

## Transportprozesse 4

### II. Diffusion (Stofftransport)

Ein Spezialfall: wenn Stoff produziert und verwendet wird

- Anwendungen:**
- Laterale Diffusion in Membranen
  - Diffusion durch Membranen (passiver Transport)
  - Diffusion von Ionen durch eine Membran, Diffusionspotenzial, Nernst-Gleichung

### III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)

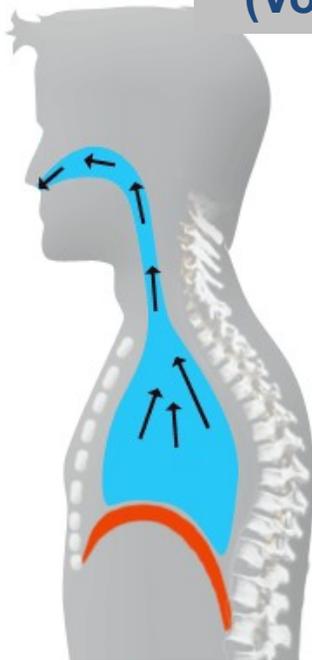
1. **Grundbegriffe** Elektrische Stromstärke, -dichte
2. **Transportgesetz = ohmsches Gesetz**
3. **Anwendungen** Auf Widerstandsmessung basierende Techniken (IPG, IKG, EIT, ....)

### IV. Wärmeleitung (Energietransport)

0. **Mechanismus**
1. **Grundbegriffe** Energiestromstärke, -dichte
2. **Transportgesetz = Fourier-Gesetz**
3. **Anwendungen**

# Transportprozesse

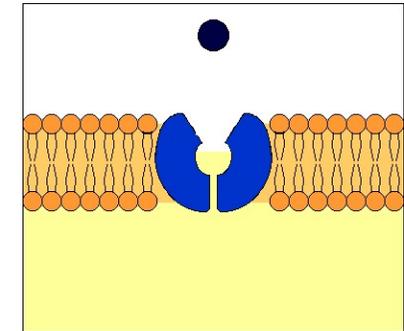
## I. Strömung (Volumentransport)



entspannt



## II. Diffusion (Stofftransport)



## III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)



## IV. Wärmeleitung (Energietransport)



## V. Verallgemeinerung

Zur Erinnerung

Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung

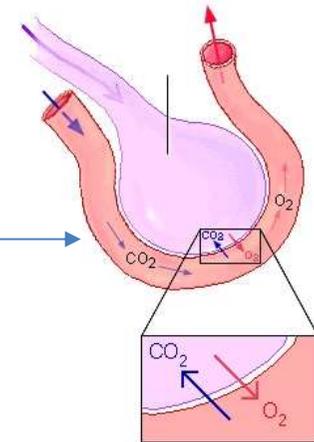
**Das 1. Ficksche Gesetz:**

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = -DA \frac{\Delta c}{\Delta x}$$

**Bedingung: stationäre Diffusion!**

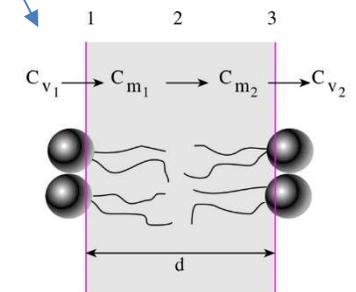
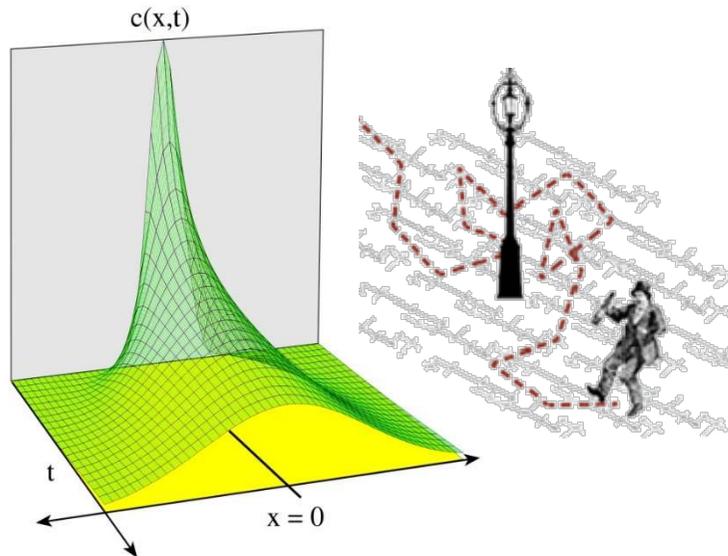
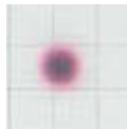
**Anwendbar für**

- O<sub>2</sub>-Diffusion von Lunge ins Blut
- Diffusion durch Membranen



**Das 2. Ficksche Gesetz:**

$$D \frac{\Delta \left( \frac{\Delta c}{\Delta x} \right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$$



## Ein Spezialfall: Diffusion in Falle der Quelle und Verbraucher

Endzustand  $\neq$  Gleichmäßige Verteilung der Konzentration

Stationäre Diffusion von Quelle nach Verbraucher

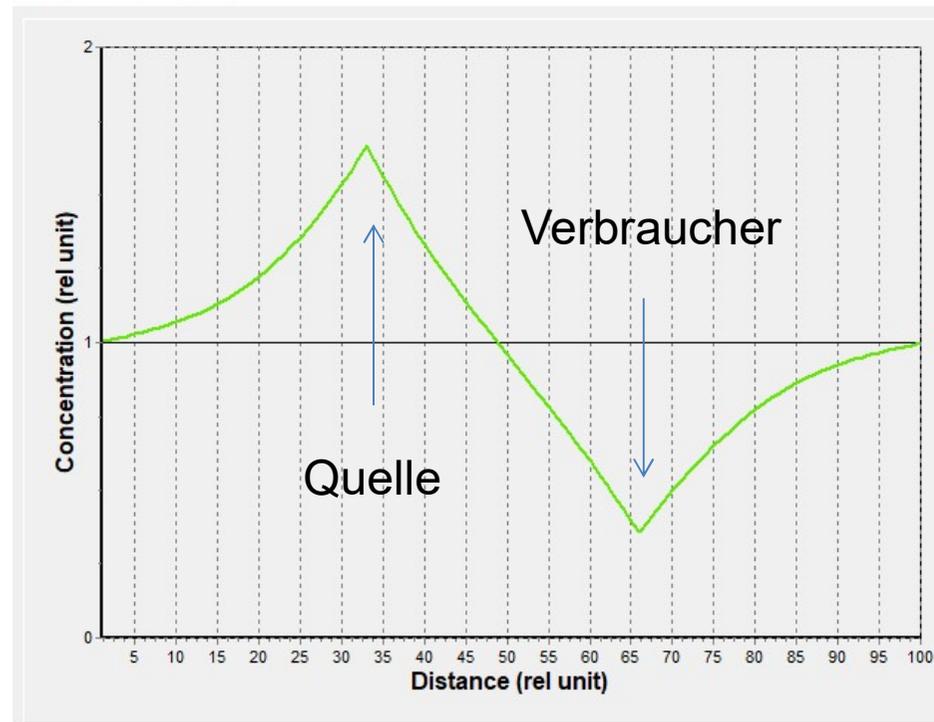
### Quelle:

Wo der betrachtete Stoff produziert wird.  
Z.B. durch chemische Prozesse.

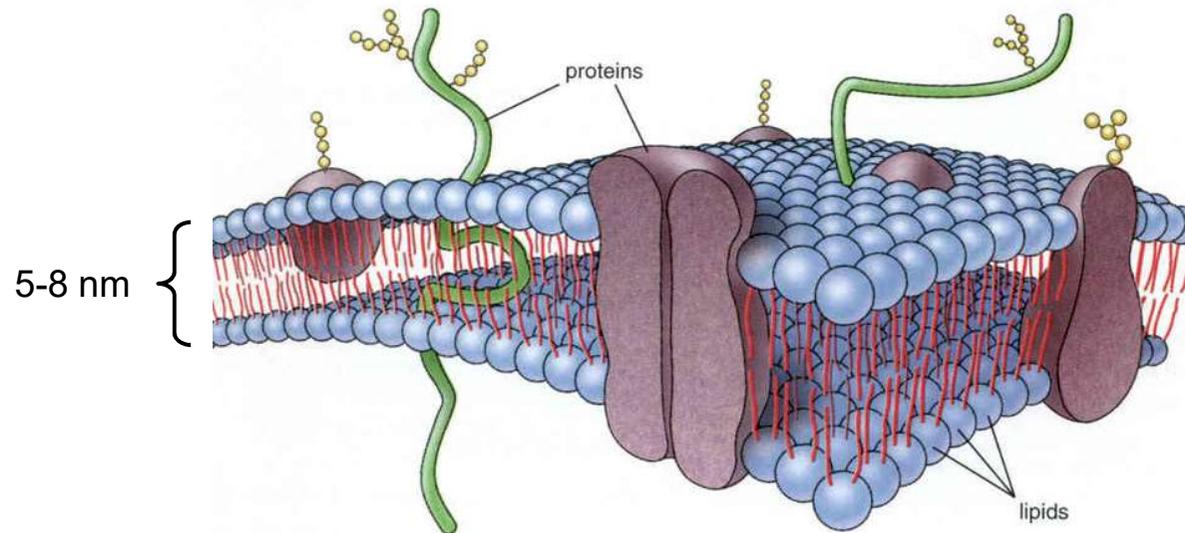
### Verbraucher:

Wo der Stoff verwendet wird zB. durch chemische Prozessen in einem anderen Stoff umgewandelt wird.

 Diffusion simulation by SL

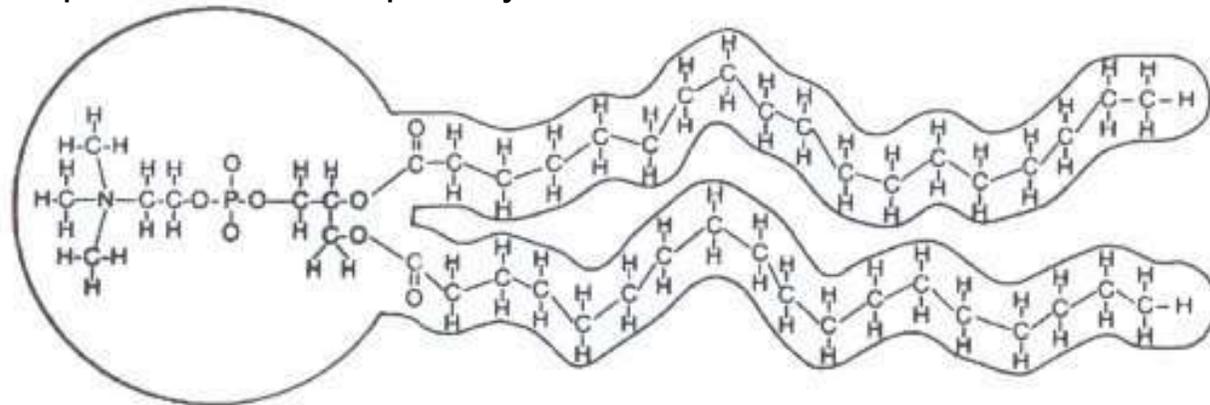


# Anwendung: Diffusion in Membranen



## Beispiel

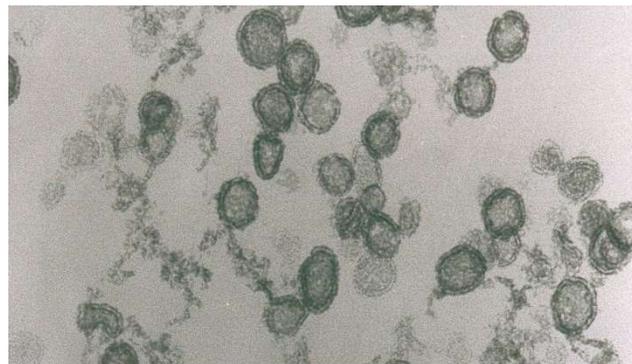
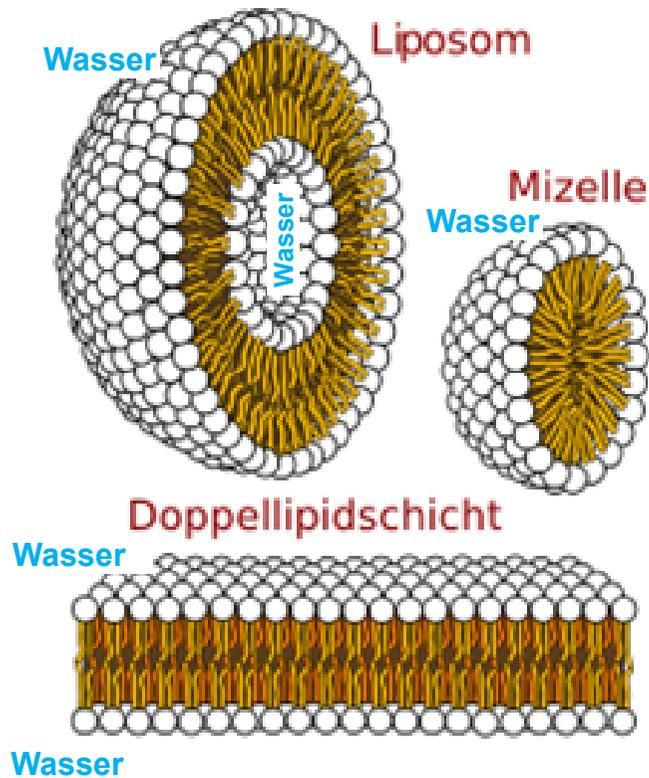
Ein Phospholipidmolekül: Phosphatidylcholin



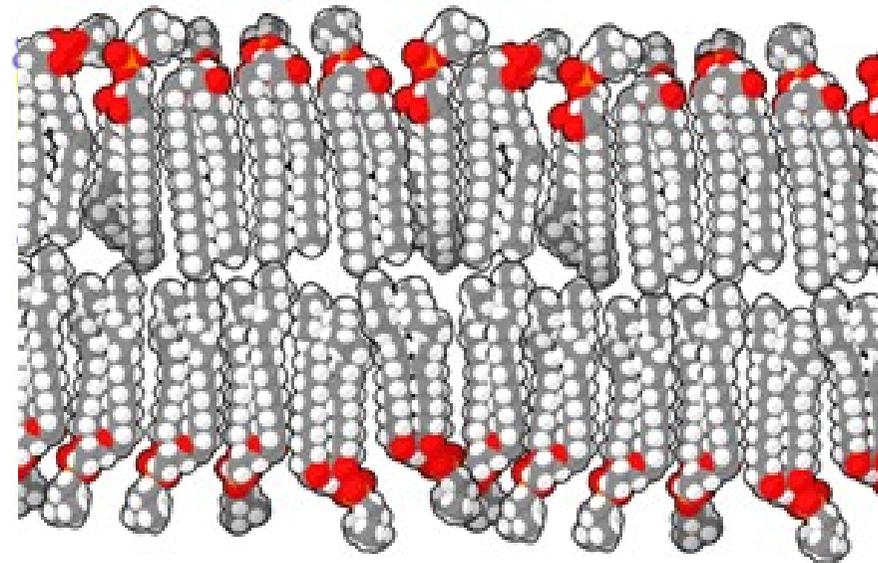
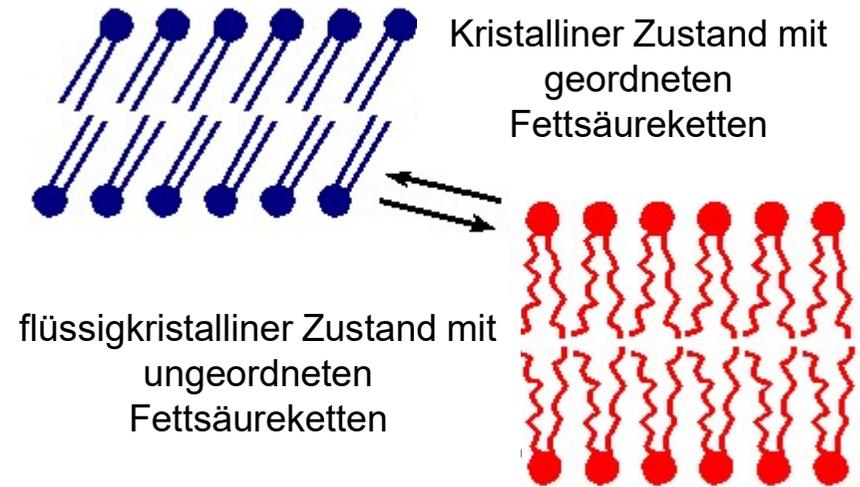
Polarer, hydrophiler Kopf

Apolare, hydrophobe Schwänze

# Zur Erinnerung: Lyotrope Flüssigkristalle

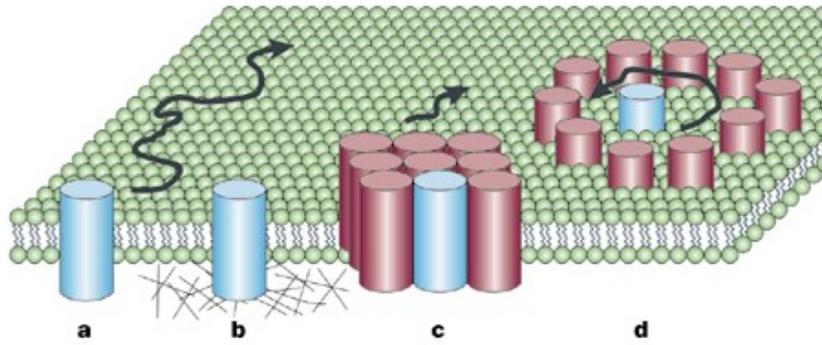


## Phasenübergang in der Lipiddoppelschicht

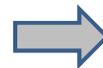
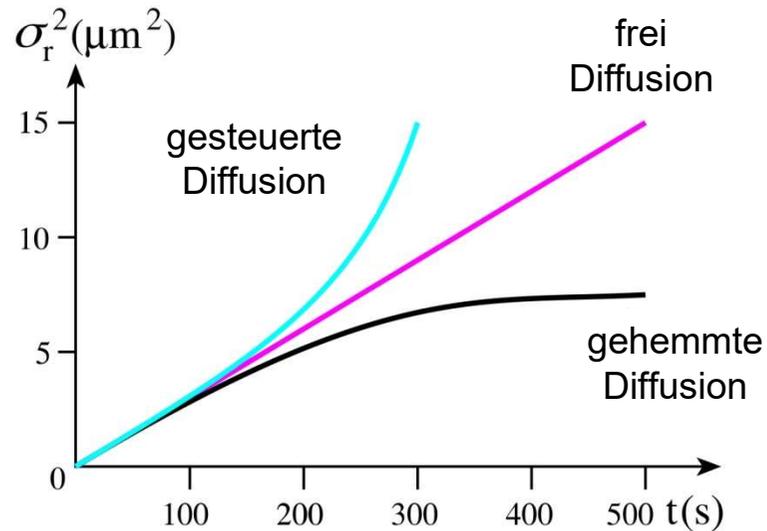
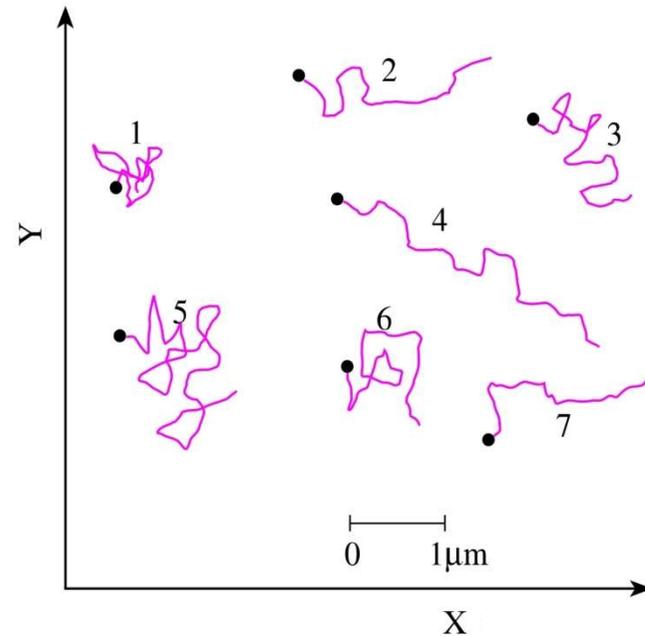


$$\eta_{\text{Gel}} > \eta_{\text{Fluid}} \gg \eta_{\text{Wasser}}$$

■ Laterale Diffusion in Membranen



Messung z. B. durch SPT (single particle tracking)



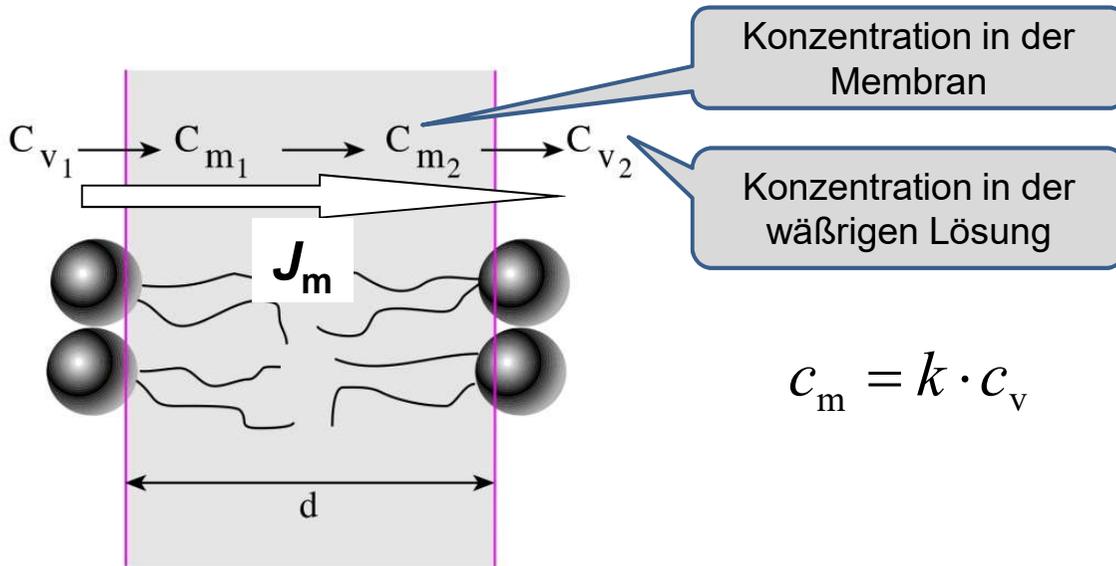
Lipide (mobiler Anteil >90%):

$$D_{\text{lateral}} \approx 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$$

Proteine (mobiler Anteil 10-90%):

$$D_{\text{lateral}} \approx 10^{-13} - 10^{-17} \text{ m}^2/\text{s}$$

▪ Diffusion durch Membranen (passiver Transport)



$$c_m = k \cdot c_v$$

➤ 1. Ficksches Gesetz:

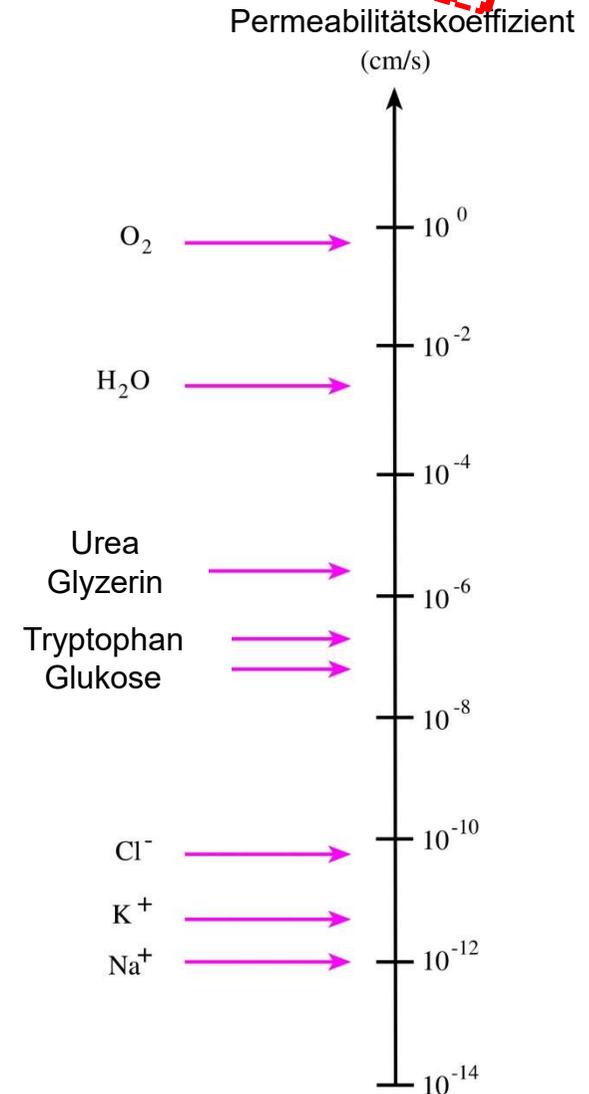
$$J_m = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{m2} - c_{m1}}{d} =$$

$$= -D \cdot k \cdot \frac{c_{v2} - c_{v1}}{d} = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

$$J_m = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)

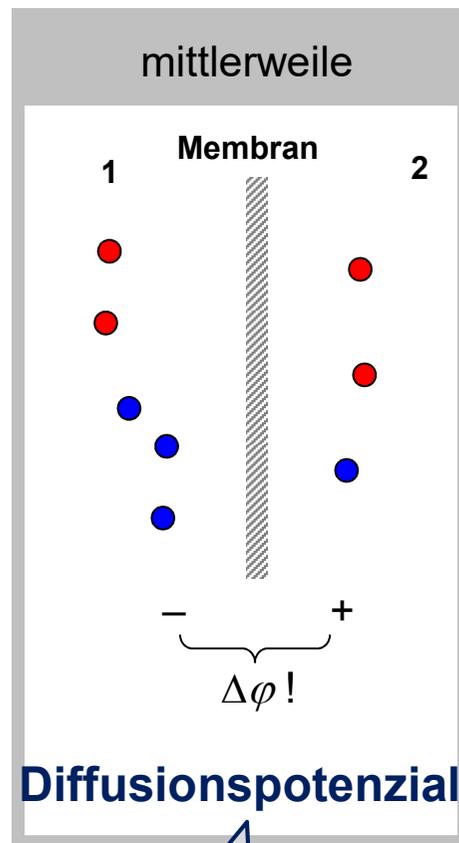
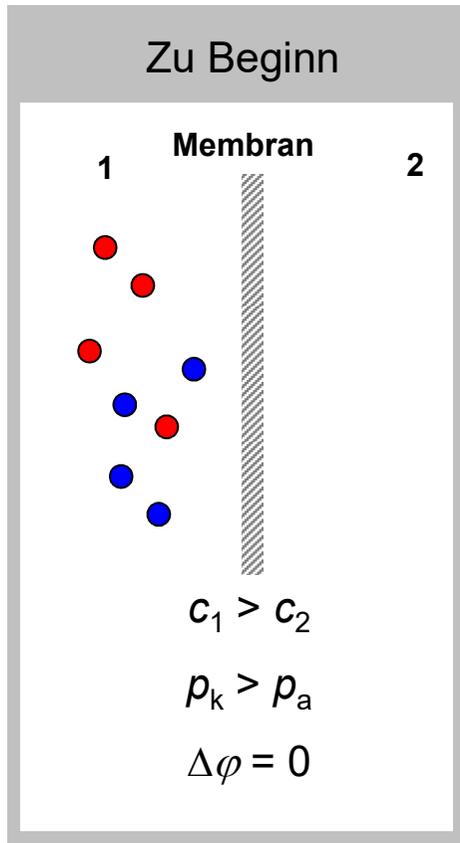
Zur Erinnerung



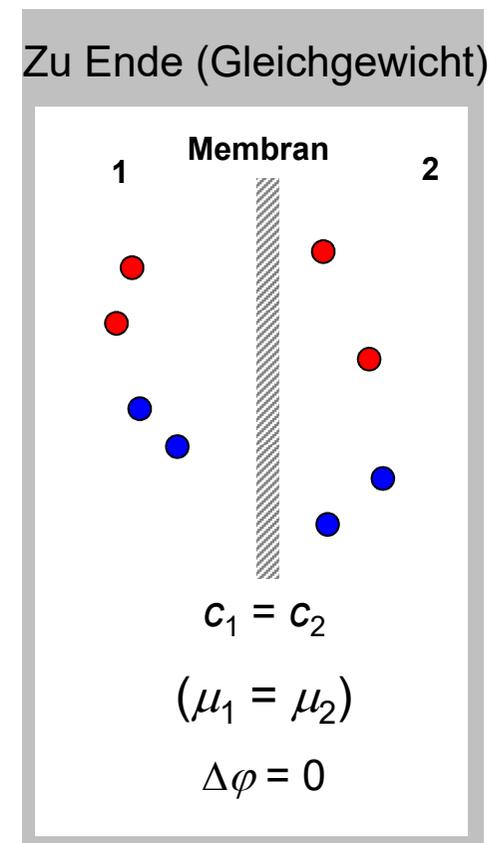
- Diffusion von Ionen durch eine Membran (zwei Spezialfälle)

einwertige Ionen: ● Kation (k) ● Anion (a)

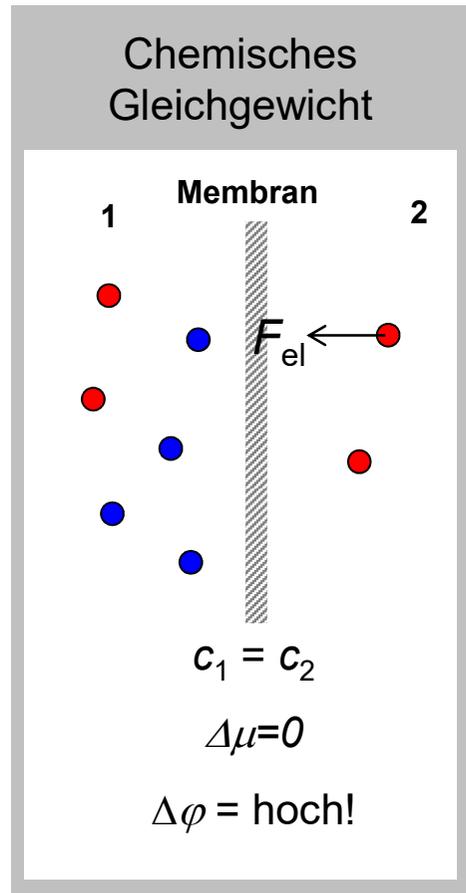
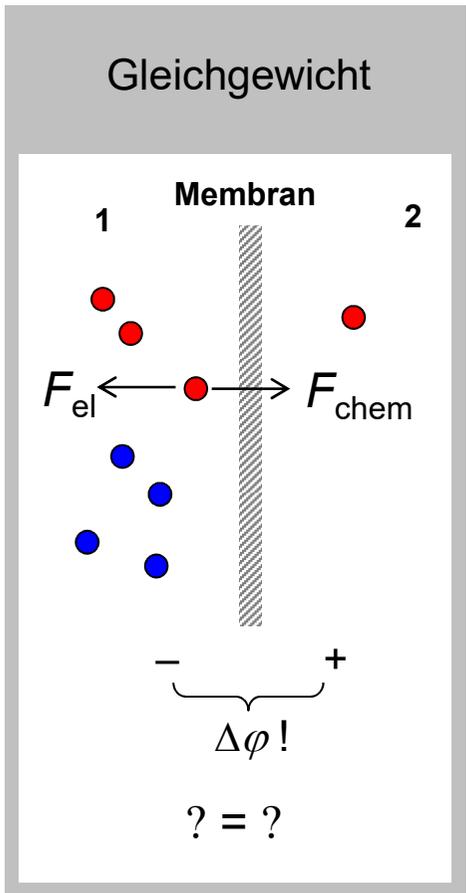
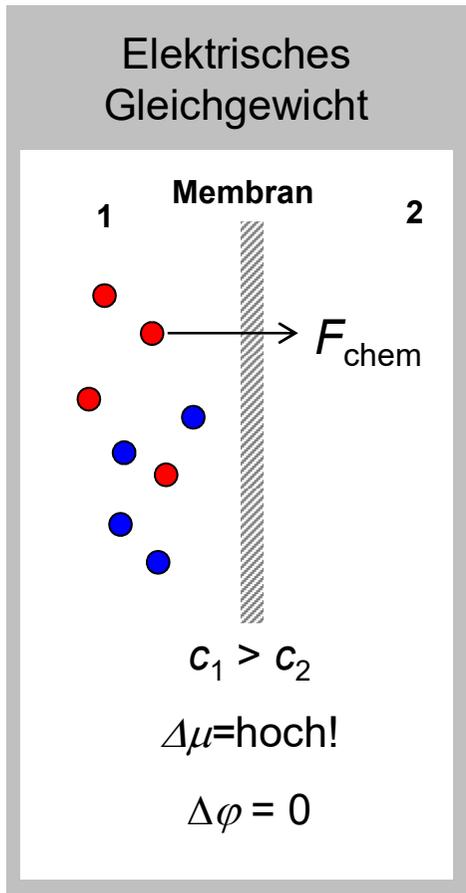
1. Die Permeabilitätswerte sind unterschiedlich, z. B.  $p_k > p_a$



Nur vorübergehend!

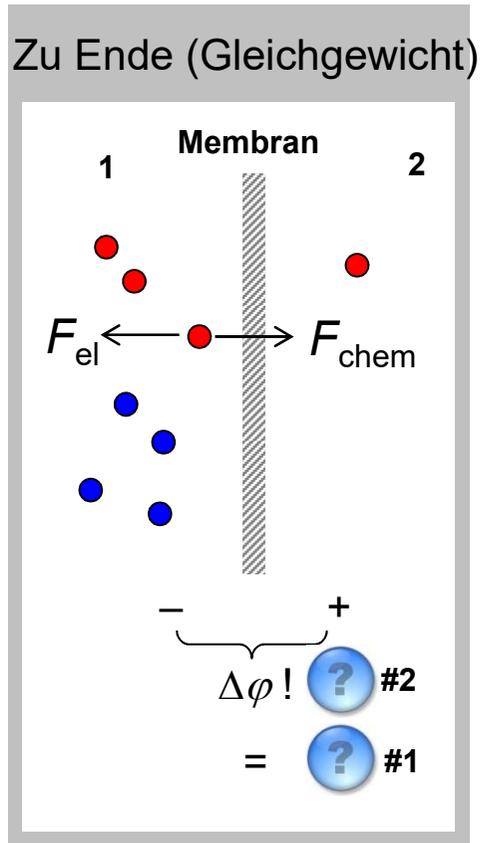


2. Die Permeabilität für das eine Ion ist Null, z. B.  $p_a = 0$



- Kation (k)
- Anion (a)

2. Die Permeabilität für das eine Ion ist Null, z. B.  $p_a = 0$



- Kation (k)
- Anion (a)

? #1

**Elektrochemisches Potenzial (J/mol):**

$$\mu_e = \mu + F \cdot \varphi$$

Im Gleichgewicht:

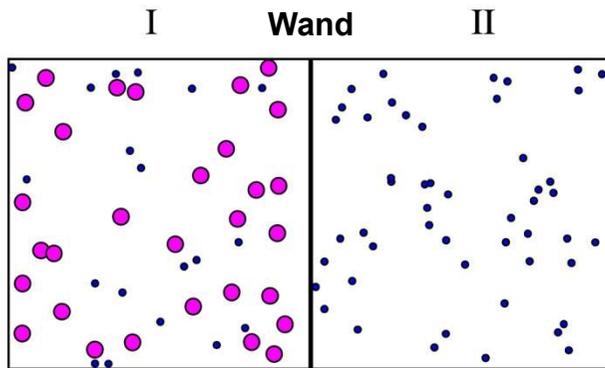
$$\mu_{e1} = \mu_{e2}$$

? #2

**Nernst-Gleichung:**

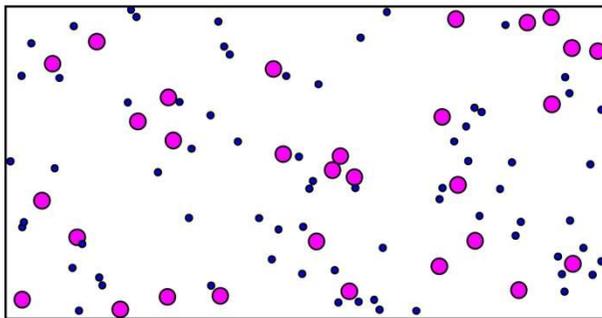
$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{RT}{F} \ln \frac{c_2}{c_1}$$

# Eine weitere Anwendung: Osmose



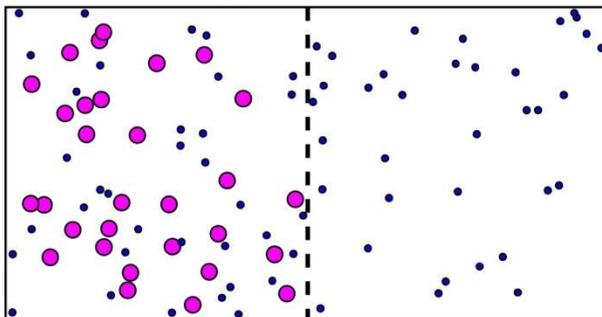
a

ohne Wand



b

semipermeable Wand



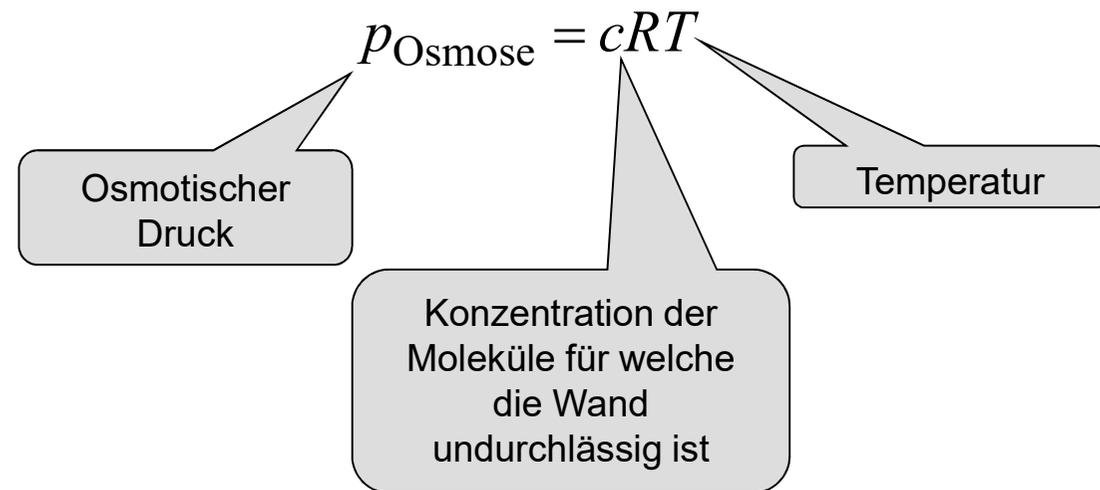
c



J. H. van't Hoff  
1852-1911  
Chemiker

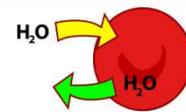
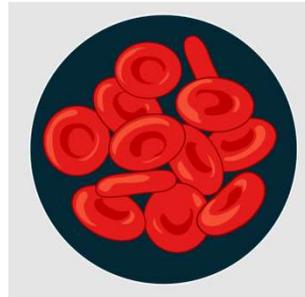
## Van't Hoff-Gesetz:

(für Gase und auch für dünne Lösungen)

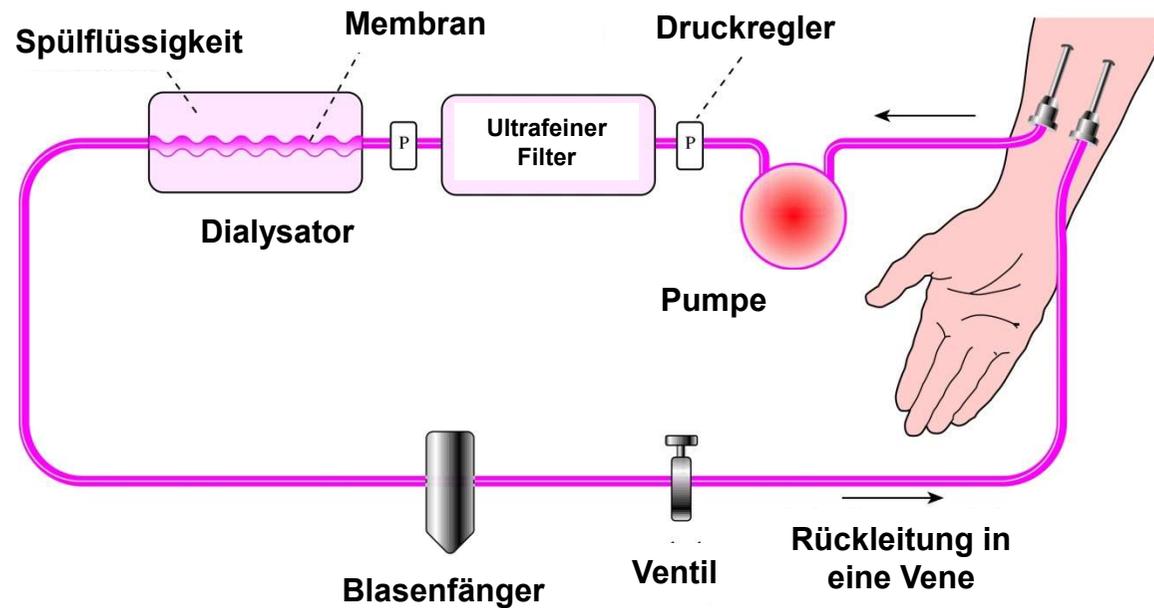


Isotonisch sind zwei Lösungen, wenn ihre osmotische Druckwerte gleich groß sind

Isotonisch

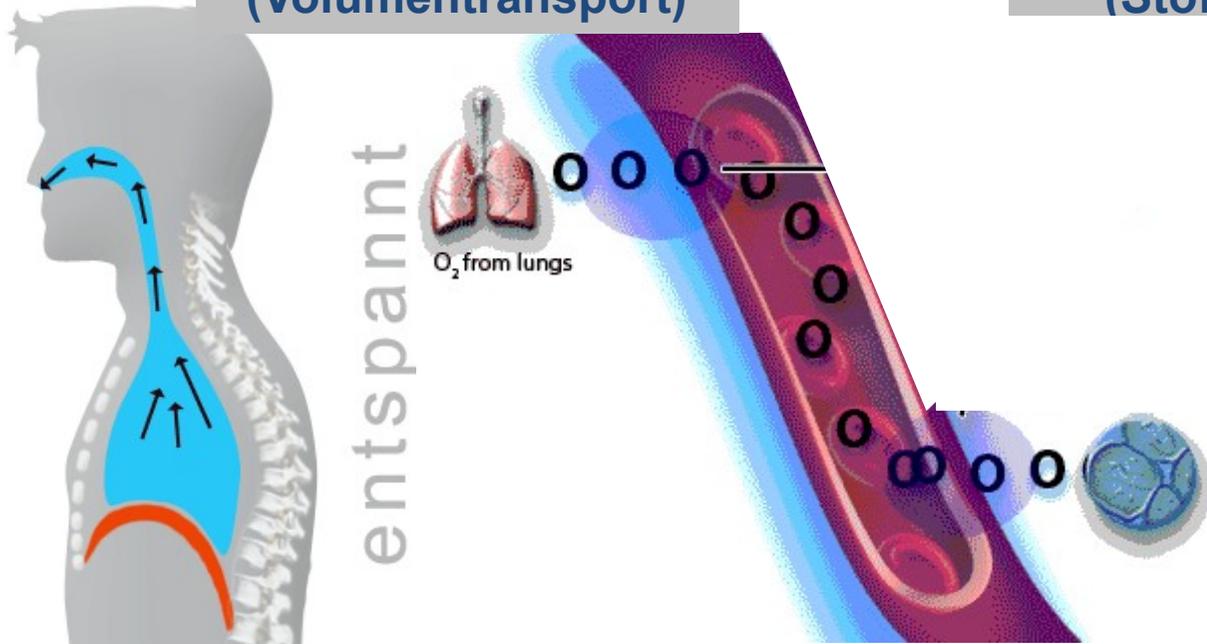


## Hämodialyse

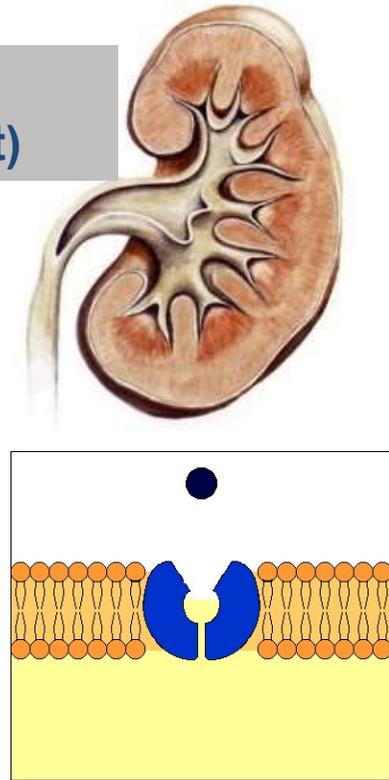


# Transportprozesse

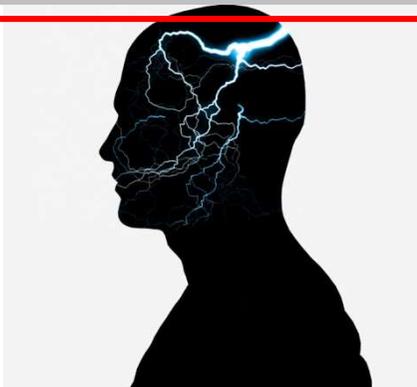
I. Strömung  
(Volumentransport)



II. Diffusion  
(Stofftransport)



III. Elektrischer Strom  
(el. Ladungstransport)



IV. Wärmeleitung  
(Energietransport)



V. Verallgemeinerung

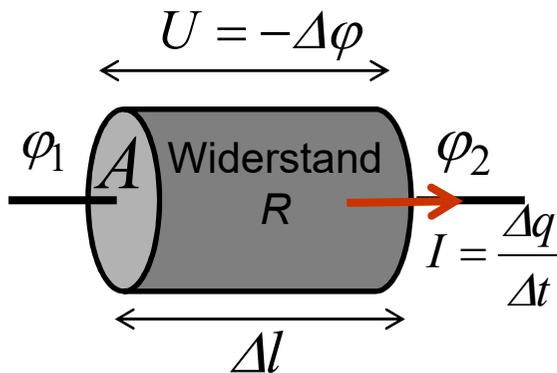
# III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)

## 1. Grundbegriffe

- Elektrische Stromstärke ( $I$ ):  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$  (A)
- Elektrische Stromdichte ( $J$ ):  $J = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$   $\left( \frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right)$
- stationärer Strom: zeitlich konstant

Die bisher bekannte Form des ohmschen Gesetzes

## 2. Transportgesetz = ohmsches Gesetz



$$U = R \cdot I$$

$$R = \rho \frac{\Delta l}{A} \quad \sigma = \frac{1}{\rho}$$

$$I = -\sigma \cdot A \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$$

Die neue Form des ohmschen Gesetzes

$$J = -\sigma \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$$

Alternativform:

Stromdichte

Potenzialgradient

Elektrische Leitfähigkeit

### 3. Anwendungen

- Diagnostik

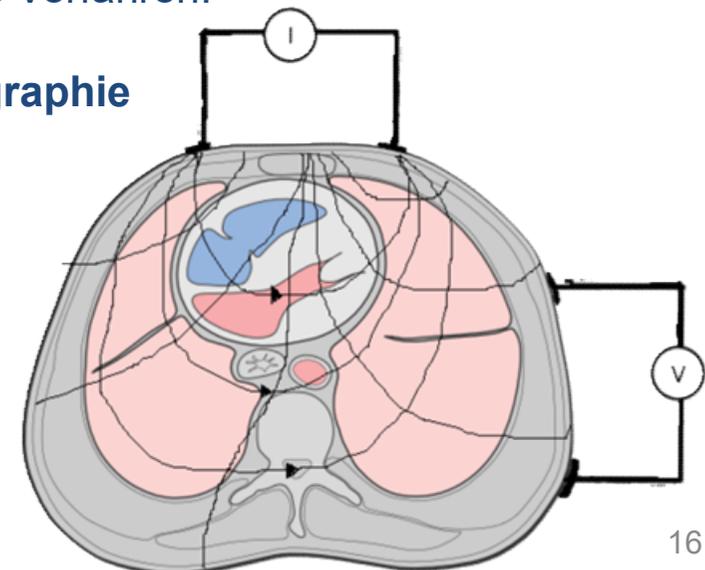
- Messung von Biopotenzialen (EKG, EEG, ...) (siehe später!)



- Auf Widerstandsmessung (Impedanzmessung) basierende Techniken

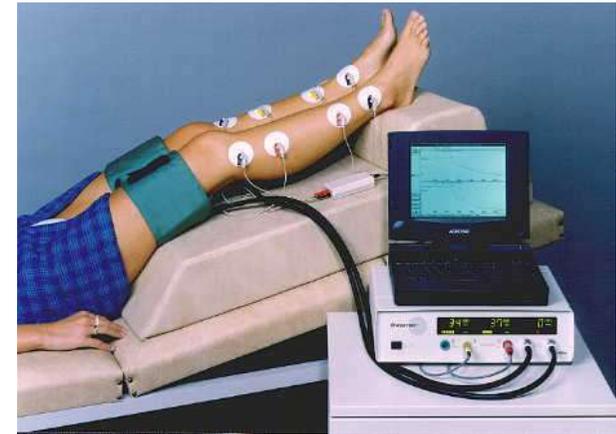
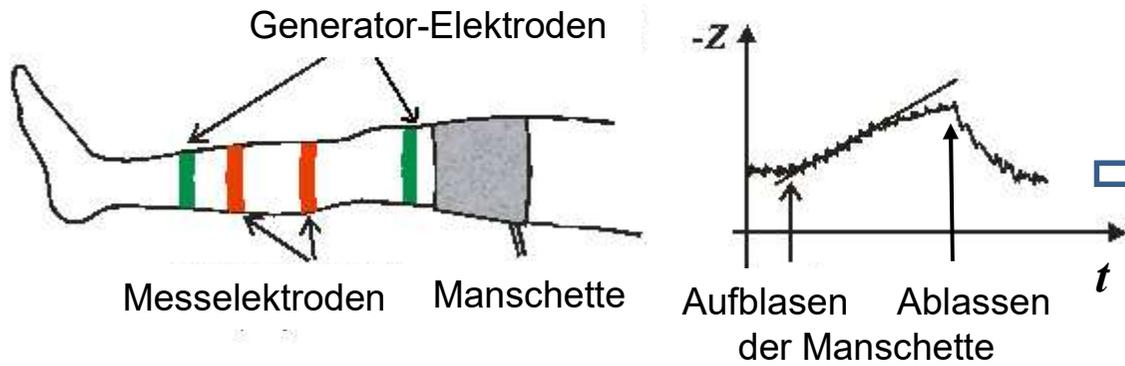
Gewebe	$\sigma$ (mS/m)	$\rho$ ( $\Omega$ m)
Blut	700	1,4
graue Hirnmasse	300	3,3
weiße Hirnmasse	150	6,7
Haut	100	10
Fett	40	25
Knochen	10	100

Ein bildgebendes Verfahren:  
**elektrische Impedanztomographie (EIT)**



# Impedanzplethysmographie (IPG)

Untersuchung der Blutströmung in den Extremitäten

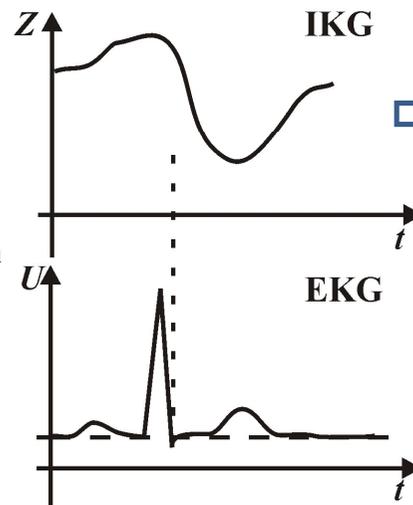
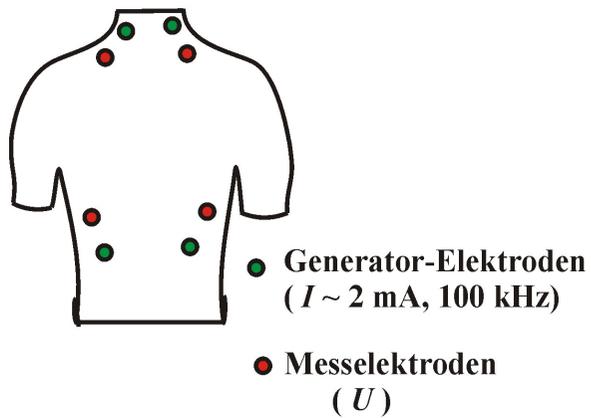


Volumenstromstärke

# Impedanzkardiographie (IKG)

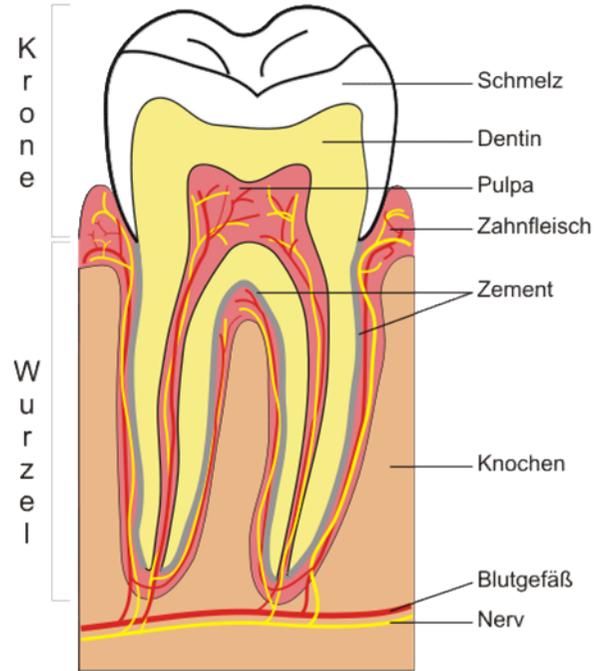
Untersuchung der Herzfunktion

Impedanzkardiographie (IKG)

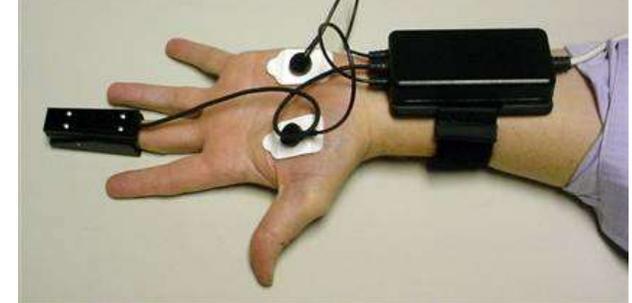


Pulsvolumen/Minutenvolumen des Herzens

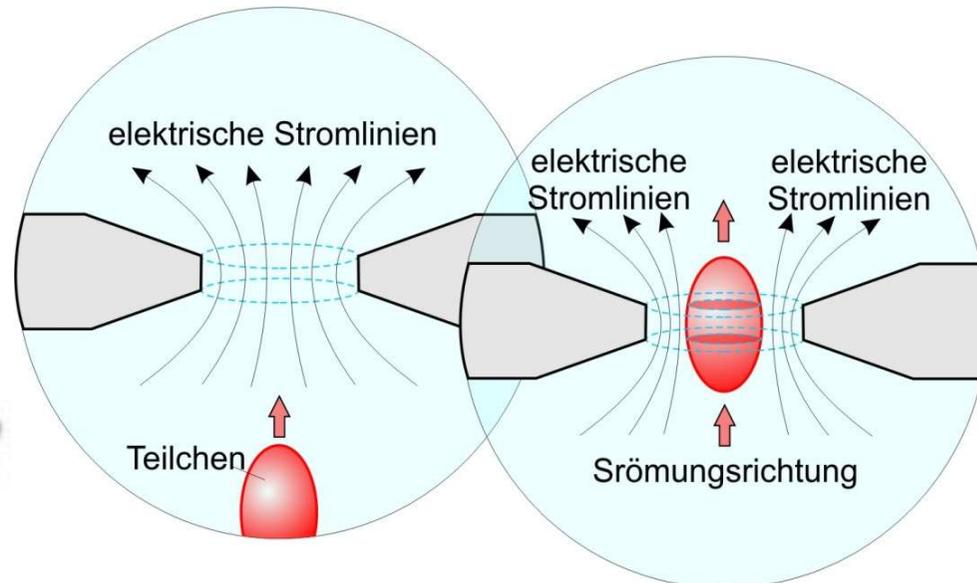
## Apex-Locator



## Lügendetektor



## Coulter-Zähler



- Therapie (siehe später!)

Galvanisation / Iontophorese



Wärmetherapie



Elektrochirurgie



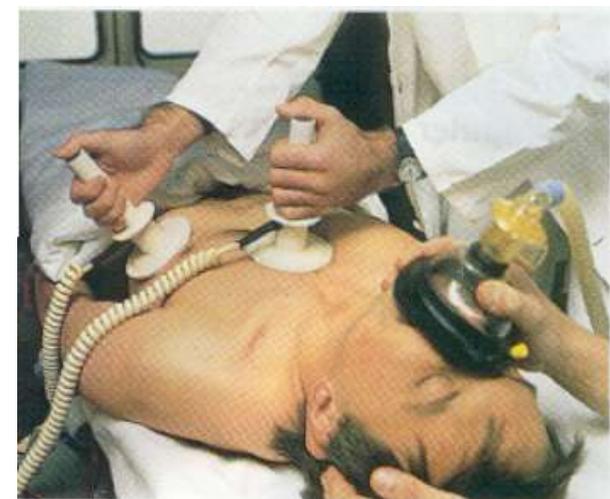
Elektrostimulation in der Physiotherapie



Herzschrittmacher



Defibrillator



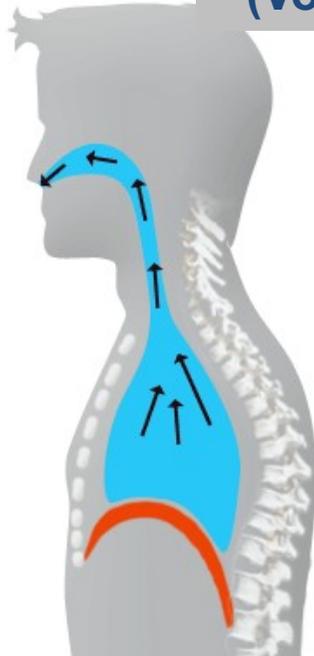
# Analogie

	Was „strömt“?	Stärke?	Was treibt die „Strömung“?	Zusammenhang
<b>Volumen-transport</b>	$V$	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	$p$ $-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$
<b>Stoff-transport</b>	$v$	$J_v = \frac{\Delta v}{A \cdot \Delta t}$	$c^*$ $-\frac{\Delta c}{\Delta x}$	$J_v = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$
<b>Ladungs-transport</b>	$q$	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	$\varphi$ $-\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$

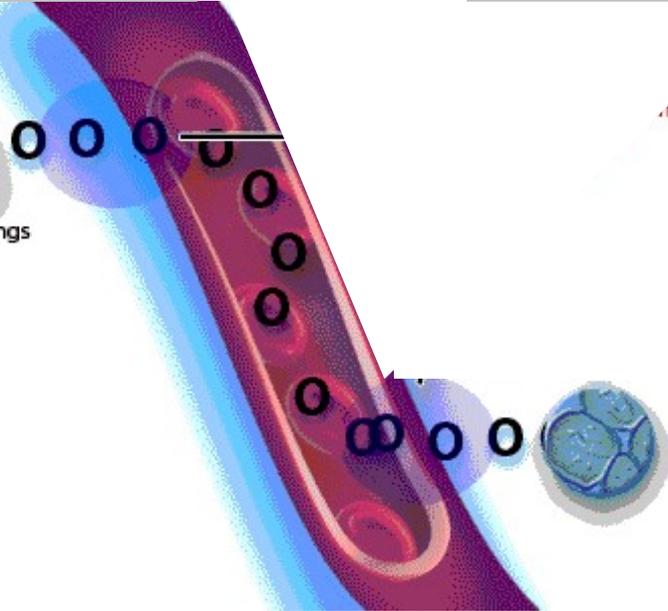
\* Im allgemeinen Fall  $\mu$

# Transportprozesse

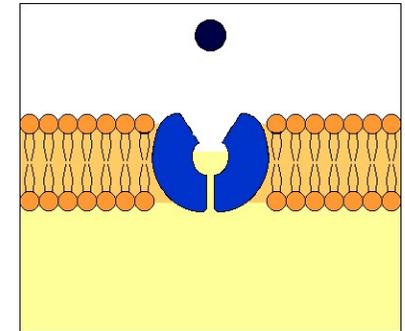
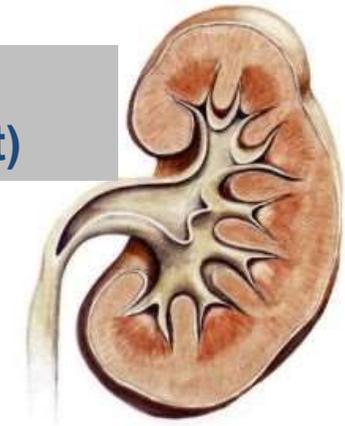
**Strömung  
(Volumentransport)**



entspannt



**Diffusion  
(Stofftransport)**



**III. Elektrischer Strom  
(el. Ladungstransport)**



**IV. Wärmeleitung  
(Energietransport)**



**V. Verallgemeinerung**

# IV. Wärmeleitung (Energietransport)



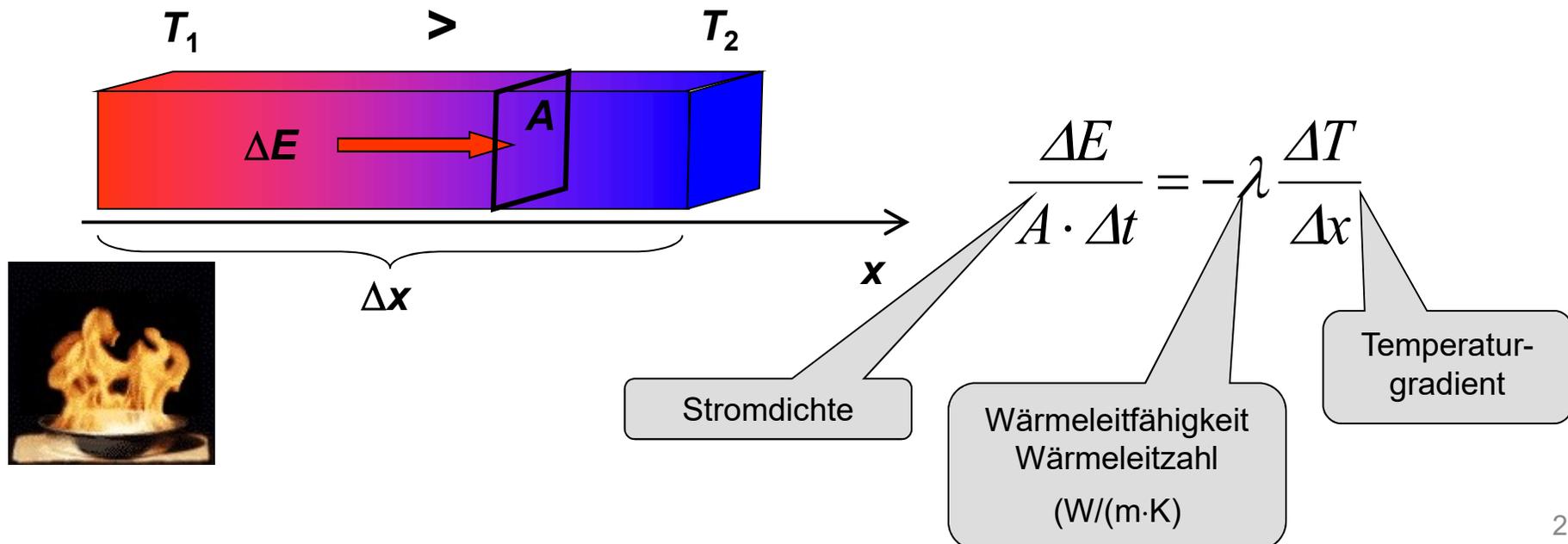
J. B. J. Fourier  
1768-1830  
Mathematiker  
und Physiker

**0. Mechanismus:** Stöße zw. Atomen und Molekülen + freie Elektronen = **Konduktion**

## 1. Grundbegriffe

- Energiestromstärke ( $I$ ):  
(Wärmestromstärke)  $I = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \left( \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W} \right)$
- Energiestromdichte ( $J$ ):  
(Wärmestromdichte)  $J = \frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} \quad \left( \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$

## 2. Transportgesetz = Fourier-Gesetz

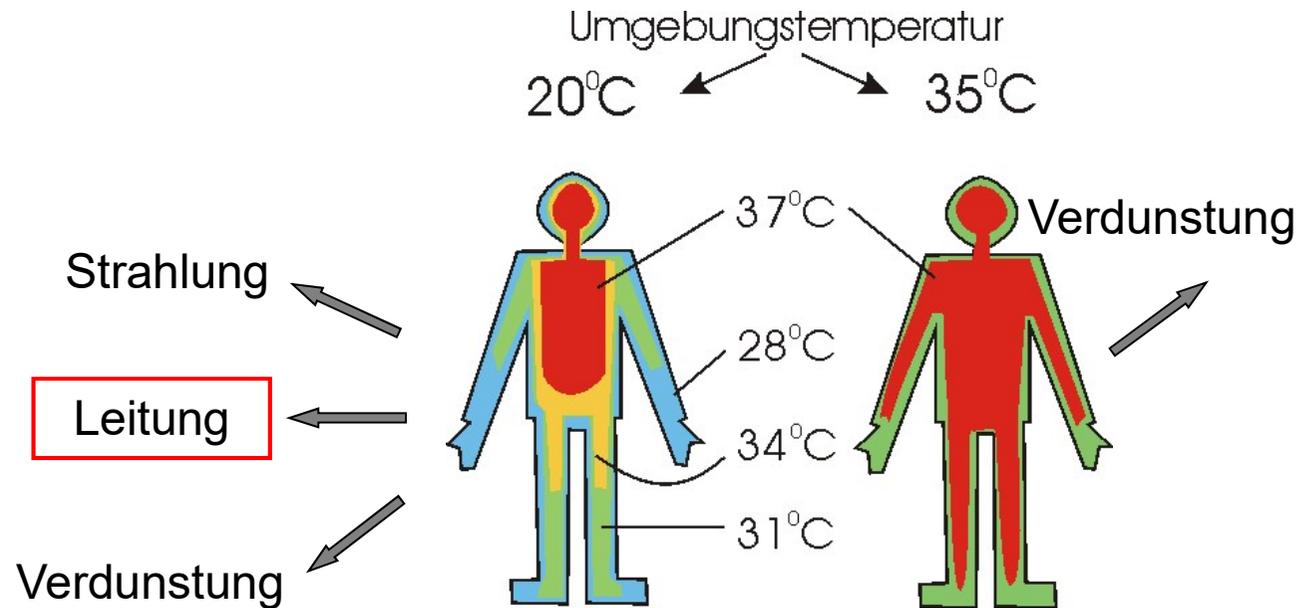


- Wärmeleitfähigkeit: ➤ stoffspezifisch

Stoff	$\lambda$ (W/(m·K))
Silber	420
Glas	1
Wasser	0,6
Muskel	0,4
Fett	0,2
Luft	0,025

### 3. Anwendung: **Wärmebildung und -abgabe**

Aktivität	Wärmebildung (W)
In Ruhe	115
Langsames Spazieren	260
Radfahren (15 km/h)	420
Treppensteigen (2/s)	700
Laufen (15 km/h)	1150



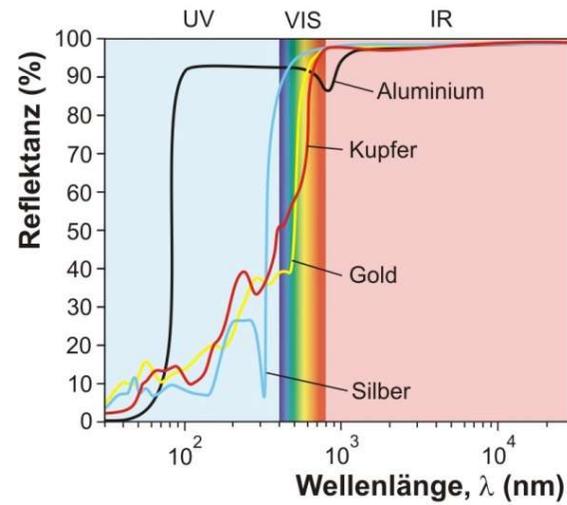
# Zusammenfassung der Wärmeabgabemechanismen

- Temperaturstrahlung

$$\Delta P = \sigma \cdot (T_{\text{Körper}}^4 - T_{\text{Umgebung}}^4) \cdot A$$

$T_{\text{Körper}} = 28^\circ\text{C}$     $T_{\text{Umgebung}} = 20^\circ\text{C}$     $\Rightarrow$     $\Delta P = 83 \text{ W}$

$T_{\text{Umgebung}} = 0^\circ\text{C}$     $\Rightarrow$     $\Delta P = 290 \text{ W !}$



■ Wärmeleitung  $P = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$

$T_{\text{Körper}} = 28^\circ\text{C}$   $\Rightarrow P \approx 40 \text{ W}$

$T_{\text{Umgebung}} = 20^\circ\text{C}$



- Luft ↔ Wasser als Umgebung
- Strömungen! (z. B. Wind)

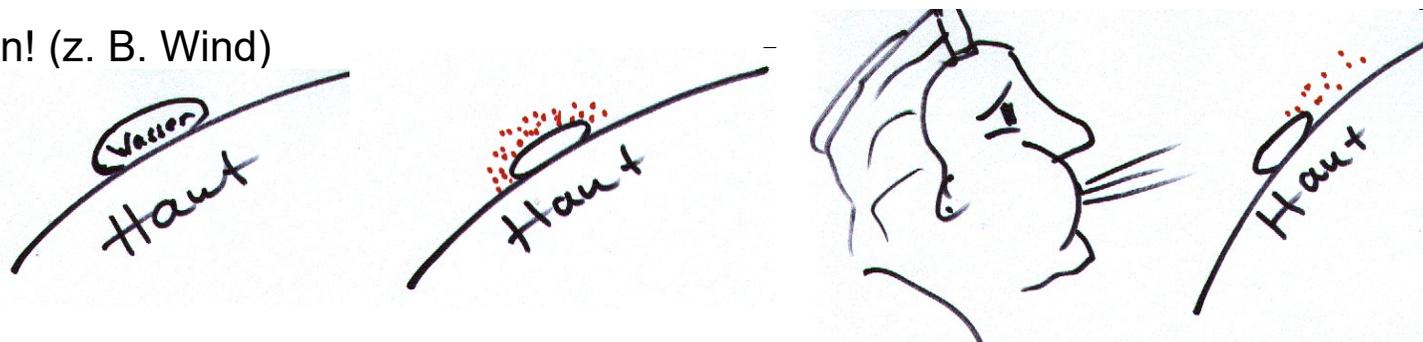
■ Verdunstung

- hohe spez. Verdampfungswärme von Wasser:  $\approx 2400 \text{ kJ/kg}$  (bei  $30^\circ\text{C}$ ) !!

- Wasserverlust:
  - ständig  $\approx 50 \text{ ml/h}$   $\Rightarrow \approx 35 \text{ W}$
  - bei Extrembedingungen  $\approx 1600 \text{ ml/h}$   $\Rightarrow \approx 1000 \text{ W !!}$

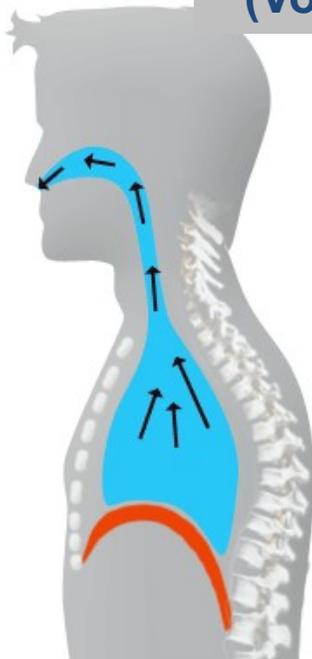


- Strömungen! (z. B. Wind)

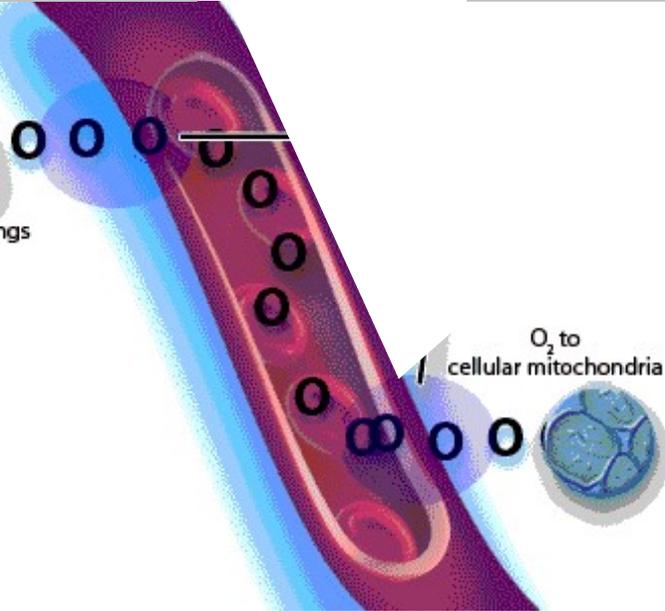


# Transportprozesse

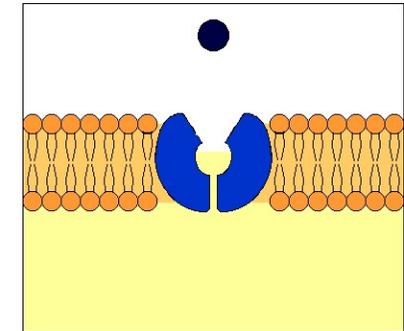
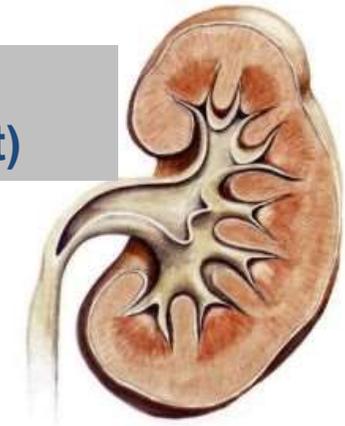
## I. Strömung (Volumentransport)



entspannt



## II. Diffusion (Stofftransport)



## III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)



## IV. Wärmeleitung (Energietransport)



## V. Verallgemeinerung

# V. Verallgemeinerung der Transportgesetze

	Was „strömt“?	Stärke?	Was treibt die „Strömung“?	Zusammenhang?	
<b>Volumen-transport</b>	$V$	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	$p$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$	
<b>Stoff-transport</b>	$v$	$J_v = \frac{\Delta v}{A \cdot \Delta t}$	$c^*$	$J_v = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$	
<b>Ladungs-transport</b>	$q$	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	$\varphi$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$	
<b>Energie-transport</b>	$E$	$J_E = \frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}$	$T$	$J_E = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$	
<b>allgemein</b>	$x_{\text{ext}}$	$J = \frac{\Delta x_{\text{ext}}}{A \cdot \Delta t}$	$y_{\text{int}}$	$X = -\frac{\Delta y_{\text{int}}}{\Delta x}$	$J = LX$
	<b>extensive Gr.</b>	<b>Strom-dichte</b>	<b>intensive Gr.</b>	<b>thermo-dynamische Kraft</b>	<b>onsagersche Beziehung</b>

\* Im allgemeinen Fall  $\mu$

### Extensive Größe:

- additiv
- Im Gleichgewicht proportional zur Ausbreitung des Systems
- In Transportprozessen: die transportierte Größe

### Intensive Größe:

- nicht-additiv
- Im Gleichgewicht überall gleich in dem System
- In Transportprozessen: die sich ausgleichende Größe

**Gleichgewicht:** es gibt keine Transportprozesse.

**0. Hauptsatz der Thermodynamik:** Gleichgewicht  $\Leftrightarrow$  homogene Verteilung der intensiven Größen

inhomogene Verteilung der intensiven Größen  $\Rightarrow$  **Transportprozesse**

### Stärke und Richtung des Transportprozesses:

$$J = LX$$

Onsagersche Beziehung

$\longrightarrow$  Richtung: homogene Verteilung

**2. Hauptsatz der Thermodynamik**

**Irreversibilität**