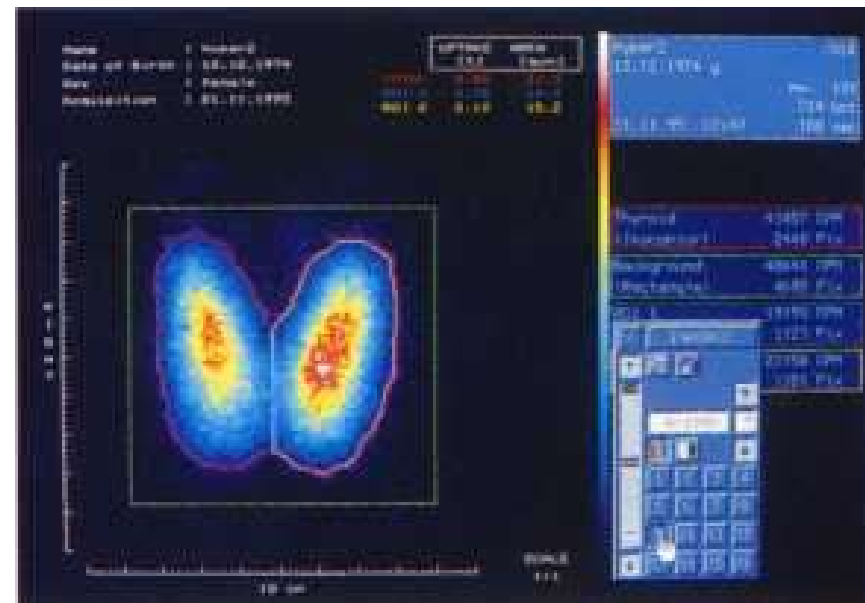
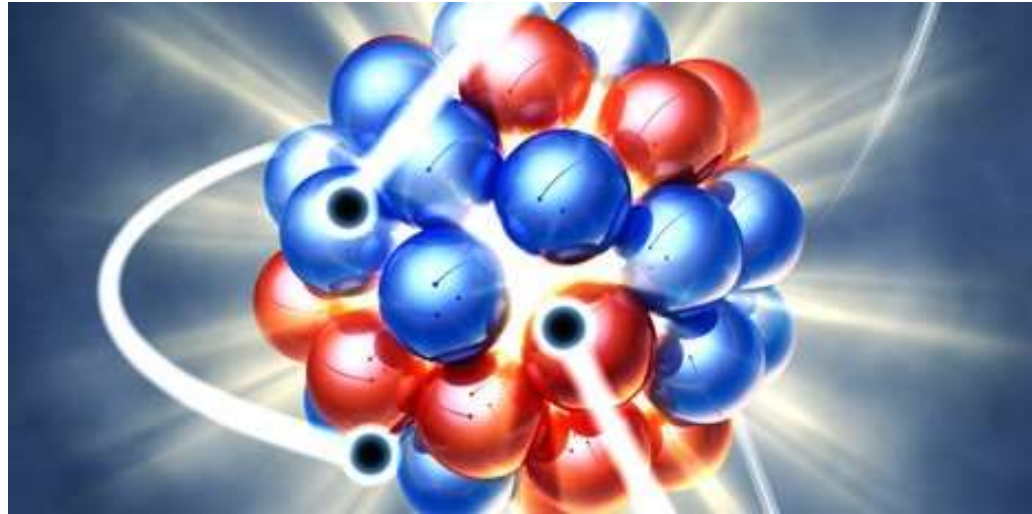


Radioaktivität und Kernstrahlungen



Aufbau des Kerns

Kernmodelle

Tropfchenmodell

Potentialtopfmodell

Kernumwandlungen

α Zerfall, Eigenschaften, Wechselwirkung mit der Materie

β Zerfall, Eigenschaften, Wechselwirkung mit der Materie

γ Zerfall, Eigenschaften, Wechselwirkung mit der Materie

Technetium Generator

Mathematische Beschreibung des Zerfalls

Zerfallsgesetz

Zerfallskonstante, Halbwertszeit

Aktivität

Biologische und effektive Halbwertszeit

Der Atomkern und seine Bestandteile

Aufbau: Protonen (p)
Neutronen (n) } Nukleon



Nukleon	Symbol-schreibweise	Ruhemasse	Ruheenergie	Ladung
Proton	1_1p	$1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $1,007276 \text{ u}$	938,28 MeV	+ 1 e $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Neutron	1_0n	$1,67493 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $1,008665 \text{ u}$ (1 u = $1,660540 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.)	939,57 MeV	0

Massenzahl: $A = Z + N$

Ordnungszahl
(Kernladungszahl)



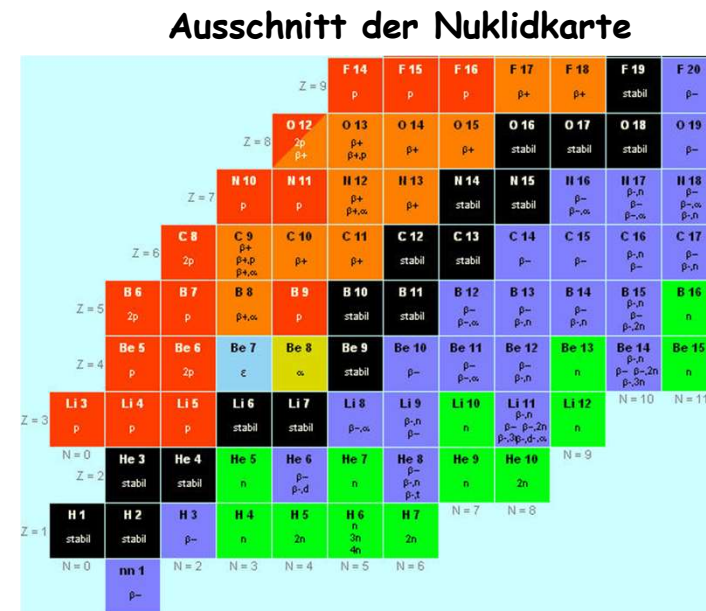
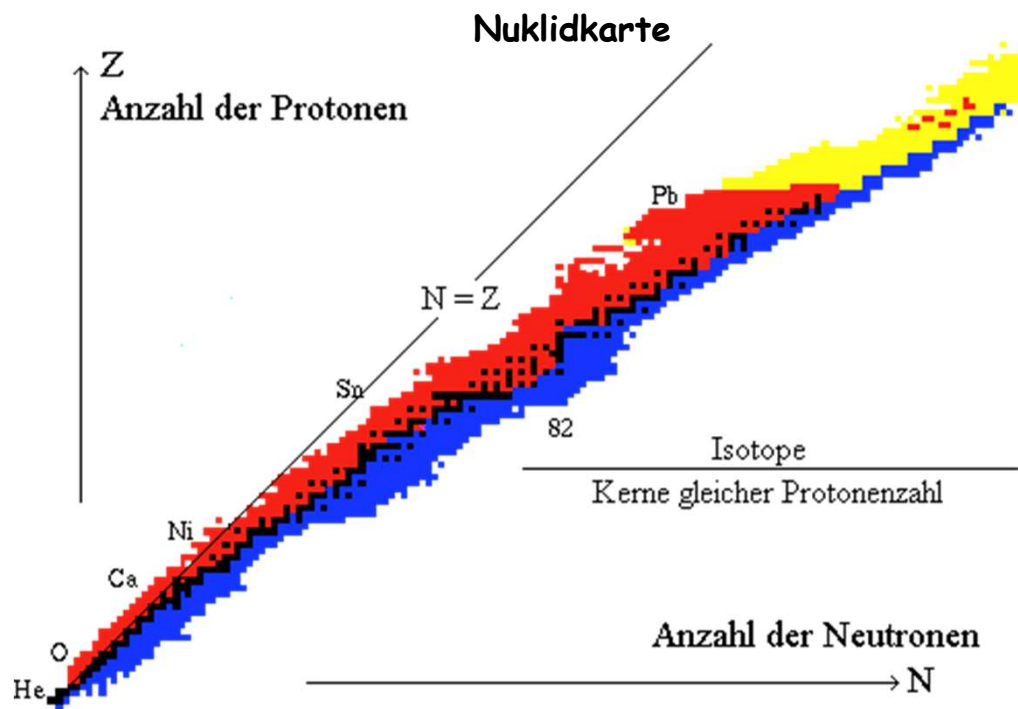
Neutronenzahl

Ein durch Massenzahl und Kernladungszahl eindeutig charakterisierter Atomkern wird als **Nuklid** bezeichnet.

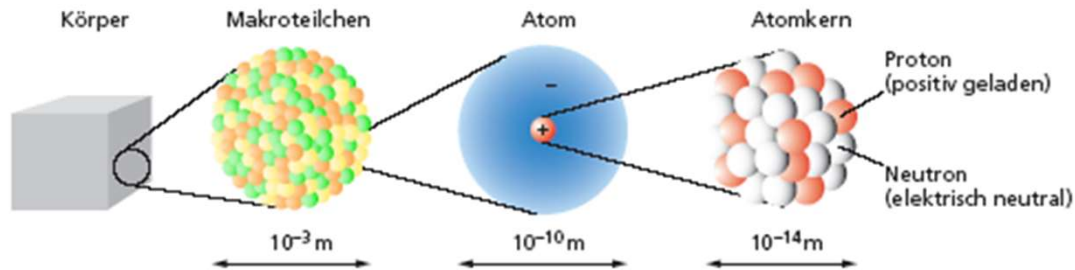
$^{137}_{55}\text{Cs}$ ist ein Nuklid des Cäsiums mit 55 Protonen und 82 Neutronen

Isotope: Kerne mit gleicher Protonenzahl aber mit unterschiedlicher Neutronenzahl (z.B. ^{11}C , ^{12}C , ^{14}C)

Isomere: Kerne mit gleicher Massen- und Protonenzahl aber verschiedenem Anregungszustand (z.B. $^{99\text{m}}\text{Tc}$, ^{99}Tc)



Das Flüssigkeits-Tröpfchenmodell

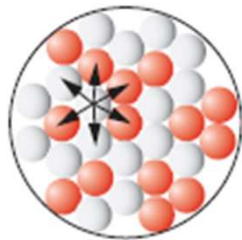


Kernradius:

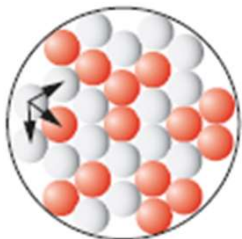
$$r = r_0 \cdot A^{1/3}$$

$$r_0 = 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

$$\Rightarrow V_{\text{Kern}} \sim A$$

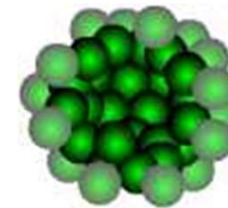


Kräfte auf ein
Nukleon im Innern
des Atomkerns



Kräfte auf ein
Nukleon an der
Oberfläche des
Atomkerns

=> Oberflächenspannung
des Atomkerns

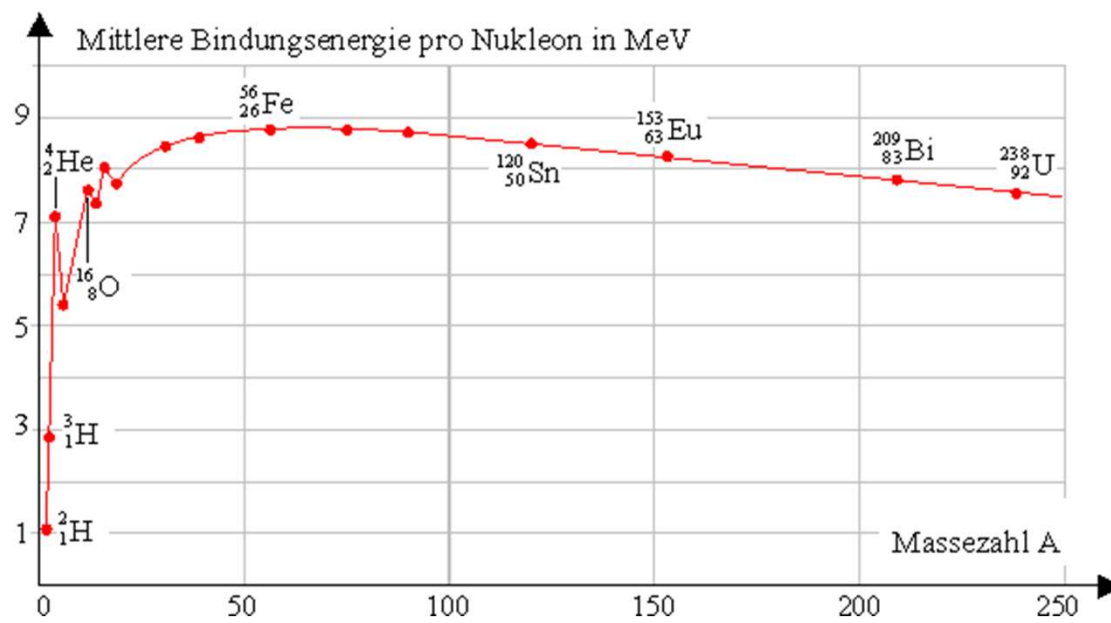


Kraft	Wirkt auf	Reichweite	Relative Stärke	Beispiel
elektromagnetische Kraft	elektrisch geladene Teilchen	nimmt mit r^{-2} ab	10^{-2}	Zusammenhalt des Atoms
starke Kraft	Nukleonen (Quarks)	10^{-15} m	1	Zusammenhalt des Atomkerns
schwache Kraft	alle Teilchen	10^{-17} m	10^{-13}	Beta-Zerfall
Gravitationskraft	alle Teilchen	nimmt mit r^{-2} ab	10^{-40}	Zusammenhalt des Planetensystems

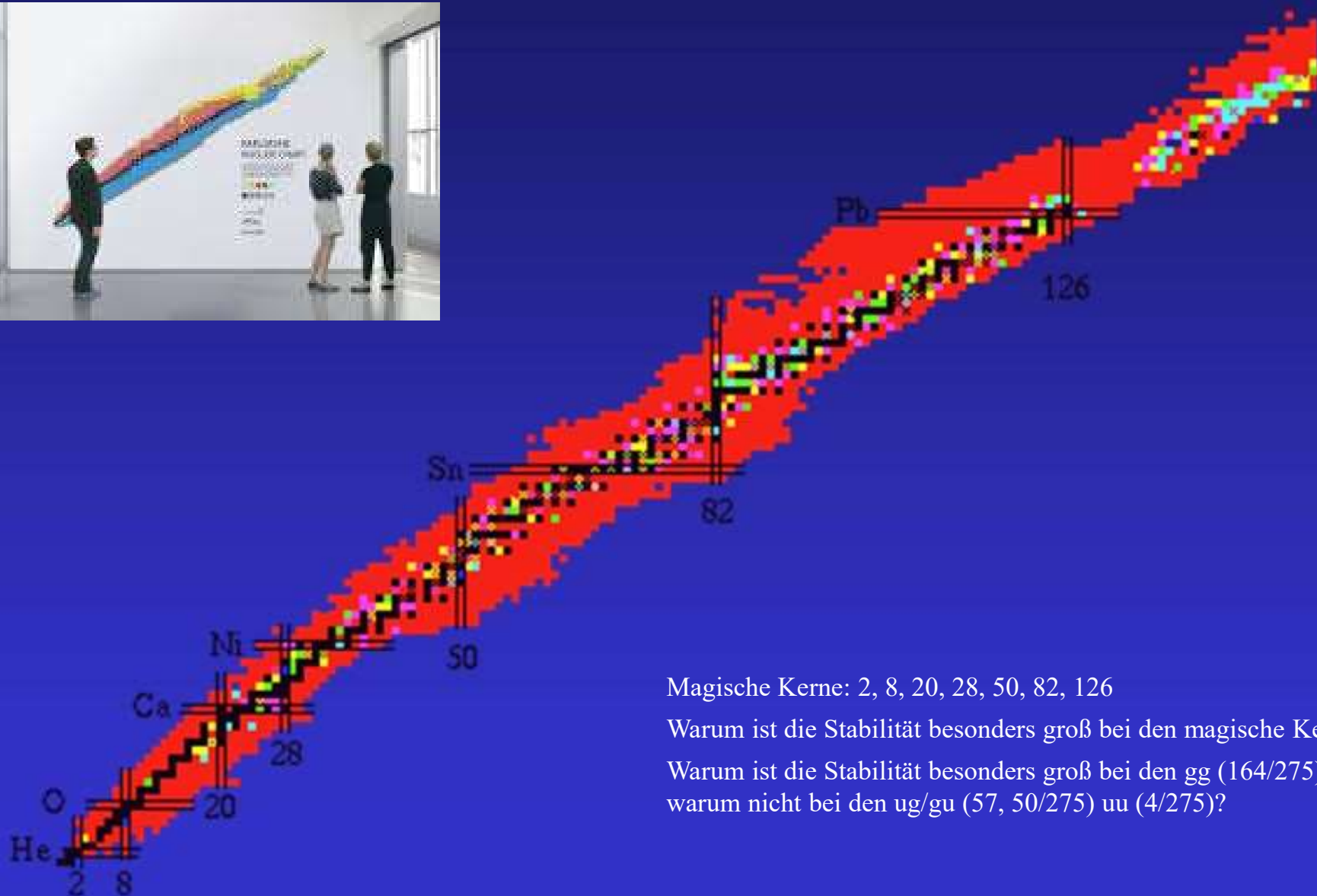
$$m_{\text{Kern}} < Z \cdot m_P + N \cdot m_N$$

Massendefekt (Δm) \Rightarrow Bindungsenergie des Kerns ($E = \Delta m \cdot c^2$)

die Bindungsenergie entspricht beim Flüssigkeitstropfen etwa der Kondensationsenergie



Karlsruher Nuklidkarte



Magische Kerne: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

Warum ist die Stabilität besonders groß bei den magische Kerne?

Warum ist die Stabilität besonders groß bei den gg (164/275) und warum nicht bei den ug/gu (57, 50/275) uu (4/275)?

Kernumwandlung und Radioaktivität

Henri Becquerel - 1896

Ehepaar Marie und Pierre Curie 1898 - Radium, Polonium
=> Nobel Preis in Physik 1903

Kernumwandlung (Kernreaktion):

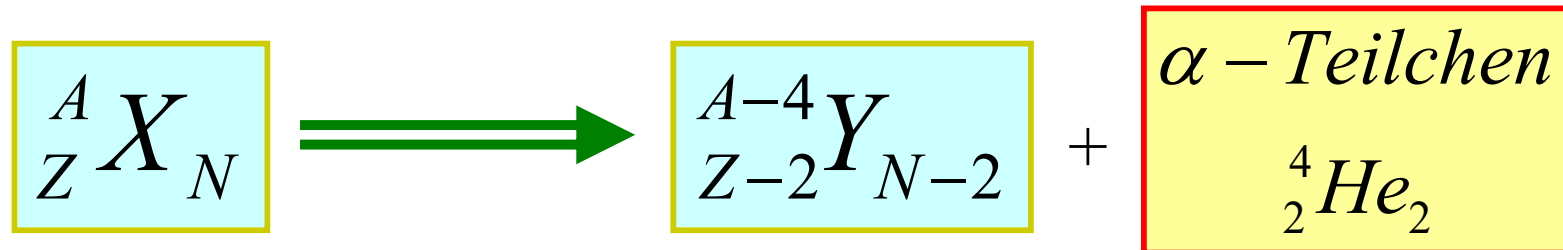
die Umwandlung von Atomkernen in andere Kerne.

- Bei einer Kernumwandlung wird Strahlung abgegeben.
- > **radioaktive Strahlung** oder **Kernstrahlung**

Radioaktivität:

die Erscheinung, in der die Atomkerne unter Abgabe von Strahlung sich verändern.

α - Zerfall



Charakterisierung:

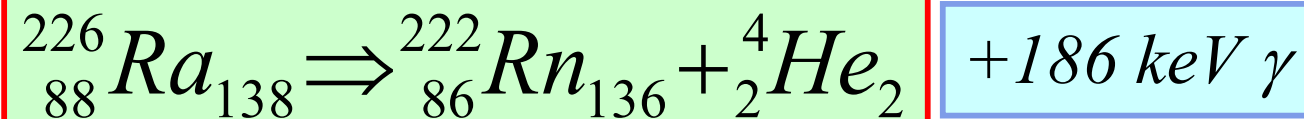
- relative Atommasse: $A \approx 4$
- elektrische Ladung: $q = + 2e$
- kinetische Energie: 1 - 10 MeV
- Teilchengeschwindigkeit: $\approx 1/10 \cdot c_0$



Das α -Teilchen
wird emittiert

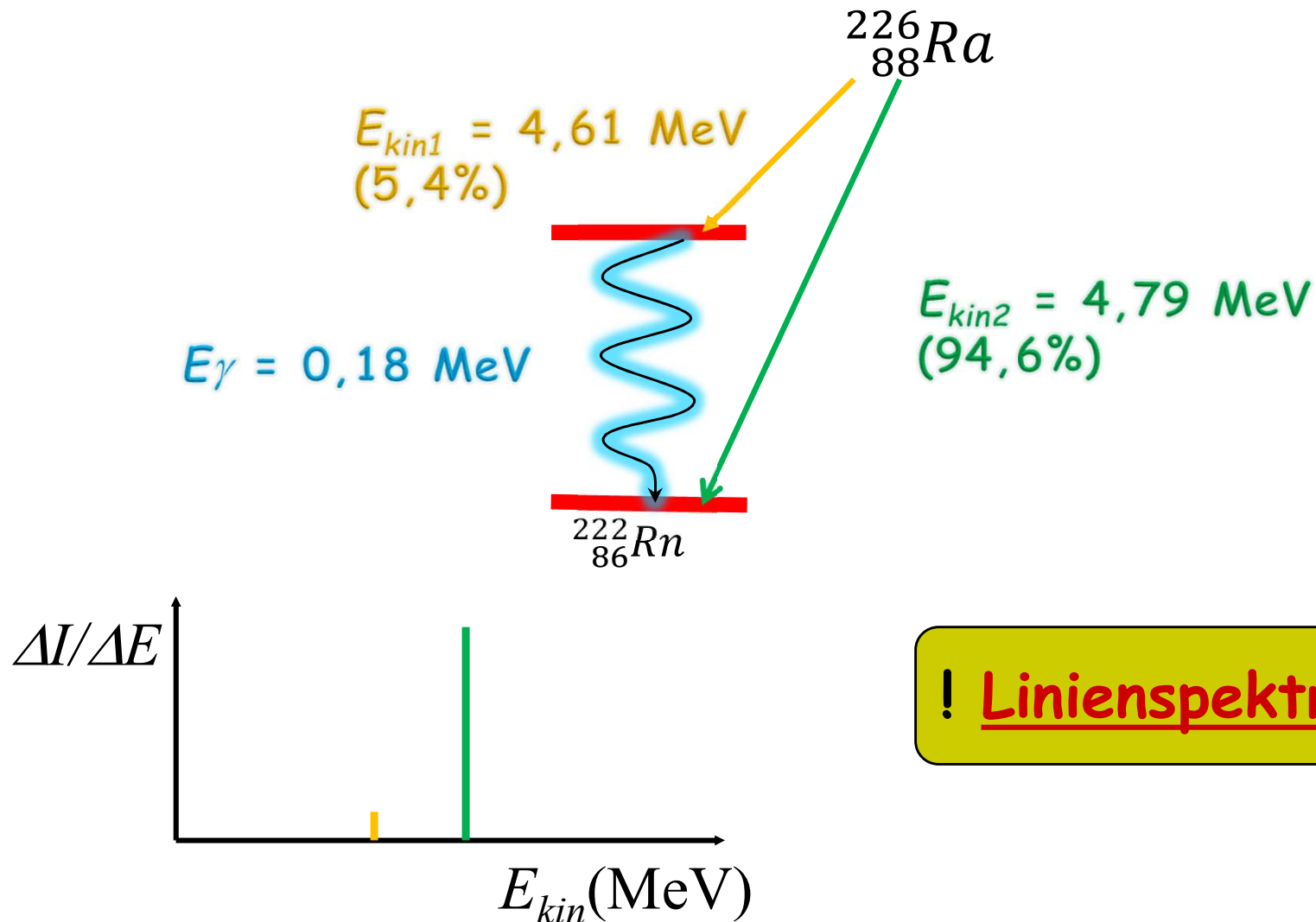


● Neutron
● Proton

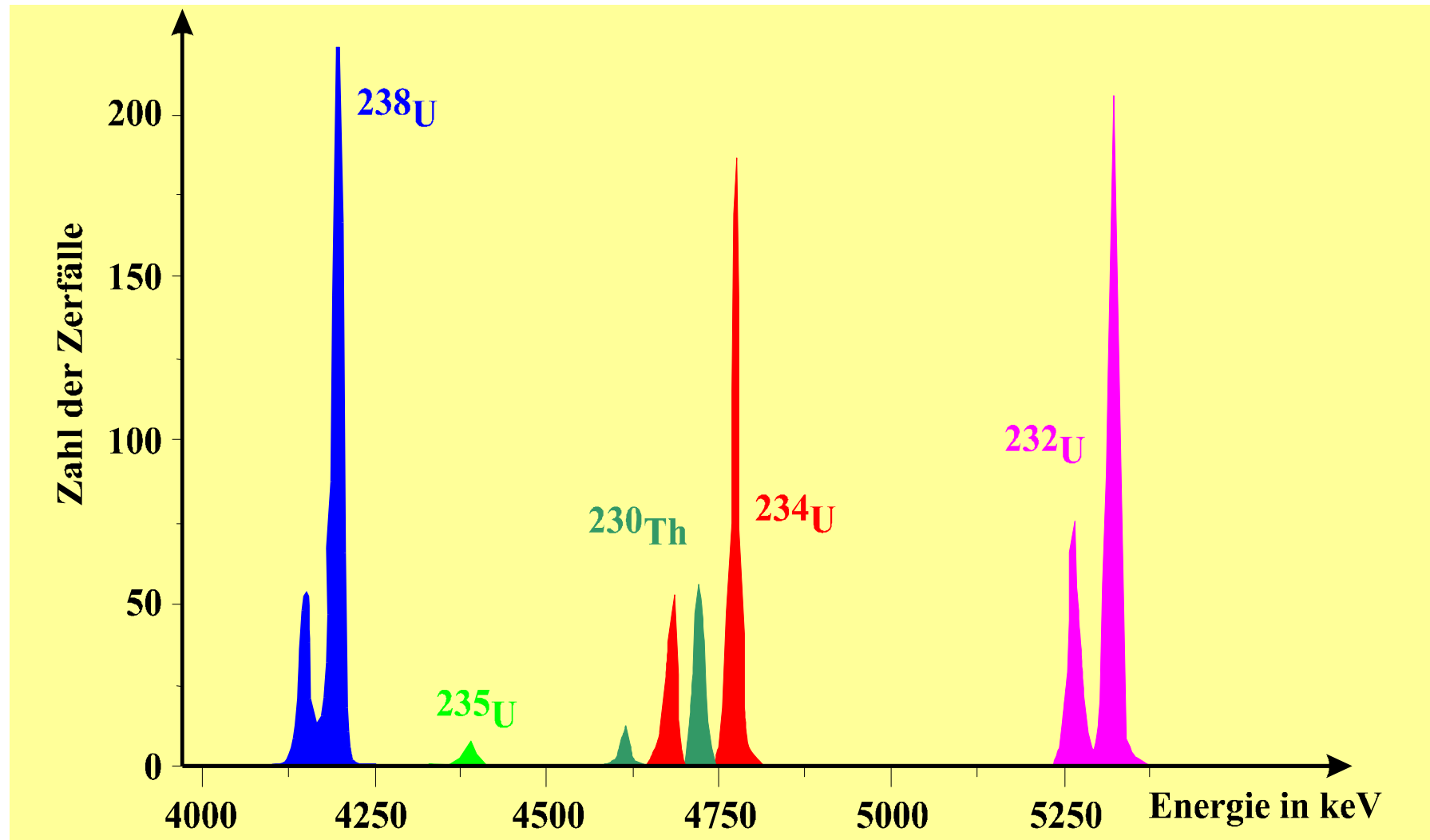


Natürliche Zerfallsreihen:

^{232}Th (Thoriumreihe), ^{237}Np (Neptuniumreihe), ^{238}U (Uranium-Radium-Reihe) und ^{235}U (Uranium-Aktinium-Reihe)

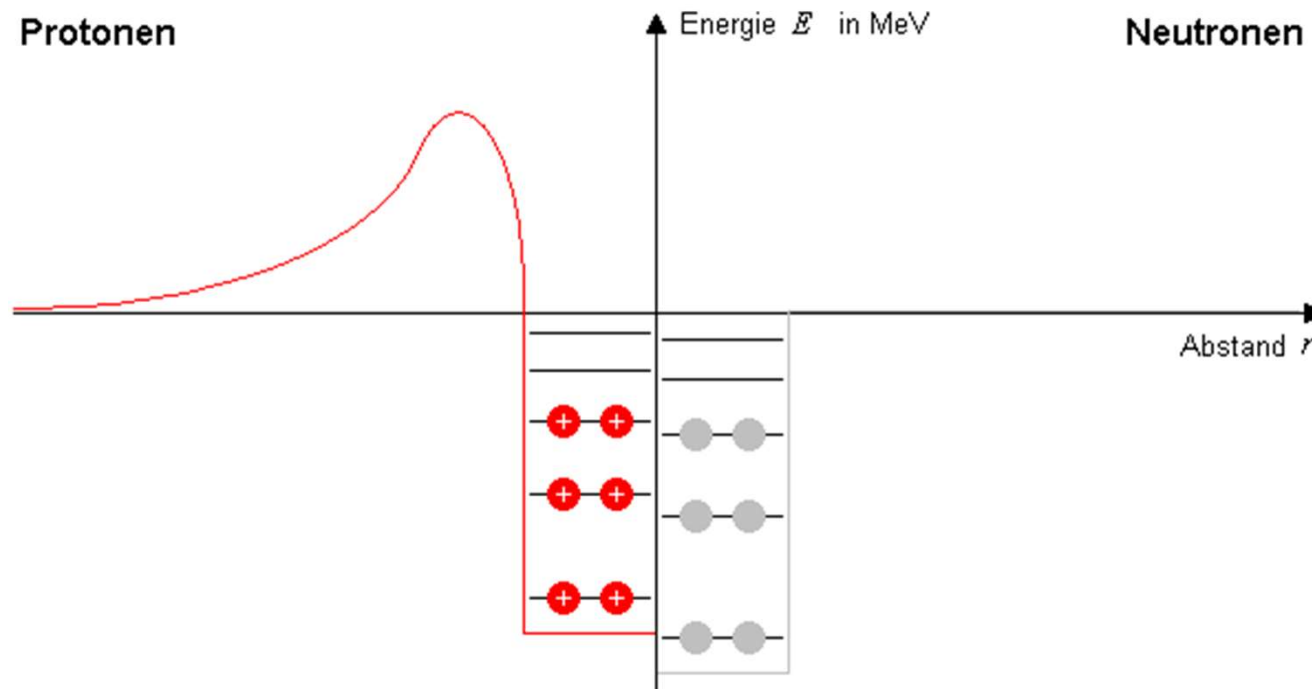


Die kinetische Energie eines α -Teilchens hängt vom zerfallenden Kern ab.



Besitzt auch der Atomkern eine Schalenstruktur?

Das Potentialtopfmodell des Atomkerns



***Die Energieniveaus sind gequantelt;
getrennt für Protonen und Neutronen***

Erklärt das beobachtete Linienspektrum des α -Zerfalls,
und auch der γ -Strahlung.

Wechselwirkung der α - Strahlung mit der Materie



Ionisationsvermögen hoch

(fast) geradlinige Bahn→

1. lineare Ionendichte: $\frac{\Delta n}{\Delta x}$

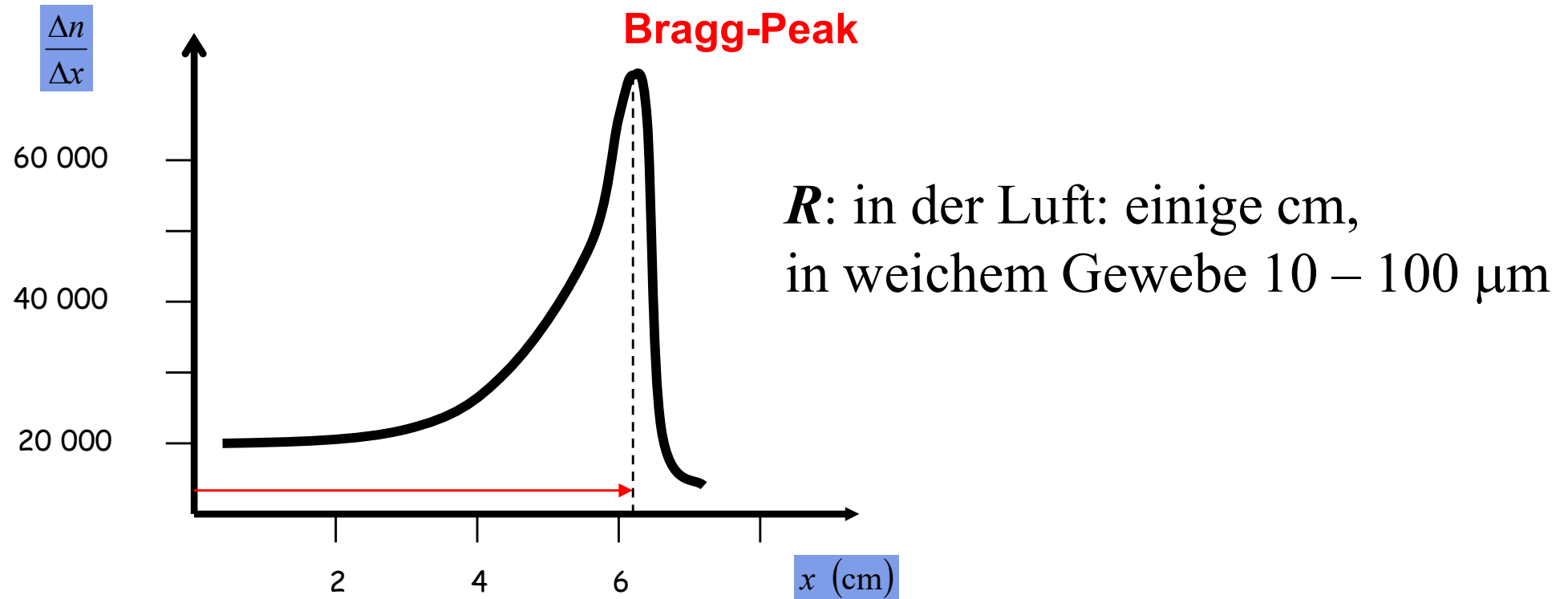
2. lineare Energieübertragung (LET) / Bremsvermögen (s):

$$s = \frac{\Delta E}{\Delta x}$$

$$s = \frac{\Delta n}{\Delta x} \cdot E_{\text{Ionenpaar}}$$

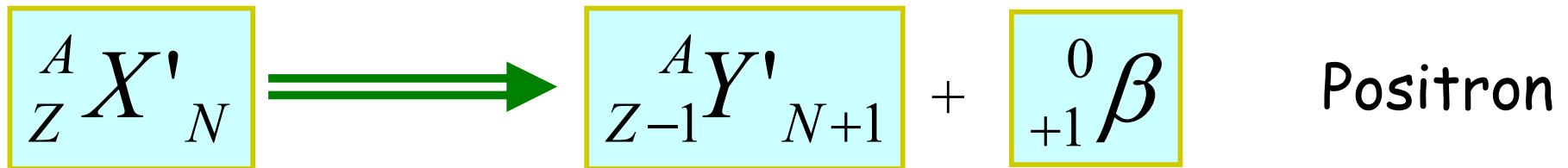
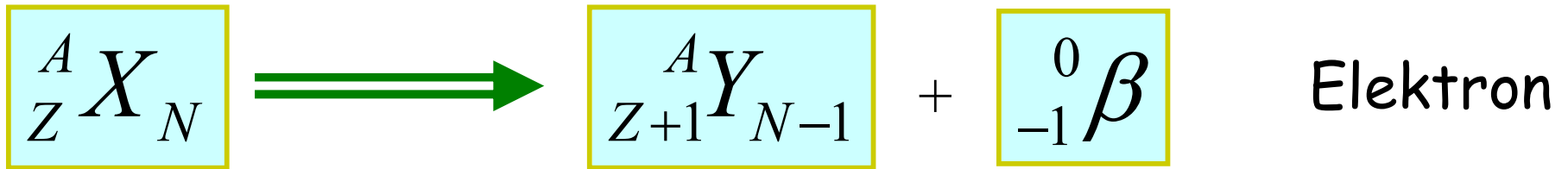
$E_{\text{Ionenpaar}}$ – zur Erzeugung eines Ionenpaares notwendige Energie 13

Wechselwirkung der α - Strahlung mit der Materie



3. **Reichweite (R)**: die Distanz, die ein Teilchen in einem Medium zurückgelegt hat, während seine Anfangsenergie auf den thermischen Wert abgesunken ist.

β - Zerfall

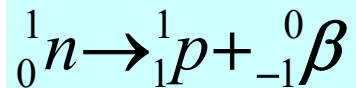
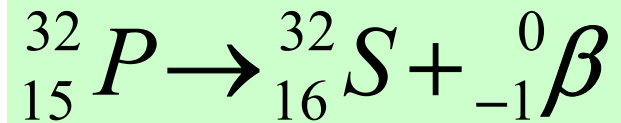


Bezeichnungen: $\boxed{{}_{-1}^0 \beta, \beta^-, \beta, e}$ Elektron

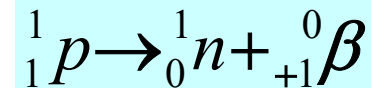
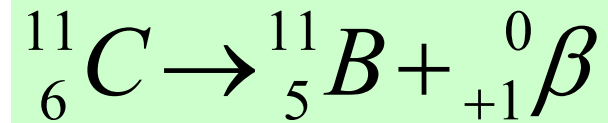
$\boxed{{}_{+1}^0 \beta, \beta^+}$ Positron

Bei Atomkernen mit

Neutronenüberschuß



Protonenüberschuß



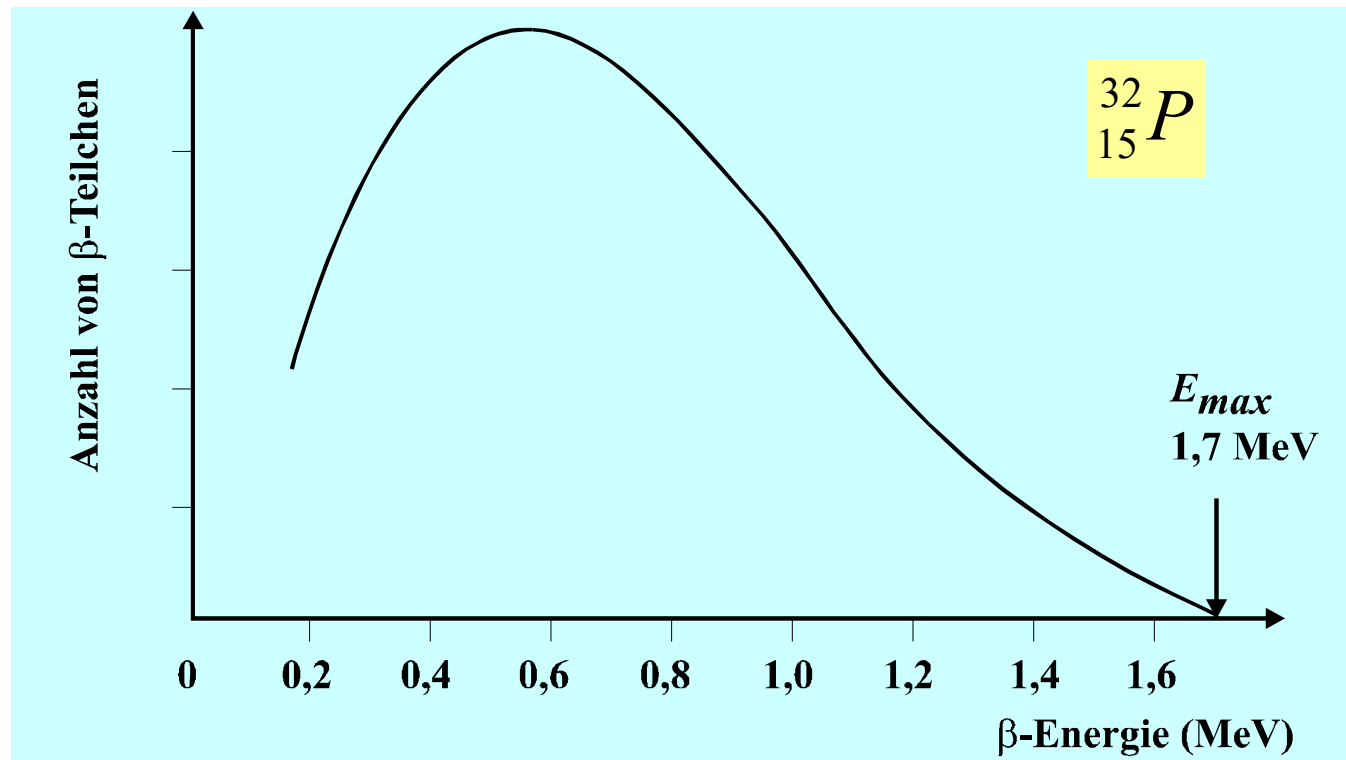
Charakterisierung:

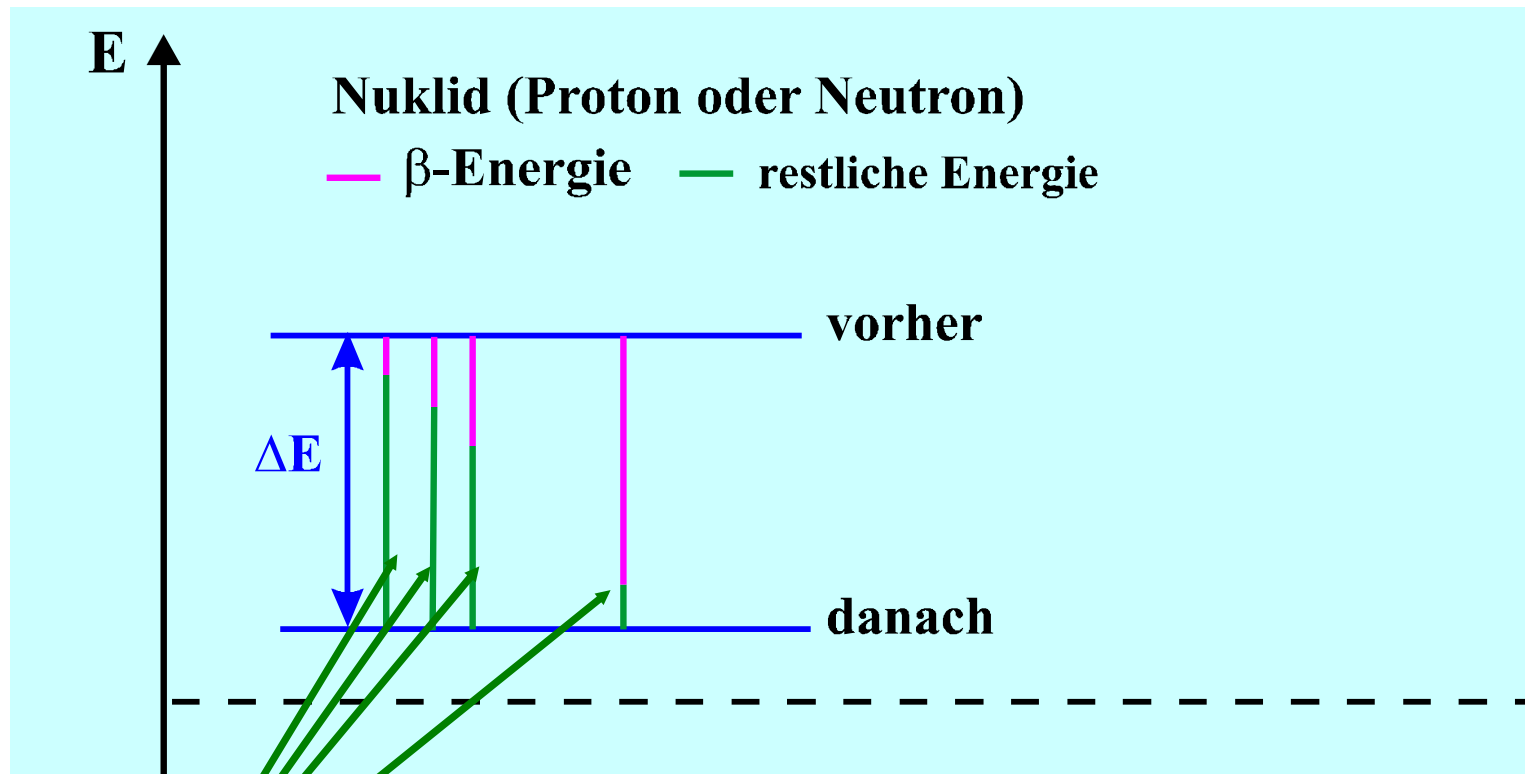
- Masse: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- elektrische Ladung: $q = \pm e$
- kinetische Energie: einige MeV
- Teilchengeschwindigkeit: bis zu $0,99 \cdot c_0$

Obwohl Mutter- und Tochterkern wohldefinierte Energie besitzen, ergibt sich für das Elektron keine feste kinetische Energie.

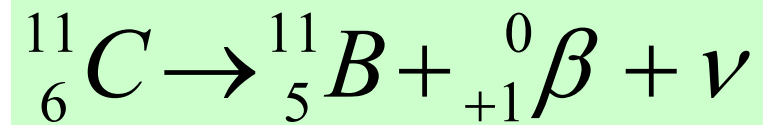
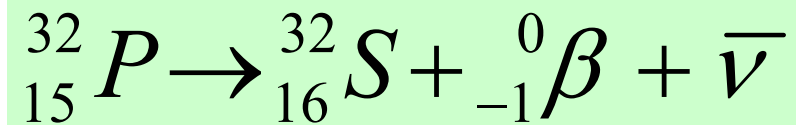
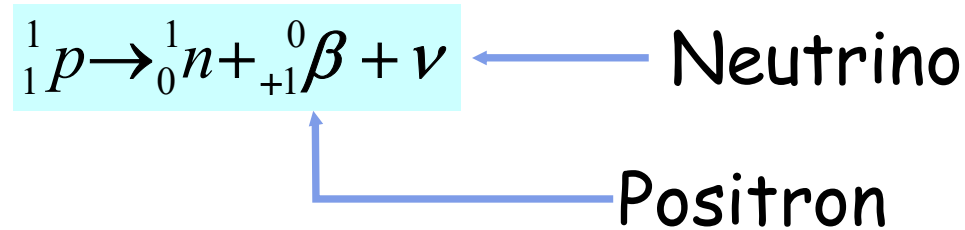
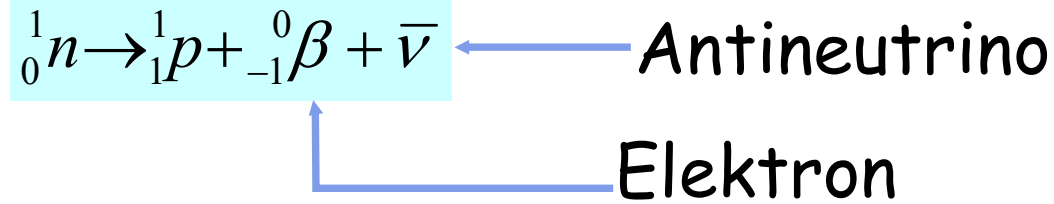
Das Spektrum der β -Strahlung

- Erwartet: Linienspektrum
- Beobachtet: kontinuierliches Spektrum, mit maximaler Energie !!



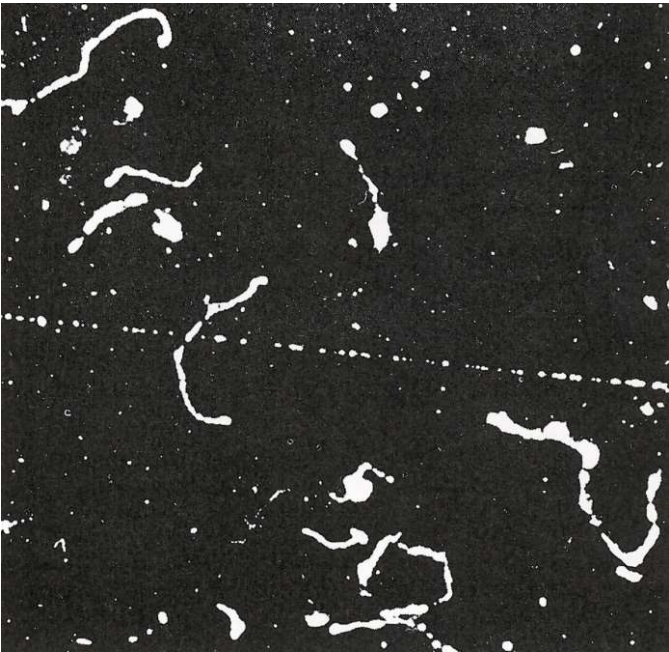


Die Energiedifferenz, ΔE ist zwischen β -Teilchen und einem neutralen Teilchen, dem **Neutrino**. aufgeteilt - Pauli 1930.



Erhaltungsgesetze: Energie, Ladung, Impuls, ...

Reichweite der β - Strahlung



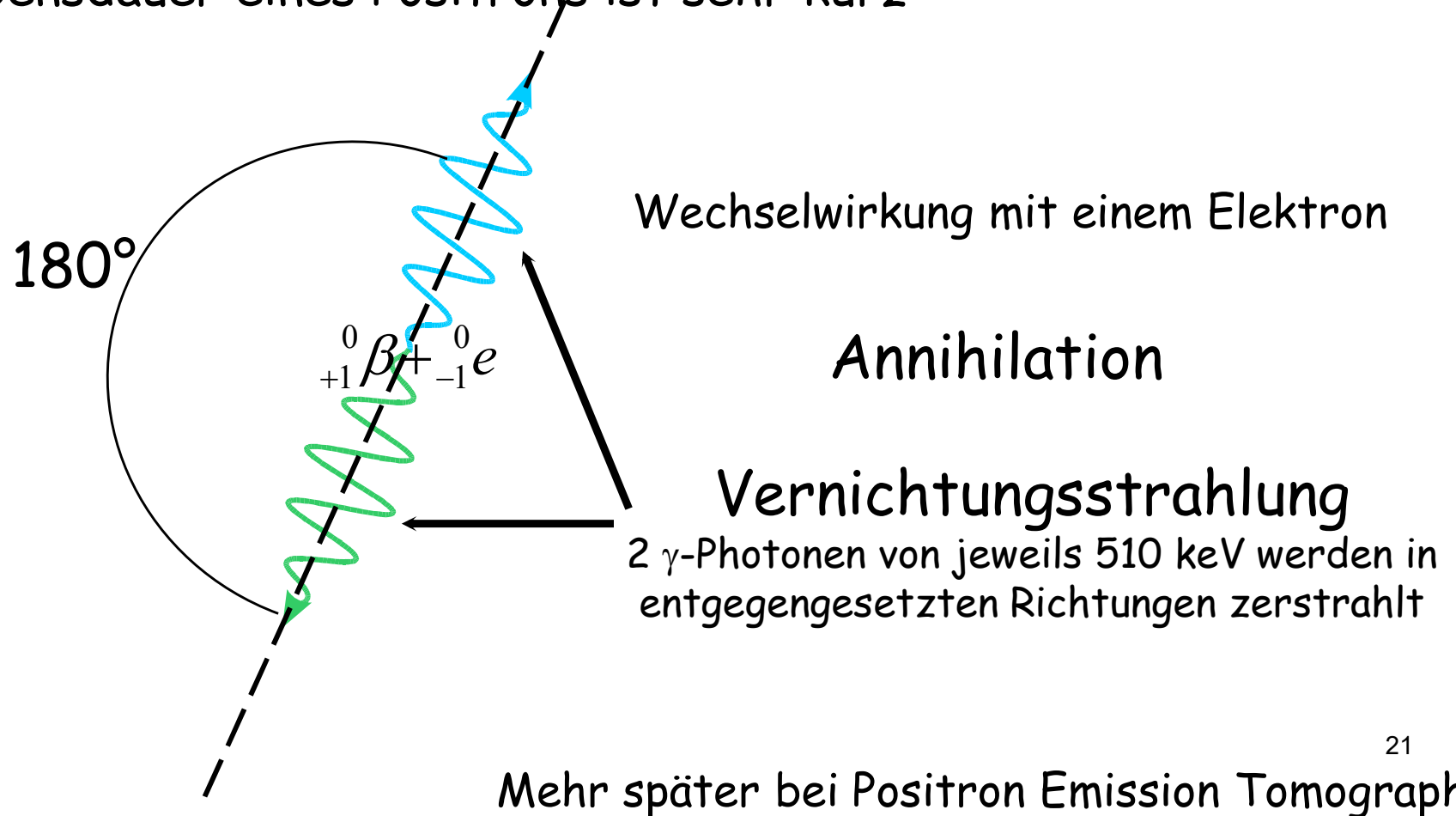
mehrere Kollisionen – zick-zack-förmige Bahn

Ionisationsvermögen ~ 1 000x kleiner als bei den α - Teilchen

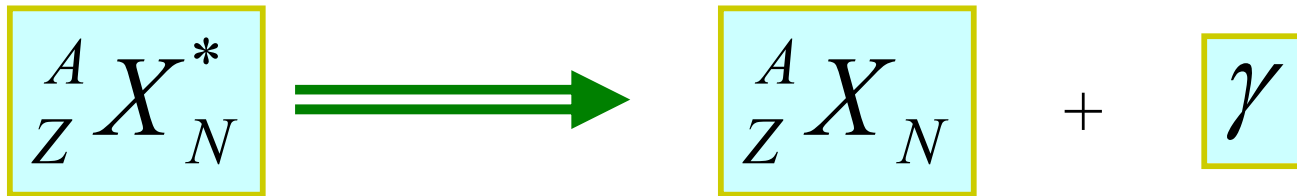
Reichweite: in der Luft: 10 cm – einige Meter,
in weichem Gewebe einige mm

Bemerkungen:

- Positronenstrahlung tritt bei künstlichen radioaktiven Isotopen auf (bei den kosmogenen Radionuklide auch)
- Die Lebensdauer eines Positrons ist sehr kurz



γ -Strahlung



Eine Emission von γ -Photonen(Quanten) bedeutet keine Veränderung der Massen- oder Ordnungszahl. Sie stellt jedoch eine Energieänderung des Kerns dar.

γ -Strahlung

Charakterisierung:

- elektromagnetische Welle bzw. Photon → Dualismus
- mit einer Ruhemaße von 0
- keine elektrische Ladung
- Photonenenergie: MeV
- Geschwindigkeit: c_0 (Vakuumlichtgeschwindigkeit)

Das Spektrum der γ -Strahlung

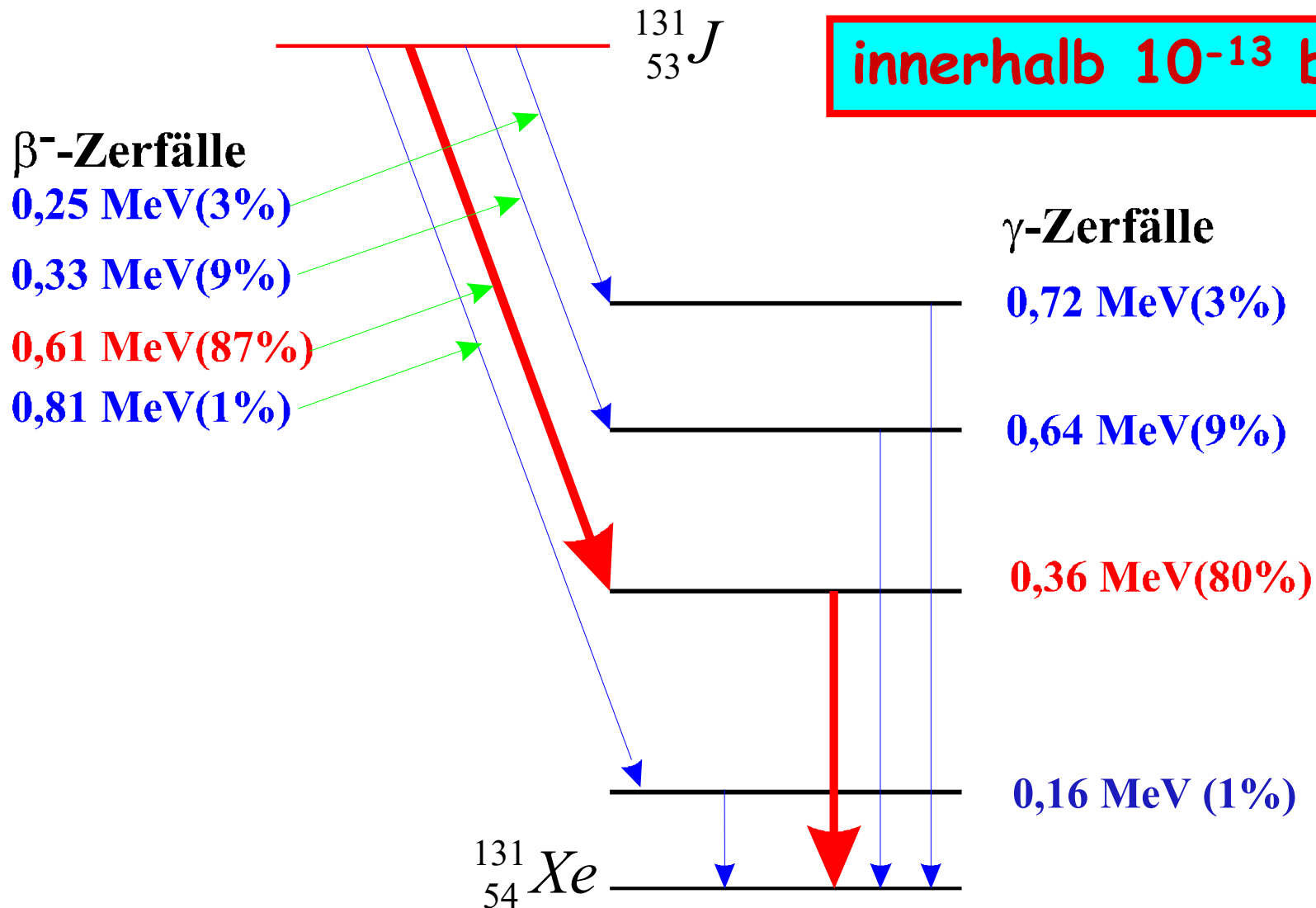
- Linienspektrum
- charakteristisch für Isotop

$$\begin{array}{ll} {}^{51}\text{Cr}: E_{\gamma} = 0,32 \text{ MeV} & \\ {}^{137}\text{Cs}: E_{\gamma} = 0,661 \text{ MeV} & \text{(Praktikum: } \gamma\text{-Energie)} \end{array}$$

Identifizierung der Atomkernen anhand der γ -Strahlung
 \Rightarrow **Isotopendiagnostik**

Prompte γ -Strahlung

z.B.:

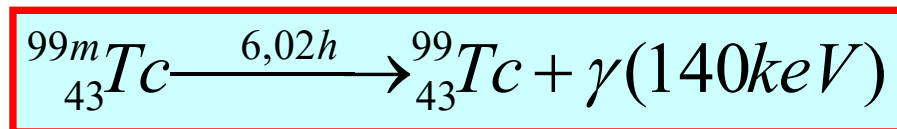
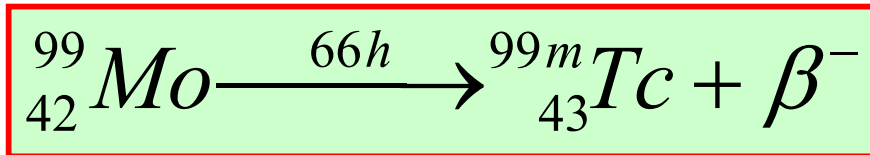


Prompte γ -Strahlung

Begleiteffekt von α und β -Strahlung

Der angeregte Kern gibt seine Energieüberschuß innerhalb einer sehr kurzen Zeit in einem oder in mehreren Schritten durch Emission von γ -Strahlung ab.

Isomerer Übergang



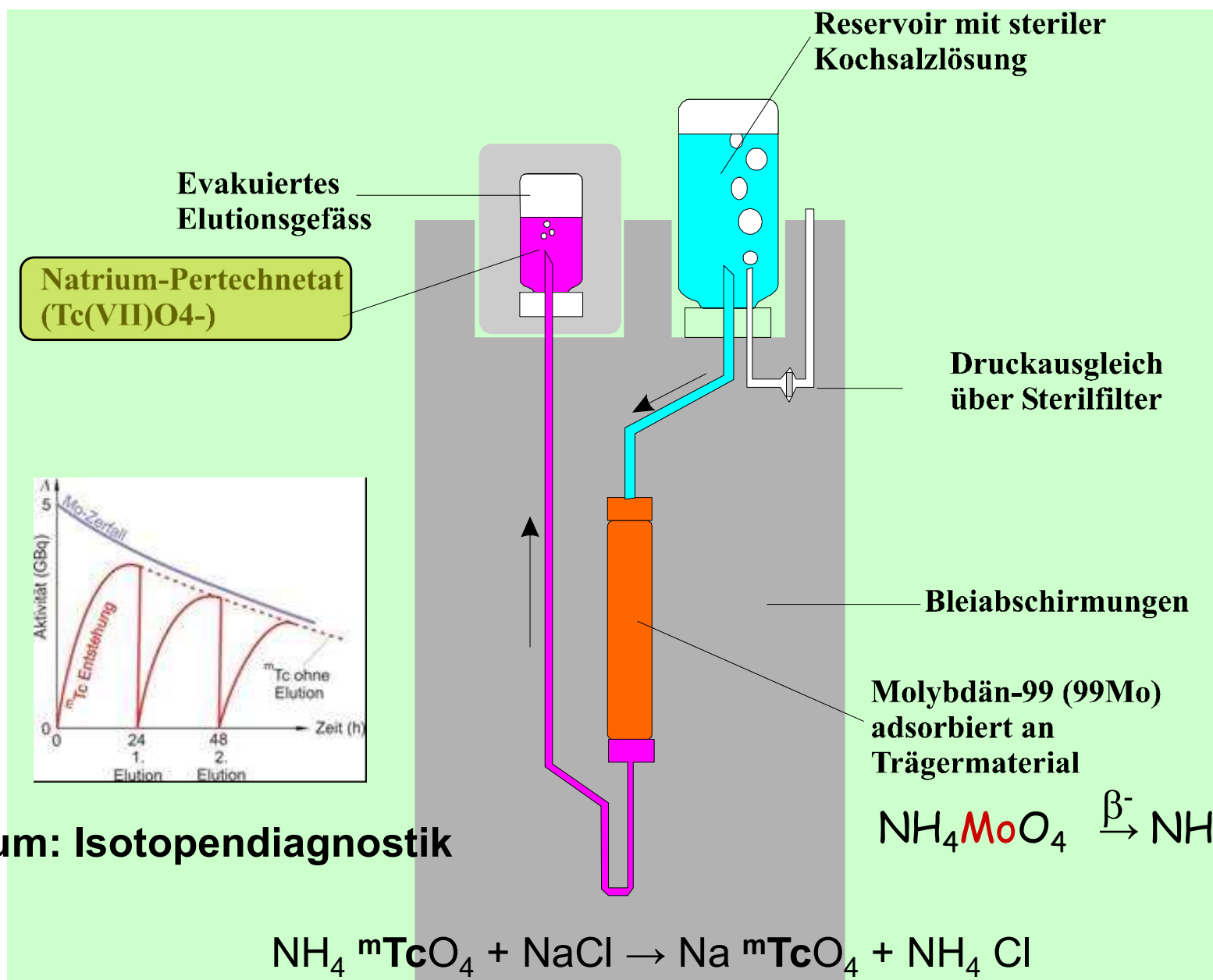
Der Kern bleibt nach der Teilchenemission für eine relativ lange Zeit (länger als 10^{-10} s) in angeregtem Zustand.

metastabiler Zustand

Isomer des Kerns ${}_{43}^{99}\text{Tc}$

→ Technetium Generator

Technetium Generator



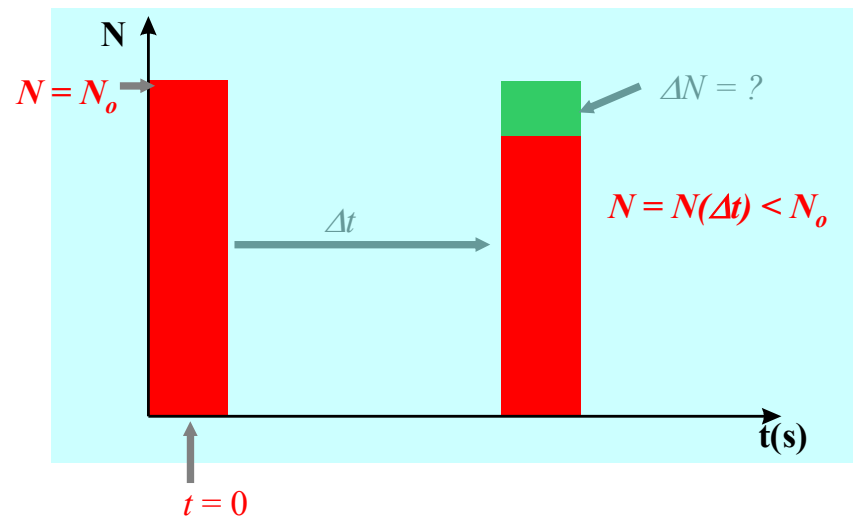
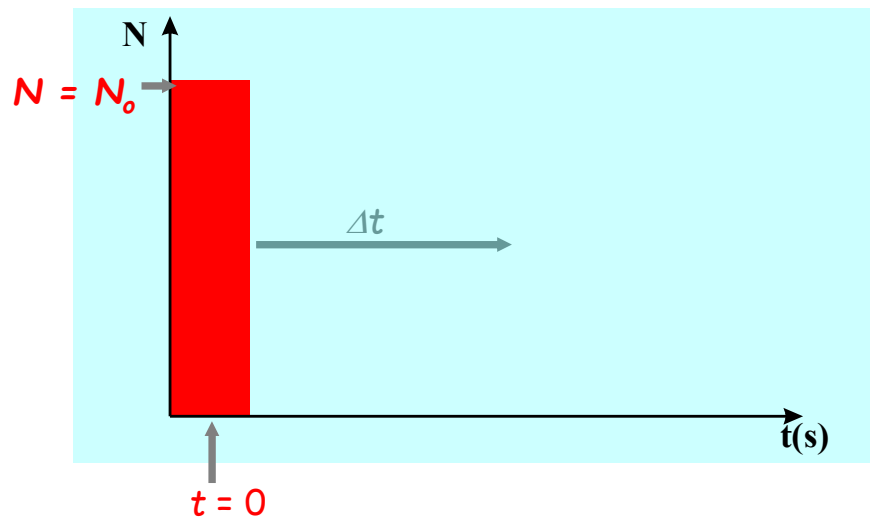
s. Praktikum: Isotopendiagnostik

- ^{99m}Tc -99 ist das meistbenützte Isotop für unterschiedliche Radiopharmaka
 - a.) Na-Pertechnetat-Lösung (Generator-Eluat) für Darstellung der Schilddrüse und der Speicheldrüsen;
 - b.) HSA-Makroaggregate für Lungenperfusions-Szintigraphie;
 - c.) Iminoessigsäure-Derivate für Choleszintigraphie, Bestimmung der hepatobiliären Funktion;

Beschreibung des Zerfallsprozesses

Radioaktiver Zerfall ist ein zufälliger Vorgang.

Es lassen sich lediglich *statistische Aussagen* über diesen Vorgang für eine große Anzahl von Kernen machen.



N_0 : Anzahl der radioaktiven Kerne zur Zeit $t = 0$

$\Delta N(t)$: zerfallene radioaktive Kerne im Zeitintervall Δt

$N(t)$: radioaktive Atomkerne zur Zeit t

(-) Vorzeichen: die Zahl der Zerfälle mit der Zeit abnimmt.

$$\Delta N(t) \sim -N(t) \cdot \Delta t$$

$$\frac{\Delta N(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot \Delta t$$

λ – Zerfallskonstante

$$[\lambda] = 1/s$$

dN : zerfallene radioaktive Kerne im Zeitintervall dt

$N(t)$: radioaktive Atomkerne zur Zeit t

(-) Vorzeichen: die Zahl der Zerfälle mit der Zeit abnimmt.

infinitesimaler Form:

$$dN(t) \sim -N(t) \cdot dt$$

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot dt$$

λ – Zerfallskonstante

$$[\lambda] = 1/s$$

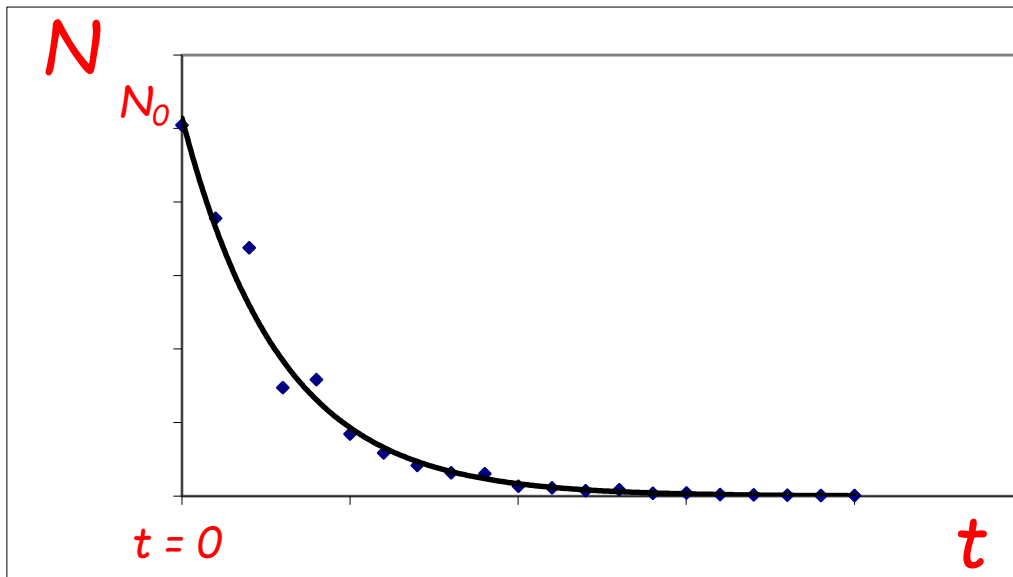
Zerfallsgesetz

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

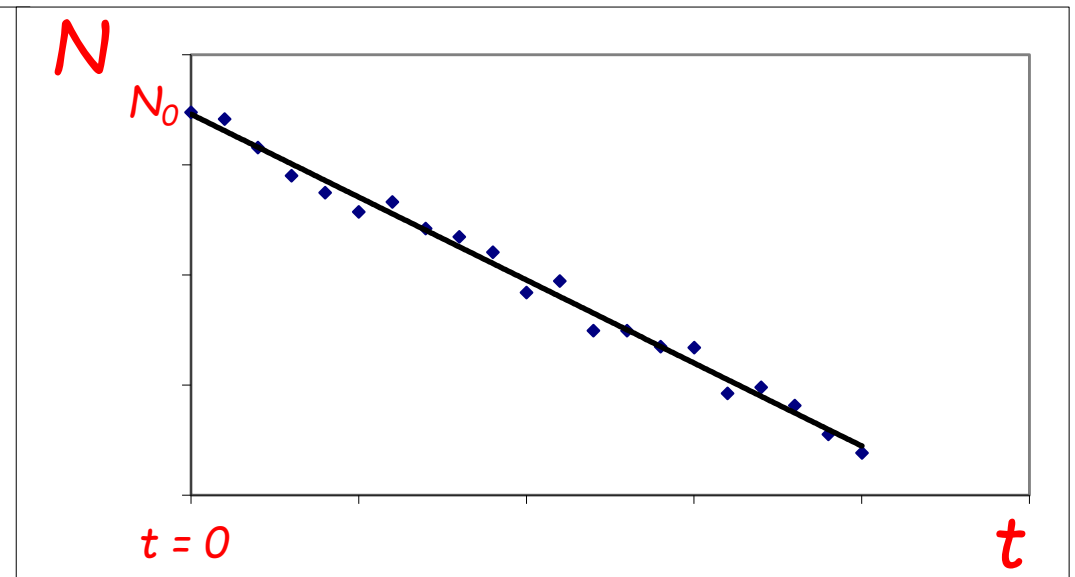
N_0 - die Anzahl der instabilen Kerne zur Zeit $t = 0$

e - Eulersche Zahl; $e = 2,718281828$

λ - Zerfallskonstante

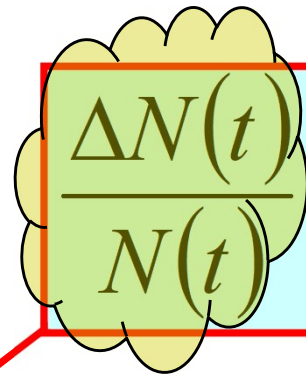


lineare Darstellung



halblogarithmische Darstellung

Deutung der Zerfallskonstante:


$$\frac{\Delta N(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot \Delta t$$

Anteil der zerfallenen Kerne im Zeitintervall Δt

$\lambda \cdot \Delta t$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Kern während Δt zerfällt.

λ – Zerfallskonstante

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

mittlere Lebensdauer

Wie viele instabile Kerne sind nach $t = \tau$ langer Zeit im Präparat vorhanden?

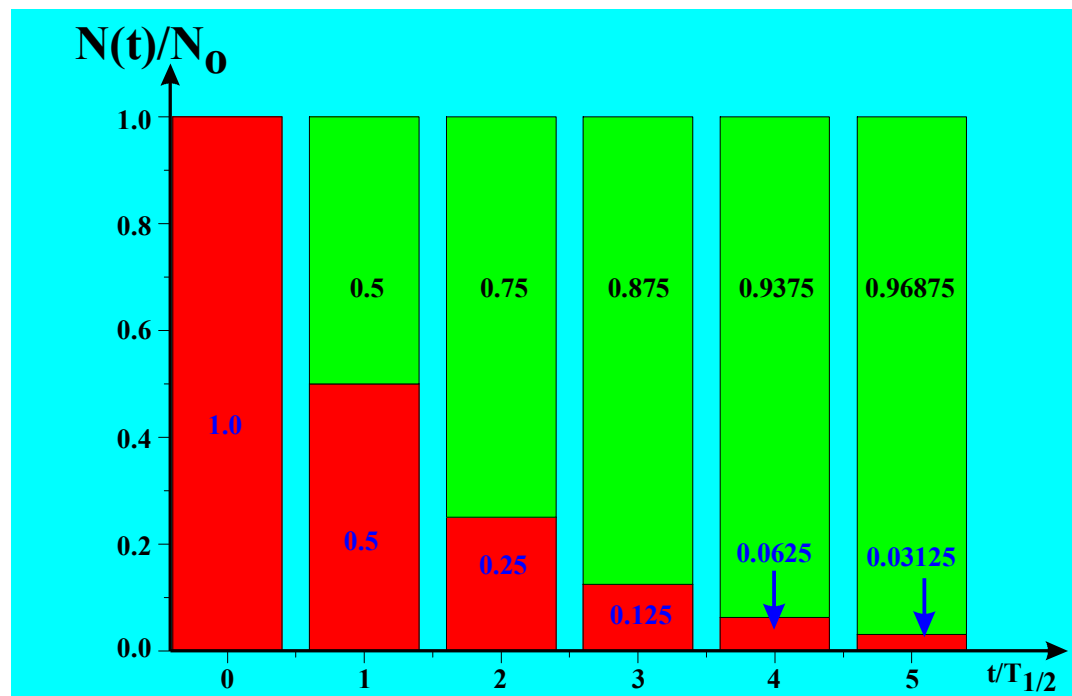
$$N(\tau) = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot \tau}$$
$$\frac{N(\tau)}{N_o} = e^{-\lambda \cdot \frac{1}{\lambda}} \Rightarrow \frac{N(\tau)}{N_o} = e^{-1}$$

τ gibt an, nach welcher Zeit die Anzahl der instabilen Kerne auf den e-ten (37%) Teil ihres Anfangswertes gesunken ist.

Nach welcher Zeit hat sich die Hälfte der zum Zeitpunkt $t = 0$ vorhandenen instabilen Kerne umgewandelt?

Halbwertszeit: $T_{1/2}$

Die Halbwertszeit ($T_{1/2}$) ist diejenige Zeit, in der die Anzahl der vorhandenen instabile Atomkerne jeweils auf die Hälfte abnimmt.



$$\begin{aligned}
 N(t = T_{1/2}) &= N_o \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} & N(t = T_{1/2}) &= \frac{N_o}{2} \\
 \frac{N_o}{2} &= N_o \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} & \frac{1}{2} &= e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \\
 &\Rightarrow 2 = e^{\lambda \cdot T_{1/2}}
 \end{aligned}$$

$$\ln 2 = \ln(e^{\lambda \cdot T_{1/2}}) \Rightarrow \ln 2 = \lambda \cdot T_{1/2}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$N(t) = N_o e^{-\lambda t} \quad \longleftrightarrow \quad \frac{N(t)}{N_o} = 2^{-t/T_{1/2}}$$

Wieviel Kerne zerfallen pro Sekunde: $\Delta N / \Delta t = ?$

Aktivität eines Präparates

$$\Lambda(t) = -\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Lambda(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

$$-\frac{dN(t)}{dt} = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\Lambda(t) = \lambda \cdot N(t) \quad \Lambda_0 = \lambda \cdot N_0$$

$$\Lambda(t) = \Lambda_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Bezeichnungen: Λ , A

$[\Lambda] = \text{Zerfall/Sekunde} = \text{Bq (Becquerel)}$

Bemerkung:

1. spezifische Aktivität
- auf die Masseneinheit bezogene Aktivität

Einheit: Bq/g

2. Aktivitätskonzentration
- auf die Volumeneinheit bezogene Aktivität

Einheit: Bq/ml

$$\Lambda = \lambda \cdot N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N$$

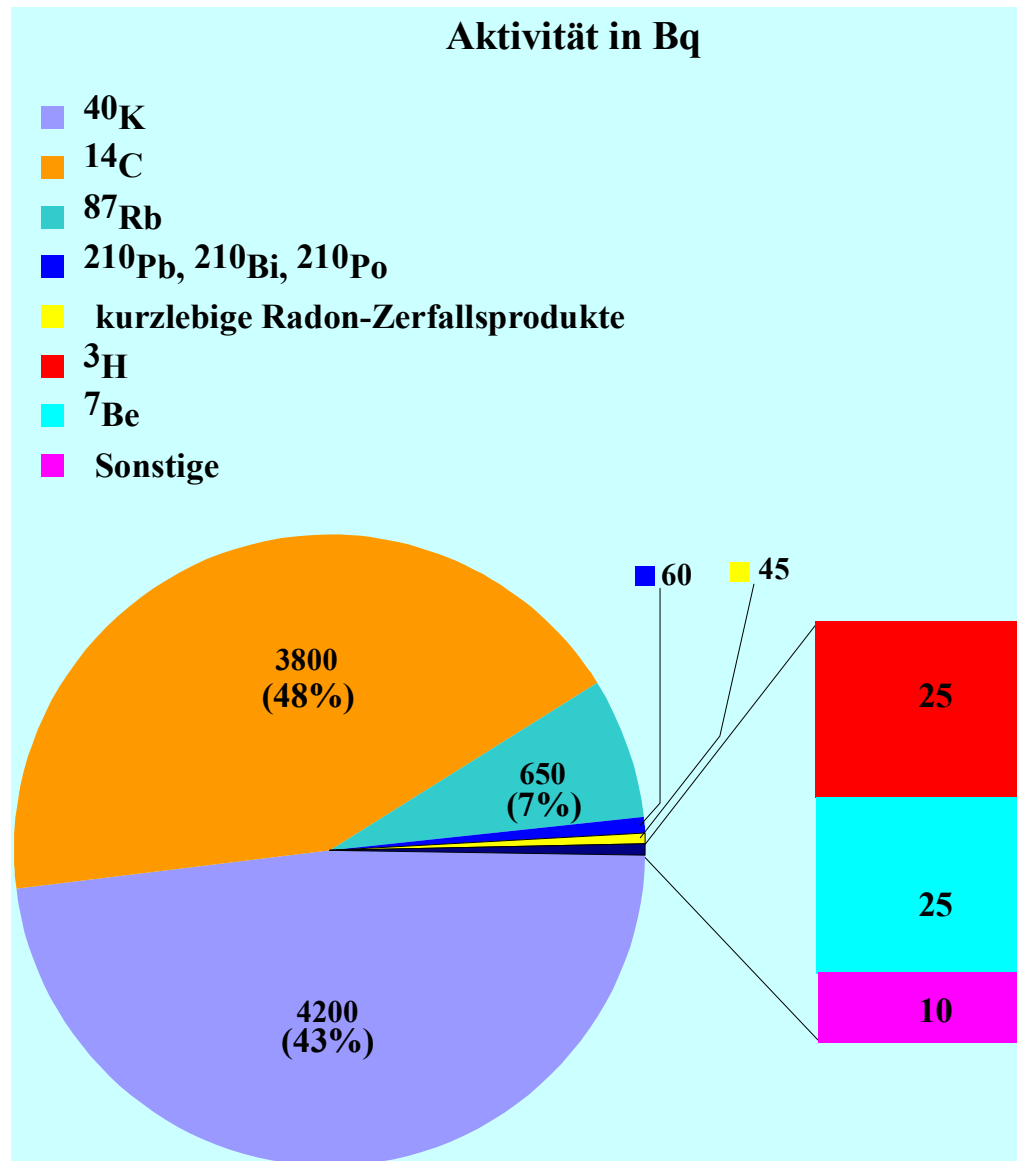
Konsequenzen:

1.) wenn anfangs dieselbe Kernmenge (N_0) vorhanden ist, kürzere Halbwertszeit erhöht die Aktivität: mehr Kerne zerfallen pro Zeiteinheit.

2.) um eine gewünschte Aktivität zu erreichen, ist eine kleinere Anfangsmenge aus einem Isotop kürzerer Halbwertszeit nötig.

kleinere Strahlenbelastung bei Isotopendiagnostik!!!

Radioaktive Isotope im menschlichen Körper



auf 70 kg bezogend

Gesamtaktivität ~ 9000 Bq

Biologische und effektive Halbwertszeit

λ_{phys} - physikalische Zerfallskonstante

λ_{biol} - biologische Zerfallskonstante

Sei $\lambda_{eff} \cdot \Delta t$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Kern während Δt zerfällt oder ausgeschieden wird .

$$\lambda_{eff} \cdot \Delta t = \lambda_{phys} \cdot \Delta t + \lambda_{biol} \cdot \Delta t$$

$$\lambda_{eff} = \lambda_{phys} + \lambda_{biol} \quad \longrightarrow \quad \frac{\ln 2}{T_{eff}} = \frac{\ln 2}{T_{phys}} + \frac{\ln 2}{T_{biol}} \quad \longrightarrow$$

$$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T_{phys}} + \frac{1}{T_{biol}}$$

Biologische und effektive Halbwertszeit

