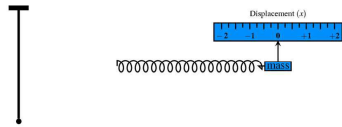


Grundlagen der medizinischen Biophysik

6. Vorlesung 24. 09. 2021

Ádám Orosz

Mechanik – Schwingungen



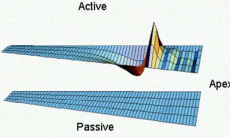
1. Grundbegriffe der Schwingungslehre
2. Schwingungstypen
3. Harmonische Schwingung
4. Auslenkung, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Rücktreibende Kraft
5. Eigenschwingung und Eigenfrequenz
6. Erzwungene Schwingung
7. Resonanz

Wellenlehre

1. Grundbegriffe der Wellenlehre
2. Wellenlänge, $c = \lambda \cdot f$
3. Transversal- und Longitudinalwellen
4. Mechanische Wellen - Schall
5. Elektromagnetische Wellen - Licht
6. (Lineare) Polarisation
7. Interferenz
8. Stehende Wellen
9. Beugung (Diffraktion)
10. Huygenssches Prinzip



Wellen auf der Basilarmembran im Innenohr:



Schwingungstypen

Harmonische Schwingung (sinusförmige Schwingung)	Nicht harmonische Schwingung (nicht sinusförmige Schwingung)
Uhrpendel, Fadenpendel, schwingende Wassersäule, Federschwinger	Stimmbänder beim Menschen, Schwingungsdämpfer beim Auto

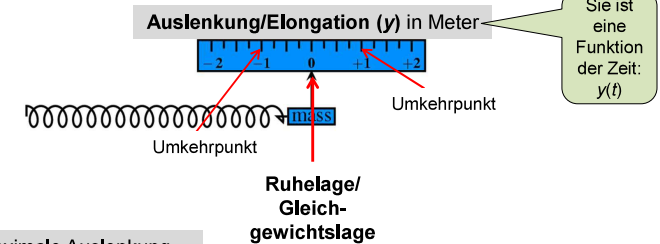
Ungedämpfte Schwingung	Gedämpfte Schwingung
Amplitude bleibt konstant.	Amplitude nimmt mit der Zeit ab.
Membran eines Lautsprechers bei einem Ton bestimmter Lautstärke	Sich selbst überlassenes Fadenpendel, Schwingungsdämpfer

1

Grundbegriffe der Schwingungslehre

Oszillator: Physikalisches System, das Schwingungen ausführen kann (z.B. Federpendel)

Schwingung (mechanisch): Periodische Hin-und Herbewegung eines Körpers um eine Ruhelage



Amplitude (A): Maximale Auslenkung

Zur Erinnerung:

- **Periodenzeit/Periodendauer/Schwingungsdauer (T):** Zeitdauer einer Schwingung/Periode

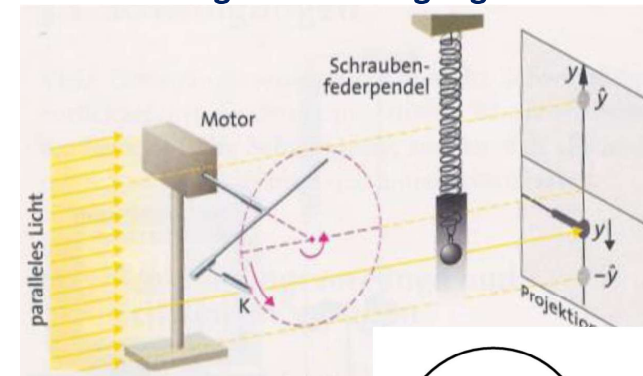
- **Frequenz/Schwingungszahl (f):** Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit. Es gilt:

$$f = \frac{1}{T} \quad \left(\frac{1}{s} = \text{Hz} \right)$$

- **Kreisfrequenz (ω):** Anzahl der Schwingungen pro 2π . Es gilt: $\omega = 2\pi f$

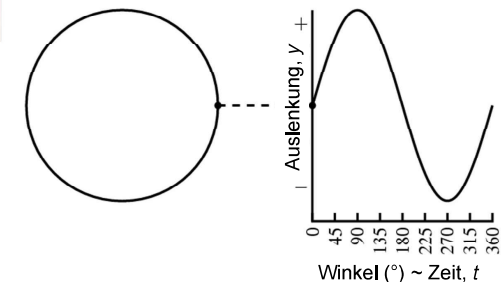
2

Gleichförmige Kreisbewegung – harmonische Schwingung



Allgemeine Formel für die Auslenkung-Zeit-Funktion:

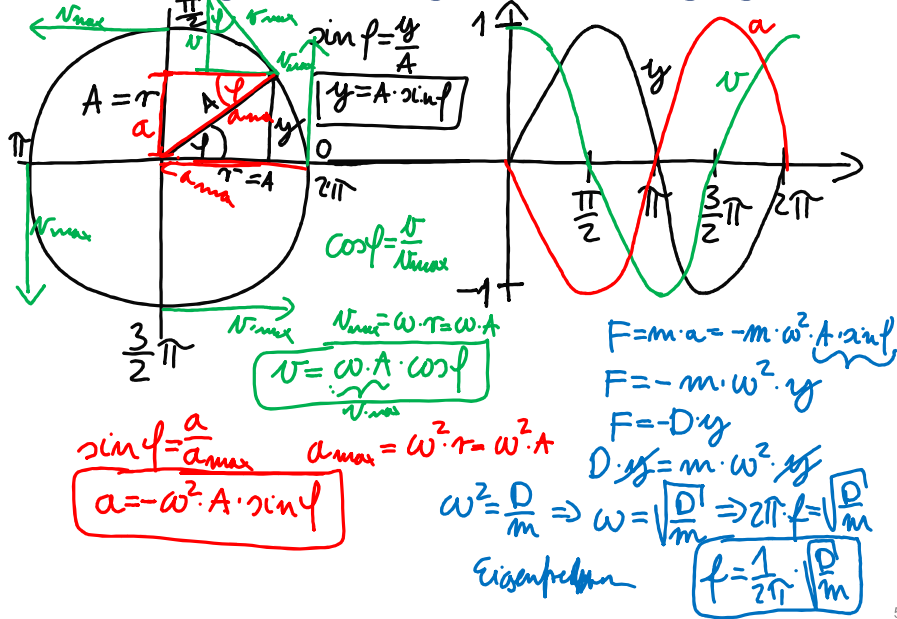
$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$



3

4

Auslenkung, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft



5

Eigenschwingung (freie Schwingung)

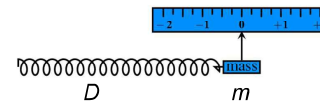
Voraussetzung:
Durch eine einmalige Einwirkung wird ein Oszillator in Schwingung gebracht.

Eigenschwingung: ohne weitere Einwirkungen ablaufende Schwingung.

Eigenfrequenz: die Frequenz einer Eigenschwingung.

Sie wird durch die **Eigenschaften des Oszillators** (Masse, geometrische Größen, Materialeigenschaften usw.) bestimmt.

Federpendel



$$f_{\text{Eigen}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Bemerkung:
Die Formel gilt nur im Idealfall, wenn die Schwingung harmonisch (also nicht gedämpft) ist. In der Wirklichkeit gibt es immer Energieverluste (Reibung, Luftwiderstand, ...), und die Schwingung wird gedämpft.

6



Übung

Die Aufgabe bezieht sich auf das Video „Bestimmung der Körpermasse im Weltraum“:
Die Periodenzeit des für die Messung verwendeten Federpendels mit einer Masse von 6,5 kg betrug 0,75 s. Mit dem Astronauten erhöhte sich diese Periodenzeit auf 2,7 s. Errechnen Sie die Körpermasse des Astronauten.

$$\begin{aligned}
 m &= 6,5 \text{ kg} \\
 \frac{1}{T} &= \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{m}} \\
 T &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \\
 T &= 0,75 \text{ s} \\
 0,75 &= 2\pi \sqrt{\frac{6,5}{D}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0,119 &= \sqrt{\frac{6,5}{D}} \\
 0,0143 &= \frac{6,5}{D} \\
 D &= 454 \frac{\text{N}}{\text{m}}
 \end{aligned}$$

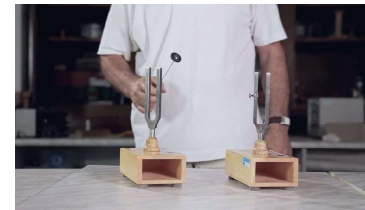
$$\begin{aligned}
 T &= 2,7 \text{ s} \\
 2,7 &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{454}} \\
 0,43 &= \sqrt{\frac{m}{454}} \\
 0,1845 &= \frac{m}{454} \\
 m &= 83,8 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$m_{\text{Astronaut}} = 83,8 - 6,5 = 77,3 \text{ kg}$$

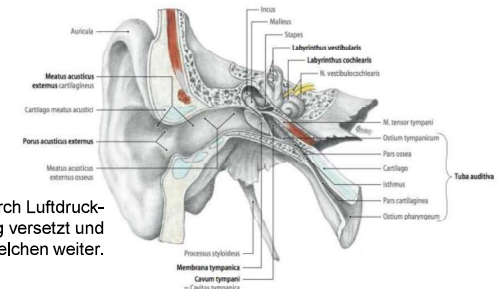
7

Erzwungene Schwingung

Schwingung unter dem Einfluss einer äußeren periodischen Erregungskraft.



Die eine Stimmgabel wird angeschlagen, die erzeugte Luftdruckschwankungen versetzen auch die andere Stimmgabel in Schwingung (falls beide auf die gleiche Tonhöhe abgestimmt sind).

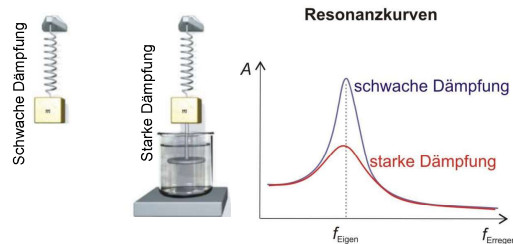
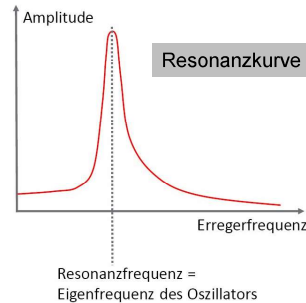


- Durch die erzwungene Schwingung kann die harmonische Schwingung mit einer konstanten Amplitude trotz der Energieverluste aufrechterhalten werden.
- Dabei nimmt das schwingende System die Frequenz des Erregers an.

8

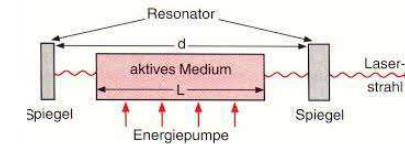
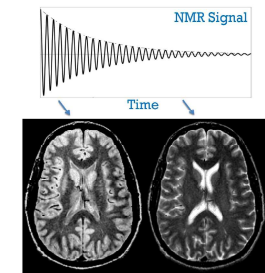
Resonanz

- Wird einem schwingungsfähigen System von einem **äußeren Erreger** periodisch Energie zugeführt, so vollführt es, nach einer gewissen Einschwingzeit, eine **erzwungene Schwingung**
- Abhängig von der Erregerfrequenz treten **unterschiedlich große Schwingungsamplituden** auf
- Stimmt die Erregerfrequenz mit der Eigenfrequenz des schwingenden Systems überein, so tritt eine besonders starke erzwungene Schwingung mit sehr großen Amplituden auf
- Das Auftreten von besonders großen Amplituden bei einer bestimmten Frequenz wird als **Resonanz** bezeichnet, die Frequenz, bei der Resonanz auftritt, heißt **Resonanzfrequenz**



Bemerkung:
Das Phänomen der Resonanz wird in vielen technischen Geräten ausgenutzt (z. B. MRT, Laser, Rasterkraftmikroskop ...)

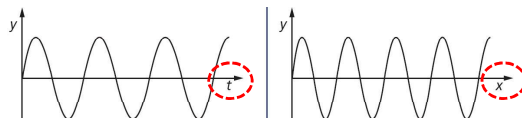
9



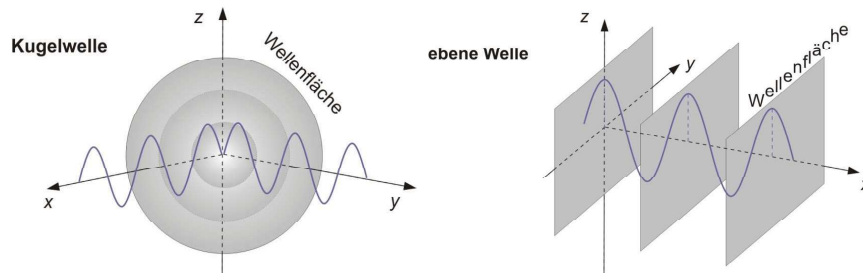
10

Grundbegriffe der Wellenlehre

- Ausbreitung eines Schwingungszustandes in einem schwingungsfähigen Medium
- Eine **zeitlich** und **räumlich** periodische Änderung einer physikalischen Größe



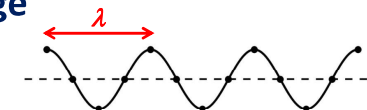
Wellenfläche oder **Wellenfront**: Eine Fläche, auf der sich alle Punkte in gleicher Phase, d. h. im selben Schwingungszustand, befinden.



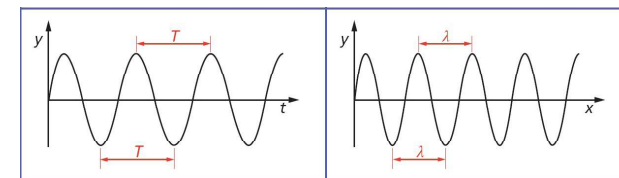
11

Wellenlänge

Wellenlänge (λ): Die Länge einer Welle, der Abstand zwischen gleichphasigen Punkten



- Die **Wellenlänge** ist analog zur Periodenzeit, sie beschreibt die **räumliche Periodizität**, während die **Periodenzeit** die **zeitliche Periodizität** charakterisiert.



Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Periodenzeit (bzw. Frequenz):

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

celeritas - Schnelligkeit

Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle

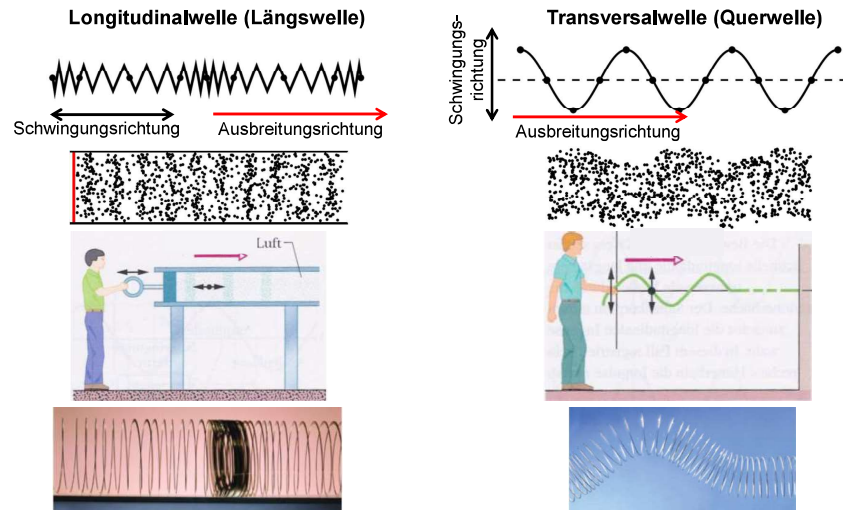
Bemerkung:
Der Zusammenhang hat allgemeine Gültigkeit, er gilt für jegliche Wellen (für mechanische, elektromagnetische Wellen, auch für Materiewellen)

12

Longitudinal- und Transversalwellen

Abhängig davon, wie die **Auslenkungsrichtung** (Schwingungsrichtung) und die **Wellenausbreitungsrichtung** zueinander stehen, unterscheidet man Longitudinal- und Transversalwellen:

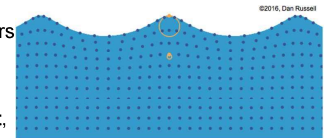
- **Longitudinalwellen:** Schwingungsrichtung **parallel** zur Ausbreitungsrichtung
- **Transversalwellen:** Schwingungsrichtung **senkrecht** zur Ausbreitungsrichtung



13

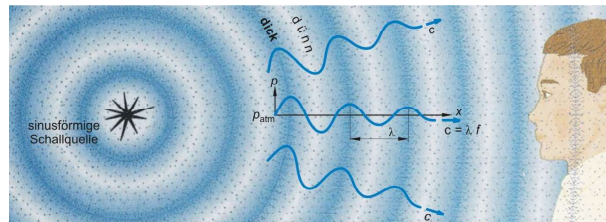
Mechanische Wellen

- Sind unbedingt an die Bewegung von Materie gebunden (**benötigen einen Träger**)
- Bewegung von Materiestücken z.B.:
 - Wasserwellen (Wasser)
 - Schallwellen (Luft)
- Können sowohl Longitudinal- als auch Transversalwellen darstellen
- **Mechanische Longitudinalwellen** können sich in **jedem Medium** ausbreiten, **mechanische Transversalwellen** nur in **Festkörpern**. (Die Oberflächenwellen des Wassers sind jedoch teilweise Transversalwellen.)
- Mit der Ausbreitung der Wellen ist ein **Energietransport**, aber **kein Materietransport** verbunden



14

Schall



- Schallwellen sind mechanische Wellen und können auf Grundlage des menschlichen Hörens in vier Bereiche eingeteilt werden:

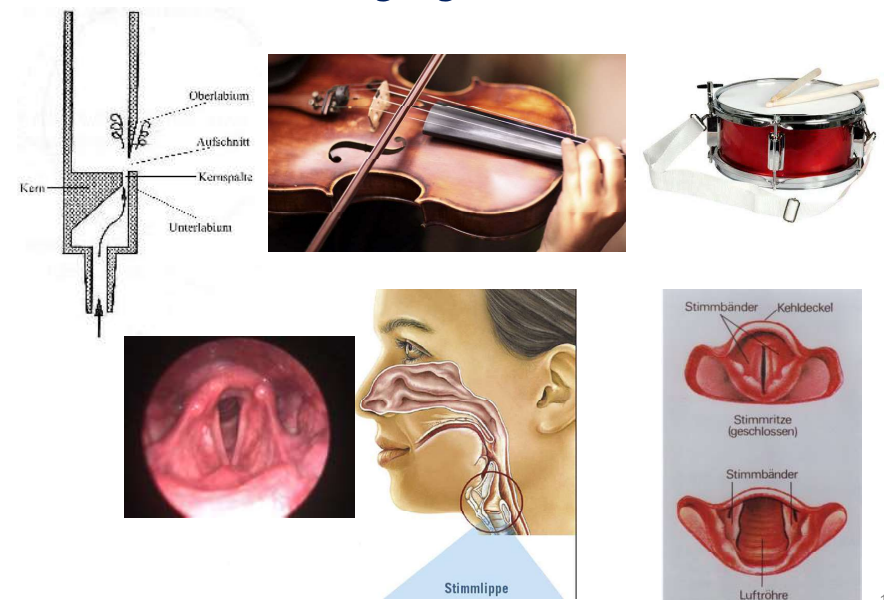
Schallbereiche	Infraschall	Hörschall	Ultraschall	Hyperschall
Frequenzwerte (Hz)	< 20	20–20 000	20 000–10 ⁹	10 ⁹ <

- Die Schallgeschwindigkeit ist im Allgemeinen in Gasen kleiner als in Flüssigkeiten und in Flüssigkeiten kleiner als in Festkörpern

Stoff	c_{Schall} (m/s)
Luft (0°C, 101 kPa)	330
Helium (0°C, 101 kPa)	965
Wasser (20°C)	1483
Fettgewebe	1470
Muskelgewebe	1568
Knochen (kompakt)	3600
Eisen	5950

15

Exkurs: Erzeugung von Schallwellen



16

Übung

Der Delfin sendet Schallwellen mit einer Wellenlänge von 7 mm aus.

a) Berechnen Sie die Frequenz im Wasser. $c_w = 1483 \frac{m}{s}$

$$\lambda = 7 \text{ mm} = 0,007 \text{ m}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{1483}{0,007} = 211857 \text{ Hz} = 212 \text{ kHz}$$

b) Zu welchem Frequenzbereich gehört dieser Schall?

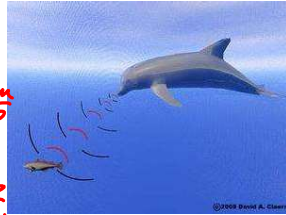
Ultraschall

c) Die Schallwellen treten aus dem Wasser in die Luft heraus. Berechnen Sie die Frequenz in der Luft.

$$f = 212 \text{ kHz}$$

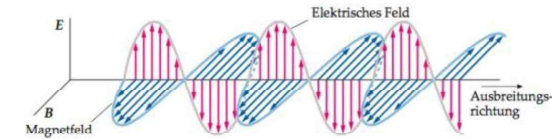
d) Berechnen Sie die Wellenlänge in der Luft. $c_{\text{Luft}} = 330 \frac{m}{s}$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{330}{211857} = 0,00156 \text{ m}$$



Elektromagnetische Wellen

- Wellen aus gekoppelten elektrischen und magnetischen Feldern

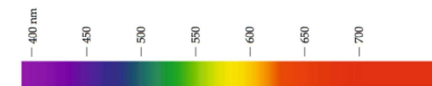


- Das elektromagnetische Feld ist das schwingungsfähige Medium, sodass sich diese Wellen **auch im Vakuum ausbreiten können**
- Beschreiben **Transversalwellen** (die somit **polarisiert werden können**)
- Alle elektromagnetischen Wellen **breiten sich im Vakuum mit derselben Geschwindigkeit, der Lichtgeschwindigkeit aus:**

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

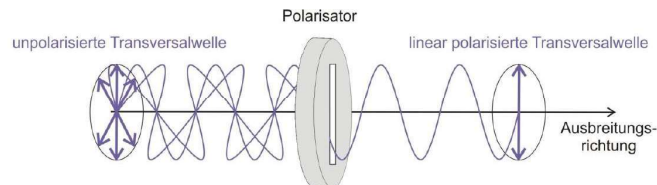
Licht – die bekannteste elektromagnetische Welle

- Das **sichtbare Spektrum des Lichts** umfasst den Wellenlängenbereich von ca. 380 nm–780 nm (VIS-Bereich) → **400 nm–800 nm**



(Lineare) Polarisation

- Bei Transversalwellen stehen Schwingungs- und Ausbreitungsrichtung senkrecht zueinander
- Die Schwingungsrichtung ist dabei aber **noch nicht genau definiert**, obwohl sie die ganze Zeit senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht (= unpolarisierte Welle)
- Die „Auswahl“ **einer** Schwingungsrichtung (Schwingungsebene) mit Hilfe eines Polarisators wird lineare Polarisation genannt

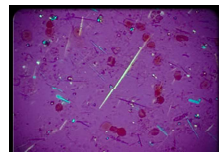


Polarisation von Licht

Ein Anwendungsbeispiel: **Polarisationsmikroskop**



Gicht

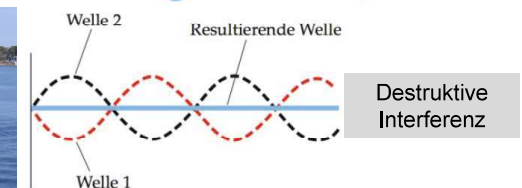
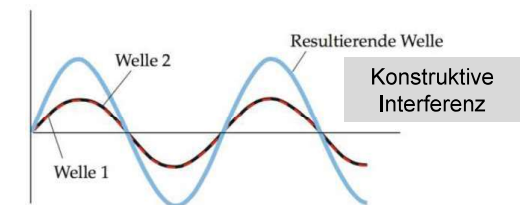


Ablagerung von Harnsäure-Kristalle

Interferenz

Überlagerung zweier oder mehrerer Wellenzüge

- bei gleichen Wellenlängen
- bei festen Phasenbeziehungen

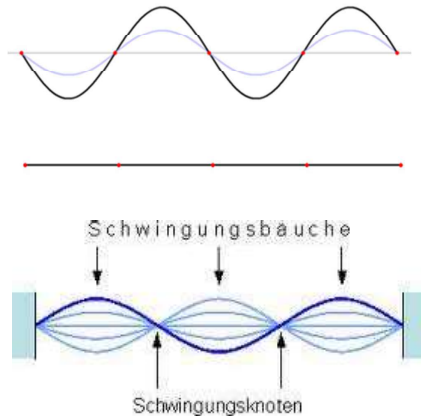


Stehende Wellen

Reflexion einer Welle

- am freien Ende

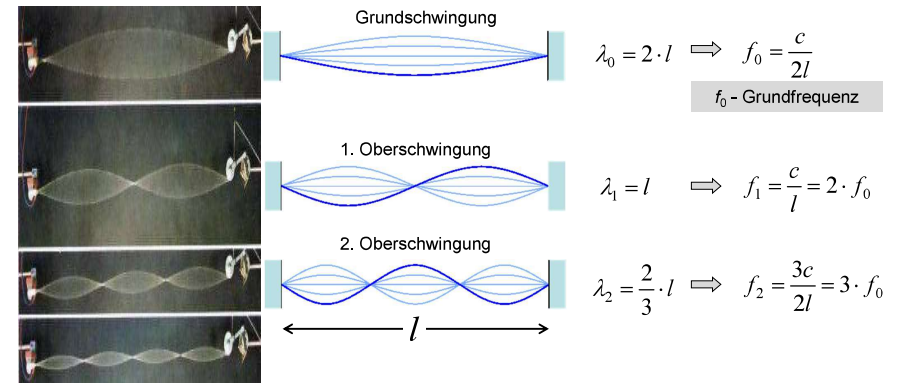
- am festen Ende



- Entstehen durch **Überlagerung zweier gegenläufiger ebener Wellen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude** (z.B. Überlagerung von reflektierter und einfallender Welle)
- Alle Punkte schwingen mit gleicher Phase, aber unterschiedlicher Amplitude
- An einem festen Ende befindet sich ein Knotenpunkt
- An einem freien Ende befindet sich ein Schwingungsbauch

21

Z. B.: Ein System mit zwei festen Enden (beide sind Knotenpunkte)



Bemerkung:

Die Grundfrequenz einer Geigesaite z. B. kann eingestellt werden durch

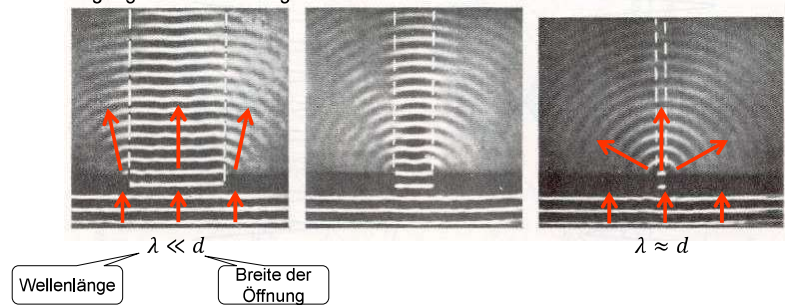
- die Variierung der Länge der Saite
- die Variierung des Spannungszustandes der Saite (\rightarrow Ausbreitungsgeschwindigkeit)

22

Beugung (Diffraction)

Abweichung von der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung einer Welle am Rand einer Öffnung oder eines Hindernisses

Z. B. Beugung an einer Öffnung:

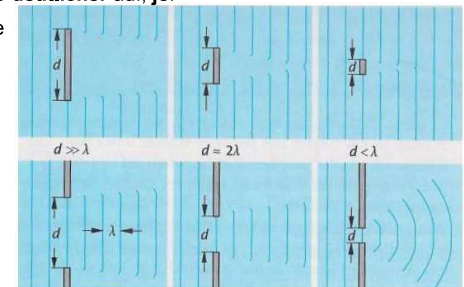


Eindringen von Wellen in den geometrischen Schattenraum hinter Hindernissen oder Öffnungen

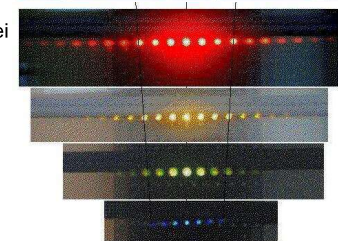
23

- **Abhängig** von dem Verhältnis der **Größe des Hindernisses bzw. der Öffnung** und der **Wellenlänge** ist die Beugung **mehr oder weniger stark** ausgeprägt
- Das Phänomen der Beugung tritt **umso deutlicher** auf, je:

- **kleiner** das **Hindernis** oder die **Öffnung** sind (bei konstanter Wellenlänge)



- **größer** die **Wellenlänge** ist (bei konstanter Öffnung)

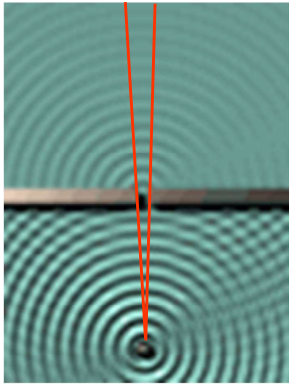


Bemerkung:

Die **Beugung** des Lichts **limitiert die Auflösung** von optischen Geräten, wie Mikroskop, Auge usw.

24

Huygenssches Prinzip



- Jeder Punkt einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt einer neuen kugelförmigen Welle, der sogenannten **Elementarwelle**, betrachtet werden
- Die **Elementarwelle** breitet sich mit gleicher Geschwindigkeit und Frequenz wie die ursprüngliche Welle aus
- Die **Einhüllende** einer Wellenfront ergibt die neue Wellenfront

