Grundlagen der medizinischen Biophysik

2. Vorlesung 10. 09. 2021

I. Funktionen in der medizinischen Biophysik

1. Beispiele aus der Biophysik Formelsammlung

2. Linearisierung einiger Funktionen

II. Mechanik - Kinematik (Bewegungslehre)

1. Bezugssystem

2. Bewegungsformen

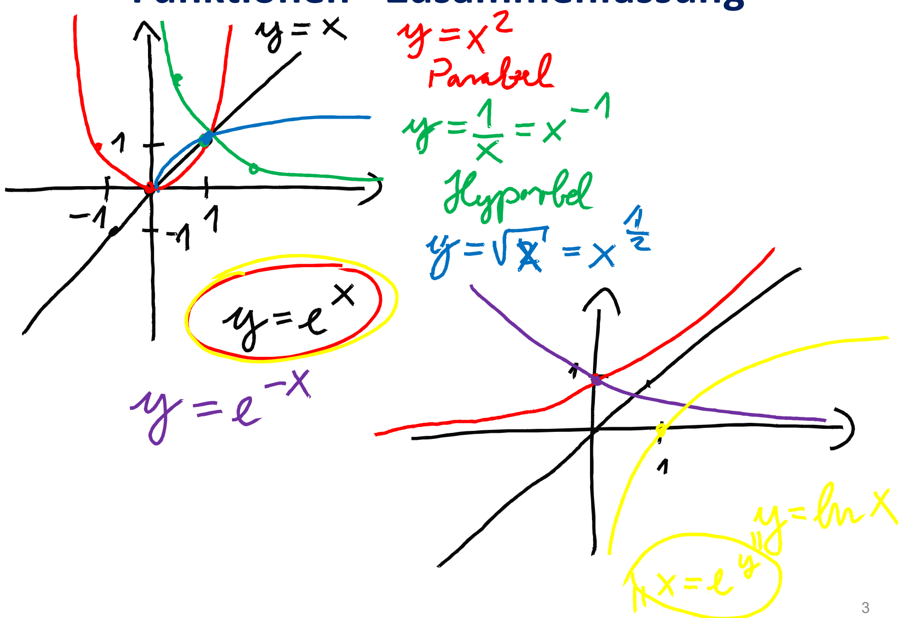
3. Größen zur Translationsbewegung

4. Spezielle Translationsbewegungen

5. Kreisbewegung

„Ich habe sehr früh den Unterschied zwischen dem Wissen des Namens von etwas und dem Wissen von etwas gelernt.“ – Richard Feynman

Funktionen - Zusammenfassung



Lineare Funktionen

wenn $x = 0$
dann $y = b$

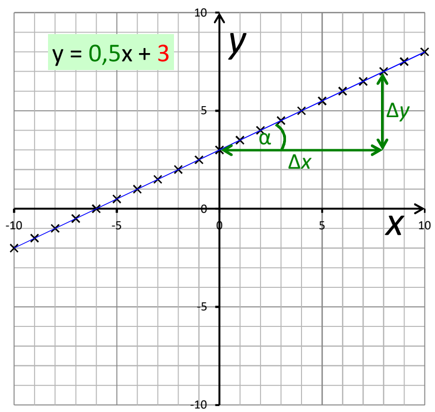
wenn $\Delta x = 1$
dann $\Delta y = a$

$a = \Delta y / \Delta x = \tan\alpha$

VARIABLEN: abhängige Variable (y), unabhängige Variable (x)

$$y = a \cdot x + b$$

PARAMETER: Steigung (Anstieg) (a), y-Achsen-abschnitt (b)



Lineare Funktionen

Beispiele aus der Biophysik-Formelsammlung

1: Allgemeine Gasgleichung
(I.35)
$pV = nRT$ (wenn n & V konstant sind)
$p = nR/V \cdot T + 0$

$y = a \cdot x + b$

2: Lichtelektrischer Effekt
(II.37)
$E_{kin} = hf - W_{em}$
$E_{kin} = \boldsymbol{h} \cdot f + (-W_{em})$

$y = a \cdot x + b$

3: Refraktometrie

$n = k \cdot c + n_0$
$n = k \cdot c + n_0$

$y = a \cdot x + b$

4: Ohmsches Gesetz

$R = U/I$
$I = 1/R \cdot U + 0$

$y = a \cdot x + b$

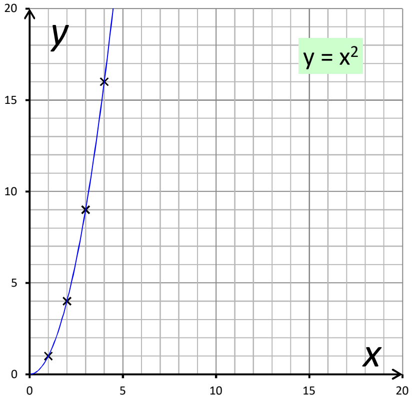
Potenzfunktionen

wenn $x = 1$
dann $y = b$

VARIABLEN: abhängige Variable — unabhängige Variable

$y = b \cdot x^a$

PARAMETER: pre-exponentieller Koeffizient — Exponent



weitere Potenzfunktionen
die **indirekte Proportionalität:** $y = \frac{b}{x} = b \cdot x^{-1}$

die **Quadratwurzel- Funktion:** $y = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

Potenzfunktionen

Beispiele aus der Biophysik-Formelsammlung

1: Die de Broglie-Wellenlänge
(I.3)
$\lambda = h/p$
$\lambda = h \cdot p^{-1}$

$y = b \cdot x^a$

2: Stefan–Boltzmann-Gesetz
(II.41)

$M = \sigma \cdot T^4$

$y = b \cdot x^a$

3: Duane–Hunt-Gesetz
(II.80)
$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU_{anode}}$
$\lambda_{min} = hc/e \cdot U^{-1}$

$y = b \cdot x^a$

4: Die Massenabhängigkeit der Eigenfrequenz (Resonanz 6)
$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$
$f_0 = D^{1/2}/(2\pi) \cdot m^{-1/2}$

$y = b \cdot x^a$

Exponentielle Funktionen

$y = b \cdot a^{x/k}$

PRAKTISCHE ÄNDERUNGEN FÜR PHYSIK:

- sei die Basiszahl e (manchmal auch 2 oder 10)
- statt $/k$ kann man auch $\cdot p$ in den Exponenten schreiben (wo $p = 1/k$)
- sei das Exponentenvorzeichen negativ
- statt b schreiben wir y_0

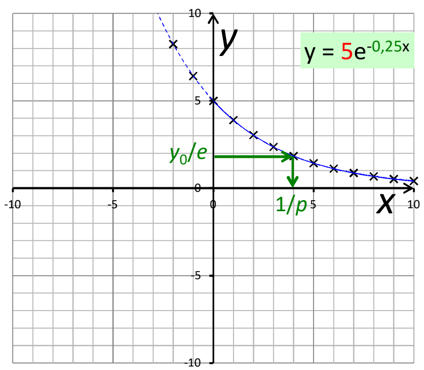
VARIABLEN: abhängige Variable — unabhängige Variable

$y = y_0 \cdot e^{-px} = y_0 \cdot e^{-x/k}$

PARAMETER: pre-exponentieller Koeffizient — exponentielle Koeffizient

wenn $x = 0$
dann $y = y_0$

wenn $y = y_0/e$
dann $x = 1/p = k$



Exponentielle Funktionen

Beispiele aus der Biophysik-Formelsammlung

1: Schwächungsgesetz
(II.11)

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}$$
$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

2: Boltzmannsche Verteilung
(I.25)

$$n_i = n_0 \cdot e^{-\Delta\varepsilon/(kT)}$$
$$y = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

3: Zerfallsgesetz
(II.96)

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$
$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

4: Entladung eines RC-Kreises
(VII.2)

$$U = U_0 \cdot e^{-t/(RC)}$$
$$y = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

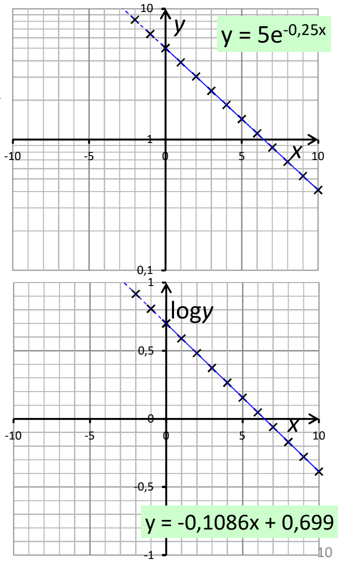
Exponentielle Funktionen

Linearisierung

graphische Linearisierung:
Stellen wir *y* auf eine Log-Skala und *x* auf eine Lin-Skala dar.
*Die Beziehung **erscheint** als linear, aber **ist** eigentlich immer noch exponentiell.*

$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

$$\lg y = \lg y_0 + \lg e^{-px}$$
$$\lg y = \lg y_0 + -px \cdot \lg e$$
$$\underbrace{\lg y}_{Y} = -p\underbrace{(x)}_{X} \lg e + \underbrace{\lg y_0}_{b}$$



y-Achsenabschnitt = log(y_0)
log(5) = 0,699
Steigung = – *p*·log(*e*)
–0,25·log(e) = –0,1086

arithmetische Linearisierung:
Stellen wir log(*y*) als Funktion von *x* dar.
*Die Beziehung **ist** linear.*

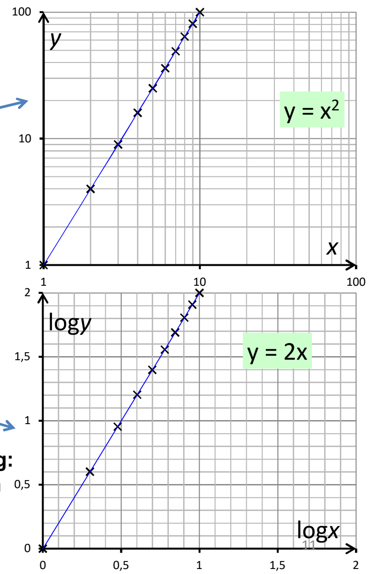
Potenzfunktionen

Linearisierung

graphische Linearisierung:
Stelle sowohl *y* als auch *x* auf Log-Skalen dar.
*Die Beziehung **erscheint** als linear aber **ist** eigentlich immer noch eine Potenzfunktion.*

$$y = b \cdot x^a$$

$$\lg y = \lg b + \lg x^a$$
$$\lg y = \lg b + a \cdot \lg x$$
$$\underbrace{\lg y}_{Y} = a \cdot \underbrace{\lg x}_{X} + \underbrace{\lg b}_{b}$$

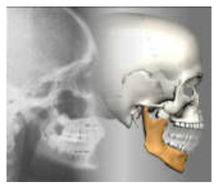


y-Achsenabschnitt = log*b*
log1 = 0
Steigung = *a*
a = 2

arithmetische Linearisierung:
Stelle log(*y*) als Funktion von log(*x*) dar.
*Die Beziehung **ist** linear.*

Grundlagen der medizinischen Biophysik

Mechanik - Kinematik (Bewegungslehre)

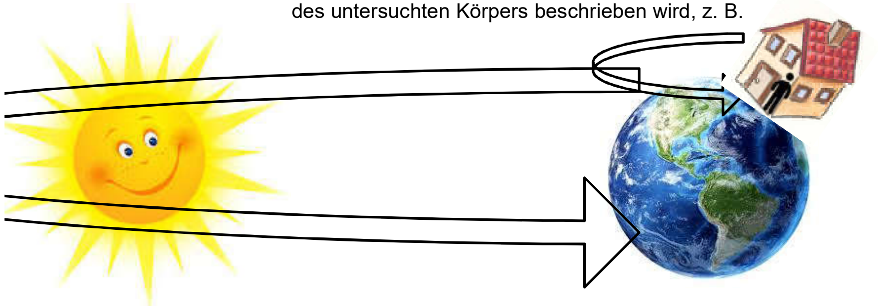


1. **Bezugssystem**
2. **Bewegungsformen**
   - Translation
   - Rotation
3. **Größen zur Translationsbewegung**
   - Geschwindigkeit
   - Beschleunigung
4. **Spezielle Translationsbewegungen**
   - Gleichförmige geradlinige Bewegung
   - Gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung
     - Freier Fall
     - Erdbeschleunigung
5. **Kreisbewegung**
   - Periodenzeit
   - Frequenz
   - Winkelgeschwindigkeit
   - Bahngeschwindigkeit
   - Zentripetalbeschleunigung

Bezugssystem

Bezugssystem: Gesamtheit von willkürlich ausgewählten Körpern
- die sich im Vergleich zueinander nicht bewegen

des untersuchten Körpers beschrieben wird, z. B.



Bezugssystem 2 = Sonne

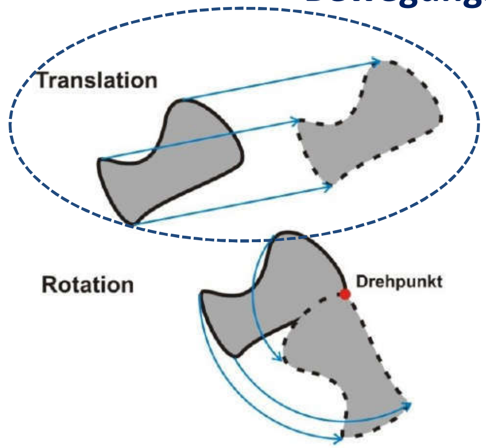
Der untersuchte Körper (der Mann) bewegt sich auf einer komplizierten Bahn

Bezugssystem 1 = Erde und Haus

Der untersuchte Körper (der Mann) ist in Ruhe

Bewegungen sind immer relativ!

Bewegungsformen



Translation + Rotation:

Geschwindigkeit

Geschwindigkeit (v): $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ $\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$ — Vektor

- Quotient der zurückgelegten Strecke (Δs) und der dafür benötigten Zeitspanne (Δt)
- Die Geschwindigkeit **zeigt, wie schnell sich ein Körper bewegt**.
- Δt ist willkürlich gewählt

⇒ durch die Definitionsformel erhält man eigentlich die mittlere Geschwindigkeit für die untersuchte Zeitspanne, z. B.

$\Delta t = 6{,}5$ h

$\Delta s = 684$ km

$v = 105{,}2 \frac{km}{h}$

⇒ Momentangeschwindigkeit erhält man, wenn $\Delta t \to 0$: $v = \frac{ds}{dt}$

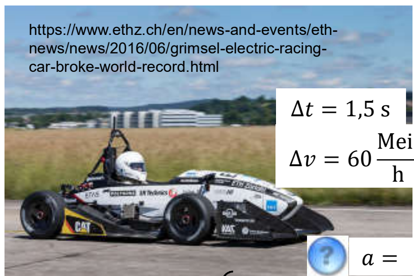
⇒ Die Geschwindigkeit kann sich ändern, sie ist eine Funktion der Zeit: $v(t)$

Beschleunigung

Beschleunigung (a): $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$ — Vektor

- Quotient der Geschwindigkeitsänderung (Δv) und der dafür benötigten Zeitspanne (Δt)
- Die Beschleunigung **zeigt, wie schnell sich die Geschwindigkeit eines Körpers ändert**.
- Δt ist willkürlich gewählt

⇒ durch die Definitionsformel erhält man eigentlich die mittlere Beschleunigung für die untersuchte Zeitspanne, z. B.



Top 35 schnellsten Autos
1. 2016 AMZ Grimsel Electric Race Car 0-60 mph 1.5 s
2. 2015 Infiniti Formula 1 Red Bull RB11 0-60 mph 1.7 s
3. 1994 Ford SVT Boss Mustang 10.0L Concept 0-60 mph 1.9 s

$\Delta t = 1{,}5$ s

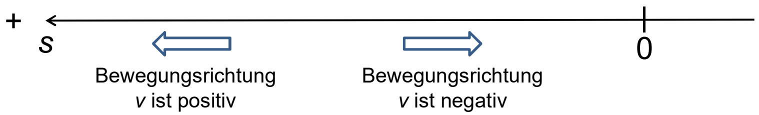
$\Delta v = 60 \frac{\mathrm{Meil}}{\mathrm{h}} = 96{,}54 \frac{km}{h} \cdot \frac{1000}{3600} = \frac{96{,}54}{3{,}6} = 26{,}8 \frac{m}{s}$

$a = \frac{26{,}8}{1{,}5} = 17{,}9 \frac{m}{s^2}$

⇒ Momentanbeschleunigung erhält man, wenn $\Delta t \to 0$: $a = \frac{dv}{dt}$

⇒ Die Beschleunigung kann sich ändern, sie ist eine Funktion der Zeit: $a(t)$

Gleichförmige geradlinige Bewegung

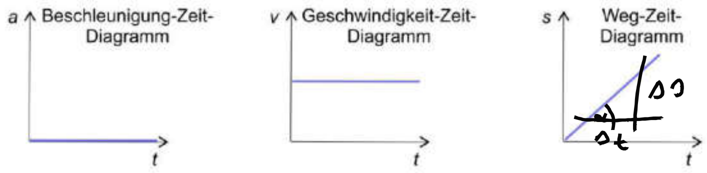


Definition: konstante Geschwindigkeit (*v* = konst.) (hinsichtlich sowohl des Betrages als auch der Richtung)

⇒ Die Beschleunigung *a* = 0

⇒ Die zurückgelegte Strecke wächst gleichmäßig, sie ist eine lineare Funktion der Zeit: $s(t) = v \cdot t$

$y \quad a\,x$



$\frac{\Delta s}{\Delta t} = tg\alpha = v$

$a = 0$ $\qquad v = \text{konst.}$ $\qquad s(t) = v \cdot t$

Übung:

Nervenleitung im peripheren Nervensystem:

Fasertyp/-klasse	Leitungs-geschwindigkeit	Durchmesser
Aα	60–120 m/s	10–20 µm
Aβ	40–90 m/s	7–15 µm
Aγ	20–50 m/s	4–8 µm
Aδ	10–30 m/s	2–5 µm
B	5–20 m/s	1–3 µm
C (ohne Myelinscheide)	0,5–2 m/s	0,5–1,5 µm

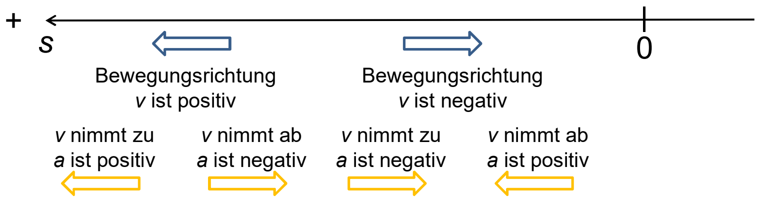
Wie groß ist die Zeitdifferenz zwischen Fasertyp/-klasse Aα und C der gleichen Länge von 10 cm? 0,1 m

$t = \frac{s}{v} = \frac{0,1}{120} = 0,000833\,s$

$t = \frac{0,1}{2} = 0,05\,s$

$\Delta t = 0,049\,s$

Gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung



Definition: konstante Beschleunigung (*a* = konst.) (hinsichtlich sowohl des Betrages als auch der Richtung)

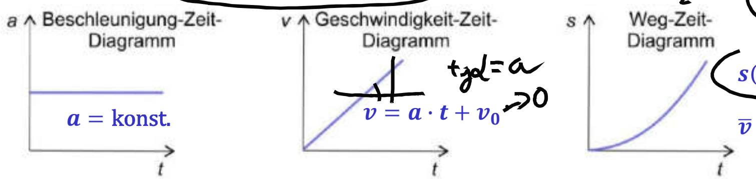
⇒ Die Geschwindigkeit wächst gleichmäßig, sie ist eine lineare Funktion der Zeit: $v(t) = a \cdot t + v_0$

$s = \frac{v}{2} \cdot t = \frac{a \cdot t}{2} \cdot t$

$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

⇒ Die zurückgelegte Strecke wächst nicht mehr gleichmäßig, sondern immer schneller und schneller. $\bar{v} = \frac{v}{2}$

$v = a \cdot t$



$a = \text{konst.}$ $\qquad$ $tg\alpha = a$ $\qquad v = a \cdot t + v_0$, $v_0 \to 0$ $\qquad s(t) = \bar{v} \cdot t$ $\qquad \bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$

Übung:

Ein Schlitten hat vom Start an die gleichbleibende Beschleunigung von *a* = 2 m/s².

Berechnen Sie:

- Seine Geschwindigkeit 5 Sekunden nach dem Start
- Den bis zu diesem Zeitpunkt zurückgelegten Weg
- Den zurückgelegten Weg bis zum Zeitpunkt, wenn seine Geschwindigkeit auf 20 m/s angewachsen ist

1. $v = a \cdot t = 2 \cdot 5 = 10\,\frac{m}{s}$

2. $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 25\,m$ oder $s = \bar{v} \cdot t$

$s = \frac{0 + 10}{2} \cdot 5 = 25\,m$

3. $s = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 = 100\,m$ oder $s = \frac{0 + 20}{2} \cdot 10 = 100\,m$

$t = 10\,s$

$\frac{v}{a} = t = \frac{20}{2} = 10\,s$

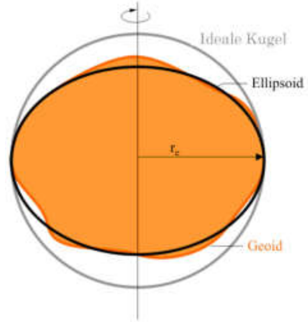
Der freie Fall – eine gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung

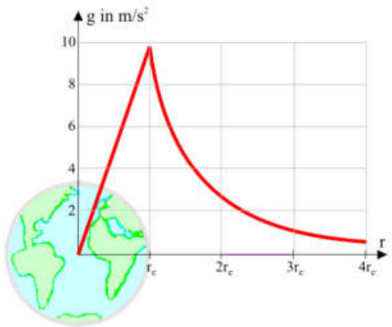
Video von Brian Cox

Freier Fall: Fallbewegung im Gravitationsfeld der Erde im luftleeren Raum (ohne Luftwiderstand)

- Alle Körper fallen im luftleeren Raum gleich schnell, unabhängig von ihrer Form, Dichte oder Masse
- Für alle Körper am gleichen Ort ist die Beschleunigung gleich groß und wird auch **Fall-** oder **Erdbeschleunigung** *g* genannt, wobei im Mittel $\boxed{g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}}$ ist

Zur Erdbeschleunigung:





Übungen:

Ein Körper fällt aus einer Höhe von 130 m frei herab.

- Berechnen Sie die Fallstrecke nach 2 Sekunden.
- Bestimmen Sie, nach welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit er auf den Boden trifft.

1. $s = \bar{v} \cdot t = \frac{0 + 9{,}81 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} \cdot 2 = 19{,}62\,\mathrm{m}$

$s = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 2^2 = 19{,}62\,\mathrm{m}$

2. $130 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2$

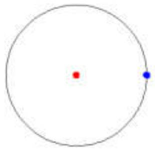
$260 = 9{,}81 \cdot t^2$

$26{,}5 = t^2$

$t = 5{,}15\,\mathrm{s}$

$v = 9{,}81 \cdot 5{,}15 = 50{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Gleichförmige Kreisbewegung



Ein Körper (Massepunkt), das sich auf einem Kreis oder einem Kreisbogen bewegt, führt eine Kreisbewegung aus.

- Die Bewegung ist eine **Translationsbewegung** und **<u>keine</u> Drehung.**
- Gleichförmig ist die Kreisbewegung, wenn sich der Betrag der Geschwindigkeit des Körpers nicht ändert.

Periodenzeit (*T*): Die Zeit, die der Massepunkt bei einer gleichförmigen Kreisbewegung für einen vollen Umlauf benötigt.

Frequenz (*f*): Die Anzahl der Umläufe pro Zeiteinheit. Es gilt:

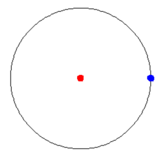
$$f = \frac{1}{T} \qquad \left(\frac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{Hz}\right)$$

Hertz

Bemerkung:
Die zwei Größen sind allgemein verwendbar bei periodischen Bewegungen und periodischen Vorgängen (Drehungen, Schwingungen, Wellen, …).

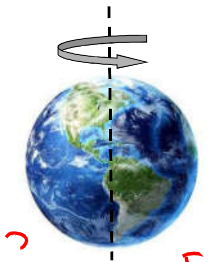
Übungen:

Bestimmen Sie Periodenzeit und Frequenz der Kreisbewegung in der Animation.



$T = 12\,\mathrm{s}$

$f = \frac{1}{T} = 0{,}083\,\mathrm{Hz}$



Bestimmen Sie Periodenzeit und Frequenz der Drehung der Erde.

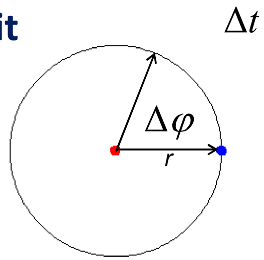
$T = 24\,\mathrm{h} = 1440\,\mathrm{min} = 86400\,\mathrm{s}$

$f = \frac{1}{T} = 0{,}0000116\,\mathrm{Hz} = 1{,}16 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Hz}$

$11{,}6\,\mu\mathrm{Hz}$

Bestimmen Sie Periodenzeit und Frequenz der Schwingung in der Animation.

Winkelgeschwindigkeit



Winkelgeschwindigkeit (ω): $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ $\left(\frac{1}{s}\right)$

- Quotient aus dem vom Radiusvektor r überstrichenen Winkel $\Delta\varphi$ und der dafür benötigten Zeit Δt
- Der Winkel $\Delta\varphi$ wird nicht in Grad, sondern in **Bogenmaß** gemessen!

$\Delta\varphi = \frac{b}{r} = \frac{2\pi \cdot \cancel{r}}{\cancel{r}}$

$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} =$

Kreisfrequenz

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$

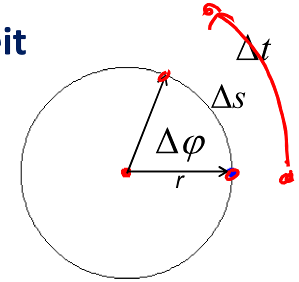
Übung:

Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit der Kreisbewegung in der Animation.

$T = 12\,s$

$\omega = \frac{2\pi}{12} = 0{,}523\,\frac{1}{s}$

(Bahn)geschwindigkeit



Sie ist die Geschwindigkeit des Körpers, also:

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi \cdot r}{\Delta t}$

b

ω

$\Delta\varphi = \frac{b}{r}$

$b = \Delta\varphi \cdot r$

$v = \omega \cdot r$

Übungen:

Bestimmen Sie die Bahngeschwindigkeit der Kreisbewegung in der Animation.

Zentripetalbeschleunigung

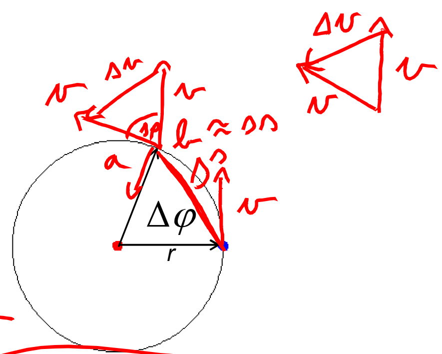
$v \cdot t$

$\frac{\Delta s}{r} = \frac{\Delta v}{v}$

$\frac{v \cdot \Delta t}{r} = \frac{\Delta v}{v}$ $|:t$ $|\cdot v$

$\frac{v \cdot v}{r} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$\boxed{\frac{v^2}{r} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_{zp}}$



Hausaufgaben: Grundskript Kapitel 3

„Vielwisserei lehrt nicht, Vernunft zu haben." - Heraklit