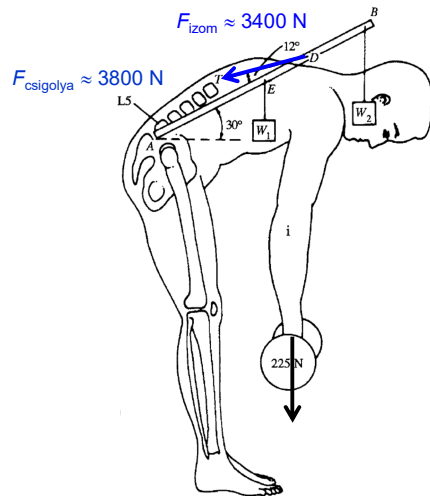


A biofizika fizikai alapjai

3. előadás 2021. 09. 13.

Orosz Ádám

Mechanika – Dinamika és statika



1. Impulzus
2. Kölcsönhatások
3. Newton 1. törvénye
4. Erő
5. Newton 2. és 3. törvénye
6. Alakváltozás
7. Nyomás
8. Erőfajták és erőtvények
 - gravitációs erő
 - nehézségi erő
 - súlyerő
 - rugóerő
 - súrlódási erő

1

Dinamika

Newton: a **mozgás** természetes állapot.

Hogyan jellemezhetjük egy tárgy mechanikai **mozgásállapotát**?



$$v = 10 \text{ km/h} = 2,78 \text{ m/s}$$

$$m = 20\,000 \text{ kg}$$

$$v = 10 \text{ km/h} = 2,78 \text{ m/s}$$

$$m = 8 \text{ kg} + ???$$

$$v = 4320 \text{ km/h} = 1200 \text{ m/s}$$

$$m = 0,005 \text{ kg}$$

$$\text{Impulzus (p): } p = m \cdot v \quad \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

vektor

Jelölésére legtöbbször a p (vagy I) betűt használjuk (latin *pello* „lök, mozdít”).

Egy zárt rendszeren belül **megmaradó mennyiség**.

Egy test **impulzusa (lendülete) haladó (transzlációs) mozgását** jellemzi.

2

Dinamika

A dinamika új kérdést vet fel: Mi az **oka** a **mozgás- és alakváltozásoknak**?



Válasz:
A vizsgált test
kölcsönhatása más
testekkel!

3

Newton 1. törvénye/ a tehetetlenség elve

Az **impulzus megmaradó mennyiség** (impulzus megmaradás).

Minden test nyugalomban marad, vagy egyenes vonal mentén egyenletesen mozog mindaddig, amíg más test ennek megváltoztatására nem kényszeríti.



A korong mindaddig nyugalomban marad, amíg egy erő mozgásállapotának megváltoztatására nem kényszeríti.

A korong mozgásállapota megváltozik, mert egy rá ható erő felgyorsítja.

A korong mindaddig tovább siklik, amíg egy erő le nem fékezi.

Emlékeztető: A nyugalmi állapot és az egyenes vonalú egyenletes mozgás különbsége az inerciarendszertől függ.

A kölcsönhatások különböző erősségűek lehetnek. Szükségünk van egy olyan mennyiségre, ami leírja a **kölcsönhatás erősségét** → „**Erő**”.

4

Erő



Minél erősebb a kölcsönhatás, annál erősebben gyorsul a korong \Rightarrow az új mennyiségnek, az erőnek (F) a **gyorsulással arányosnak** kell lennie:

$$F \sim a$$



Különböző tömegű bowling golyók elhajításánál tapasztalhatjuk, hogy ha a dobást ugyanakkora erővel végezzük, a könnyebb golyót jobban fel tudjuk gyorsítani, mint a nehezebbet. Ahhoz, hogy a nehezebb golyó esetében azonos gyorsulást érzünk el, nagyobb erőt kell kifejtenünk. \Rightarrow az új mennyiségnek, az erőnek (F) a **tömeggel is arányosnak** kell lennie:

$$F \sim m$$

$$F = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t}$$

$$\text{Erő (F): } F = m \cdot a \quad \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right)$$

vektor

$$\text{és } F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} = \text{N} \right)$$

Newton

- Az erő iránya mindig megegyezik a gyorsulás irányával.

5

Alkalmazás: Nehézségi erő

Szabadesés esetén $a = g$ Tehát $F = m \cdot a = m \cdot g$ erőnek kell hatnia a testre.

\Rightarrow

$$\text{Nehézségi erő (F}_{\text{neh}}\text{): } F_{\text{neh}} = m \cdot g$$

- A nehézségi erő a Föld gravitációs terében minden testre hat, függetlenül attól hogy a test teljesen vagy részlegesen szabadon esik, vagy lebeg, esetleg valahol pihen.



Szabadesés



Minden esetben ugyanakkora nehézségi erő fejt ki hatását, a mozgásváltozások azonban különbözőek! Ugyanis további erők is hatnak a testekre.

6

Newton 2. törvénye/ a dinamika alaptörvénye

Az **impulzus megváltoztatásához erő** (F) szükséges.

Amennyiben egyszerre több erő is hat a vizsgált testre, ezeket az erőket (vektoriálisan) összeadhatjuk, így megkapjuk az **eredő erőt**:

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots = \sum F = ma$$

Megjegyzés:

A számolási feladatokban csak olyan helyzetekkel dolgozunk majd, ahol az erők egy egyenes mentén hatnak. Így a vektoriális összeadás +/- műveletekre egyszerűsödik.

Különleges eset: **egyensúly**

$$\sum F = 0 \Rightarrow a = 0, \text{ vagyis a test nyugalomban van (} v = 0 \text{) vagy egyenletes mozgást végez (} v = \text{áll.}).$$

Newton 1. törvénye tehát a 2. törvény speciális esete.

Statika: eredő erő nulla, és a test nyugalomban van

7

Gyakorlás

Elemezzük az erőket az alábbi esetekben:

Szabadesés

előfeltétel: szabadesés

$a = g$

$\sum F = F_{\text{neh}}$

Nem szabadesés!

előfeltétel: A férfi gyorsul, de gyorsulása kisebb mint g .

$a < g$

$\sum F = F_{\text{neh}} - F_L = ma$

$F_L < F_{\text{neh}}$

előfeltétel: egyenletes mozgás ($v = \text{áll.}$)

$a = 0$

$\sum F = F_{\text{neh}} - F_L = 0$

$F_{\text{neh}} = F_L$

+
önkéntesen kiválasztott pozitív irány

légellenállás

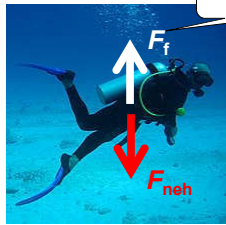
légellenállás

8

Gyakorlás

Elemezzük az erőket az alábbi esetekben:

+
önkéntesen kiválasztott pozitív irány

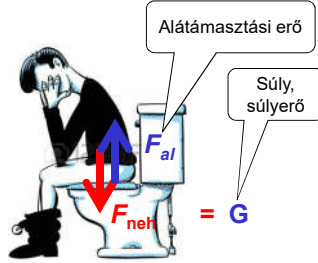


előfeltétel:
lebegés
($v = 0$)

$$a = 0$$

$$\sum F = F_{neh} - F_f = 0$$

$$F_{neh} = F_f$$



$$v = 0$$

$$a = 0$$

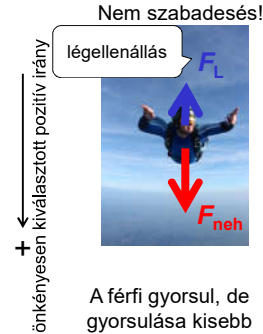
$$\sum F = G - F_{al} = 0$$

$$F_{neh} = F_{al} = G = mg$$

9

Feladat

1. feladat: Mekkora a férfi gyorsulása, ha $m = 80$ kg és $F_L = 720$ N?



A férfi gyorsul, de gyorsulása kisebb mint g .

$$a < g$$

$$\sum F = F_{neh} - F_L = ma$$

$$F_L < F_{neh}$$

$$\sum F = F_{neh} - F_L = 80 \cdot 9,81 - 720 \text{ N}$$

$$\frac{64,8}{80} = a = 0,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

784,8 N
64,8 N

2. feladat: A férfi ($m = 80$ kg) $a = 2,5$ m/s² gyorsulással esik. Mekkora a légellenállás?

$$\sum F = 80 \cdot 2,5 = 200 \text{ N}$$

$$F_{neh} = 785 \text{ N}$$

$$\sum F = F_{neh} - F_L$$

$$F_L = F_{neh} - \sum F = 785 \text{ N} - 200 \text{ N}$$

$$\underline{\underline{F_L = 585 \text{ N}}}$$

10

Newton 3. törvénye / a kölcsönhatás törvénye

- Ha két test **kölcsönhatásba** lép egymással, **mindketten erő** fejtenek ki a másikra.
- Az egymásra kifejtett **erők nagysága ugyanaz**, de **ellentétes irányba** mutatnak: $F = -F_{ellen}$

- Az **erők** tehát **mindig párosan** lépnek fel, így erő-ellenérő (hatás-ellenhatás) párokat alkotnak.
- Az erő és ellenérő mindig **különböző testre** hat.



Egyensúlyban: $G = mg$

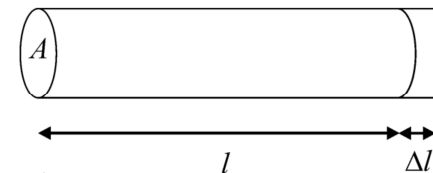
11

Alakváltozás

Az **erő alakváltozást** (deformációt) is eredményezhet.

A legegyszerűbb alakváltozás a **megnyúlás**.

relatív megnyúlás: $\Delta l / l = \epsilon$



$$p_a = \frac{N}{m^2}$$

F/A a **mechanikai feszültség** vagy **húzófeszültség** (σ [Pa]), de lehet **nyomófeszültség** vagy **nyomás** (p [Pa])
Az együttható: **rugalmassági**, vagy **Young modulus** (E [Pa])

Pl.: **Kollagén rost** 0,3–2,5 GPa, **csont** 10–20 GPa

Általánosabban - **összenyomás**:

$$\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$$

K a **kompresziómodulus**,
 $1/K = \kappa$ a **kompreszibilitási együttható** (pl. $\kappa_{acél} = 0,006$ GPa⁻¹)

$$\kappa = \frac{1}{K}$$

líd. \Rightarrow νH

12

Nyomás

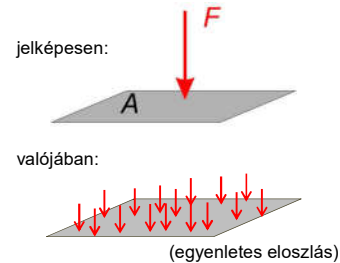


- Egy test deformációja nem csak a rá ható erőtlől függ, hanem attól is, hogy mekkora felületet ér az erőhatás.
- Az erő önmagában nem mindig elegendő a kölcsönhatás leírására. Egy új mennyiségre van szükségünk, ami a felületet is figyelembe veszi. → „nyomás”.

$$\text{nyomás (p): } p = \frac{F}{A} \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \right)$$

Pascal

Egyéb gyakran használt mértékegységek:
bar (bar) = 100 kPa, atmoszféra (atm) = 101, 325 kPa,
higanymilliméter (mmHg) = 133,3 Pa



13

Amikor az eddigi leírás nem elegendő

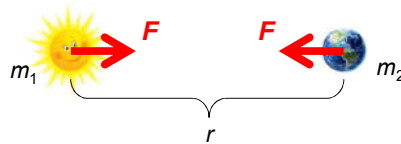
- Fénysebességhez közeli sebességeknél
→ **speciális relativitáselmélet**
- Atomi méretű testek esetén
→ **kvantummechanika**
- Nem inerciarendszerben (pl. gyorsuló repülőgép) más alakú egyenletek kellenek

14

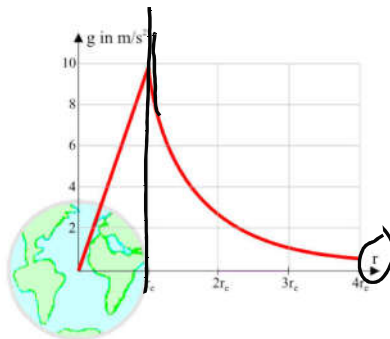
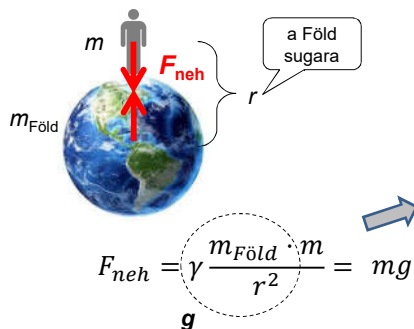
Különleges erők és erőtvényeik – gravitációs erő és a gravitáció törvénye

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Gravitációs állandó



Nehézségi erő a Földön:



15

Különleges erők és erőtvényeik – rugóerő és a Hooke-törvény

Egy erőhatás (kölcsönhatás) eredménye nem csak mozgásváltozás hanem alakváltozás (deformáció) is lehet.

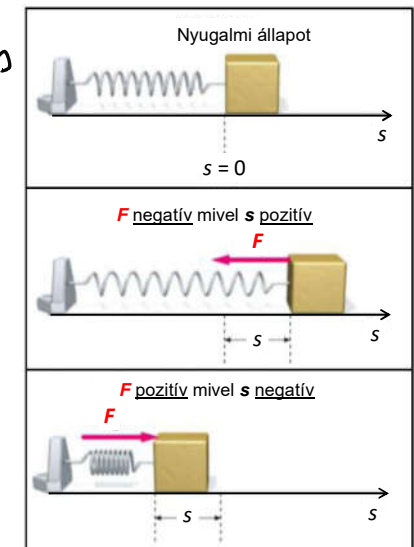
$$F = A \cdot E \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad \Delta l \equiv \Delta s$$

$$F = -D \cdot s$$

rugóállandó
(N/m)

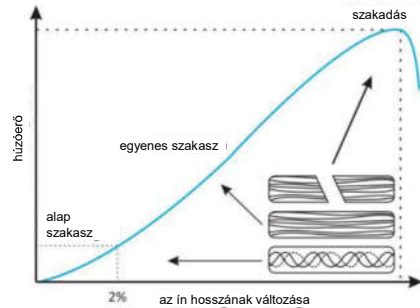
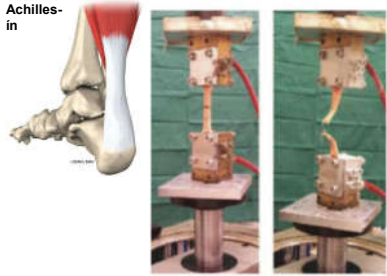
A rugó tulajdonságaitól (anyag,
geometria) függ.

- Ezt az erőt **visszatérítő erő**nek is nevezik.



16

Az ínak és szalagok biomechanikája



A Hooke-törvény közelítőleg érvényes az Achilles-ínra, amelyet ezért egy rugóval modellezhetünk.

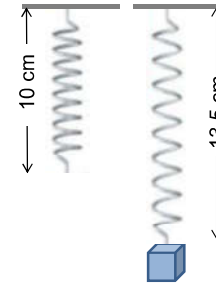
A 10 cm-es Achilles-ín 2%-os megnyúlásához 1200 N erőre van szükség. Számítsa ki az ín rugóállandóját!

$$\frac{F}{\Delta l} = \frac{1200}{0,002} = D = 600\,000 \frac{N}{m}$$

$$10\,cm \rightarrow 2\% \quad 0,2\,cm = 0,002\,m$$

17

Feladat



Az ábrán látható rugó rugóállandója 500 N/m. Számítsa ki a rá helyezett súly tömegét!

$$\Delta l = 3,5\,cm = 0,035\,m$$

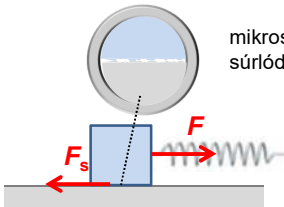
$$D = 500 \frac{N}{m}$$

$$F = 500 \cdot 0,035 = 17,5\,N$$

$$\frac{F}{g} = m = \frac{17,5}{9,81} = 1,78\,kg$$

18

Különleges erők – súrlódási erő

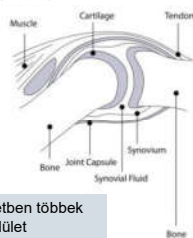


mikroszkopikus érintkezési felület – molekuláris vonzóerők \Rightarrow súrlódási erő



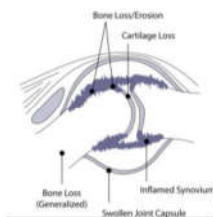
Az állandó rugóerő nagysága 20 N és a test egyenletesen siklik. Mekkora a súrlódási erő?

egészséges ízület



Az egészséges ízületben többek közt az intakt porc felület közelítőleg súrlódás mentes mozgást tesz lehetővé.

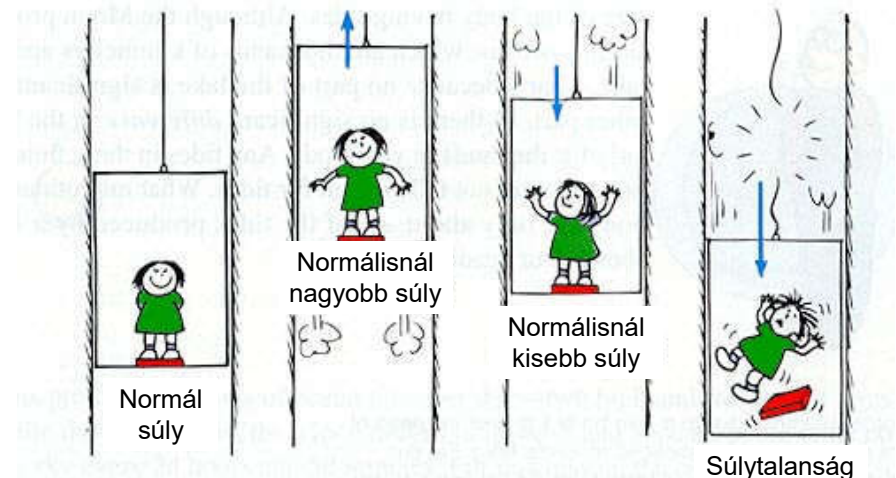
ízület rheumatoid arthritis esetén



Az ízületi porc felület sérülése pl. rheumatoid arthritis esetén növeli a súrlódást az ízületben.

19

Súlyerő



Házi feladat: Jegyzet 4. fejezet

20