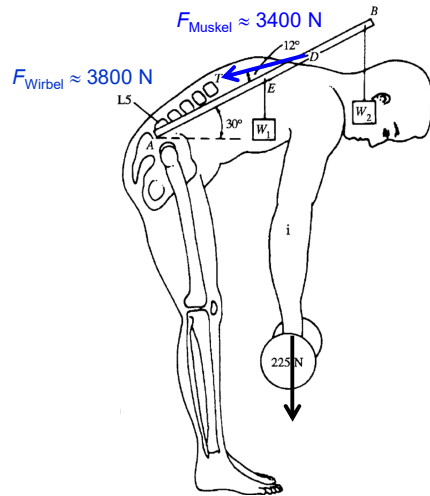


Grundlagen der medizinischen Biophysik

3. Vorlesung 16. 09. 2021

Ádám Orosz

Mechanik – Dynamik und Statik



1. Impuls
2. Wechselwirkungen
3. 1. newtonsches Gesetz
4. Kraft
5. 2. und 3. newtonsche Gesetze
6. Verformung
7. Druck
8. Besondere Kräfte und Kraftgesetze
 - Gravitationskraft
 - Schwerkraft
 - Gewichtskraft
 - Federkraft
 - Reibungskraft

1

Dynamik

Newton: **Bewegung** ist ein natürlicher Zustand.

Wie kann der mechanische **Bewegungszustand** eines Objekts charakterisiert werden?



$v = 10 \text{ km/h} = 2,78 \text{ m/s}$

$m = 20\,000 \text{ kg}$

$v = 10 \text{ km/h} = 2,78 \text{ m/s}$

$m = 8 \text{ kg} + ???$

$v = 4320 \text{ km/h} = 1200 \text{ m/s}$

$m = 0,005 \text{ kg}$

$$\text{Impuls (p): } p = m \cdot v \quad \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

Vektor

Das Formelzeichen des Impulses ist meist p (von lateinisch *pello* „stoßen, treiben“) oder I .

In einem Bezugssystem, auf das keine äußeren Kräfte wirken, ist der Impuls eine **Erhaltungsgröße**.

Der **Impuls** eines Körpers charakterisiert ausschließlich die **Translation**.

2

Dynamik

Die Dynamik stellt eine neue Frage:

Was ist die **Ursache** der **Bewegungsänderungen** oder **Verformungen**?



Die Antwort:
Die **Wechselwirkung**
des untersuchten
Körpers **mit anderen**
Körpern!

3

1. newtonsches Gesetz/Trägheitsprinzip

Der **Impuls** ist eine **Erhaltungsgröße** (Impulserhaltung).

Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, solange der Körper keine Wechselwirkungen mit anderen Körpern hat.



Der Puck wird solange im Zustand der Ruhe bleiben, bis ihn eine Kraft zwingt, seinen Bewegungszustand zu ändern.

Der Puck ändert seinen Bewegungszustand, da auf ihn eine Kraft wirkt, die ihn beschleunigt.

Der Puck wird solange weiter gleiten, bis eine Kraft abbremst.

Zur Erinnerung: Ruhe und gleichförmige geradlinige Bewegung können voneinander nicht unterschieden werden!

Die Wechselwirkungen können unterschiedlich stark sein. Man braucht eine neue Größe zur Beschreibung der **Stärke der Wechselwirkung** → „**Kraft**“.

4

Kraft



Je stärker die Wechselwirkung, desto stärker wird der Puck beschleunigt
 \Rightarrow die neue Größe Kraft (F) muss **zur Beschleunigung proportional** sein:

$$F \sim a$$



Beim Werfen von Bowlingkugeln unterschiedlicher Masse fällt auf, dass, wenn der Wurf immer gleich stark ausgeführt wird, leichte Kugeln stärker beschleunigt werden als schwere Kugeln. Damit die schwere Kugel gleich stark beschleunigt wird, muss man einen stärkeren Wurf ausführen \Rightarrow die neue Größe Kraft (F) muss **zur Masse auch proportional** sein:

$$F \sim m$$

$$F = m \frac{dv}{dt} a$$

$$\text{Kraft (F): } F = m \cdot a \quad \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right)$$

Vektor

$$\text{und } F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \left(\frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \text{N} \right)$$

Newton

- Die Richtung der Kraft ist immer gleich der Richtung der Beschleunigung.

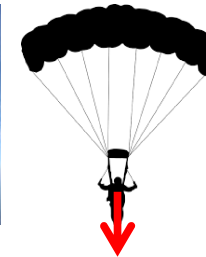
5

Anwendung: Schwerkraft

Beim freien Fall ist $a = g \Rightarrow$ Eine Kraft von $F = m \cdot a = m \cdot g$ muss auf den Körper wirken.

$$\text{Schwerkraft (F}_S\text{): } F_S = m \cdot g$$

- Die Schwerkraft wirkt im Gravitationsfeld der Erde auf jeden Körper unabhängig davon ob der Körper frei fällt oder nicht ganz frei fällt oder schwebt oder irgendwo ruht.



Die gleiche Schwerkraft wirkt jedesmal, doch sind die Bewegungsänderungen unterschiedlich! Es gibt nämlich weitere Kräfte, die auf den Körper wirken!

6

2. newtonsches Gesetz/Dynamisches Grundgesetz

Impulsänderung erfordert **Kraft** (F).

Falls mehrere Kräfte auf den untersuchten Körper wirken, kann man die Kräfte (vektoriell) addieren:

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots = \sum F = ma$$

Bemerkung:

In den Rechenaufgaben werden nur Situationen behandelt, in welchen die Kräfte in einer Gerade liegen. Dann wird die vektorielle Addierung auf +/- vereinfacht.

Spezialfall: Gleichgewicht

$$\sum F = 0 \Rightarrow a = 0, \text{ d. h. der Körper befindet sich in Ruhe } (v = 0) \text{ oder führt eine gleichförmige Bewegung } (v = \text{konstant}) \text{ durch}$$

das 1. newtonsche Gesetz ist ein Spezialfall des 2. Gesetzes

Statik: die resultierende Kraft ist 0, der Körper ist in Ruhe

7

Übung

Analysieren wir die Kräfte:

Freier Fall

Voraussetzung: freier Fall

$a = g$

$\sum F = F_S$

Kein freier Fall!

Voraussetzung: Der Mann hat eine Beschleunigung, nur kleiner als g.

$a < g$

$\sum F = F_S - F_L = ma$

$F_L < F_S$

Luftwiderstand

Voraussetzung: gleichförmige Bewegung ($v = \text{konst.}$)

$a = 0$

$\sum F = F_S - F_L = 0$

$F_S = F_L$

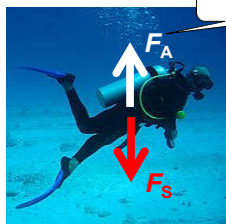
+ Willkürlich festgelegte positive Richtung

8

Übung

Analysieren wir die Kräfte:

+ Willkürlich festgelegte positive Richtung



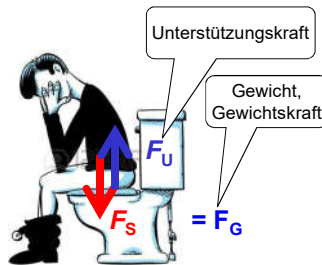
Auftriebskraft

Voraussetzung:
Schweben
($v = 0$)

$$a = 0$$

$$\sum F = F_S - F_A = 0$$

$$F_S = F_A$$



Unterstützungskraft

$$v = 0$$

$$a = 0$$

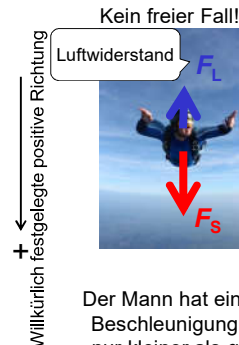
$$\sum F = F_S - F_G = 0$$

$$F_S = F_G = mg$$

9

Übung

Aufgabe 1: Wie groß ist die Beschleunigung des Mannes, wenn $m = 80 \text{ kg}$ und $F_L = 720 \text{ N}$ sind?



Der Mann hat eine Beschleunigung, nur kleiner als g .

$$a < g$$

$$\sum F = F_S - F_L = ma$$

$$F_L < F_S$$

$$F_G = m \cdot g = 80 \cdot 9,81 = 784,8 \text{ N}$$

$$\sum F = F_G - F_L = 784,8 - 720 = 64,8 \text{ N}$$

$$\sum F = 64,8 = 80 \cdot a \Rightarrow a = \frac{64,8}{80} = 0,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Aufgabe 2: Der Mann ($m = 80 \text{ kg}$) fällt mit einer Beschleunigung von $2,5 \text{ m/s}^2$. Wie groß ist der Luftwiderstand?

$$\sum F = m \cdot a = 80 \cdot 2,5 = 200 \text{ N}$$

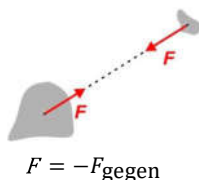
$$F_G = 784,8 \text{ N}$$

$$200 = 784,8 - F_L \Rightarrow F_L = 584,8 \text{ N}$$

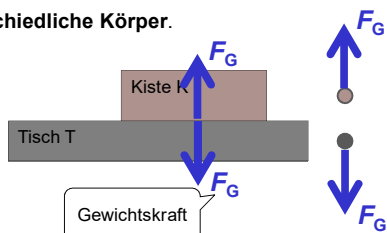
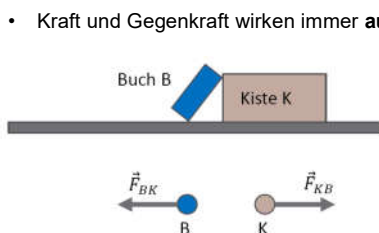
10

3. newtonsches Gesetz/Wechselwirkungsgesetz

- Wenn zwei Körper miteinander **wechselwirken**, dann üben beide **je eine Kraft auf den anderen aus**.
- Die **Kräfte**, die die Körper aufeinander ausüben, **besitzen denselben Betrag**, aber die **entgegengesetzte Richtung**.
- Die **Kräfte** treten also **immer paarweise** auf und werden als Kraft-Gegenkraft-Paar (Aktions-Reaktions-Paar) bezeichnet.
- Kraft und Gegenkraft wirken immer **auf unterschiedliche Körper**.



$$F = -F_{\text{gegen}}$$



$$\text{Im Gleichgewicht: } F_G = mg$$

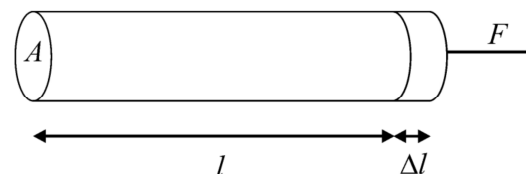
11

Verformung

Die **Kraft** kann auch **Verformungen** (Deformation) verursachen.

Die einfachste Verformung ist die **Dehnung**.

$$\text{(Relative) Dehnung: } \Delta l / l = \epsilon$$



$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

Hookesches Gesetz

$$F = AE \left(\frac{\Delta l}{l} \right)$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$$

F/A ist die **mechanische Spannung** oder **Zugspannung** ($\sigma [\text{Pa}]$), aber es kann **Druckspannung** oder **Druck** ($p [\text{Pa}]$) sein.

Der Koeffizient: **Youngscher Modul** oder **Elastizitätsmodul** ($E [\text{Pa}]$)

zB.: **Kollagenfaser** 0,3–2,5 GPa, **Knochen** 10–20 GPa

$$\text{Allgemeiner - Kompression: } \Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$$

$$\kappa = \frac{1}{K}$$

Kappa

K ist der **Kompressionsmodul**, $1/K = \kappa$ ist die **Kompressibilität** (Zusammendrückbarkeit) (zB. $\kappa_{\text{Stahl}} = 0,006 \text{ GPa}^{-1}$)

12

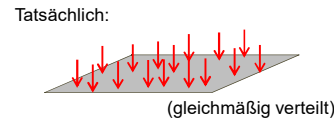
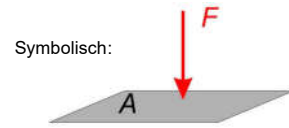
Druck



- Die Deformation eines Körpers hängt nicht nur von der auf ihn wirkenden Kraft ab, sondern auch davon, **auf welche Fläche** die Kraftwirkung konzentriert oder verteilt ist.
- Die Kraft reicht also nicht aus die Wechselwirkung völlig beschreiben zu können. Man braucht **eine neue Größe**, die auch **die Fläche** berücksichtigt → „Druck“.

Druck (p): $p = \frac{F}{A} \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \right)$

Pascal



Andere häufig gebrauchte Einheiten sind:
 Bar (bar) = 100 kPa; Atmosphäre (atm) = 101,325 kPa;
 Millimeter Quecksilbersäule (mmHg) = 133,3 Pa

13

Wenn die newtonsche Beschreibung nicht ausreicht

- Bei Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit
 → spezielle Relativitätstheorie
- Für Körper von atomarer Größe
 → Quantenmechanik
- Bei den beschleunigenden Bezugssystemen (z. B. beschleunigendes Flugzeug) brauchen wir andere Gleichungen

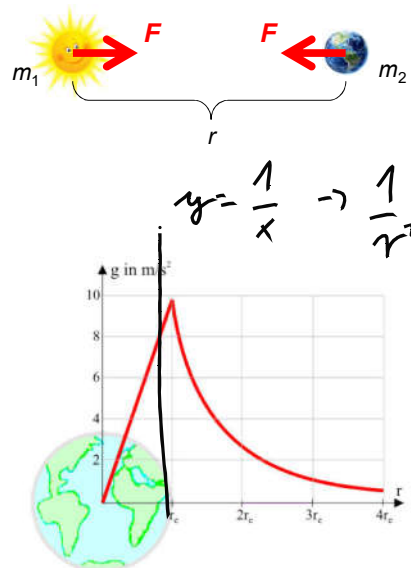
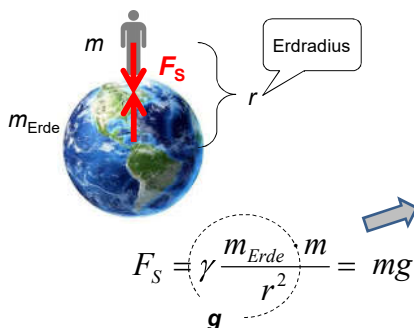
14

Besondere Kräfte und ihre Kraftgesetze – Gravitationskraft und Gravitationsgesetz

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Gravitationskonstante

Schwerkraft auf der Erde:



15

Besondere Kräfte und ihre Kraftgesetze – Federkraft und Hookesches Gesetz

Das Ergebnis einer Kraftwirkung (Wechselwirkung) kann neben der Bewegungsänderung auch eine **Formänderung (Deformation)** sein.

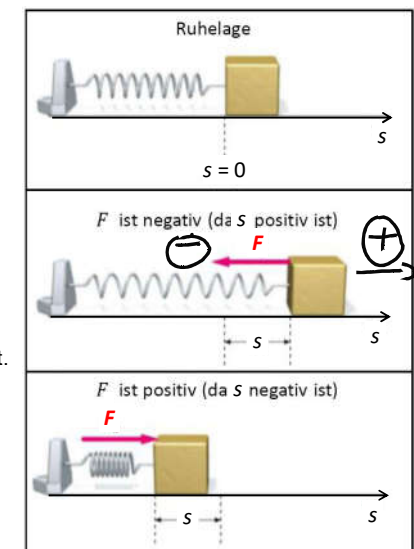
$$F = E \cdot A \cdot \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

$$F = -D \cdot s$$

Federkonstante (N/m)

Sie hängt von den Eigenschaften der Feder (Material, Geometrie) ab.

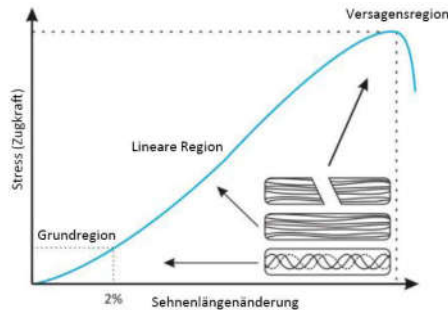
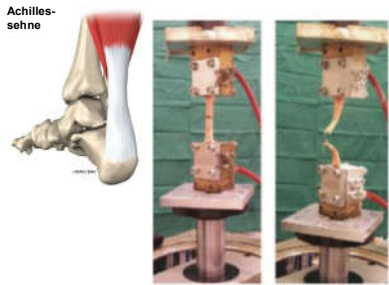
- Diese Kraft wird auch **Rückstellkraft** genannt.



16



Biomechanik von Sehnen und Bändern



Das Hookesche Gesetz gilt annähernd für die Achillessehne, sie kann mit einer Feder modelliert werden

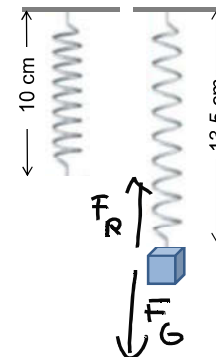
Zu einer 2%-igen Dehnung der Achillessehne mit der Länge von 10 mm braucht man eine Kraft von 1200 N. Berechnen Sie die Federkonstante der Sehne.

$$10 \text{ mm} = 0,01 \text{ m} \xrightarrow{2\%} 0,0002 \text{ m}$$

$$\frac{1200 \text{ N}}{0,0002 \text{ m}} = 6000000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

17

Übung



Die Federkonstante der Feder beträgt 500 N/m. Berechnen Sie die Masse des Gewichts.

$$\Delta = 3,5 \text{ cm} = 0,035 \text{ m}$$

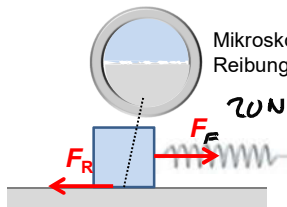
$$F = D \cdot \Delta = 500 \cdot 0,035$$

$$F = 17,5 \text{ N}$$

$$\frac{F}{g} = m = \frac{17,5}{9,81} = \underline{\underline{1,78 \text{ kg}}}$$

18

Besondere Kräfte – Reibungskraft



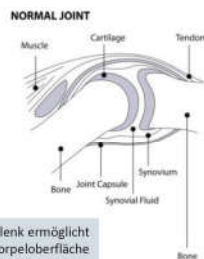
Mikroskopische Kontaktfläche – molekulare Anziehungskräfte \Rightarrow Reibungskraft



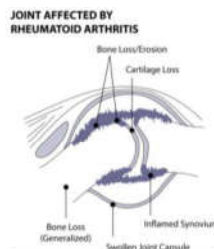
$$\Sigma F = 0 = F_F - F_R = 0$$

Die konstante Federkraft beträgt 20 N und der Körper gleitet gleichförmig. Wie groß ist die Reibungskraft?

$$F_F = F_R = 20 \text{ N}$$



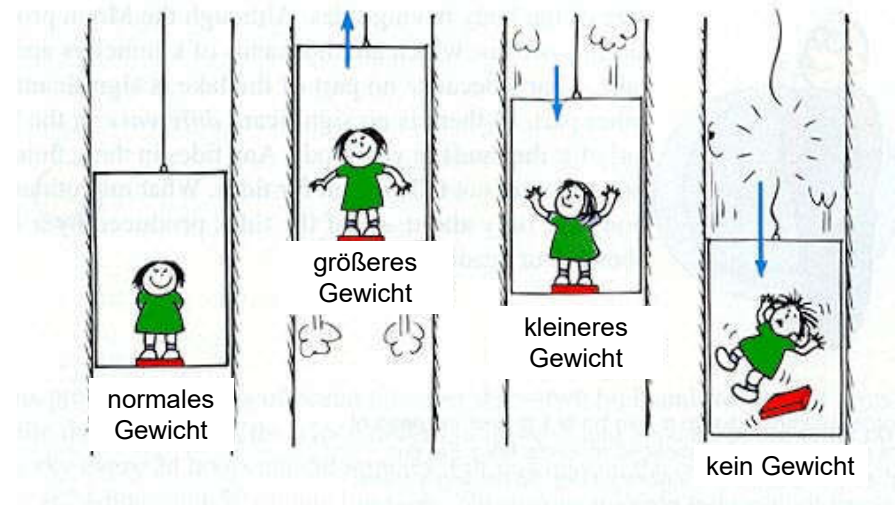
In einem gesunden Gelenk ermöglicht u.a. eine intakte Knorpeloberfläche die nahezu reibungsfreie Bewegung.



Die Zerstörung des Gelenkknorpels z.B. im Rahmen der rheumatoiden Arthritis erhöht die Reibung im Gelenk.

19

Gewichtskraft



Hausaufgaben: Grundschrift Kapitel 4

20