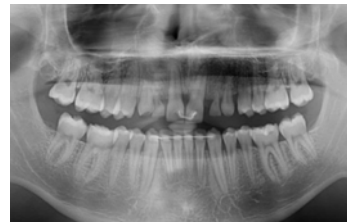
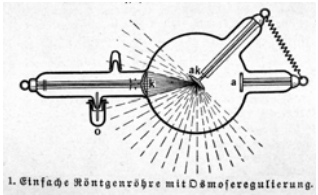




Röntgenstrahlung

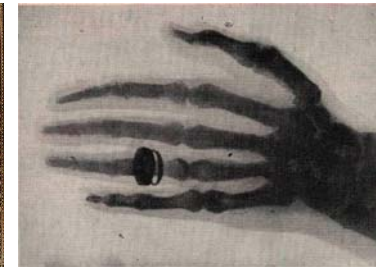
Erzeugung und Eigenschaften
Physikalische Grundlagen der Röntgendiagnostik



KAD 2021.11.16

Historie (vor 125 Jahren in 8 November)

- 1895 Wilhelm Conrad Röntgen, X-Strahlung (X-ray)
- 1896 erste medizinische Anwendungen
- 1901 Nobel Preis (erster Nobel Preis in Physik)
- ... heute: 3D Röntgen-CT

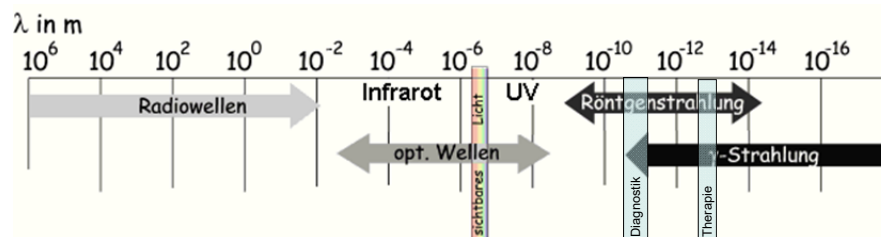


2

Charakterisierung der Röntgenstrahlung

elektromagnetische Strahlung

	Diagnostik	Therapie
Photonenenergie	30-200 keV	5-20 MeV
Wellenlänge	~ einige 10 pm	~100 fm



3

- **Wirkungen:**
 - Ionisation
 - Lumineszenz (Fluoroskopie, Bildverstärker)
 - chemische (z.B. Photographie)
 - biologische (Strahlenschädigung)
- **Entstehung:** in der Elektronenhülle
- **Typen**
 - Bremsstrahlung
 - charakteristische Strahlung

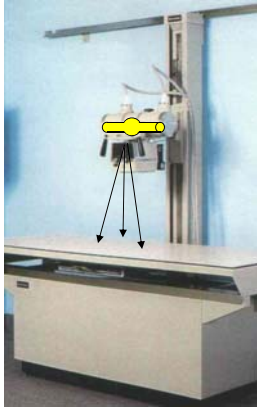


4

Entstehung der Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlung entsteht wenn hochenergetische (beschleunigte) geladene Teilchen (Elektronen) ihre (kinetische) Energie abgeben.

Röntgenröhre (Diagnostik)



Teilchenbeschleuniger (Therapie)

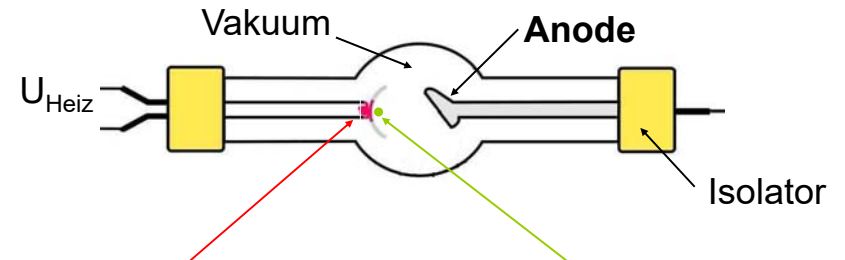


5

Die Röntgenröhre: Vakuumröhre, Glühkathode

mittlere freie Weglänge

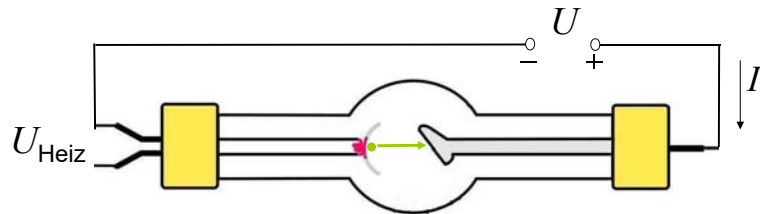
in Luft bei Umgebungsdruck: $\sim 70 \text{ nm}$
im Vakuum ($\sim 10^{-4} \text{ Pa}$) $\sim 1 \text{ dm}$



Glühkathode: Heizung (T Erhöhung) \Rightarrow
Erhöhte thermische Energie \Rightarrow **Elektronen** treten aus der Kathode aus (glühelektrischer Effekt)

6

Die Röntgenröhre: hohe Beschleunigungsspannung



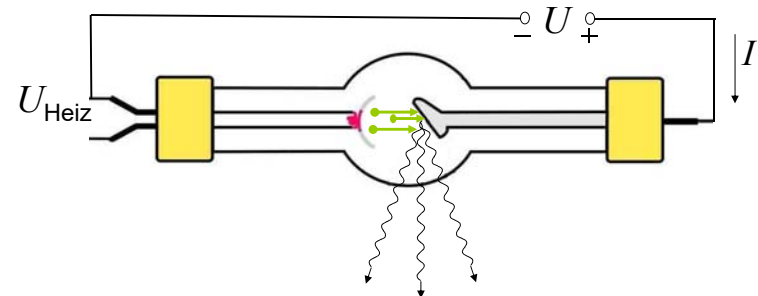
Anodenspannung (U) (typisch 30-200 kV):
beschleunigt die Elektronen

Elementarladung $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ $\rightarrow e \cdot U = E_{\text{kin}}$ kinetische Energie des beschleunigten Elektrons



7

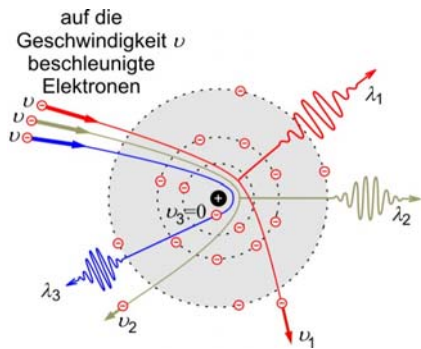
Die Röntgenröhre: abgebremste Elektronen



Röntgenstrahlung entsteht wenn die beschleunigten Elektronen auf die Anode prallen.

1. Abbremsung (Bremsstrahlung)
2. Elektronenausstoß+Elektronenübergang (Charakteristische Str.)

8



Bremsstrahlung

Kinetische Energie

⇒ Photonenenergie (Rtg)

⇒ thermische Energie

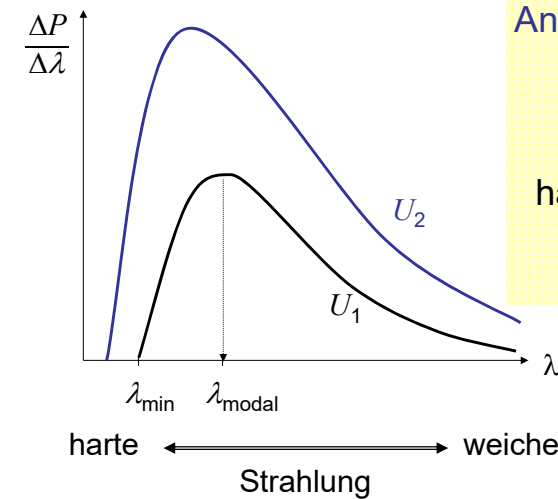
$$eU = E_{\text{kin}} = Q + hf = Q + h \frac{c}{\lambda} = hf_{\text{max}} = h \frac{c}{\lambda_{\text{min}}}$$

Grenzwellenlänge, Duane-Hunt Gesetz

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{hc}{eU} \quad \lambda_{\text{min}} = \frac{1230 \text{ kV} \cdot \text{pm}}{U}$$

9

Emissionsspektrum der Bremsstrahlung



Anodenspannung ↑

$\lambda_{\text{min}} \downarrow$

$\lambda_{\text{modal}} \downarrow$

$E_{\text{photon}} \uparrow$

härtere Strahlung

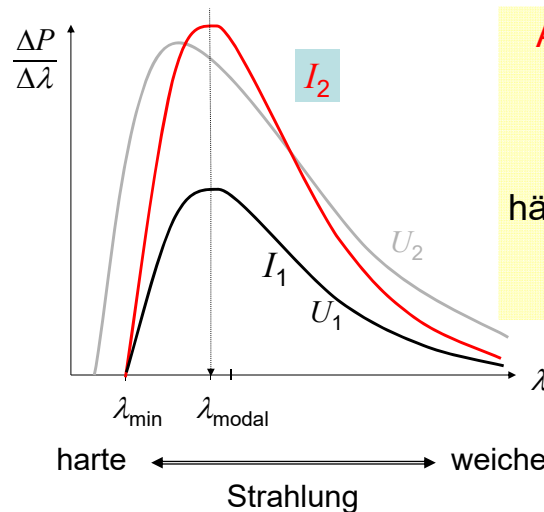
$N_{\text{photon}} \uparrow$

Leistung ↑↑

$$P \sim U^2$$

10

Emissionsspektrum der Bremsstrahlung



Anodenstrom ↑

$\lambda_{\text{min}} -$

$\lambda_{\text{modal}} -$

$E_{\text{photon}} -$

härte d. Strahlung -

$N_{\text{photon}} \uparrow$

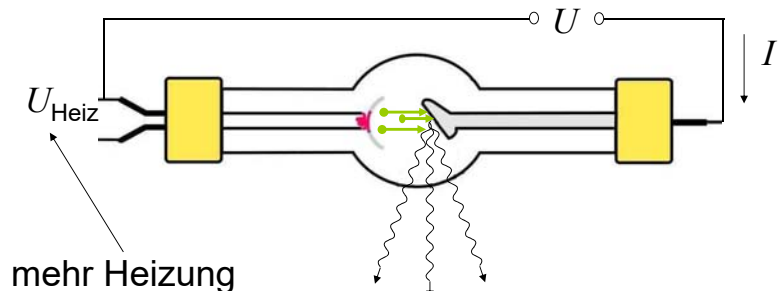
Leistung ↑

$$P \sim I$$

~~Ohm~~

11

Regulierung der Anodenstromstärke



mehr Heizung

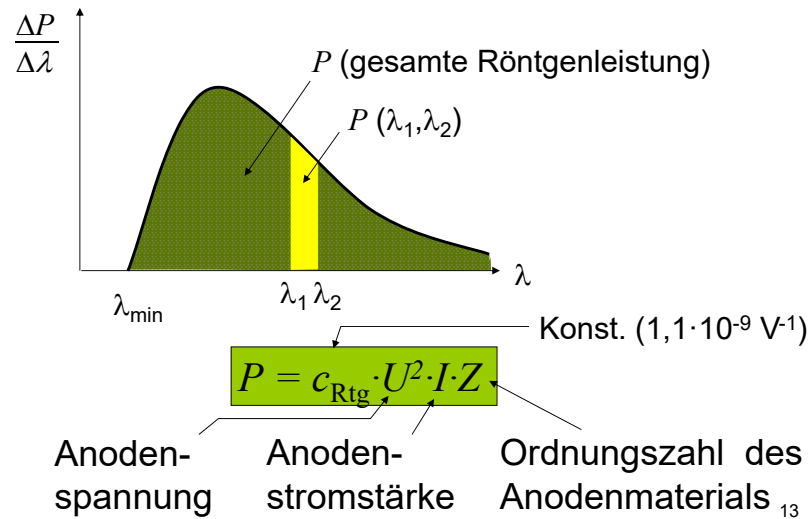
mehr Elektronen treten aus

größere Anodenstromstärke

$$I_{\text{Anode}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta n \cdot e}{\Delta t}$$

12

Leistung der Röntgenstrahlung



Wirkungsgrad der Röntgenröhre

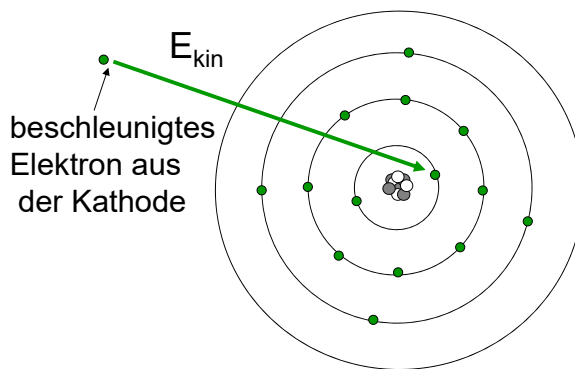
$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{\text{nützliche Leistung}}{\text{zugeführte Leistung}}$$

$$\eta = \frac{c_{\text{Rtg}} U^2 I Z}{U I} = c_{\text{Rtg}} U Z \quad c_{\text{Rtg}} = 1,1 \cdot 10^{-9} \text{ V}^{-1}$$

Anodenmaterial mit hoher Ordnungszahl !
 Praktisch: Wolfram ($Z=74$)
 typischer η : 1% **99% Wärme!**

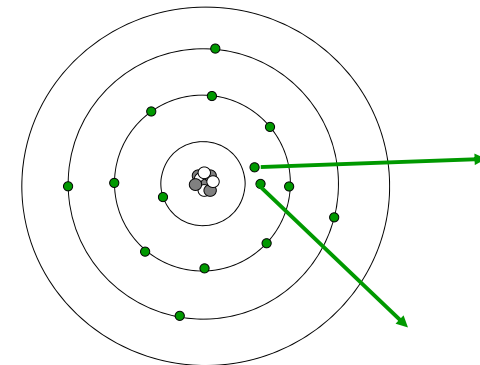
$Z_{\text{blei}}=82$!
 Aber: $T_{\text{Schmelzpunkt, W}} \approx 3400^\circ\text{C}$ $T_{\text{Schmelzpunkt, Pb}} \approx 330^\circ\text{C}$

Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



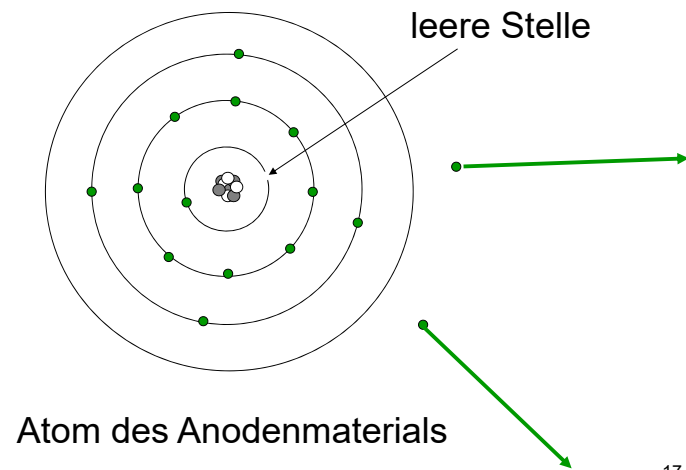
Atom des Anodenmaterials

Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



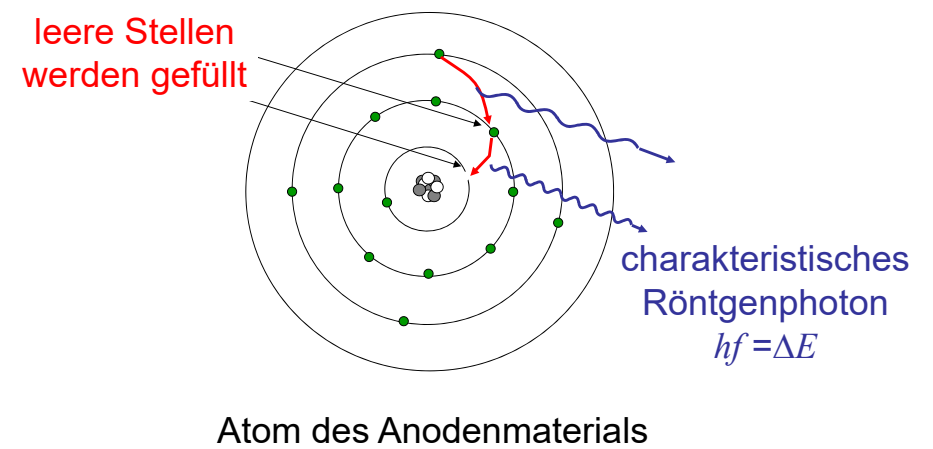
Atom des Anodenmaterials

Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



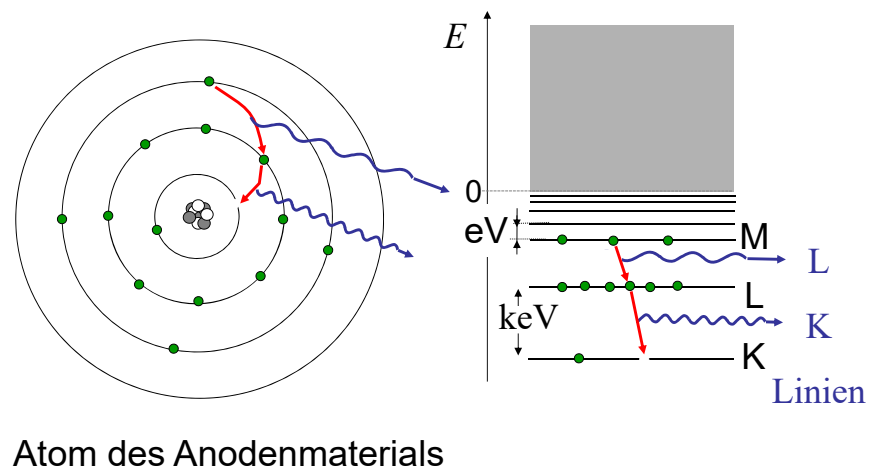
17

Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



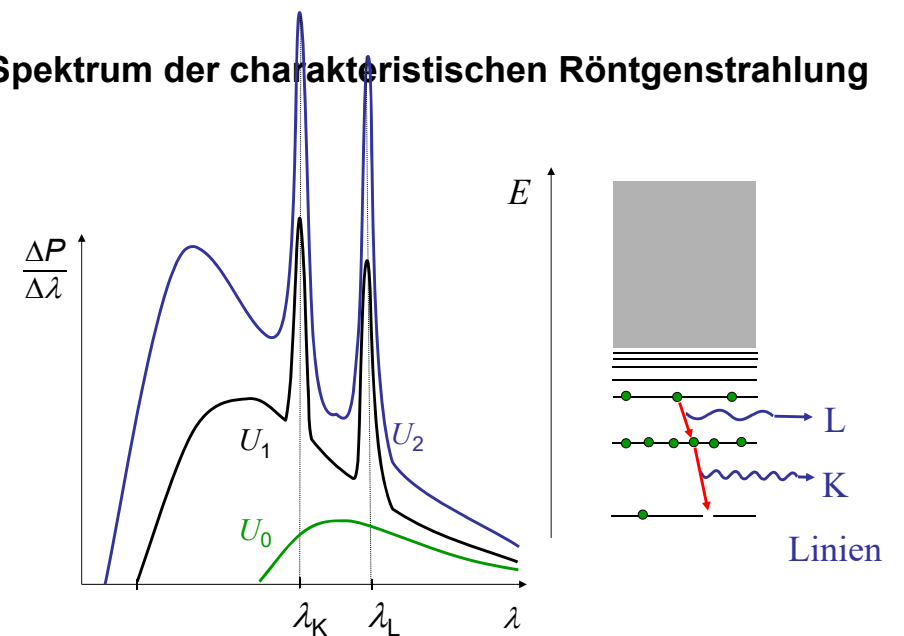
18

Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



19

Spektrum der charakteristischen Röntgenstrahlung



20

Anwendung der charakteristischen Röntgenstrahlung

fast monochromatische Röntgenstrahlung

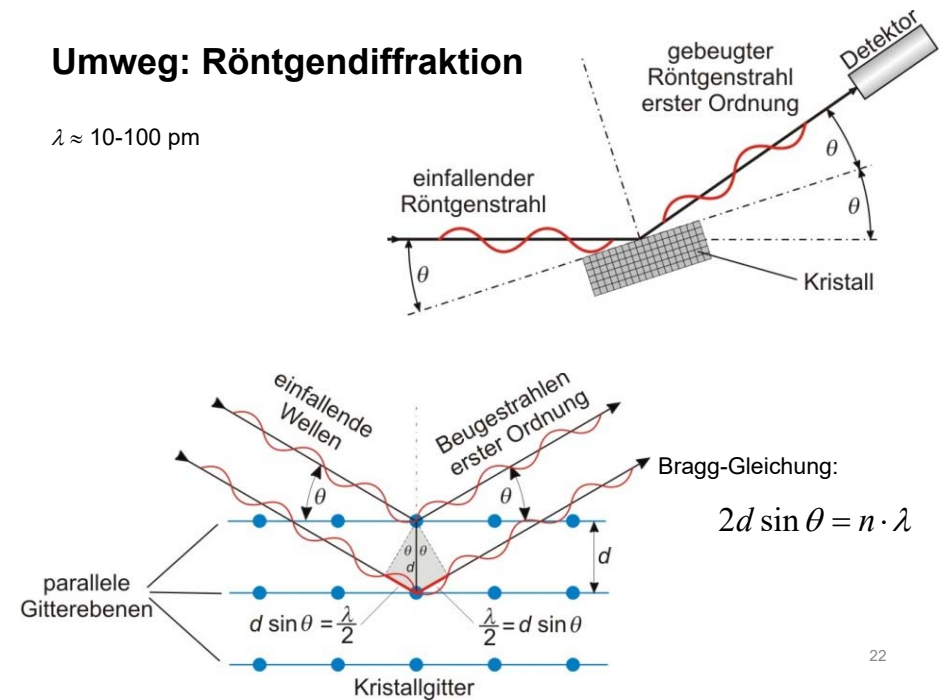
-Diagnostik (zB.: Mammographie)

-Strukturanalyse der Materie (Röntgenbeugung)

21

Umweg: Röntgendiffraktion

$\lambda \approx 10\text{-}100\text{ pm}$



22

Anwendung der Röntgendiffraktion

PDB Database: 3D Makromolekülstrukturen

Röntgendiagnostische Verfahren

Summationsbild

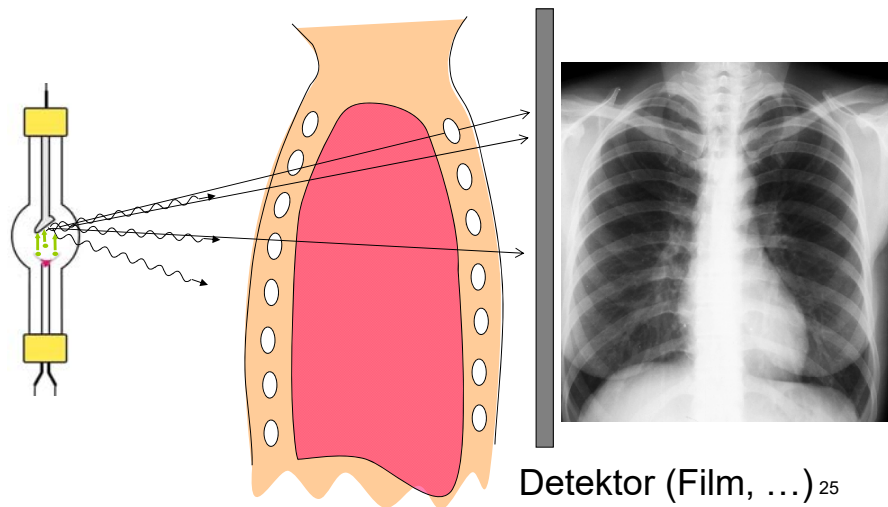
- Statische Aufnahme (Filmaufnahme)
- Gleichzeitiges Bild (Fluoroskopie)

Tomographisches Bild CT

Spezialitäten: Anwendung von Kontrastmitteln, Digitalisierung, Subtraktion

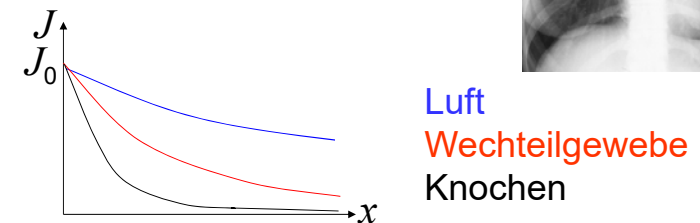
24

Grundprinzip der Summationsaufnahmen



Röntgenbildentstehung

Grundprinzip der Röntgenbildentstehung: Unterschiedliche Strahlungsabsorption der verschiedenen Gewebe.



26

Schwächung der Röntgenstrahlung

Grund der Röntgendiagnostik

Ähnlich zur Schwächung der γ -Strahlung

Schwächungsgesetz:

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}$$

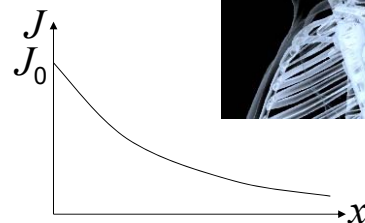
Dichte

$$\mu(\text{Stoff}, \rho, \lambda) = \frac{\mu}{\rho} \cdot \rho = \mu_m(\text{Stoff}, \lambda) \cdot \rho$$

Z: (effektive)
Ordnungszahl

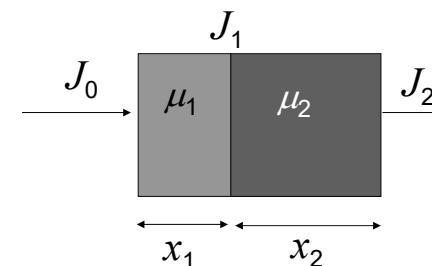
λ oder E_{photon}

Massen-
schwächungs-
koeffizient



27

Absorption von inhomogenen Körper



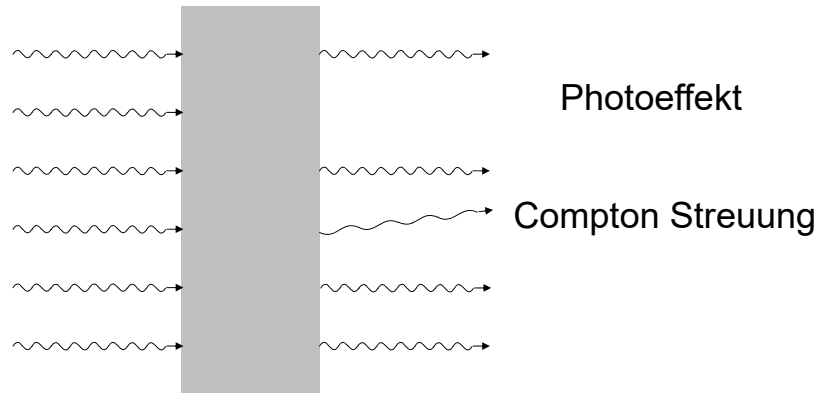
$\mu \cdot x$ Werte sind
addiert
(summiert)
Summationsbild

$$J_1 = J_0 e^{-\mu_1 x_1}$$

$$J_2 = J_1 e^{-\mu_2 x_2} = J_0 e^{-\mu_1 x_1} e^{-\mu_2 x_2} = J_0 e^{-(\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2)}$$

28

Teilprozesse der Schwächung der Röntgenstrahlung

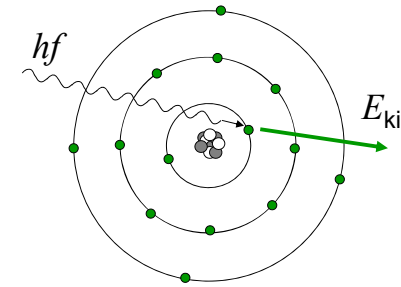


partielle Massenschwächungskoeffizienten

$$\mu_m = \tau_m + \sigma_m (+\kappa_m)$$

unterschiedliche Stoff(Z)-
und λ (oder E_{ph}) Abhängigkeit₂₉

Photoeffekt



$$\tau_m \sim \lambda^3 \cdot Z^3$$

starke Z Abhängigkeit!
diagn. Bedeutung!

Beispiel:

10% Z Erhöhung

110%=1,1

1,1³=1,331

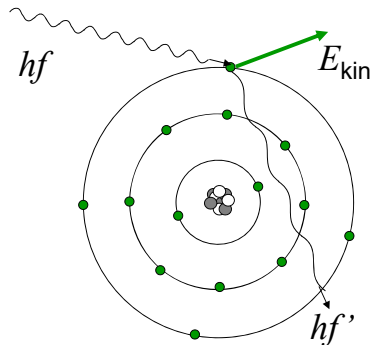
33% τ_m Erhöhung!

bei weicher Strahlung

30

$$\tau_m \sim \frac{Z^3}{E_{\text{Photon}}^3}$$

Compton Streuung



$$\sigma_m \sim Z/A$$

praktisch unabhängig von Z !

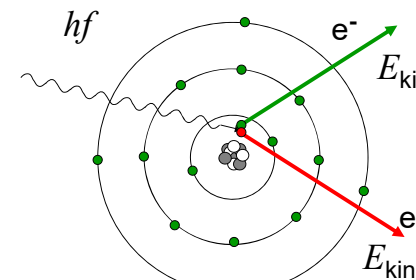
zB:

	C	P	Ca
Z	6	15	20
A	12	≈31	40
Z/A	0,5	0,48	0,5

Schwache Wellenlängenabhängigkeit: $\sigma_m \sim \sqrt{\lambda}$

31

Paarbildung

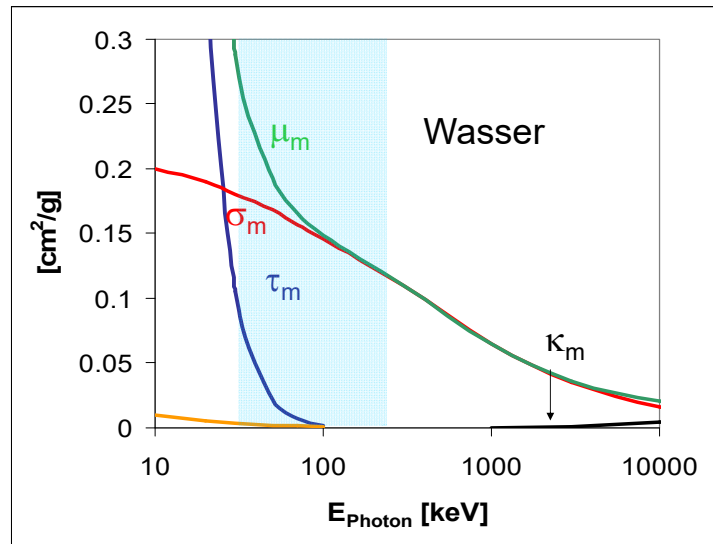


$$hf \geq 2 m_e c^2 \approx 1 \text{ MeV}$$

nur bei therap. Rtg.
und γ -Strahlung

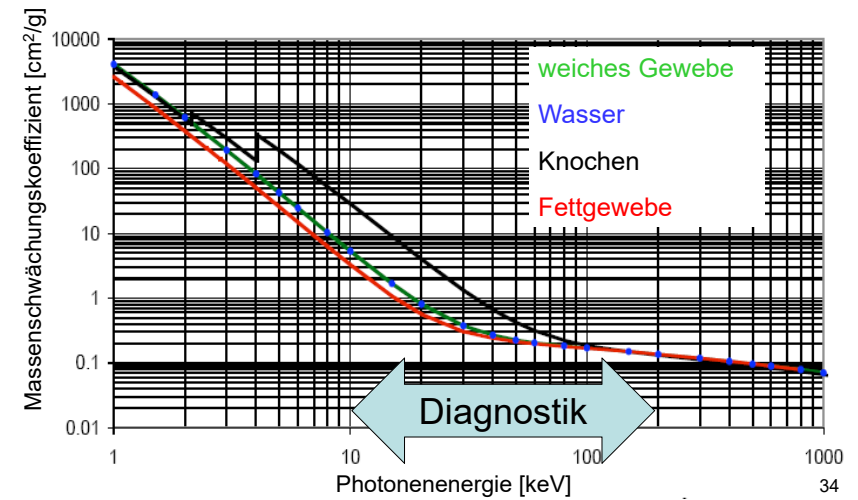
32

Photonenenergieabhängigkeit des Schwächungskoeffizienten



33

Photonenenergieabhängigkeit des Massenschwächungskoeffizienten



34

Zusammenfassung der Schwächungsmechanismen

Mechanismus	Abhängigkeit des Massenschwächungskoeffizienten		Wichtiger Bereich im Gewebe
	von E	von Z	
Photoeffekt	$\sim 1/E^3$	$\sim Z^3$	10 - 100 keV
Compton-Effekt	nimmt ab mit E	unabhängig $\sim Z/A$	0.1 - 5 MeV
Paarbildung	nimmt zu mit E	$\sim Z^2$	> 5 MeV

Kontrast des Röntgenbildes:
Photoeffekt ($\sim Z^3$)

35

Effektive Ordnungszahl

Bei Verbindungen oder Mischungen:

$$Z_{\text{eff}} = \sqrt[3]{\sum_{i=1}^n w_i Z_i^3}$$

Z_i : Ordnungszahl von i-ten Atomtyp

w_i : Elektronenzahlverhältnis

zB: Wasser H_2O 10 Elektronen: 2 von H, 8 von O

$Z_{\text{H}}=1, Z_{\text{O}}=8, w_{\text{H}}=0,2 w_{\text{O}}=0,8$

$$Z_{\text{eff}} = \sqrt[3]{0,2 \cdot 1^3 + 0,8 \cdot 8^3} = 7,4$$

36

Warum die unterschiedliche gewebe unterschiedlich absorbieren?

Effektive Ordnungszahl der Gewebe

Element	Z	% Masse		
		in Fett-gewebe	in weichem Gewebe	in Knochen
H	1	11,2	10,2	8,4
C	6	57,3	12,3	27,6
N	7	1,1	3,5	2,7
O	8	30,3	72,9	41
P	15		0.2	7
Ca	20		0.007	14,7

Effektive Ordnungszahl: ≈ 6 7,4 13,8

Kontrast bei der Röntgenaufnahme

Ein Beispiel



Schwächung durch Photoeffekt:

$$\frac{\tau_{m,Knochen}}{\tau_{m,weiches\ Gewebe}} = \frac{Z_{eff,Knochen}^3}{Z_{eff,weiches\ Gewebe}^3} = \frac{13,8^3}{7,4^3} = 6,5$$

Schwächung durch Compton Streuung:

$$\frac{\sigma_{m,weiches\ Gewebe}}{\sigma_{m,Knochen}} = 1 \quad \sigma_m \text{ ist } Z \text{ unabhängig!}$$

$$\mu_m = \tau_m + \sigma_m \quad \mu = \mu_m \rho \quad \begin{matrix} \rho_{wG} = 1,05 \\ \rho_{Knochen} = 1,7 \dots 1,8 \end{matrix}$$

wenn $\tau_{m,wG} = \sigma_{m,wG}$

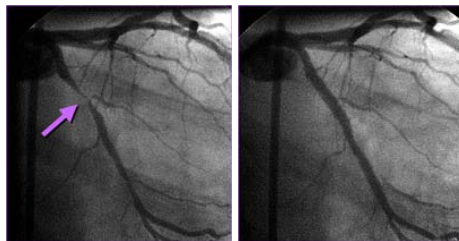
$$\frac{\mu_{Knochen}}{\mu_{weiches\ Gewebe}} = \frac{6,5 + 1}{1 + 1} \cdot \frac{1,75}{1,05} = 6,25$$

Positives Kontrastmittel

mehr Absorption

$$\mu \uparrow \quad \mu_m \uparrow \quad Z_{eff} \uparrow$$

$$\tau_m = \text{const} \cdot \lambda^3 \cdot Z^3$$



Jod (Z= 53)
Blutgefäß (Angiographie)

Barium (Z=56)
Magen,
Darm
in Form
von
BaSO₄



39

Negatives Kontrastmittel, Doppelkontrast

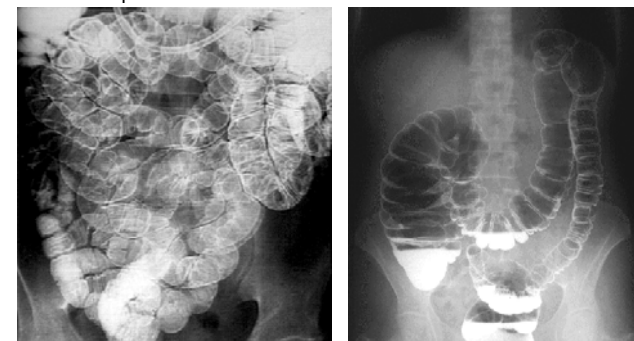
Negatives Kontrastmittel:

wenige Absorption $\mu \downarrow \quad \rho \downarrow \quad \mu_m - Z_{eff} -$

Luft, CO₂ (Gase) in Darm

Doppelkontrast: gleichzeitige Anwendung von einem positiven und einem negativen Kontrastmittel.

BaSO₄ + Luft in Darm



40