

# **Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai**

4. fejezet

Mechanika-dinamika és statika

# Kinematika-Dinamika

- Kinematika: mozgások leírásával foglalkozik, anélkül hogy a mozgás okát vizsgálná
- Dinamika: a testek mozgásának okát tanulmányozza
  - testek között fellépő erők vizsgálata
  - az erők mozgásra kifejtett hatásának vizsgálata

# A dinamika orvosi jelentősége

- sportorvoslás
- ortopédia
- fizikoterápia
- audiológia
- fogászat



# A testek között fellépő különböző kölcsönhatások

- tömegvonzás
- súrlódás
- elektromos vonzás/taszítás
- mágneses vonzás/taszítás
- magerők
- ...stb.

kölcsönhatás: a testek erőt fejtenek ki egymásra

# Erő

Az „erő” a kölcsönhatás erősségét írja le

Erő hatása:

- mozgás megváltozása (hagyományosabb)
- alakváltozás

Ezekkel a változásokkal mérhetjük  
(és definiálhatjuk) az erőt.

# Erő

$$F = m \cdot a$$

F: erő (Force)  $\left[ \text{N} = \text{Newton} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$

m: tömeg (mass) [kg]

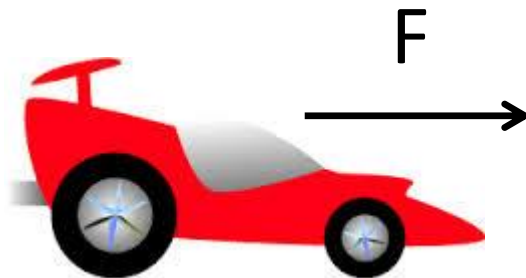
a: gyorsulás (acceleration)  $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

Az erő (F) és a gyorsulás (a) iránya megegyezik, a sebességé nem feltétlenül (vektor mennyiségek)

## IV/2. feladat

Egy sportautó ( $m = 1500 \text{ kg}$ ) álló helyzetből egyenletesen gyorsulva  $3,1 \text{ s}$  alatt éri el a  $100 \text{ km/h}$ -s sebességet.

- a) Mekkora gyorsító erő szükséges ehhez?
- b) Hány méter úton éri el az autó ezt a sebességet?



# Newton-féle törvények

- I. A tehetetlenség elve
- II. A dinamika alaptörvénye
- III. Kölcsönhatás (hatás-ellenhatás, akció-reakció) törvénye



# Newton első törvénye



- Minden test nyugalomban marad, vagy egyenes vonal mentén egyenletesen mozog mindaddig, amíg más test ennek megváltoztatására nem kényszeríti
- egy test mindaddig megőrzi nyugalmi vagy mozgási állapotát, amíg rá egy tetszőleges külső erő nem hat (tehetetlenség)

Csak „inerciarendszerben” érvényes

Az első törvény a második törvény speciális esete

# Newton második törvénye



$$F = m \cdot a$$

- Egy test gyorsulása és a rá ható erő arányosak egymással
- Ha több erő hat egyidejűleg a vizsgált testre:

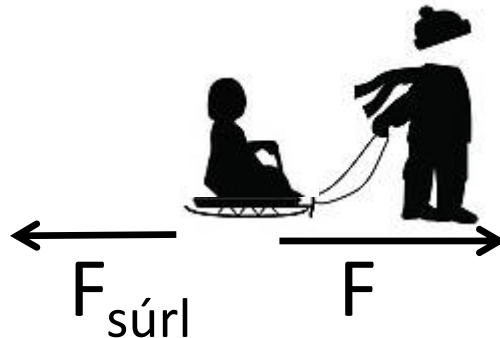
$$\sum F = m \cdot a$$

$\sum F$ : a testre ható erők vektoriális összege, nettó erő,  
eredő erő

## IV/5. feladat

Egy apa álló helyzetből indulva 5 másodpercen keresztül állandó  $105\text{ N}$  nagyságú erővel húzza a szánkót, amelynek tömege kisgyerekével együtt  $25\text{ kg}$ . A szánkóra még  $15\text{ N}$  nagyságú súrlódási erő hat.

- a) Mekkora a szánkó gyorsulása?
- b) Mekkora sebességet sikerült az  $5\text{ s}$  alatt elérni?
- c) Milyen messzire húzta a papa eközben a szánkót?



## IV/6. feladat

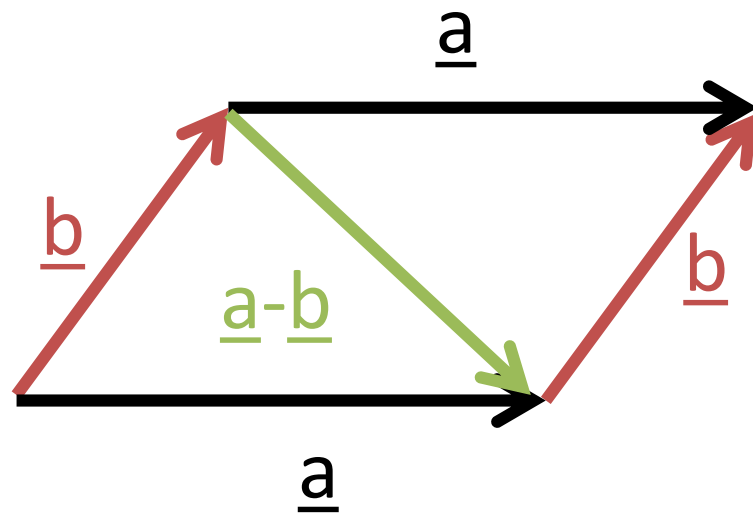
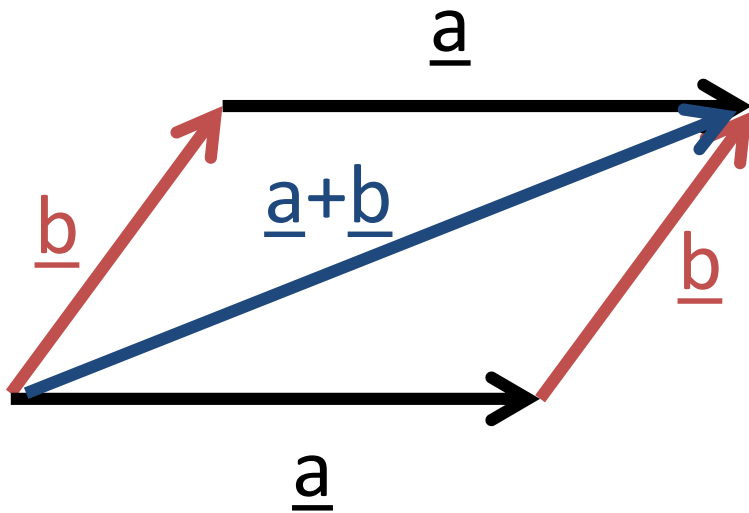
Egy ember állandó sebességgel húz egy szánkót ( $m = 20 \text{ kg}$ ). Hirtelen elszakad a köté. A szánkó egyenletesen lassulva, de tovább csúszik még  $9,2 \text{ m}$ -t. Ez  $6,1$  másodpercig tart.

- a) Mekkora a szánkó sebessége a szakadás pillanatában?
- b) Mekkora a szánkó gyorsulása (azaz lassulása)?
- c) Mekkora a szánkót lefékező súrlódási erő?



# Eredő erő, nettó erő

Az  $\underline{a}$  és  $\underline{b}$  vektorok összegzésére a paralelogramma szabályt alkalmazzuk. Felmérjük az  $\underline{a}$  vektort, majd ennek végpontjába a  $\underline{b}$  vektort. A két vektor összege az  $\underline{a}$  vektor, amely az első vektor kezdőpontjából a másik vektor végpontjába mutat.



# Newton I. – Newton II.

- Az első törvény a második speciális esete:

Egyensúlyban:  $\sum F = 0 \rightarrow a = 0$

Ha  $a = 0$

- a sebesség nem változik (,egyenletes mozgás')
- a sebesség nulla (,nyugalomban marad')

→ STATIKA

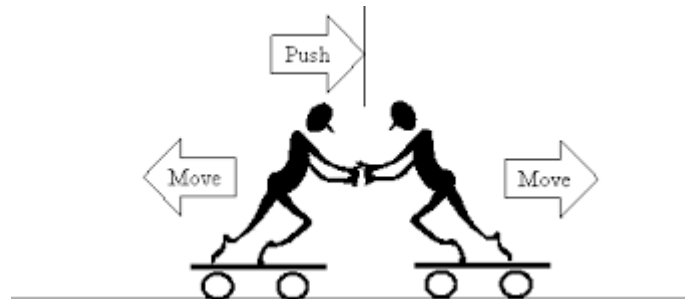


# Newton harmadik törvénye

- Ha egy test erőt fejt ki egy másik testre, akkor a második test is ugyanakkora, de ellentétes irányú erőt fejt ki az első testre

$$F_{12} = -F_{21}$$

- Az erők mindig párban lépnek fel
- Az akciót mindig reakció követi  
(kölcshatások szimmetriája)



# Newton harmadik törvénye



Az út mentén közlekedő teherautó szembeütközik egy muslicával.

a) Melyik testre hat nagyobb erő?

Mindkét testre egyforma nagyságú erő hat.

b) Melyik testnek változik meg jobban a mozgása?

A muslica mozgása jobban megváltozik a kisebb tömege miatt.

$$F_{12} = -F_{21}$$

$${}_m a = m {}_a$$



# A newtoni mechanika korlátai

A newtoni mechanika nem alkalmazható minden esetben:

- 1) Fénysebességhez közeli sebességeknél  
→ speciális relativitáselmélet
- 2) Atom méretű testek esetén → kvantummechanika
- 3) Nem inerciális vonatkoztatási rendszerben  
(pl. gyorsuló repülőgép)

# Inerciarendszer

Egy egyenesen repülő gépen a lehajtható asztalra helyezett teniszlabda nyugalomban van a repülőgéphez képest.



(a)

Ha a pilóta gyorsítja a gépet a labda hirtelen elkezd gurulni az ülő ember felé.



(b)

A gyorsuló (vagy forgó) gép: nem inerciarendszer  
Földön lévő vagy egyenletes sebességgel repülő gép: jó közelítéssel inerciarendszerek

# Általános tömegvonzás (gravitáció)

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

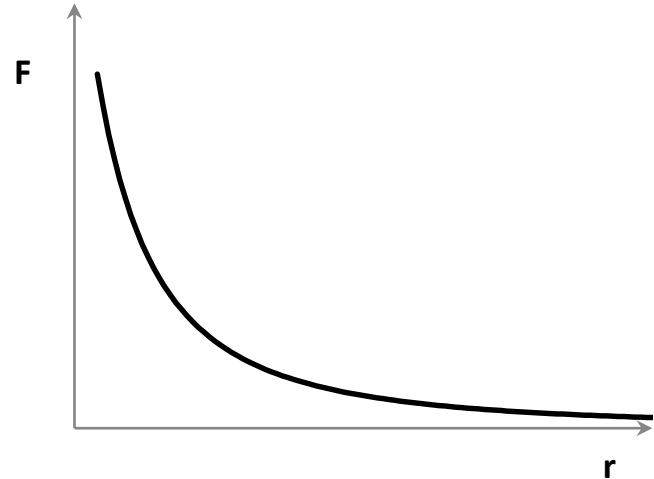
F: gravitációs erő [N]

$\gamma$ : gravitációs állandó  $= 6,67 \cdot 10^{-11} \left[ \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \right]$

$m_1$ : az első test tömege [kg]

$m_2$ : a második test tömege [kg]

r: testek közötti távolság [m]



## IV/8. feladat

Mekkora a gravitációs erő két aszteroida (200 000 t, ill. 300 000 t tömegűek) között, amikor 2 km távolságban elhaladnak egymás mellett?



# Nehézségi erő

- A gravitációs törvény speciális esete
- A szabadon eső testeket a Föld felé gyorsítja

$$F_{neh} = \gamma \frac{m_{Föld} \cdot m_{test}}{r_{Föld}^2} = m \cdot g$$

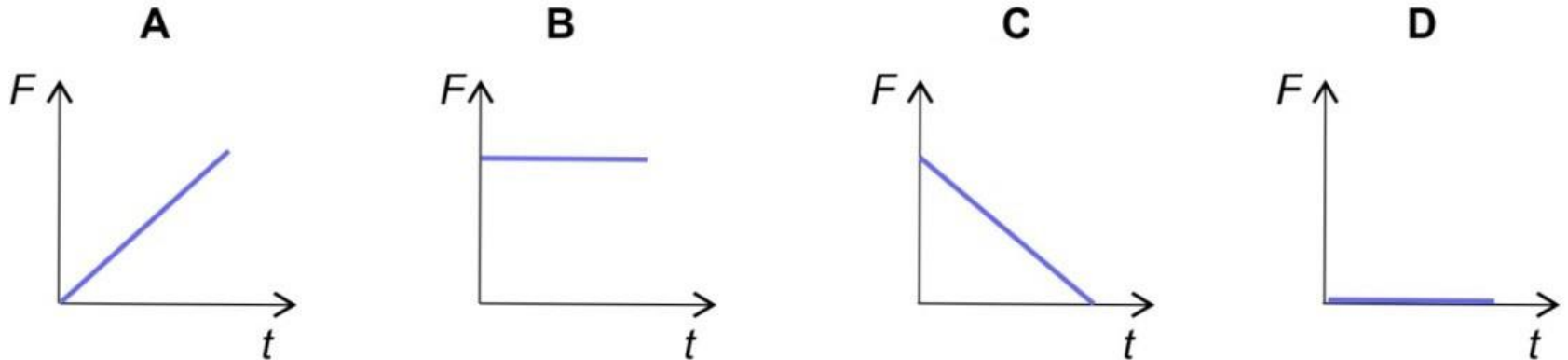
❖ szabadesés gyorsulása ( $g$ ):

$$g = \gamma \frac{m_{Föld}}{r_{Föld}^2} \approx 9.81 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

A Föld nem gömbölyű,  $g$  értéke az Egyenlítő közelében nagyobb

## IV/13.a feladat

Az ábrákon egy-egy erő időbeli változását látjuk:



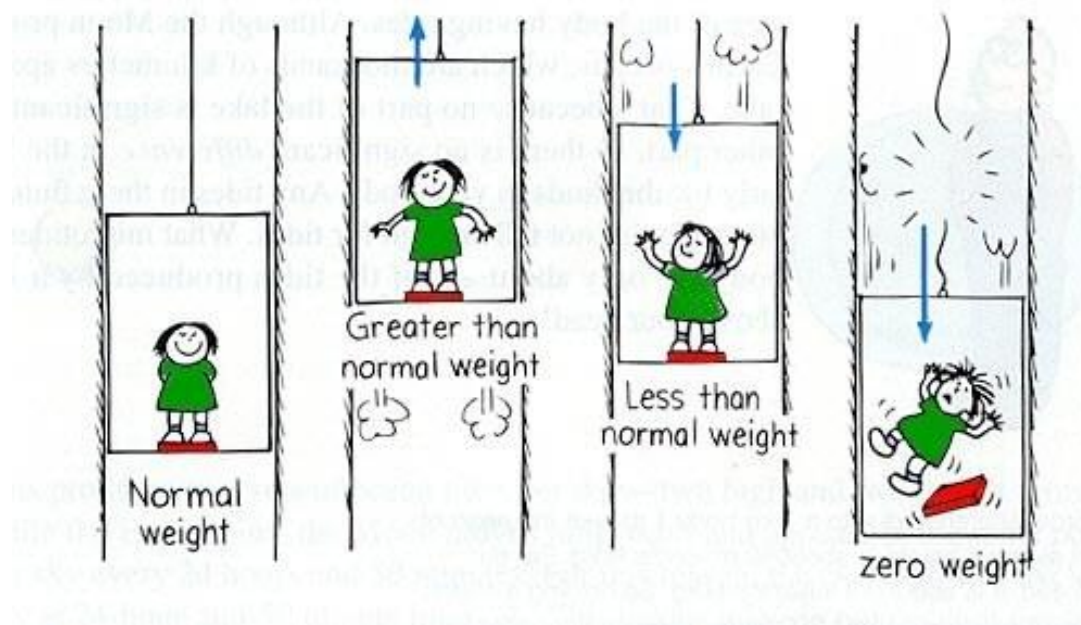
Egy labdát fölfelé dobtunk. Melyik ábra adja meg helyesen a labdára ható nehézségi erő időbeli változását?

# Súly – $F_{neh}$ – tömeg

- Súlyerő, súly ( $G$ ): az az erő, amellyel a test az alátámasztását nyomja, vagy a felfüggesztését húzza

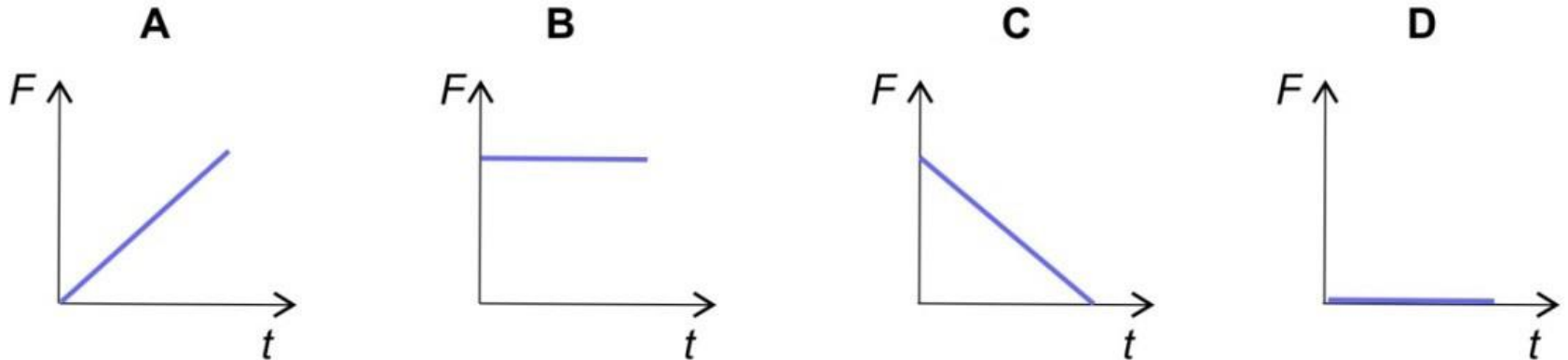
Egyensúlyban:  $F_{neh} = G = m \cdot g$

Szabadesésnél:  $F_{neh} = m \cdot g$ , de  $G=0$  (súlytalanság)



## IV/13.c feladat

Az ábrákon egy-egy erő időbeli változását látjuk:



Egy labda szabadon esik lefelé. Melyik ábra adja meg helyesen a labda súlyának időbeli változását?



# Hooke-törvény

$$F = -D \cdot x$$

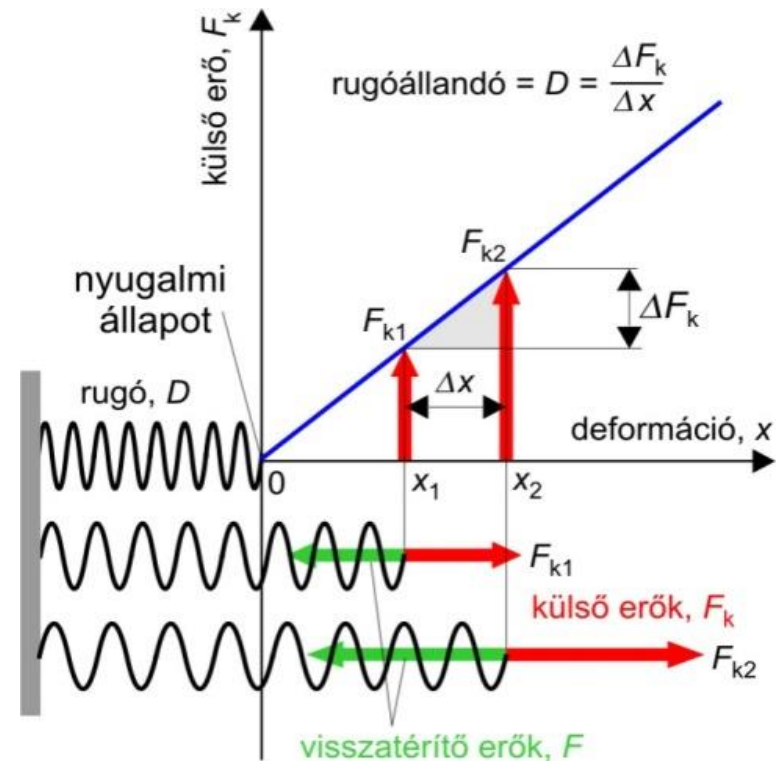
F: visszatérítő erő [N]

(-): a megnyúlással ellentétes irányú

D: rugóállandó  $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$

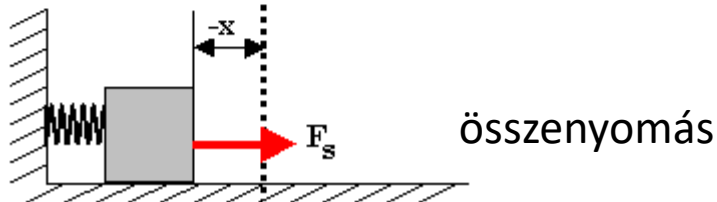
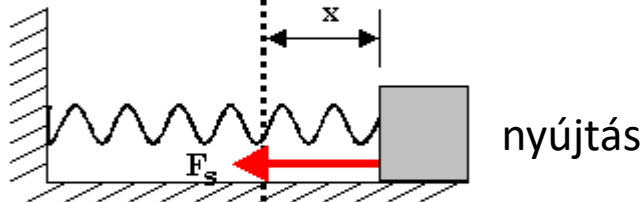
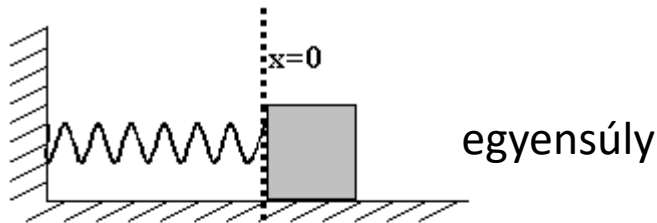
függ a rugó anyagától és méretezésétől

x: megnyúlás, deformáció [m]



# Hooke-törvény

- Ugyanez az egyenlet összenyomásra is érvényes.



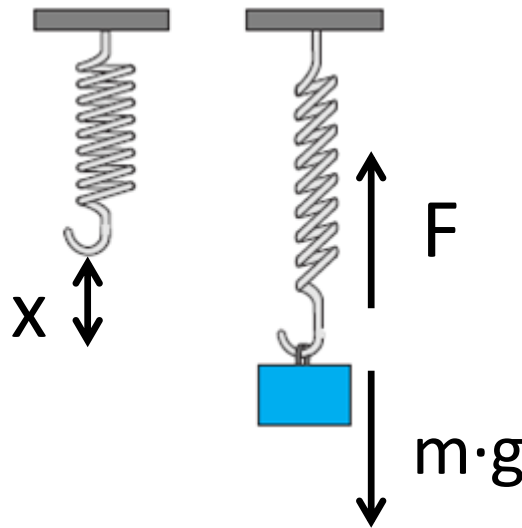
$$F = -D \cdot x$$

Jó közelítéssel alkalmazható  
szalagok és inak megnyúlására is



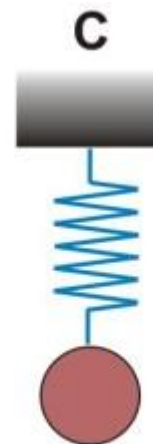
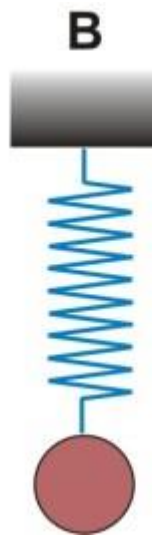
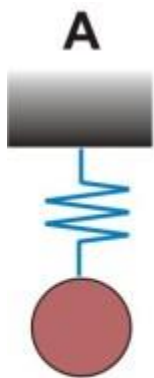
## IV/11. feladat

Egy 2 kg tömegű testet függesztünk egy rugóra. Néhány rezgés után beáll az egyensúlyi megnyúlás, amely 25 cm. Mekkora a rugó rugóállandója?



## IV/12. feladat

Az ábrán látható rugók mindegyike 10%-kal nyúlik meg, ha ugyanazt a golyót függesztjük fel rájuk. Melyik rugó rendelkezik a legnagyobb rugóállandóval? Vagy mindegyik rugóállandója azonos?

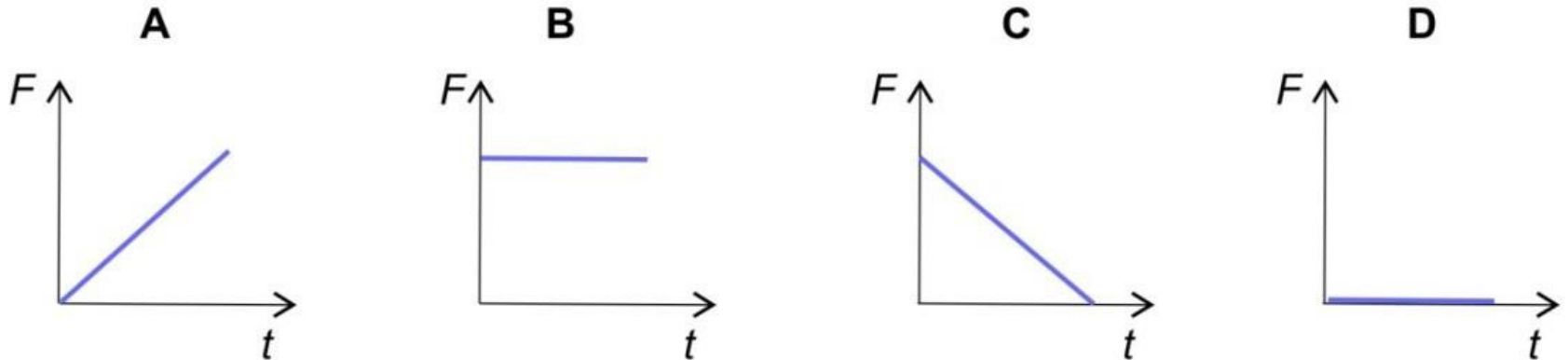


D

mind  
egyforma

## IV/13.b feladat

Az ábrákon egy-egy erő időbeli változását látjuk:



Egy rugót nagyon lassan és egyenletesen nyomunk össze. Melyik ábra adja meg helyesen a rugóerő időbeli változását?