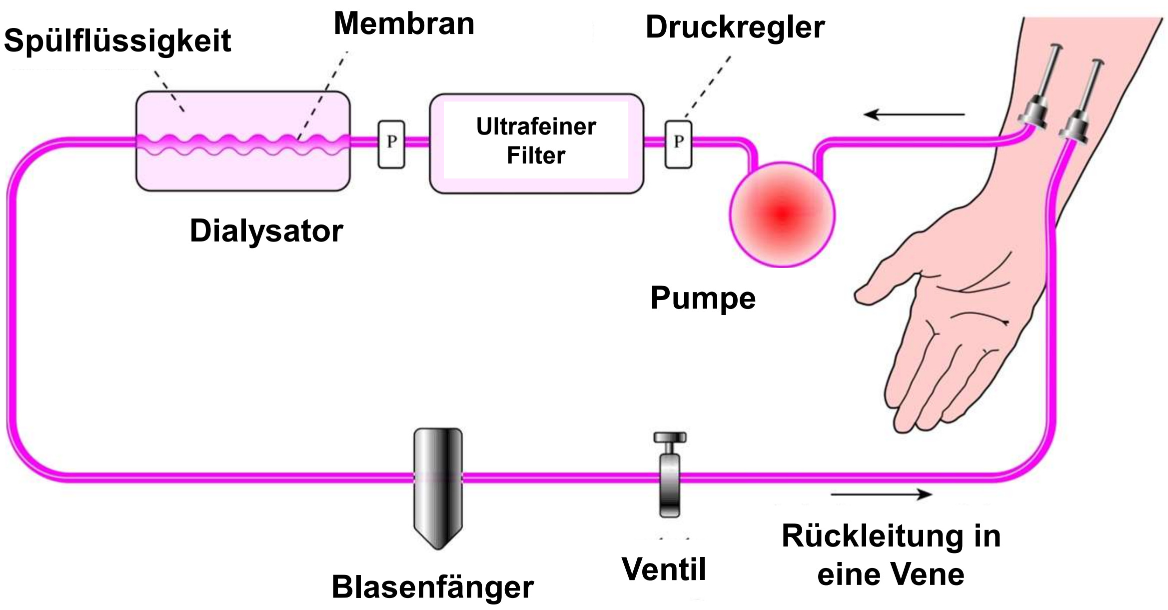
- Osmose



J. H. van't Hoff
1852-1911
Chemiker

Van't Hoff-Gesetz:

$$p_{\text{Osmose}} = cRT$$

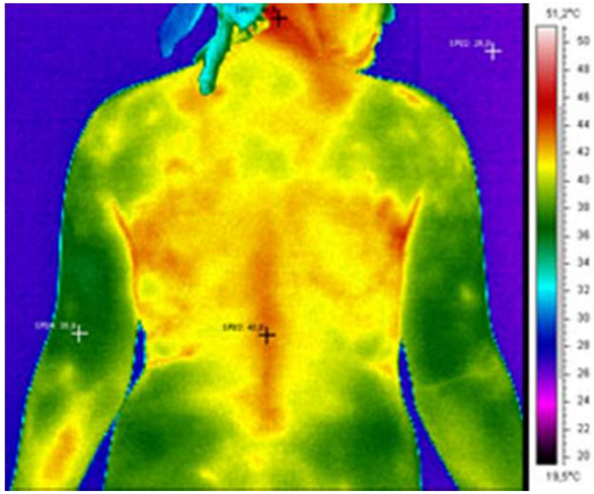


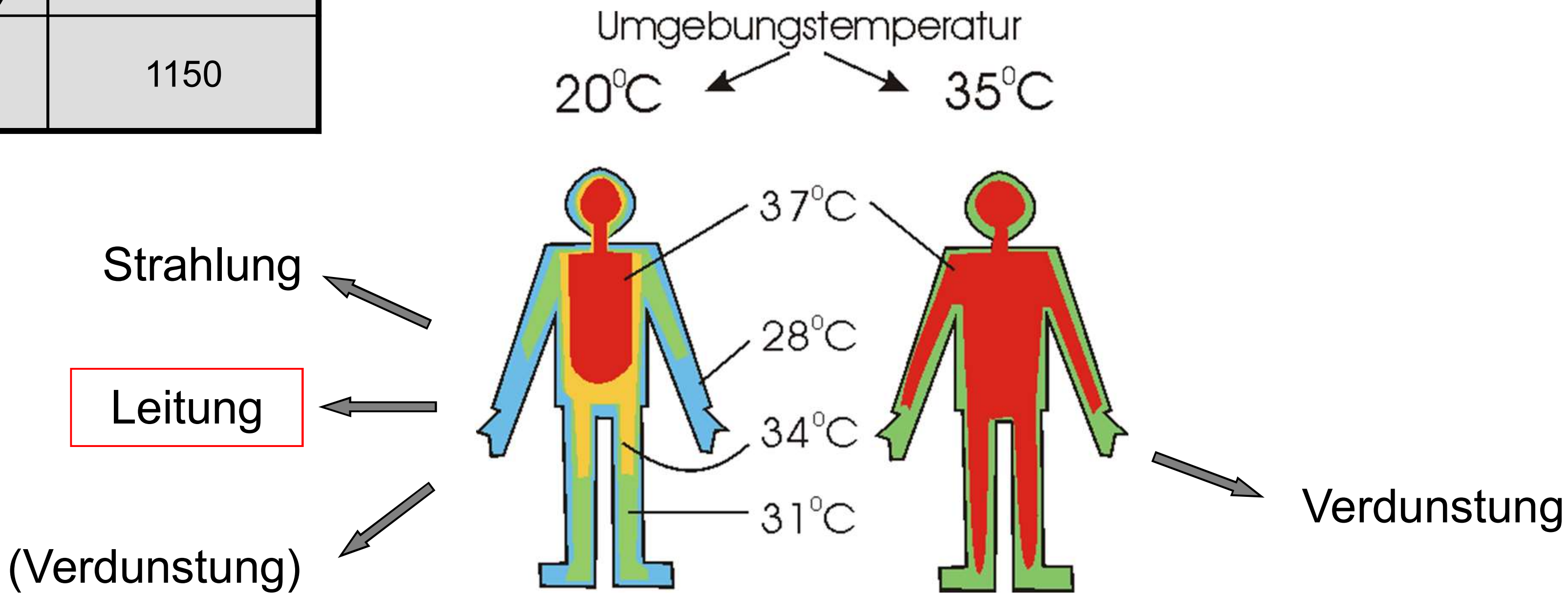
Analogie

	Was strömt?	Stärke?	Was treibt die Strömung?		Zusammenhang?
Ladungs-transport	q	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
Volumen-transport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$J_\nu = \frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c	$-\frac{\Delta c}{\Delta x}$	$J_\nu = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$

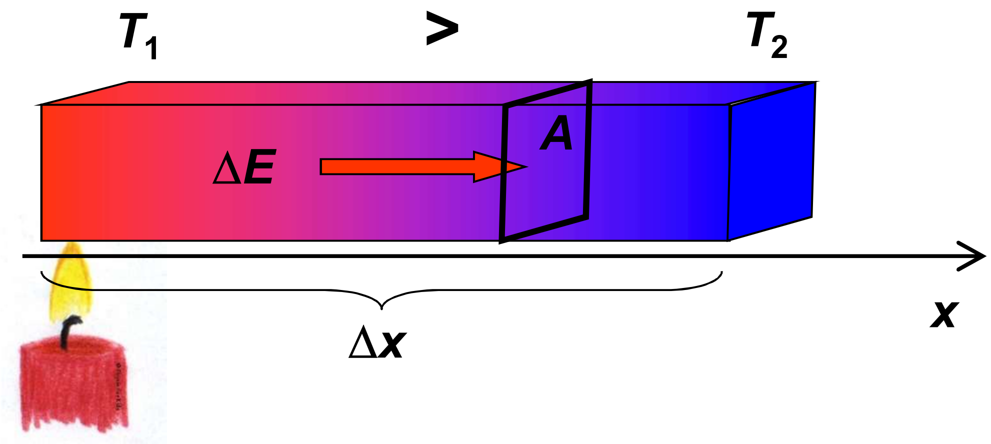
Wärmebildung und -abgabe

Aktivität	Wärme-bildung (W)
In Ruhe	115
Langsames Spazieren	260
Radfahren (15 km/h)	420
Treppen-steigen (2/s)	700
Laufen (15 km/h)	1150





IV. Wärmeleitung (Energietransport)



$$\frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

J. B. J. Fourier
1768-1830
Mathematiker
Physiker

Stoff	λ (W/(m·K)
Silber	420
Glas	1
Wasser	0,6
Muskel	0,4
Fett	0,2
Luft	0,025

V. Zusammenfassung

	Was strömt?	Stärke?	Warum?		Zusammenhang?
Ladungs-transport	q	$\frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$	$\frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t} = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
Volumen-transport	V	$\frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$\frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t} = -\frac{r^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$\frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c^*	$-\frac{\Delta c}{\Delta x}$	$\frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t} = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$
Energie-transport	E	$\frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}$	T	$-\frac{\Delta T}{\Delta x}$	$\frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$
allgemein	x_{ext}	$J = \frac{\Delta x_{\text{ext}}}{A \cdot \Delta t}$	y_{int}	$X = -\frac{\Delta y_{\text{int}}}{\Delta x}$	$J = LX$
	extensive Gr.	**Strom-dichte**	**intensive Gr.**	**termo-dynamische Kraft**	**onsagersche Beziehung**

* Im allgemeinen Fall μ