Medizinische Biophysik

26. 04. 2021.

Transportprozesse

II. Diffusion (Stofftransport

0. Grundvoraussetzung: thermische Molekularbewegung

1. Grundbegriffe

2. Transportgesetz = 1. ficksches Gesetz

- O_2-Diffusion Lunge-Blut
- Diffusion durch Membranen (passiver Transport)

3. Das 2. ficksche Gesetz

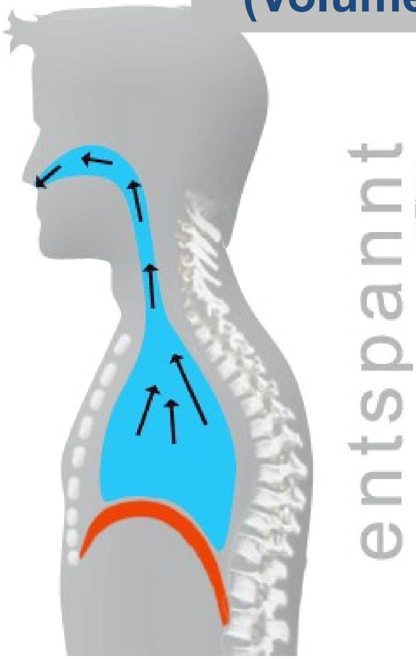
4. Diffusion als *Random Walk*

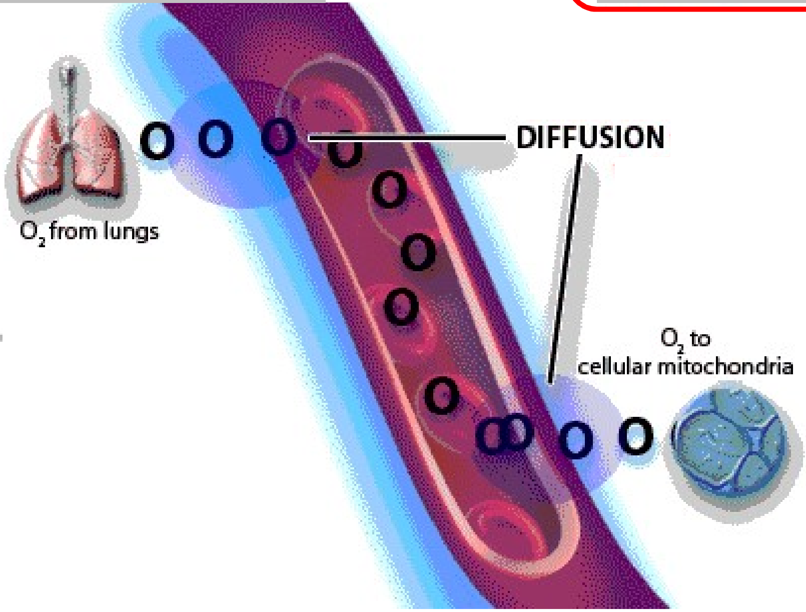
5. Vergleich der „Schnelligkeiten” der Diffusion und Strömung

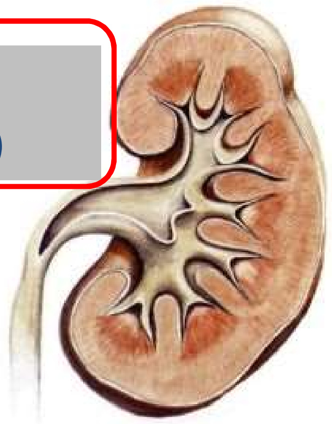
Transportprozesse

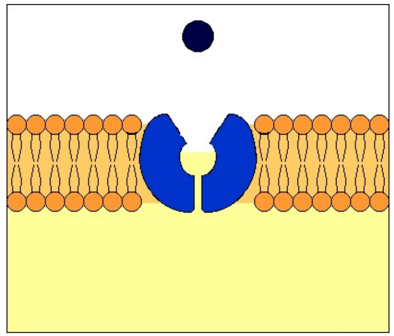
I. Strömung (Volumentransport)

II. Diffusion (Stofftransport)









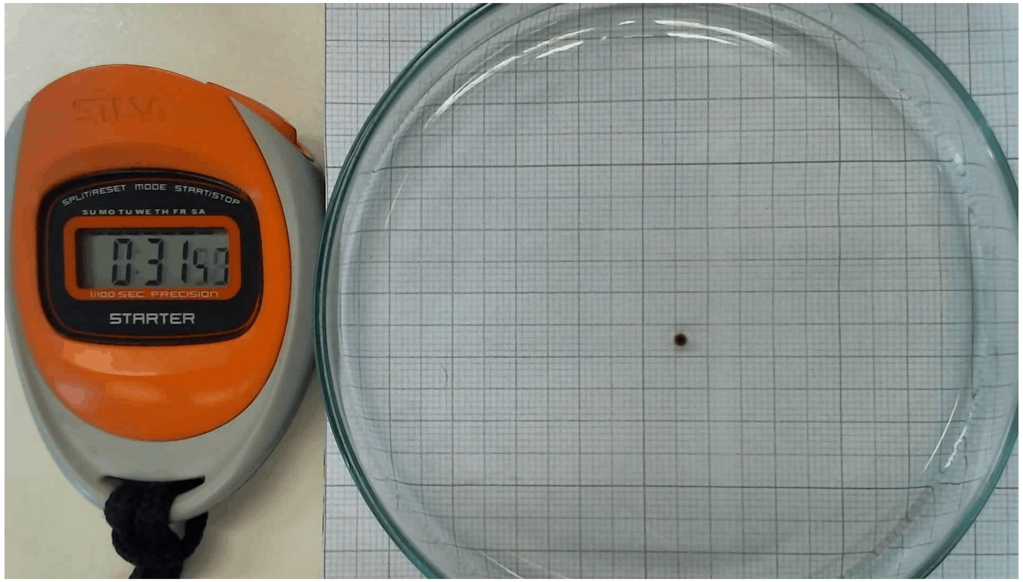
III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)

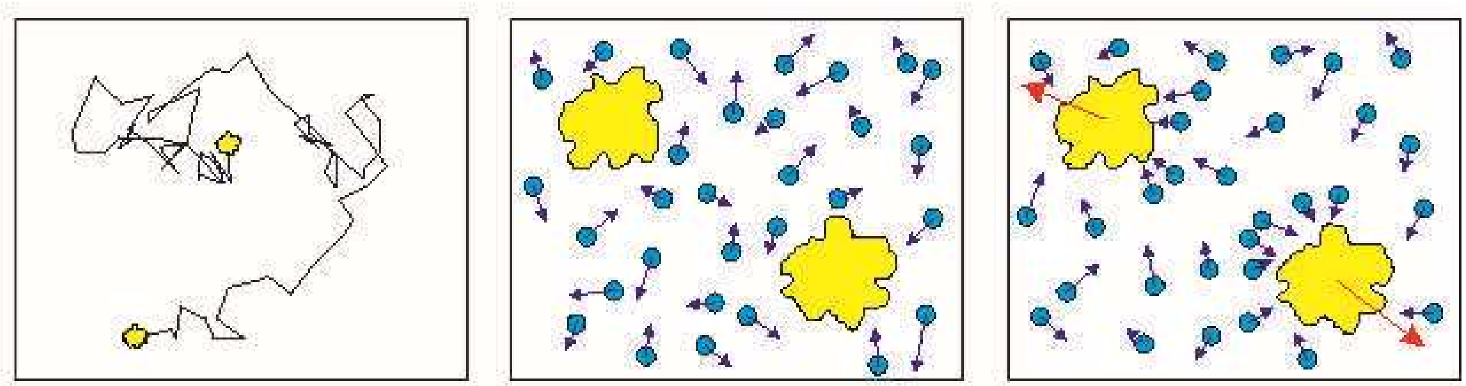
IV. Wärmeleitung (Energietransport)

V. Verallgemeinerung

VI. Energetische Aspekte

II. Stofftransport (Diffusion)





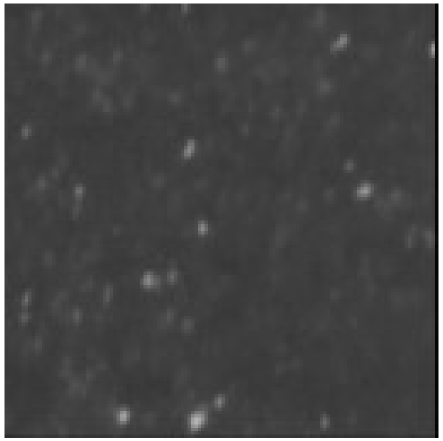
II. Diffusion (Stofftransport)

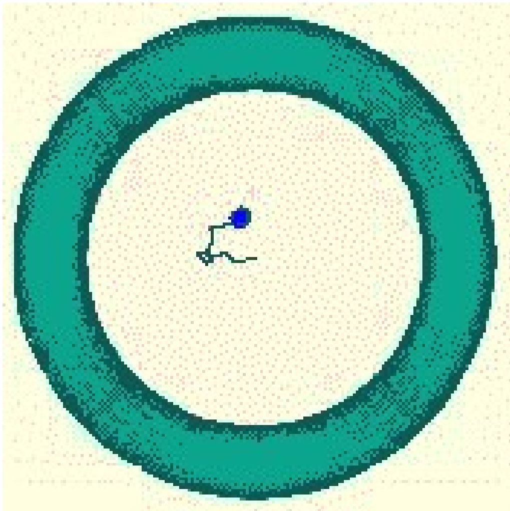
Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung

0. Grundvoraussetzung: thermische Molekularbewegung

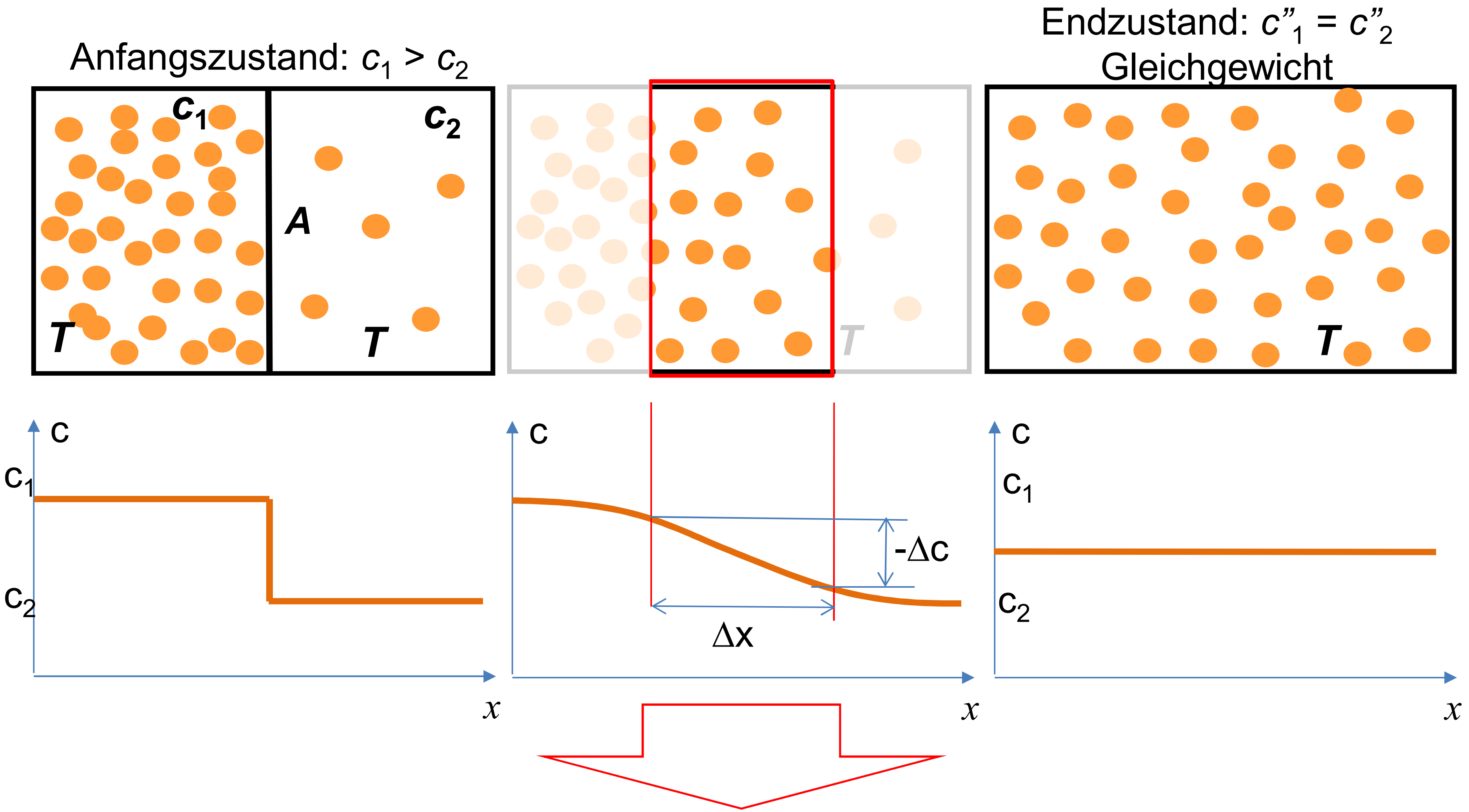
brownsche Bewegung

Molekularbewegung





- Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung



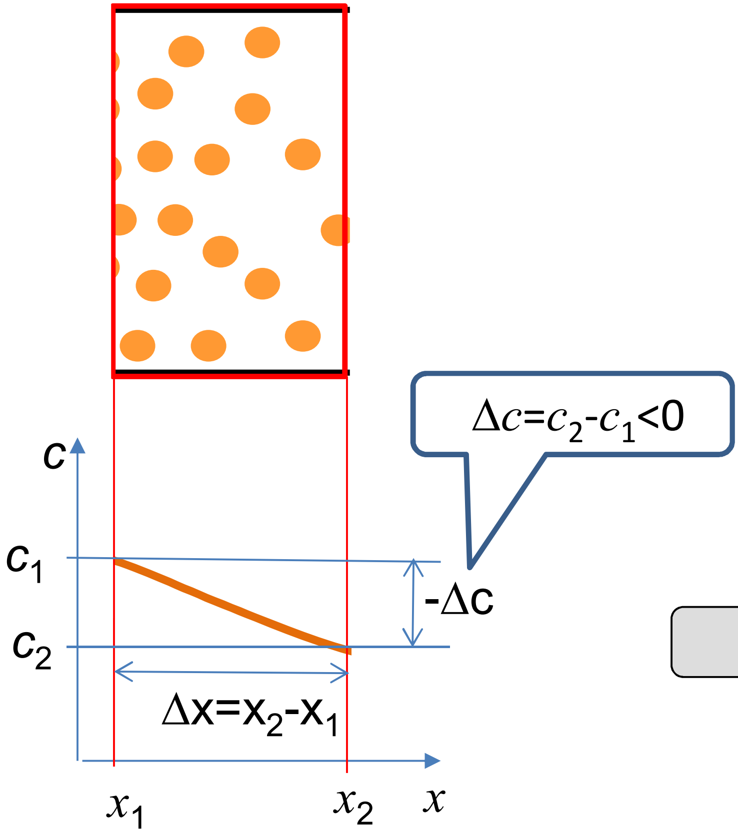
Bemerkung: thermisches Gleichgewicht

1. Grundbegriffe

- Stoffstromstärke (*I*): $I = \dfrac{\Delta \nu}{\Delta t} \quad \left(\dfrac{\mathrm{mol}}{\mathrm{s}}\right)$
- Stoffstromdichte (*J*): $J = \dfrac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t} \quad \left(\dfrac{\mathrm{mol}}{\mathrm{s} \cdot \mathrm{m}^2}\right)$
- stationäre Diffusion: zeitlich konstant

Adolf Fick
1829-1901
Physiologe

2. Transportgesetz — 1. ficksches Gesetz



$$\frac{\Delta \nu}{\Delta t} = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}$$

$$\boxed{J = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}}$$

Stromdichte

Diffusionskoeffizient

Konzentrationsgradient

für stationäre Diffusion!

Analogie

	Was wurde transportiert?	Stärke?	Was treibt den Transport?		Zusammenhang?
Volumen-transport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$J_\nu = \frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c	$-\frac{\Delta c}{\Delta x}$	$J_\nu = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}$

- Diffusionskoeffizient:

Beweglichkeit des Teilchens

Temperatur

$$D = ukT$$

- ❑ stoffspezifisch
  - diffundierendes Molekül
    - Größe
    - Form
  - Medium (η)
- ❑ temperaturabhängig

➢ Einstein-Stokes-Gleichung

(Diffusionskoeffizient von kugelförmigen Teilchen):

Temperatur

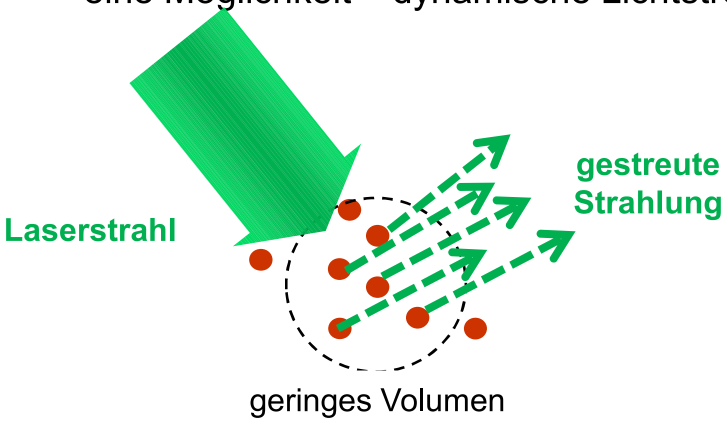
$$\boxed{D = \frac{kT}{6\pi\eta r}}$$

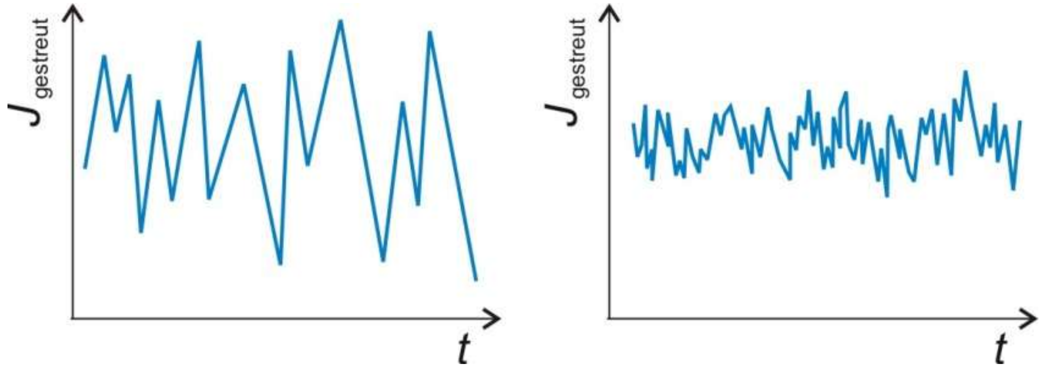
Viskosität des Mediums

Radius des Teilchens

Diffundierendes Teilchen (Molmasse)	Medium	D (m^2/s)
H_2 (2)	Luft	$6{,}4 \cdot 10^{-5}$
O_2 (32)	Luft	$2 \cdot 10^{-5}$
CO_2 (44)	Luft	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
H_2O (18)	Wasser	$2{,}2 \cdot 10^{-9}$
O_2 (32)	Wasser	$1{,}9 \cdot 10^{-9}$
Glyzin (75)	Wasser	$0{,}9 \cdot 10^{-9}$
Serum Albumin (69 000)	Wasser	$6 \cdot 10^{-11}$
Tropomiozin (93 000)	Wasser	$2{,}2 \cdot 10^{-11}$
Tabakmosaik-virus (40 000 000)	Wasser	$4{,}6 \cdot 10^{-12}$

- Messung des Diffusionskoeffizienten:
  eine Möglichkeit – dynamische Lichtstreuungsmessung





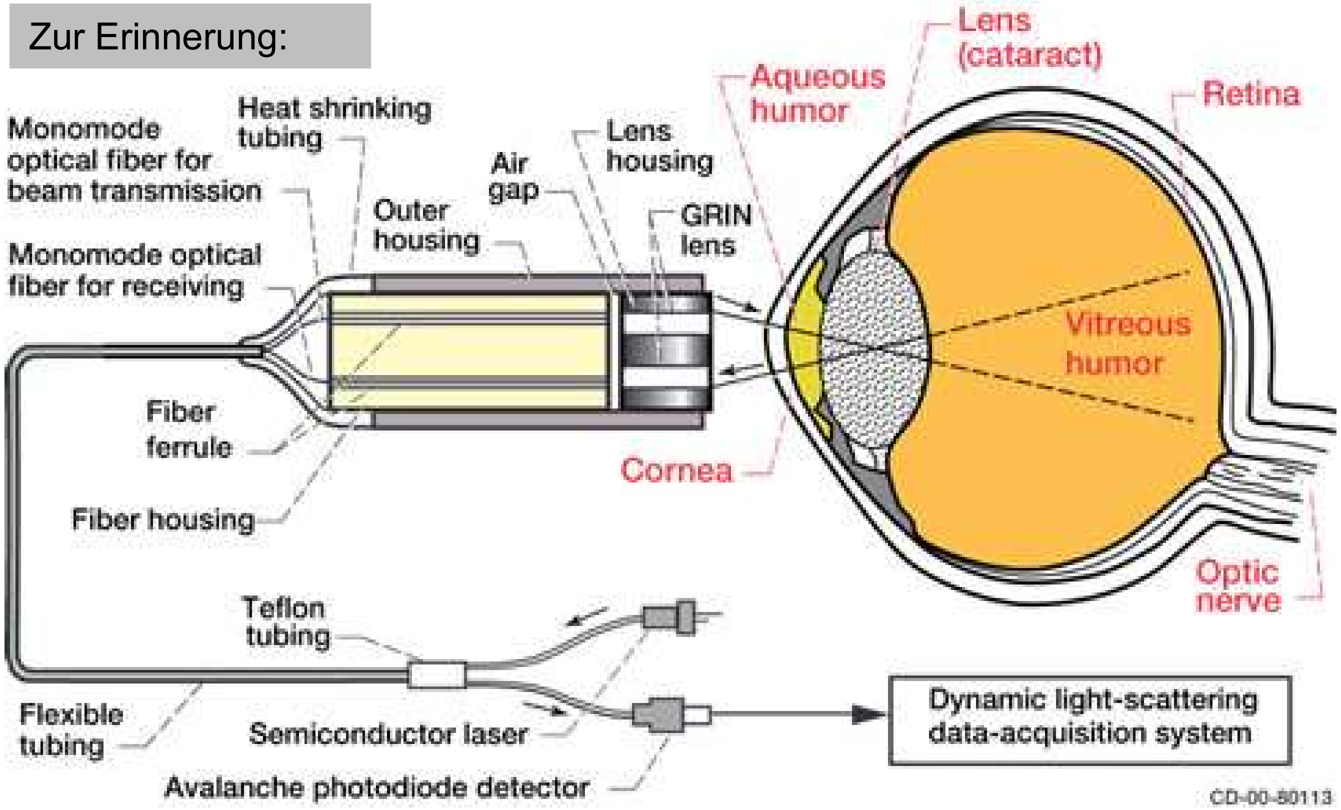
→ D

Zur Erinnerung:

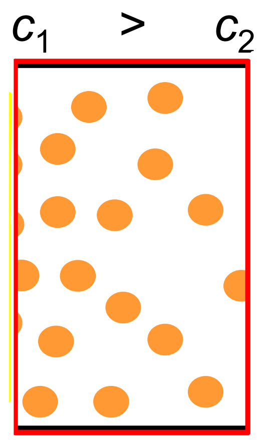
$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

↓

Teilchengröße

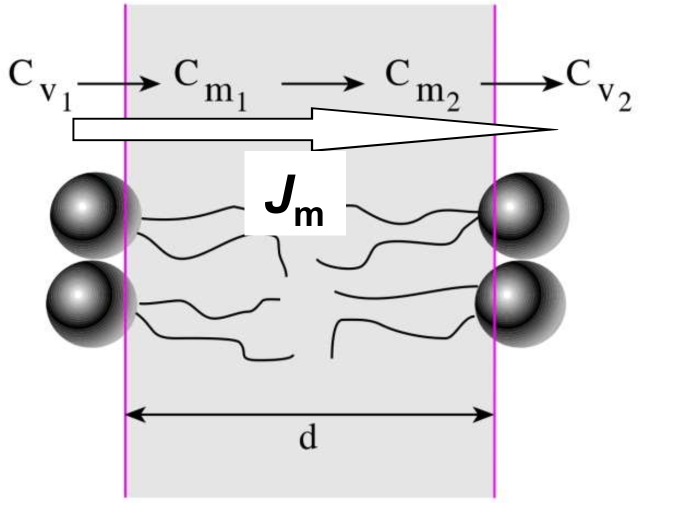


Stationäre Diffusion?

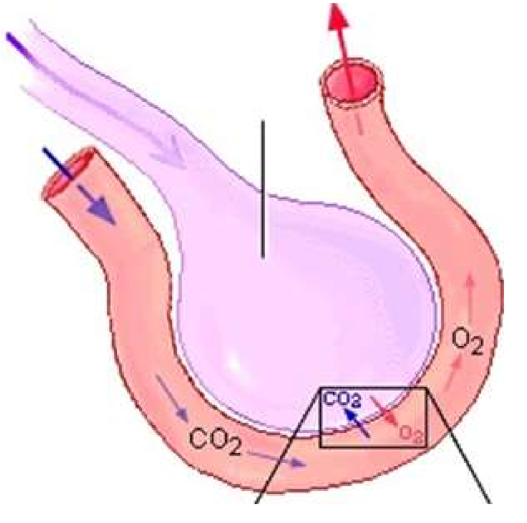


Zwei Beispiele, wo die Diffusion ist zu gute Annäherung stationär:

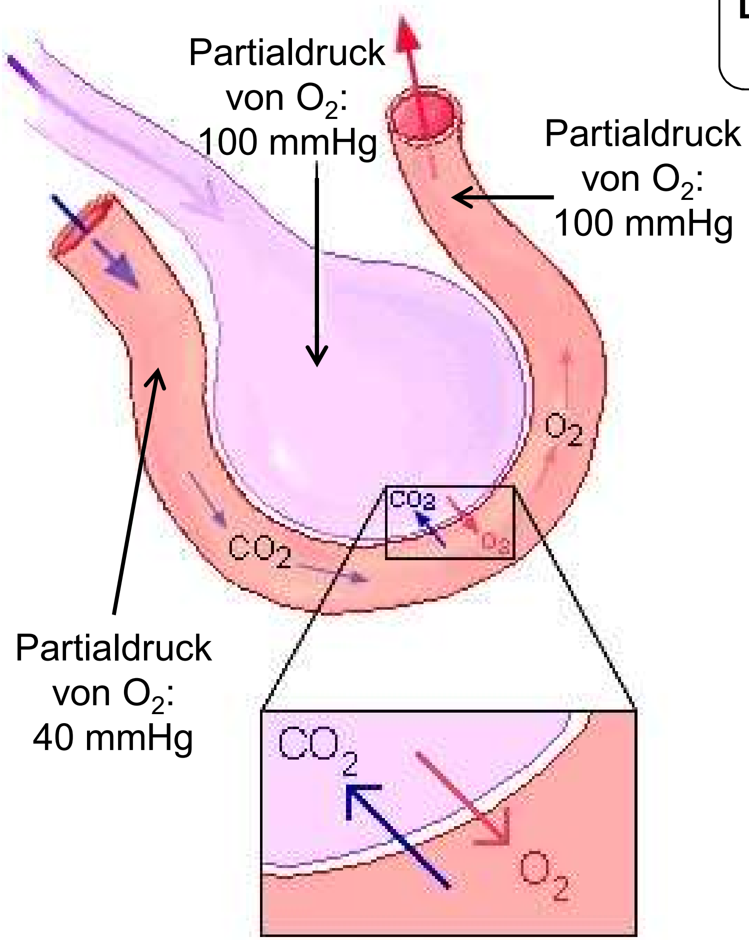
Diffusion durch der Zellmembrane



O_2 Transport von Lunge ins Blut



Anwendung des 1. fickschen Gesetzes für O_2-Diffusion von Lunge ins Blut



Während Δt Zeit **Durchdiffundierte O_2-Stoffmenge**

Konzentrations-differenz

Zeitspanne (= Länge/Strömungs-geschwindigkeit)

$$\boxed{\Delta v = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}\Delta t}$$

Diffusionskoeffizient von O_2-Molekülen in der Alveolarwand

Kontaktfläche zwischen dem Alveolarraum und der Kapillare

Dicke der Alveolarwand

Probleme bei der Anwendung:

- Gas - Flüssigkeit ➡ 1. Partialdruck *p* !
  2. Henry-Gesetz

Löslichkeit von Gasen in Flüssigkeiten

Henry-Gesetz:

$$c = k_H \cdot p$$

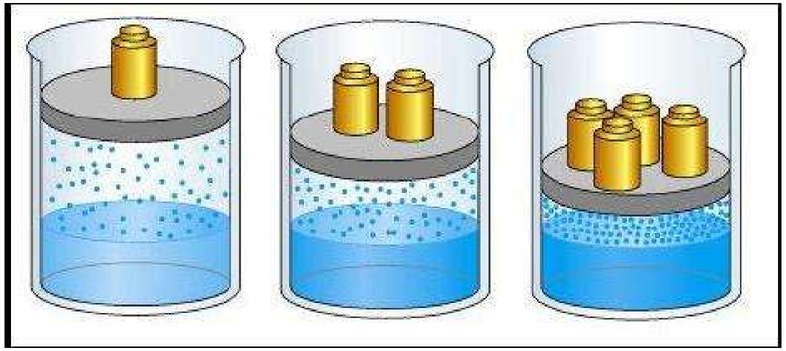
Partialdruck im Gas

Konzentration in der Lösung

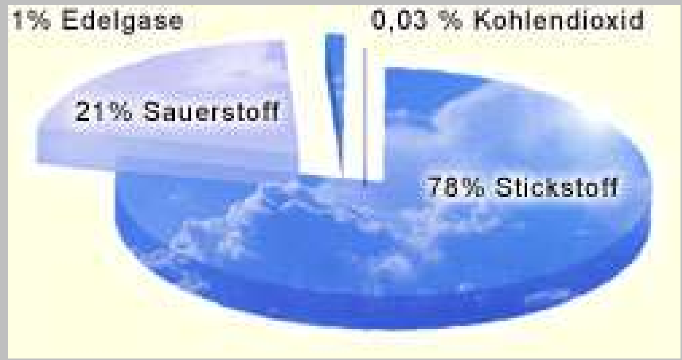
Löslichkeitskoeffizienz oder Henry-Konstante

Voraussetzungen:

- Gleichgewicht
- Dünne Lösung
- Keine chemische Reaktion



Der Partialdruck entspricht dem Druck, den eine einzelne Gaskomponente eines Gasgemisches bei alleinigem Vorhandensein im betreffenden Volumen ausüben würde.

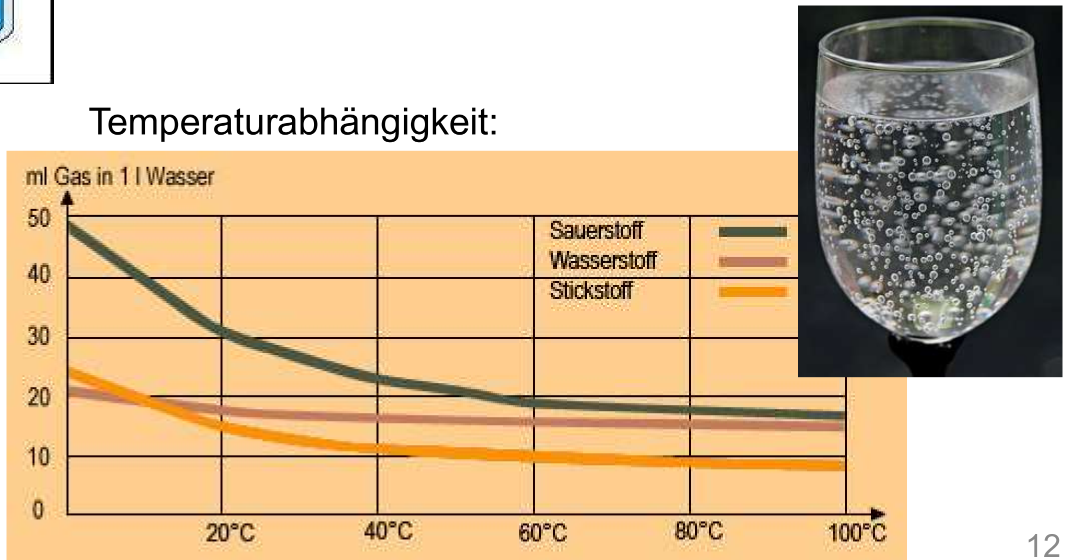


Gesamtdruck: p = 101 kPa = 760 mmHg, daraus der Partialdruck von O_2: p_{O2} = 21,2 kPa = 160 mmHg

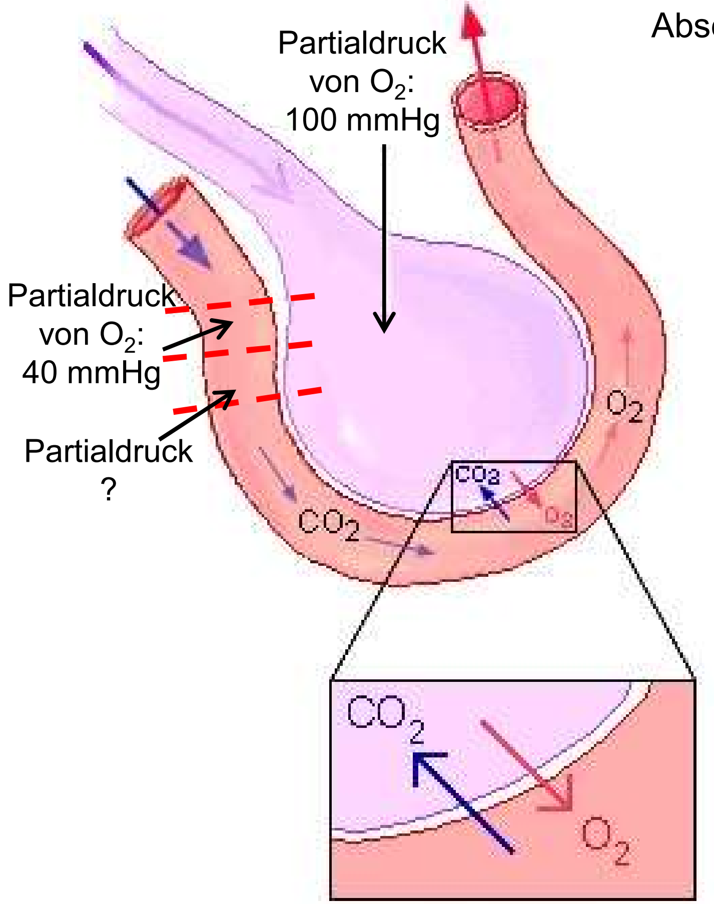
z. B. bei 25°C:

Gas	$k_H \left(\frac{\text{mol}}{\text{l} \cdot \text{kPa}}\right)$
O_2	$1{,}26 \cdot 10^{-5}$
N_2	$0{,}64 \cdot 10^{-5}$
CO_2	$33{,}2 \cdot 10^{-5}$

Temperaturabhängigkeit:



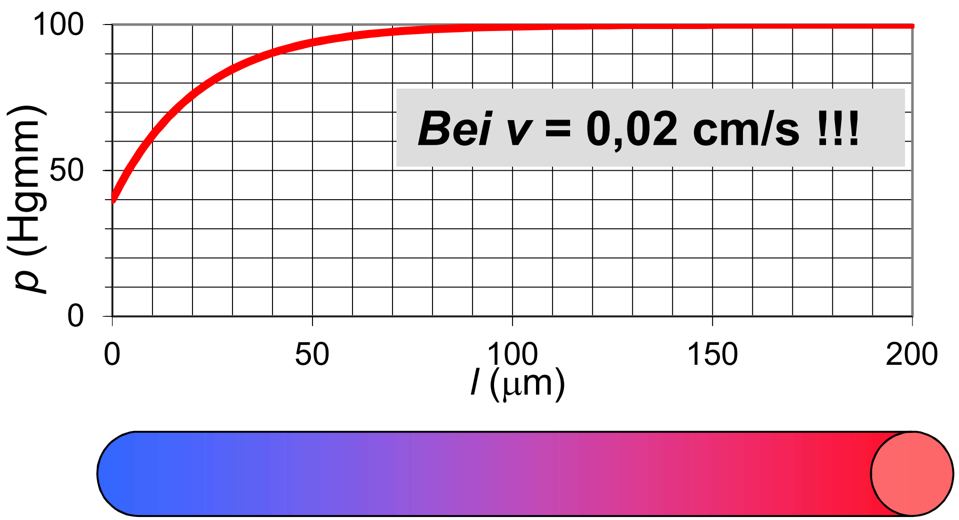
- Partialdruck im Blut wo?



Die Kapillare wird auf so kleine Abschnitte aufgeteilt, dass innerhalb eines Abschnittes der Partialdruck schon als konstant betrachtet werden kann. Das 1. ficksche Gesetz wird dann für diese Abschnitte nacheinander verwendet. ⟶ Excel

Bei welcher Blutgeschwindigkeit wird das Blut mit O_2 gesättigt?

O_2-Aufnahme in den Alveolarkapillaren



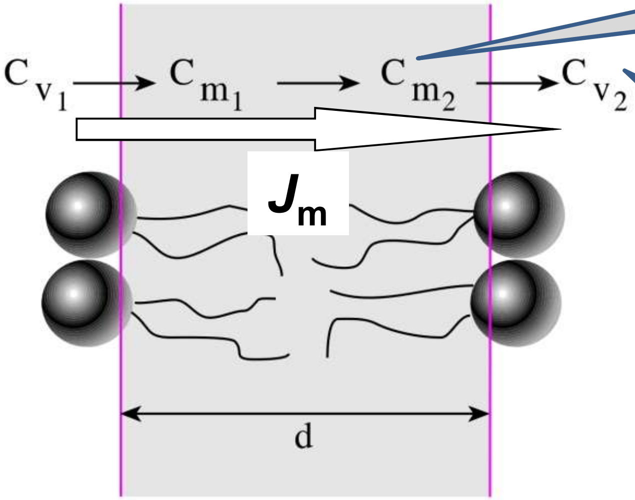
- Membran ≈ Wasser

Kontinuitätsgleichung im Blutkreislauf

Zur Erinnerung

Gefäß	Aorta	Arterien	Arteriolen	Kapillaren	Venolen	Venen	Hohlvenen
A (cm^2)	4,5	20	400	4500	4000	40	18
v (cm/s)	23	5	0,25	0,022	0,025	2,5	6

Diffusion durch Membranen (passiver Transport)



Konzentration in der Membran

Konzentration in der wäßrigen Lösung

$$c_m = k \cdot c_v$$

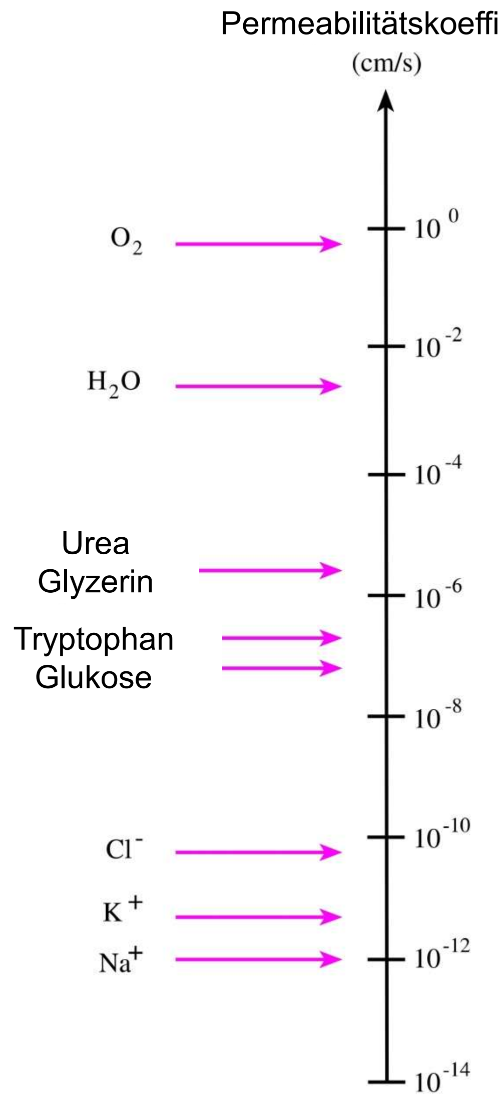
- 1. ficksches Gesetz:

$$J_m = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{m2} - c_{m1}}{d} =$$

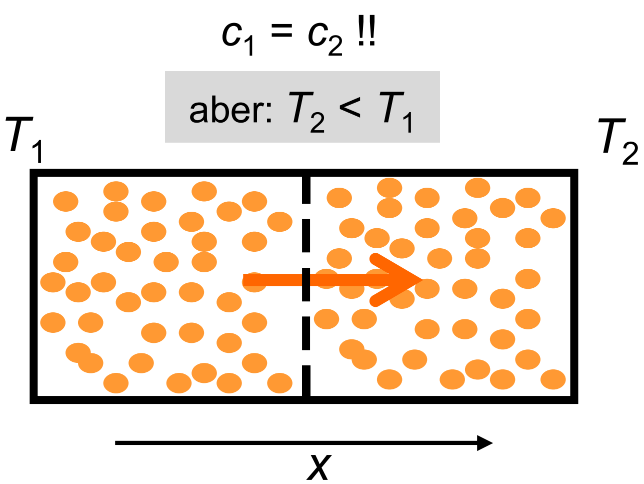
$$= -D \cdot k \cdot \frac{c_{v2} - c_{v1}}{d} = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

$$J_m = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)



- Diffusion in Falle des thermisches Nichtgleichgewichtes:



Temperaturinhomogenitäten können zur Diffusion führen.
Man braucht also zur allgemeineren Beschreibung der Diffusion statt der Konzentration eine Größe, die einerseits die Konzentration, andererseits aber auch die Temperatur enthält.

Konzentration (c) $\Rightarrow$ chemisches Potenzial (μ)

chemisches Potenzial für Lösungen:

Referenzlösung

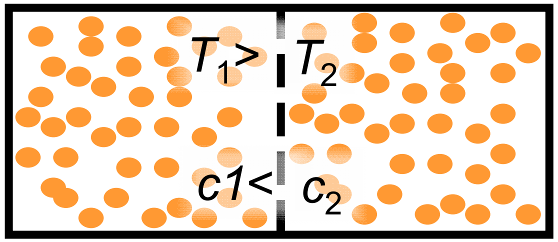
c_0 $\qquad$ c

Normalpotenzial als Bezugswert $\quad \mu_0$ $\qquad$ μ ?

$$\mu = \mu_0 + RT \ln \frac{c}{c_0} \qquad [\mu] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}}$$

Die Triebkraft der Diffusion im Allgemeinen: $-\dfrac{\Delta\mu}{\Delta x}$

Endzustand der Diffusion (kein Stoffstrom) beim thermischen Nichtgleichgewicht:



Analogie

	Was wurde transportiert?	Stärke?	Was treibt den Transport?		Zusammenhang?
Volumen-transport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$J_\nu = \frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c μ	$-\frac{\Delta c}{\Delta x}$ $-\frac{\Delta \mu}{\Delta x}$	$J_\nu = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}$

3. Das 2. ficksche Gesetz:

Algemeine Bescreibung der Diffusion $c(x,t)$

bischen anschaulichere Form

$$D\frac{\Delta\left(\frac{\Delta c}{\Delta x}\right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$$

exakte mathematische Form

$$D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

– Partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung
– Lösung: die Funktion $c(x, t)$

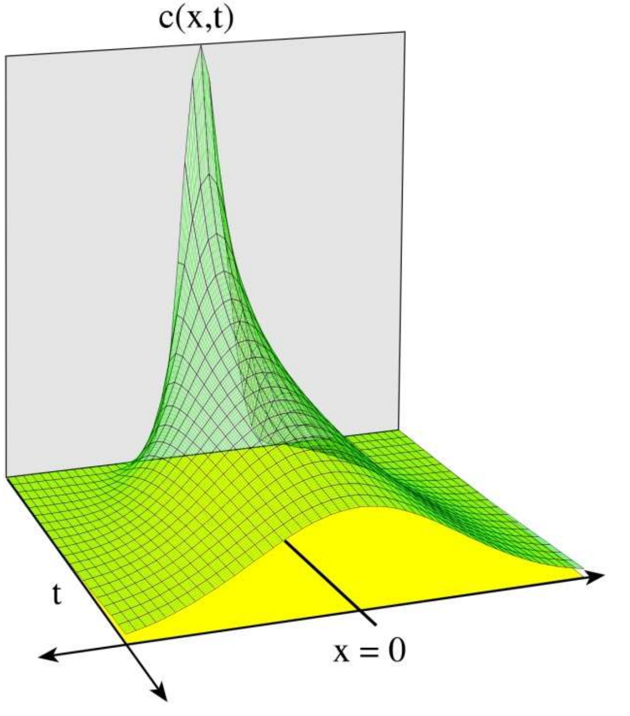
Beispiele für Lösungen:

➢ Für eindimensionale Diffusion:

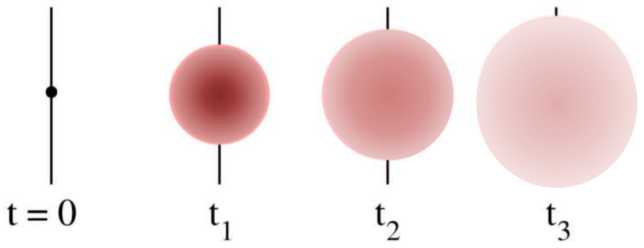
anim

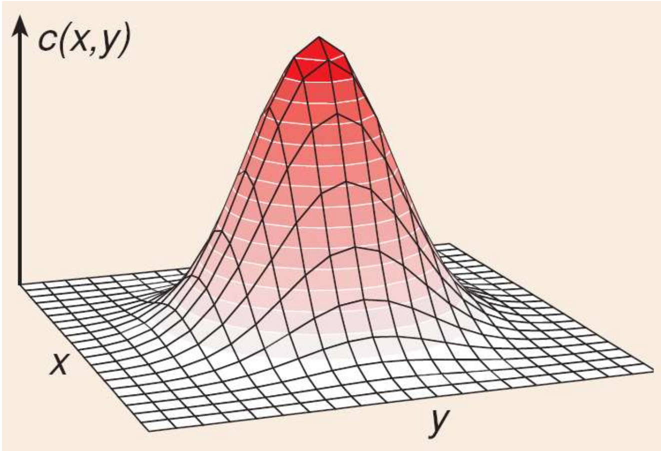
$$c(x) = \frac{c_0 \Delta x}{\sqrt{2\pi\sigma_x^{\ 2}}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^{\ 2}}}$$

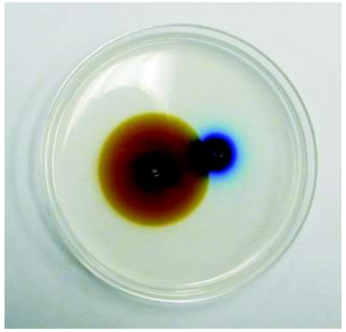
$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$

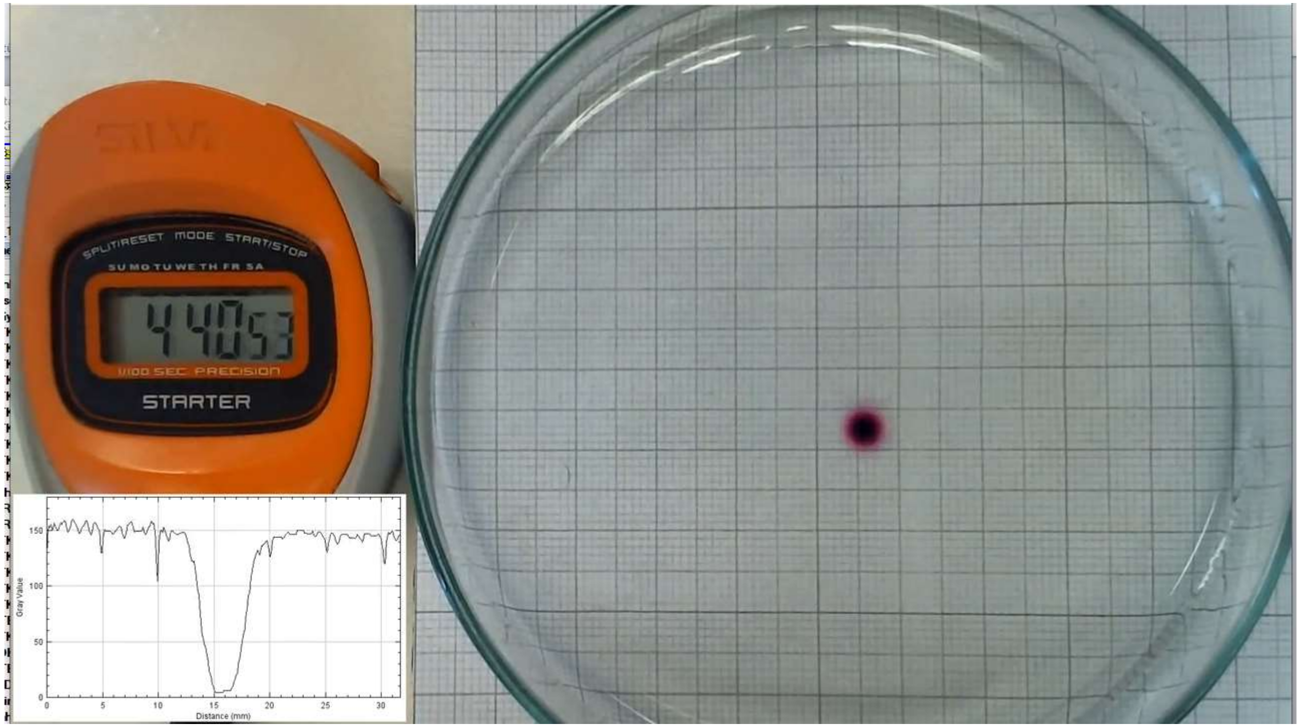


- Für zweidimensionale Diffusion:



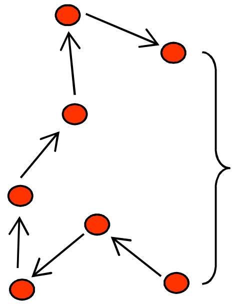




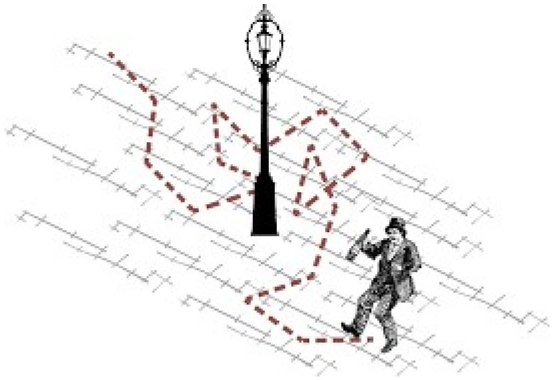


Siehe auch Praktikum!

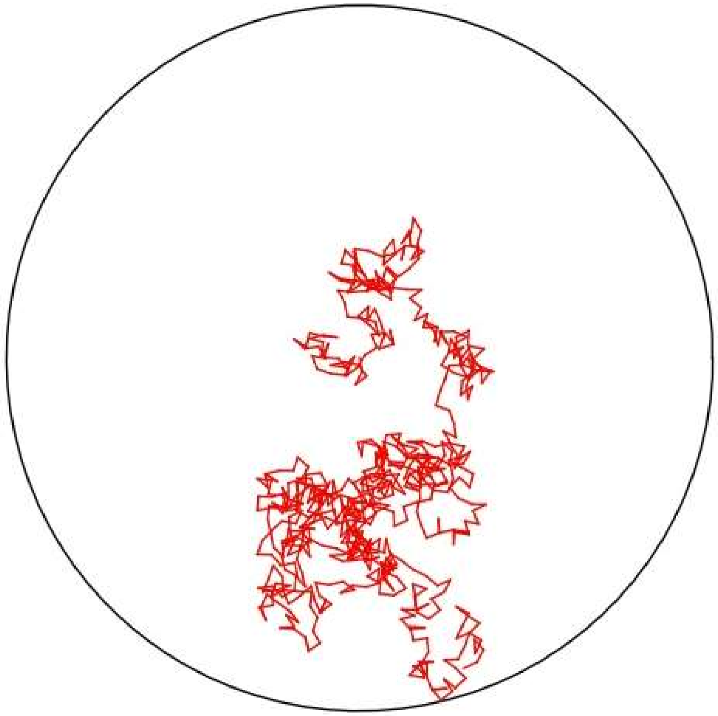
4. Diffusion als *Random Walk*



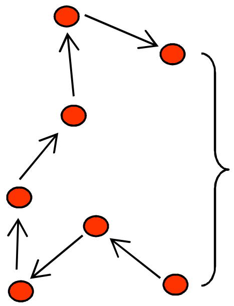
$\overline{R} =$?



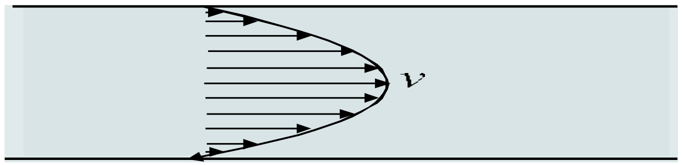
$$\boxed{\overline{R} = \sqrt{3D \cdot t}}$$



5. Welcher Transportprozess ist „schneller” für O_2-Transport?



$$\overline{R} = \sqrt{3D \cdot t}$$



Geschwindigkeit der Blutströmung:

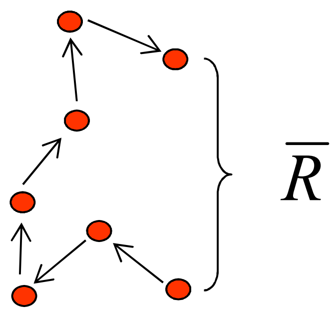
Gefäß	Kapillaren
A (cm^2)	4500
v (cm/s)	0,022

$$\overline{R} = \sqrt{3D \cdot t} \qquad D = 2 \cdot 10^{-9}\,\frac{\mathrm{m}^2}{s}$$

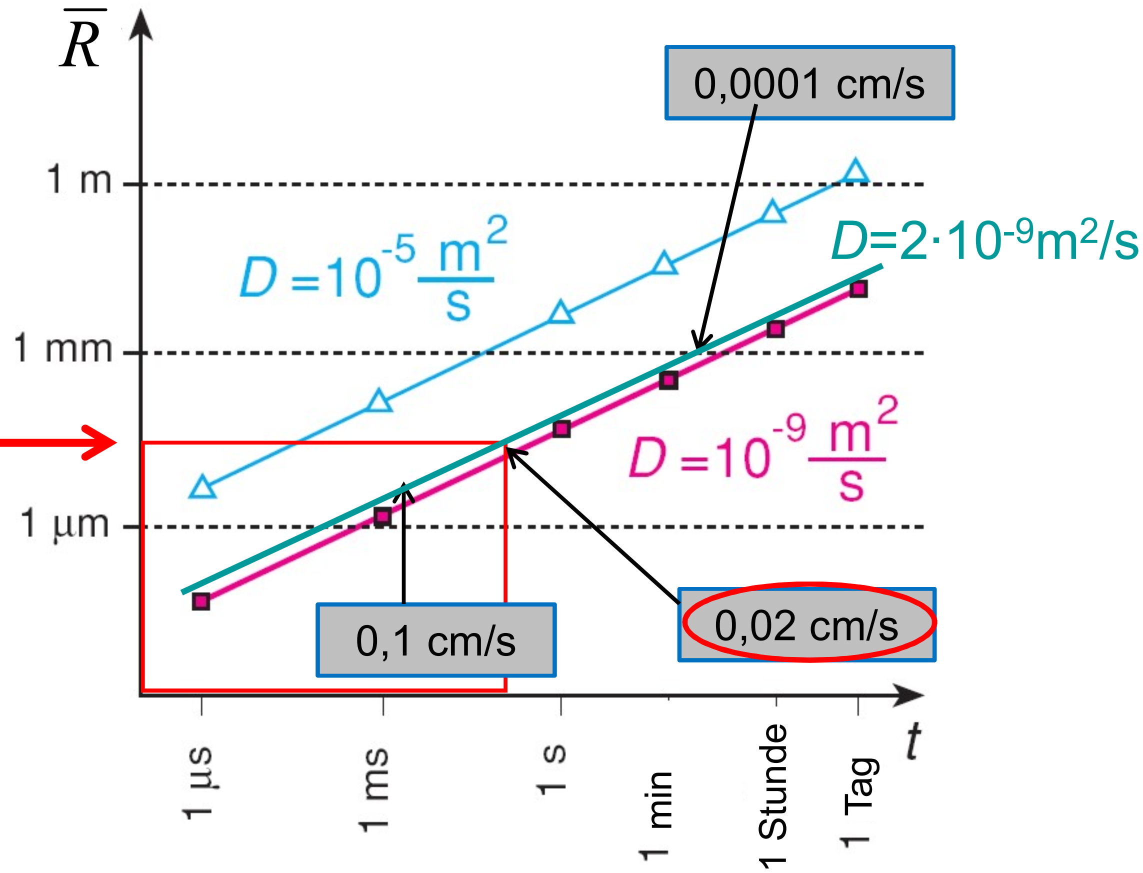
σ_x	t	Durchschnittliche Geschwindigkeit der Diffusion
1 μm		
30 μm		
1 cm		
1 m		

Zusammenfassend über die „Schnelligkeit” der Diffusion

Gefäß	Kapillaren
A (cm²)	4500
v (cm/s)	0,022

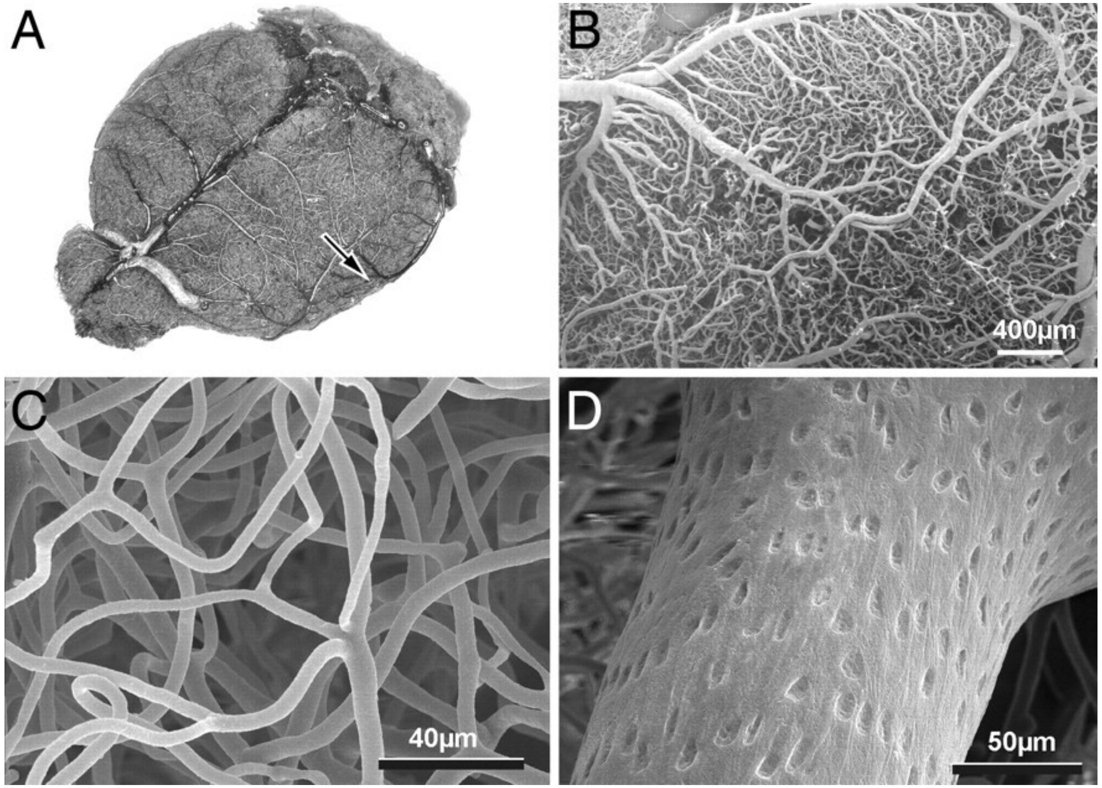


30 μm



Welcher Transportprozess ist „schneller" für O2-Transport?

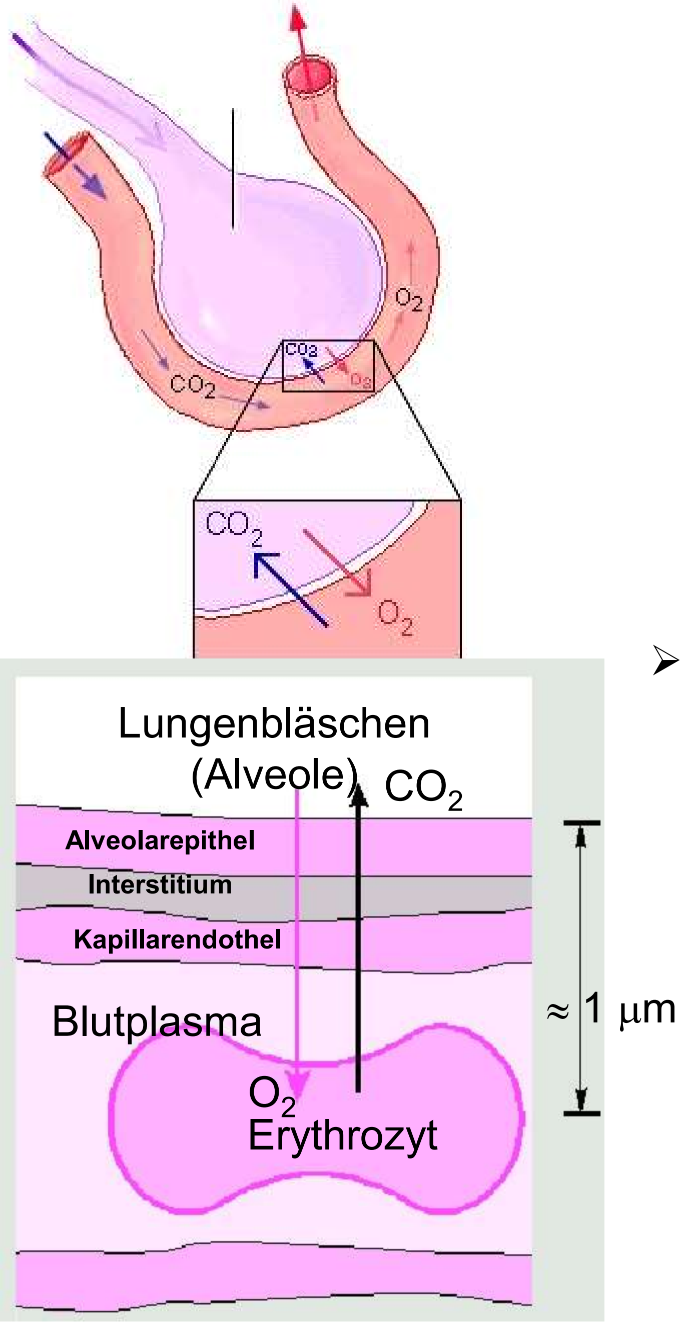
- bis 30 μm : Diffusion
- über 30 μm : Blutströmung

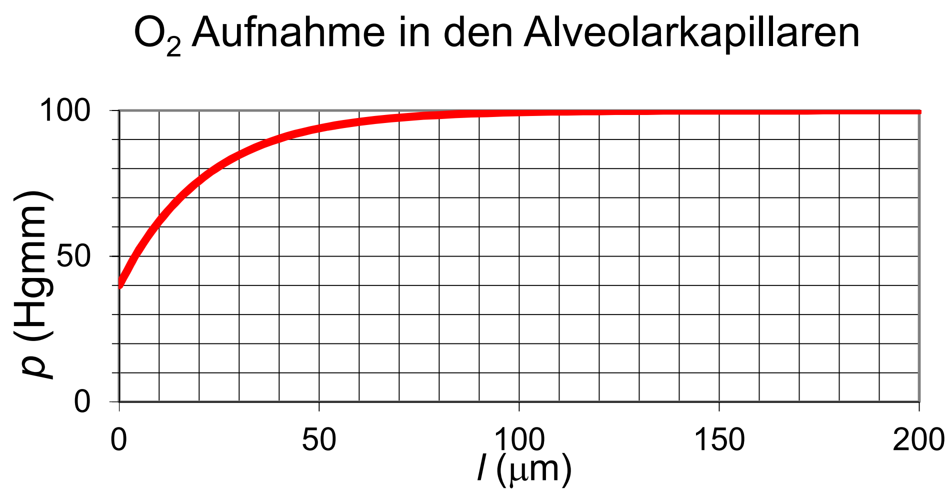


(*C*) SEM image of cortical capillaries. Capillary diameters range from 4 to 6 μm and intercapillary distances are ≈30 μm.

Altered morphology and 3D architecture of brain vasculature in a mouse model for Alzheimer's disease
Eric P. Meyer, Alexandra Ulmann-Schuler, Matthias Staufenbiel, and Thomas Krucker
PNAS March 4, 2008 105 (9) 3587-3592; https://doi.org/10.1073/pnas.0709788105

- O_2-Diffusion Lunge-Blut als *Random Walk*





➢ Random Walk: Wie viel Zeit brauchen die O_2-Moleküle dazu im Durchschnitt?

$$\overline{R} = \sqrt{3D \cdot t}$$

D für O_2 im Wasser:

$1{,}9 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m/s^2} \approx 2 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m/s^2}$