

Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai

5. fejezet

Mechanika –Munka és Energia

Energia-Munka

A munka és az energia is a testek közötti kölcsönhatások leírására szolgálnak, de alkalmazhatósági körük szélesebb az erőénél.

(pl. termikus és kémiai kölcsönhatások)

Energia:

- egy test vagy rendszer állapotát írja le
- egy test vagy rendszer munkavégző képessége

Munka: munkát végzünk egy testen, amikor energiát adunk át neki

Energiafajták

- Mozgási energia
 - Potenciális energia
 - Belső energia
 - Kémiai energia
 - Nukleáris energia
 - Elektromos energia
- ... egymásba átalakíthatók

Munka

Mechanikai kölcsönhatások esetén:

- Gyorsítási munka
- Emelési munka
- Nyújtási munka



$$W = F \cdot s$$

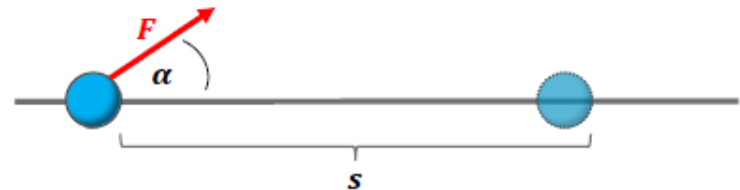
(ha az erő és az elmozdulás egy irányba esnek)

W: Munka (Work) [N · m=Joule=J] (skalár)

F: erő (Force) $\left[\text{N} = \text{Newton} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$

s: test által megtett út [m]

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$



α : az erő és az elmozdulás által bezárt szög

Teljesítmény

- Időegység alatt végzett munka

$$P = W / t$$

P: teljesítmény [J/s=watt=W]

W: munka [N · m=Joule=J]

t: idő [s]

Az energiának és a munkának ugyanaz a mértékegysége: Joule

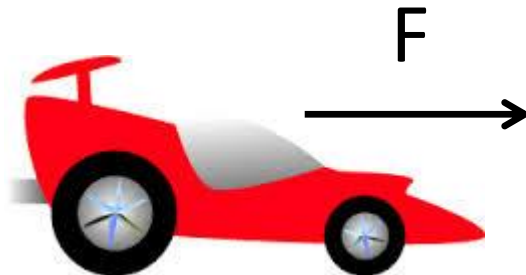
Mértékegység átváltások

	Joule	Elektronvolt	Kalória
1 J=	1	$6,25 \cdot 10^{18}$	0,239
1 eV=	$1,6 \cdot 10^{-19}$	1	Nem releváns
1 cal=	4,19	Nem releváns	1

V/2. feladat

Egy autó ($m = 1,2 \text{ t}$) álló helyzetből 12 s alatt egyenletesen gyorsul fel 100 km/h sebességre.

- a) Mekkora erő szükséges a felgyorsításhoz?
- b) Hány méter távolságot tesz meg az autó a felgyorsítás alatt?
- c) Mekkora a gyorsító erő munkája?
- d) Mekkora az átlagos teljesítmény?
- e) Mekkora mozgási energiával rendelkezik az autó a felgyorsítás végén?



Mechanikai energiafajták

- Mozgási energia
(egy test gyorsítása)
- Gravitációs helyzeti energia
(egy test felemelése)
- Rugalmas energia
(egy rugó kinyújtása)

Mozgási energia

- A test mozgásállapotát jellemzi

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

E_{kin} : mozgási (kinetikus) energia [J=Joule]

m : tömeg [kg]

v : sebesség [m/s]

Gyorsítás során végzett munka: $W = F \cdot s = m \frac{v}{t} \cdot \frac{v}{2} t = \frac{1}{2} m \cdot v^2.$

Helyzeti energia

- A test **pozíciójából** vagy **konfigurációjából** származik

Az erőterétől függően lehet:

- gravitációs
- mágneses (később)
- elektromos (később)

Rugalmas energia: konfigurációtól függő helyzeti energia

Gravitációs helyzeti energia

- Munkavégző képesség, mely a test gravitációs térben lévő pozíciójából ered

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

E_{pot} : helyzeti (potenciális) energia[J=Joule]

m : tömeg[kg]

g : szabadesés gyorsulása=9.81 [m/s²]

h : nullszinttől számított magasság[m]



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

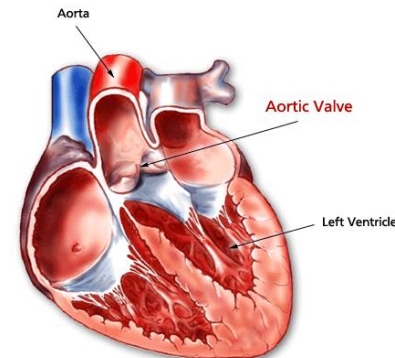
Emelés közben végzett munka:

$$W = F \cdot s = mgh$$

V/4. feladat

Az emberi szív bal kamrája egy összehúzódás során durván 70 g tömegű vért pumpál ki. Ennek során ez a vérmennyiség az aortaívig nagyjából 15 cm-el magasabbra kerül, és körülbelül 30 cm/s-os áramlási sebességre tesz szert. Határozza meg

- a) az emelési munkát
- b) a gyorsítási munkát
- c) a bal kamra izomzatának teljesítményét, ha az összehúzódás ideje 0,2 s!



V/5. feladat

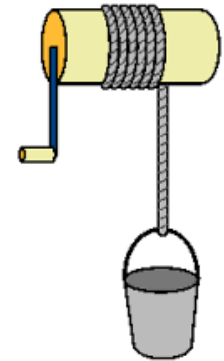
Egy 8 m mély kútból húzunk fel egyenletes 50 cm/s-es sebességgel egy vízzel teli vödröt ($m = 12$ kg, ebben benne van a 10 liter víz is). Mekkora

a) a szükséges erő

b) a végzett munka

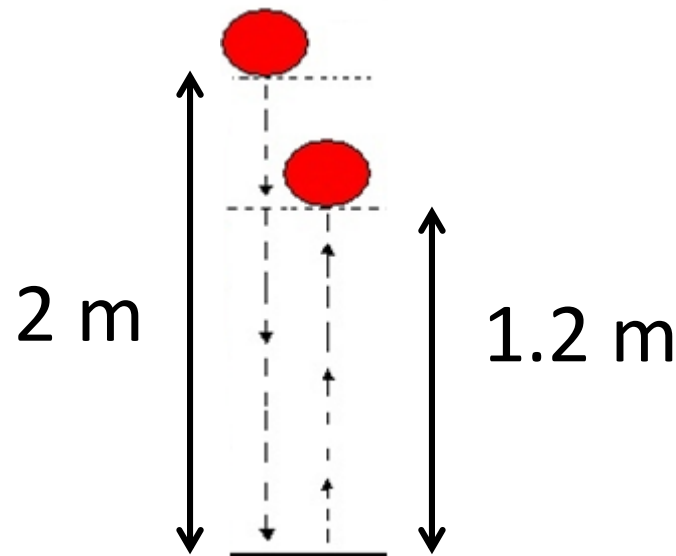
c) a teljesítmény?

d) Hány kcal energiával egyenértékű az ember munkája, ha egész nap dolgozva összesen $4,8 \text{ m}^3$ vizet emel ki a kútból?

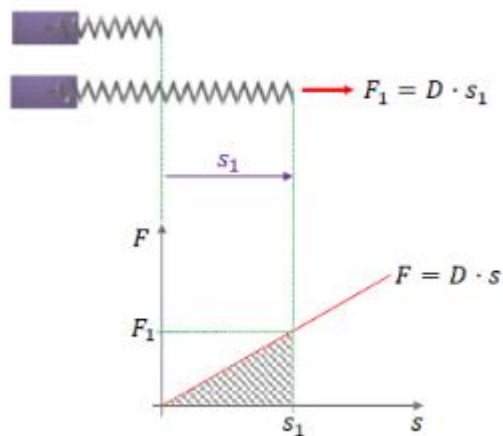


V/9. feladat

Egy labda ($m = 0,8 \text{ kg}$) 2 m magasságból leesik és a földön pattanva $1,2 \text{ m}$ magasra repül vissza. Mennyi mechanikai energia veszett el összesen a közegellenállás miatt és a talajjal való ütközés során?



Rugalmas energia



$$E_{rug} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$$

E_{rug} : rugalmas energia[J=Joule]

k : rugóállandó[N/m]

s : deformáció[m]

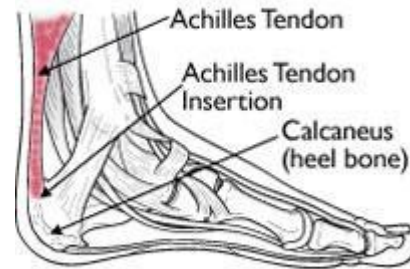


Nyújtás közben végzett munka:

$$W = F \cdot s = \frac{1}{2} Ds \cdot s = \frac{1}{2} Ds^2$$

V/7. feladat

Mennyi energiát tárol az Achilles-ín 2 mm-es megnyúlásnál, ha rugóállandója $3 \cdot 10^5 \text{ N/m}$?



Mechanikai energiamegmaradás törvénye

- Izolált rendszerben a mechanikai energiák összege állandó
- Izolált rendszer: rendszeren kívüli testekkel nem áll kölcsönhatásban

$$E_{kin} + E_{pot} + E_{rug} = \text{állandó}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 = \text{állandó}$$



Tömeg-energia ekvivalencia

- Minden m tömegű test nyugalmi energiával rendelkezik:

$$E = mc^2$$

E: nyugalmi energia [J=Joule]

m: tömeg [kg]

c: vákuumbeli fénysebesség $=3 \cdot 10^8$ [m/s]

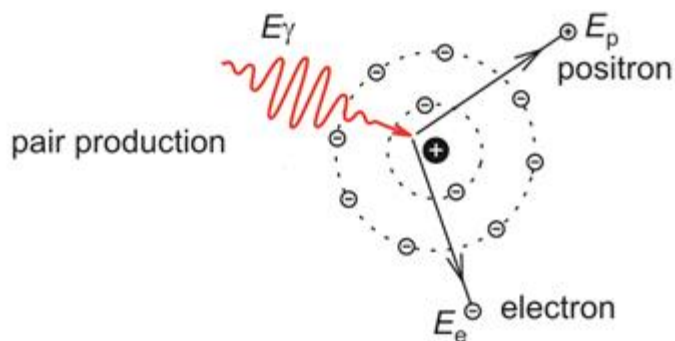
Tömeg és energia egymásba alakulhat

pl. PET

V/10. feladat

Mekkora egy elektron nyugalmi energiája
($m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg)?

Számolja át ezt az energiát J egységből eV
egységbe!

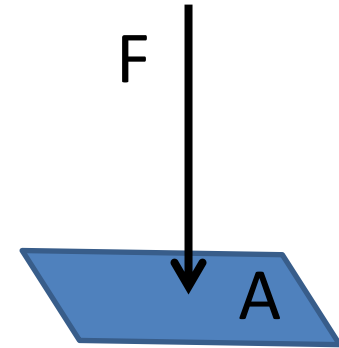


6. fejezet

Mechanika –Nyomás

Nyomás

$$p = \frac{F}{A}$$



p : nyomás [$\text{N/m}^2 = \text{Pa} = \text{pascal}$]

F : a felületre merőlegesen ható erő [N]

A : a test felülete [m^2]

Különböző deformációt okoz, ha egy szivacsot egy ujjal vagy tenyérrel nyomunk ugyanakkora erővel

A nyomás mértékegységei

SI mértékegység: pascal ($\text{pa} = \text{N}/\text{m}^2$)

Más mértékegységek:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ pa} = 100 \text{ kpa}$$

$$1 \text{ atm} = 1.01 \cdot 10^5 \text{ pa} = 101 \text{ kpa} = 1.01 \text{ bar} = 760 \text{ Hgmm}$$

$$1 \text{ Hgmm} = 1 \text{ torr} = 133 \text{ pa} = 0.133 \text{ kpa}$$

VI/2. feladat

Embernél a rágóerők nagyjából 100 N nagyságrendűek (krokodilnál inkább 1000 N!). Amikor az ember ráharap egy csontszilánkra, vagy egy pici magra, akkor ez az erő kb. 1 mm^2 felületre koncentrálódik. Mekkora ilyenkor a nyomás?



VI/3. feladat

- a) Mekkora nyomást fejt ki egy 70 kg tömegű, álló ember a padlóra? (A két talp együttes felületét kb. 200 cm^2 -nek becsülhetjük.)
- b) Mekkora nyomást fejt ki ez az ember korcsolyázás közben a jégre? (A korcsolya élének felületét vegyük 4 cm^2 -nek.)



Sűrűség

- A folyadékokban és gázokban lévő nyomás függ a sűrűségtől

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ha az anyag homogén

ρ : sűrűség [kg/m³]

m : tömeg [kg]

V : térfogat [m³]

Néhány sűrűségérték

anyag	ρ (g/cm ³)
levegő (0°C és 101 kPa mellett)	0,00129
víz (4°C és 101 kPa mellett)	1
víz (100°C és 101 kPa mellett)	0,958
jég	0,92
alumínium	2,7
higany	13,6
arany	19,3
emberi test (átlagérték)	1,04

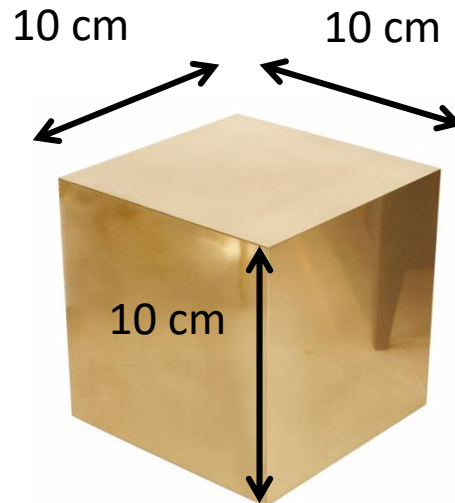
$$1\text{g/cm}^3 = 1\text{kg/dm}^3 = 1000\text{ kg/m}^3$$

$$\text{ml} = \text{cm}^3$$

$$\text{liter} = \text{dm}^3$$

VI/5. feladat

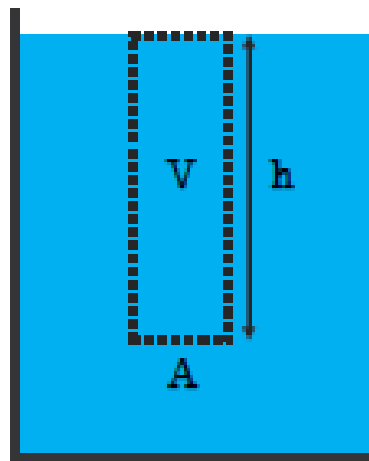
- a) Mekkora a tömege egy 10 cm élhosszúságú arany kockának?
- b) Mekkora nyomást fejt ki ez a kocka a vízszintes polcra, amelyen nyugszik?



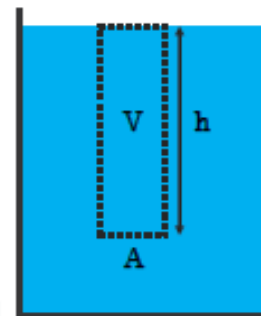
Hidrosztatikai nyomás

Gázokban és folyadékokban a nehézségi erő miatt fellépő nyomás

A h magasságú „test” az alatta lévő folyadékot, mint „alátámasztást” az A felületen érintkezve a súlyerővel nyomja.



Hidrosztatikai nyomás

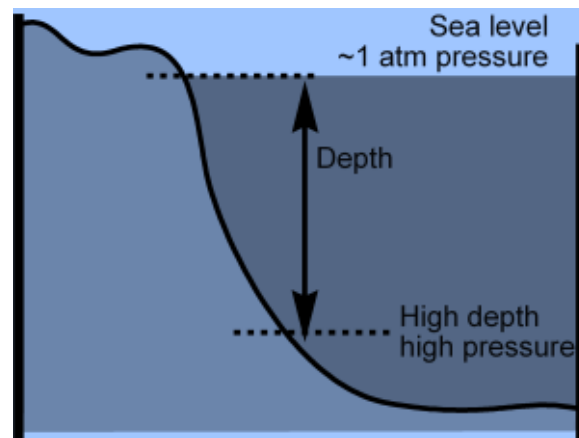


$$G = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$$

$$p = \frac{F}{A} = \frac{G}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A} = \rho \cdot h \cdot g$$

Nyomás, nem teljesítmény

A nyomás (folyadékokban és gázokban) egyenesen arányos a mélységgel



A hidrosztatikai paradoxon

Melyik edény alján a legnagyobb a nyomás?

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$



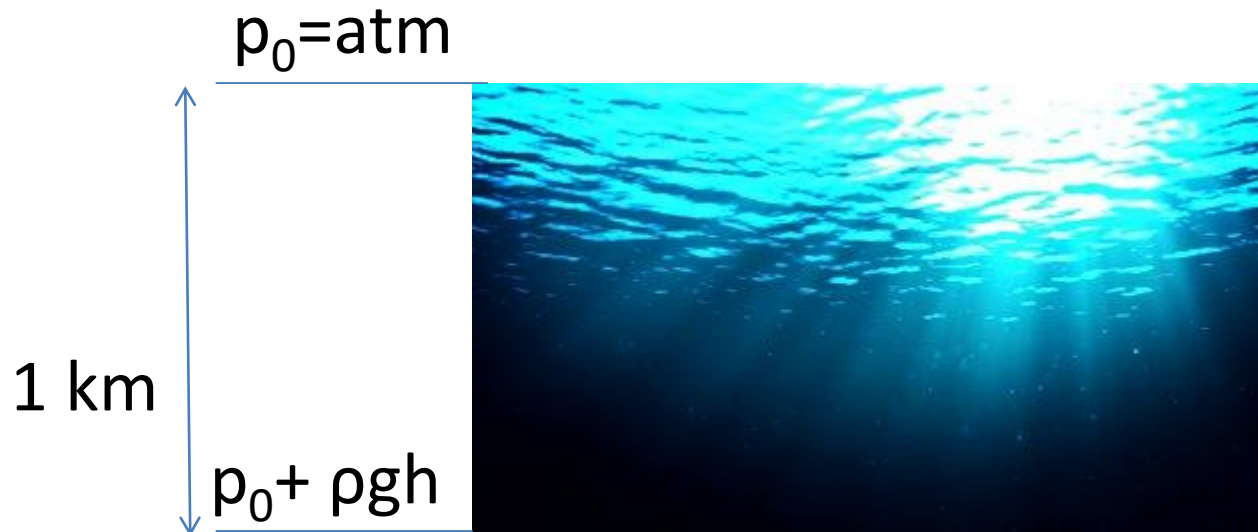
A hidrosztatikai nyomás függ:

- a sűrűségtől
- a folyadék (vagy gáz) magasságától

NEM függ az edény alakjától

VI/7. feladat

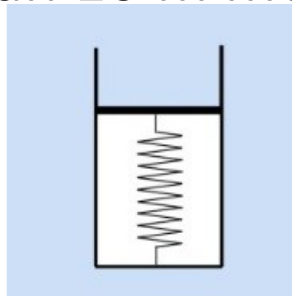
Mekkora a nyomás (azaz a teljes nyomás!) 1 km mélyen a tengerben, ha a tengervíz sűrűsége minden mélységben $1,08 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$?



VI/8. feladat

Az ábrán egy olyan összeállítást látunk, amellyel elvileg egyszerűen mérhetünk nyomást. A kis, henger alakú edényben vákuum van, az edényt egyik oldalról egy könnyen mozgó, de a vákuumot mégis jól záró, kis tömegű dugattyú zárja, amelyet egy nyomó rugó köt a másik oldalhoz. Ha a készüléket vákuumba helyezzük, a rugó összenyomatlan állapotban van. A dugattyú keresztmetszete 2 cm^2 , a rugó rugóállandója pedig $4 \cdot 10^3 \text{ N/m}$.

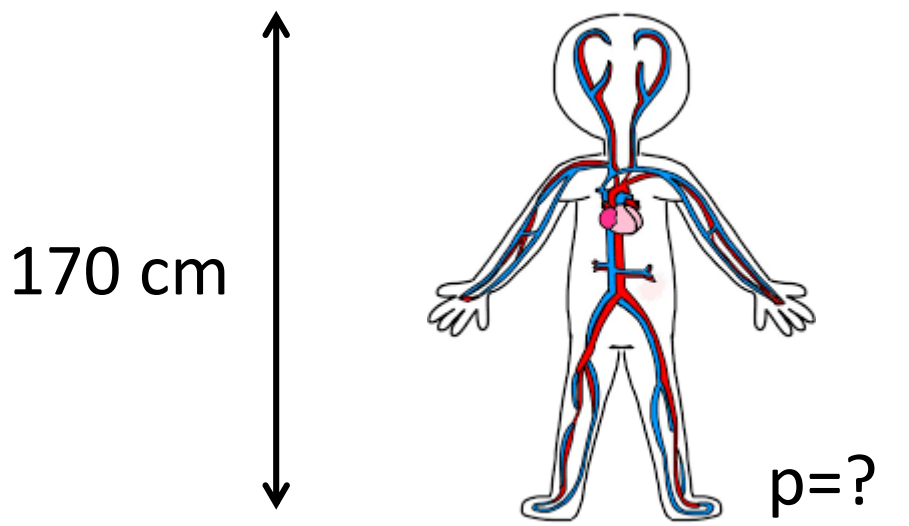
- a) Ha a készüléket a légkörbe helyezzük, a rugó összenyomódása $5,1 \text{ mm}$. Mekkora a légköri nyomás?
- b) Mekkora a rugó összenyomódása, ha az előző feladatrészbeli légköri nyomás mellett a készüléket egy 4°C hőmérsékletű tóban 10 m mélyre visszük?



VI/9. feladat

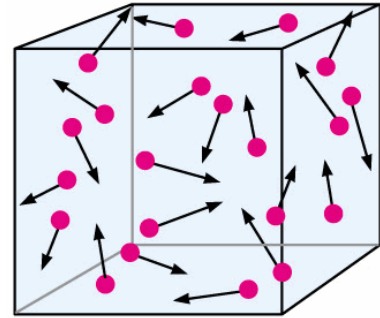
Mekkora hidrosztatikai nyomást produkál a nagyvérkörben lévő vér egy álló ember lábfejében?

A vér sűrűsége $1,05 \text{ g/cm}^3$, az ember magasságát vegyük 170 cm -nek.



Gázok nyomása

- A részecskék állandó mozgásban vannak
- Egymással és az edény falával is ütköznek
- Az ütközés során erőt fejtenek ki
- Sok kis erő együtteséből származik a gázok nyomása



Légköri nyomás:

- tengerszinttől felfelé haladva csökken
- Kb. 5000 m magasságban a felére csökken (időjárásfüggő)

