



Medizinische Biophysik

Transportprozesse

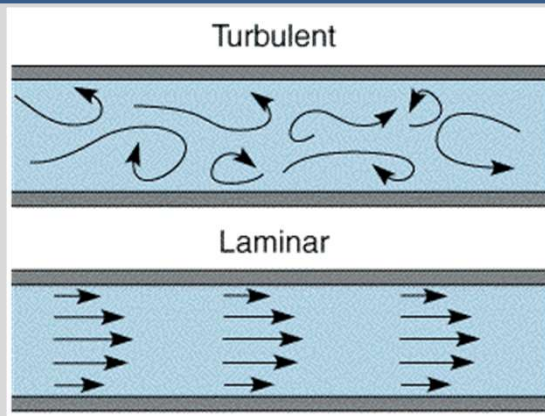
26.03.2022

I. Strömungen (Volumentransport) *Fortsetzung*

4. Strömung von reellen Flüssigkeiten

- Viskosität  Anwendung: Viskosität von Körperflüssigkeiten
- Kritische Geschwindigkeit  Anwendung: **Atmung/Blutströmung**
- **Transportgesetz** (Hagen-Poiseuille-Gesetz)
Anwendung: **Atmung/Blutströmung**
- **Zusammenfassung über das Blut und den Blutkreislauf**

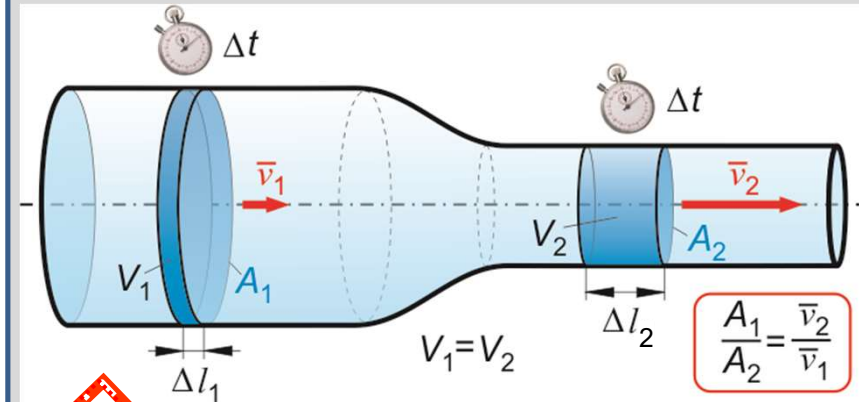
5. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten



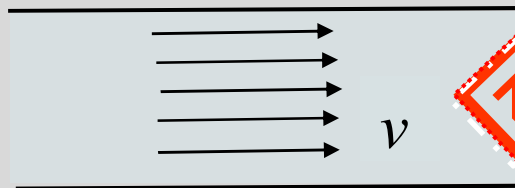
Volumenstromstärke (I): $I = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right)$

$$I = A \cdot \bar{v}$$

Kontinuitätsgleichung



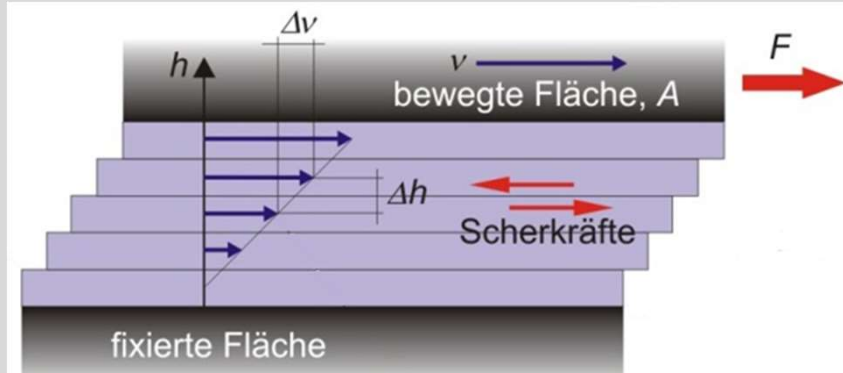
Ideale Flüssigkeit (ohne innere Reibung)



Bernoullische Gleichung

$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{konstant}$$

Reelle Flüssigkeit (mit innere Reibung)



Newtonsches
Reibungsgesetz

$$F = F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

Zur Erinnerung

- Viskosität: ➤ geschwindigkeitsgradientabhängig

Einteilung der Flüssigkeiten

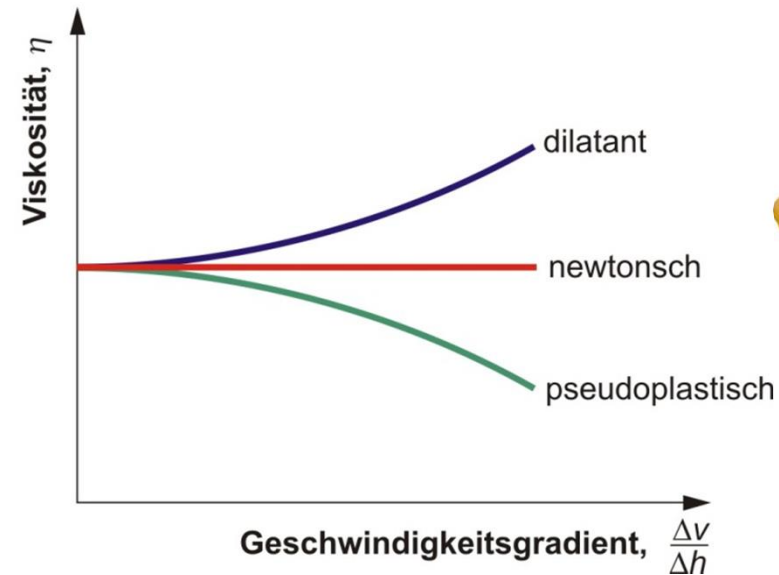
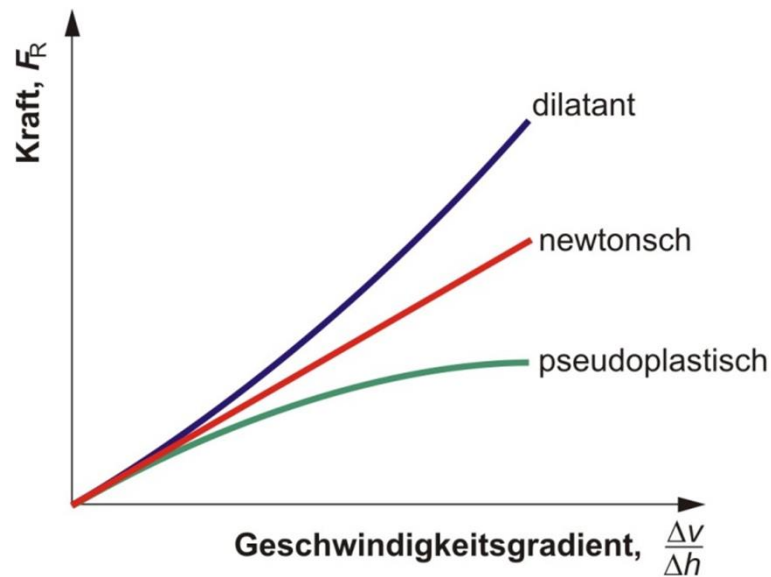
$$F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

newtonsche (normale) Flüssigkeit

nicht-newtonsche (anomale) Flüssigkeit

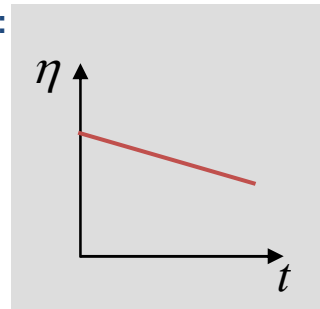
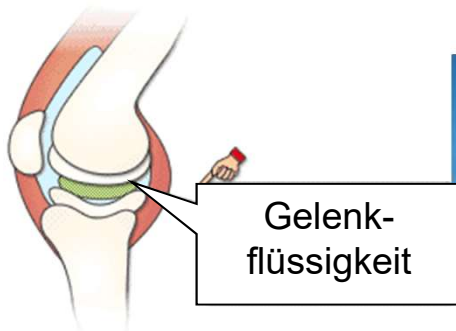
dilatante Fl.

pseudoplastische Fl.

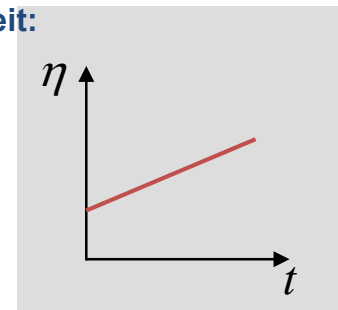


- zeitabhängig

Thixotrope Flüssigkeit:

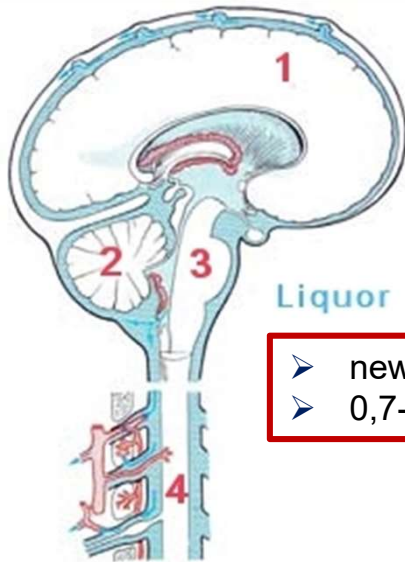


Rheopexe Flüssigkeit:



Viskosität der Körperflüssigkeiten

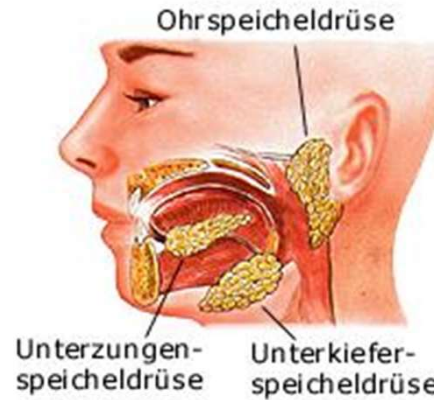
Liquor (Gehirn-Rückenmarks-Flüssigkeit, Cerebrospinalflüssigkeit)



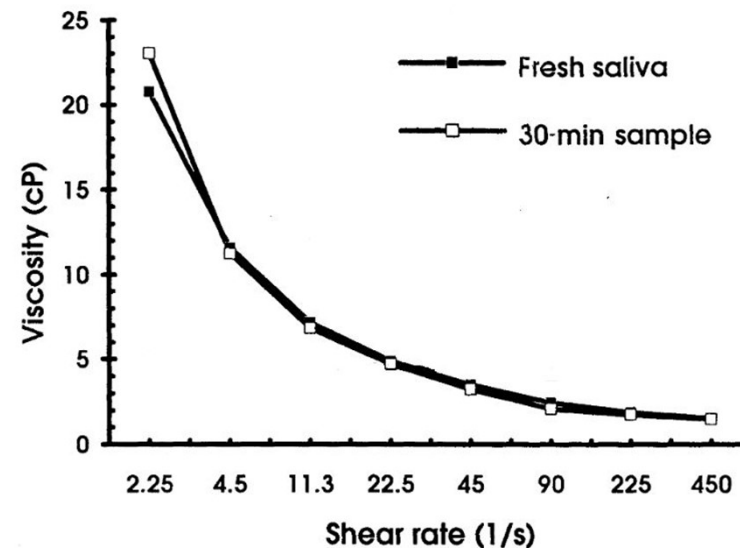
- newtonsche Flüssigkeit
- 0,7-1 mPas (37°C)

1. Großhirn
2. Kleinhirn
3. Hirnstamm
4. Rückenmark

Speichel

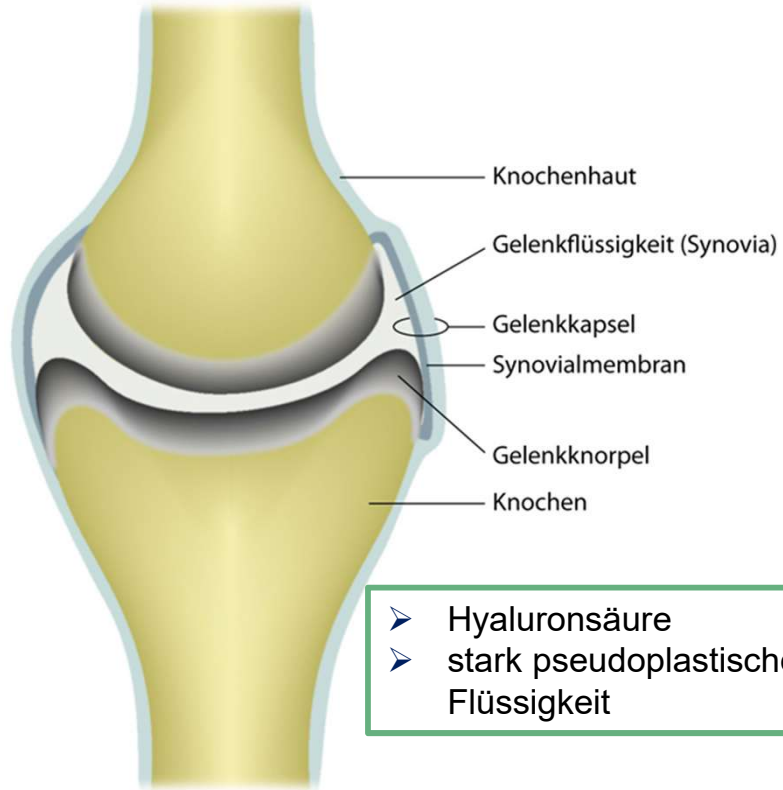


- Mucin
- pseudoplastische Flüssigkeit



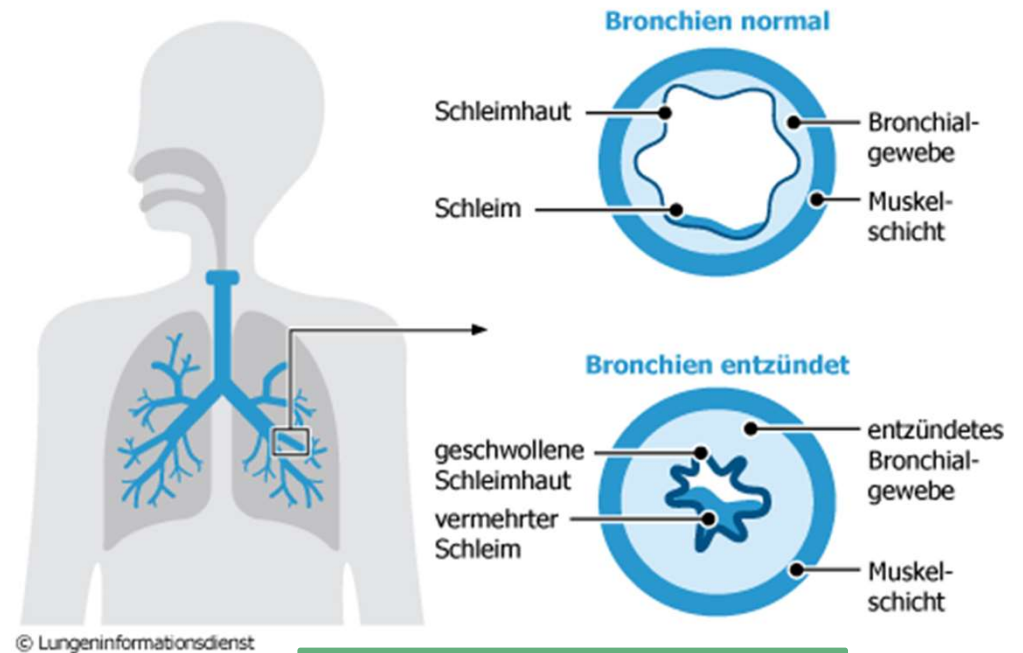
Nach Panu J. F. Rantonen & Jukka H. Meurman (1998) Viscosity of whole saliva, Acta Odontologica Scandinavica, 56:4, 210-214

Gelenkflüssigkeit



- Hyaluronsäure
- stark pseudoplastische Flüssigkeit

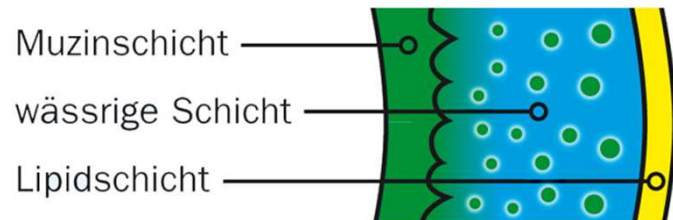
Bronchialschleim



- pseudoplastische Flüssigkeit

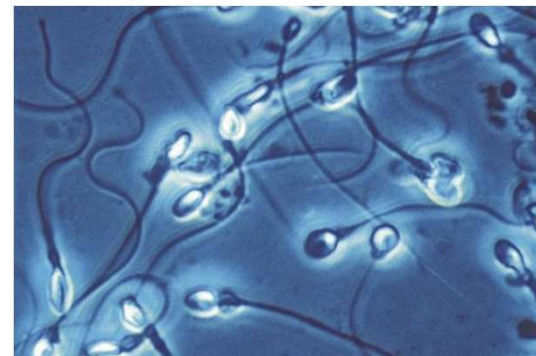
Träne

Aufbau des Tränenfilms



- pseudoplastische Flüssigkeit
- 1-10 mPas

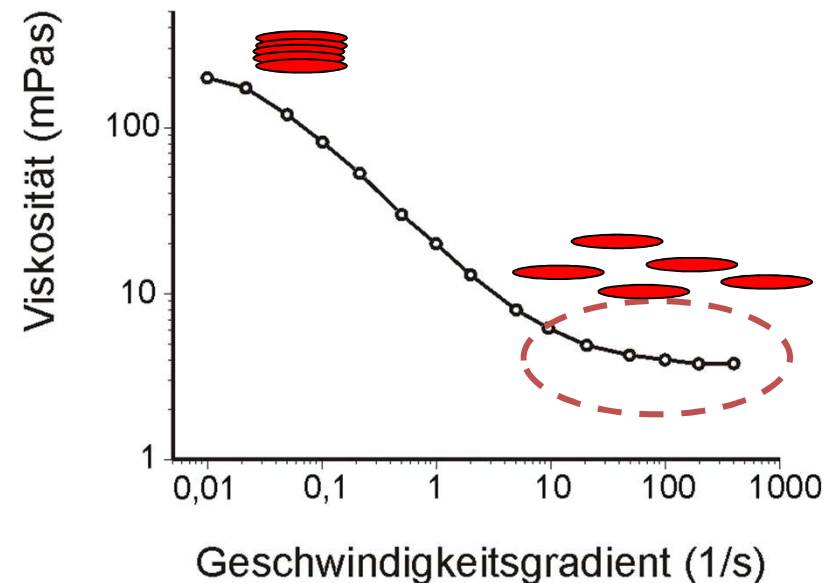
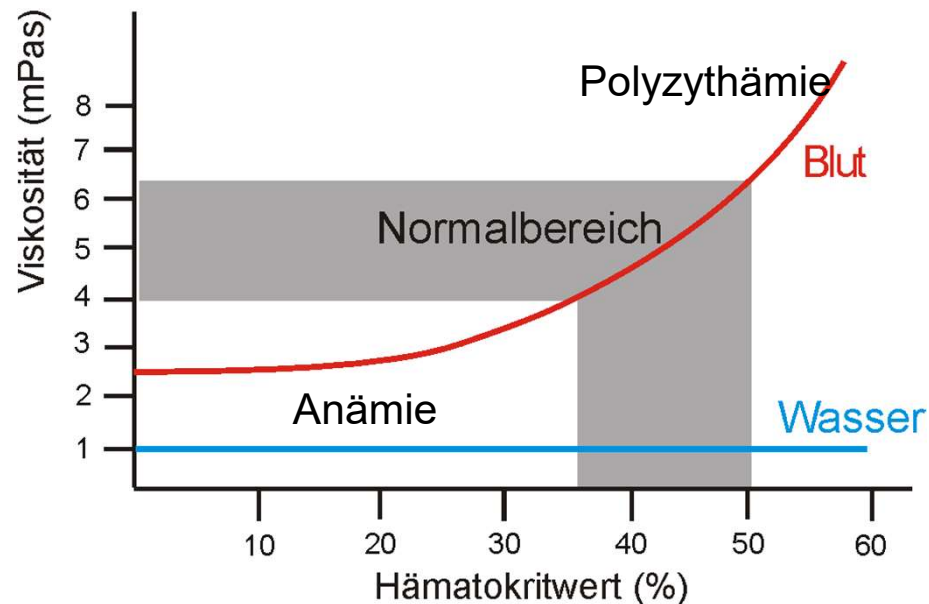
Sperma



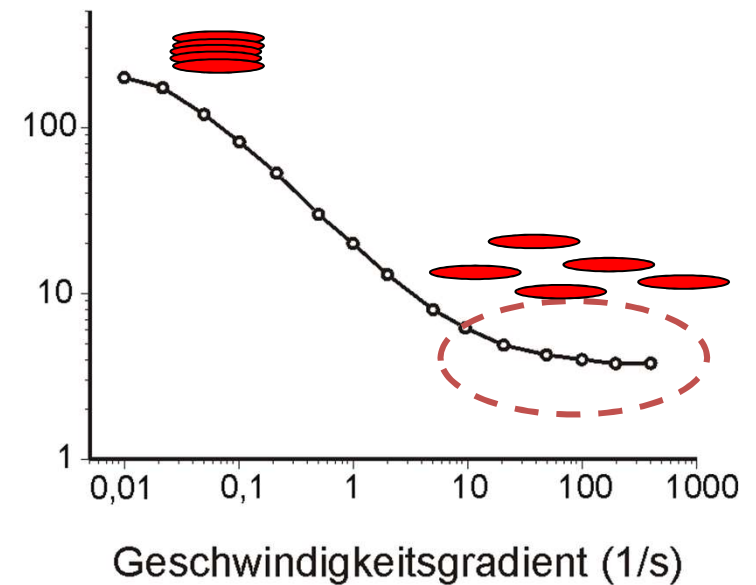
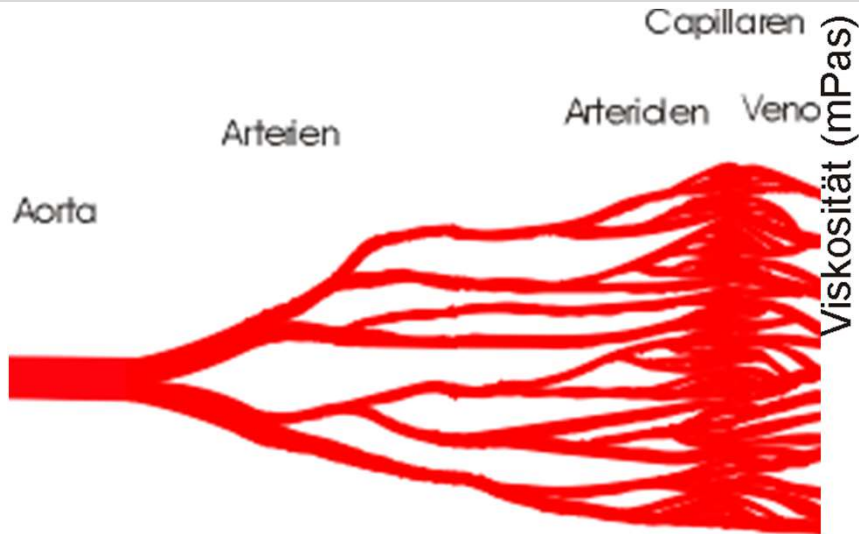
- pseudoplastische Flüssigkeit

Viskosität des Blutes

- bei Körpertemperatur und bei physiologischen Strömungsverhältnissen: 2-10 mPa·s
- hängt von der **Temperatur** ab (wie bei jeder Flüssigkeit)
- hängt sehr stark von dem **Hämatokritwert** des Blutes ab
- hängt vom **Geschwindigkeitsgradienten** ab, und zwar **pseudoplastisch**
- hängt vom **Blutgefäßdurchmesser** ab, in kleineren Gefäßen (< 1 mm) ist die Viskosität kleiner (Fahraeus-Lindqvist-Effekt)

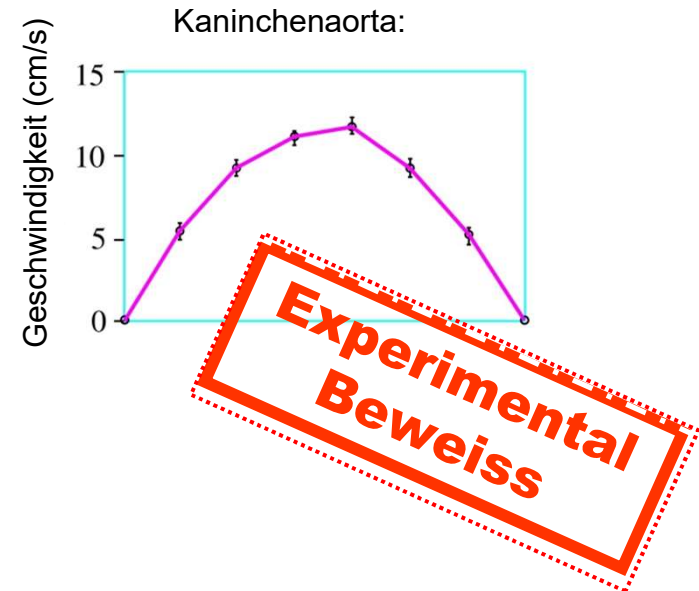
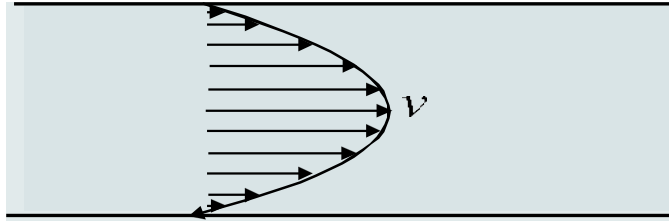


Blutkreislauf



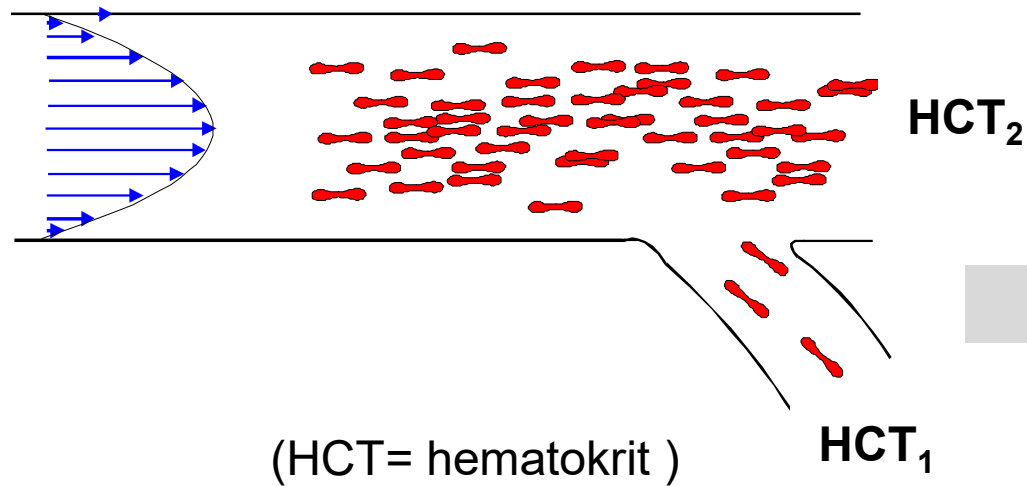
Gefäß	Aorta	Arterien	Arteriolen	Kapillaren	Venolen	Venen	Hohlvenen
R (cm)	1,2	0,2	0,0015	0,00035	0,001	0,25	1,7
v (cm/s)	23	5	0,25	0,022	0,025	2,5	6
v/R (1/s)	19	25	167	63	25	10	3,5

- Geschwindigkeitsprofil von reellen Flüssigkeiten:



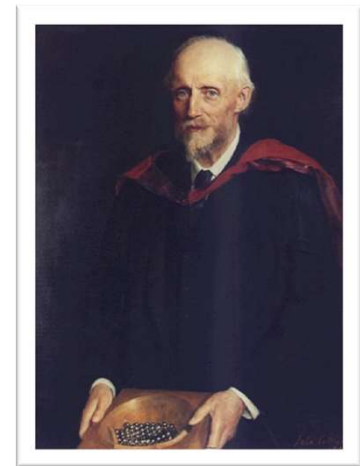
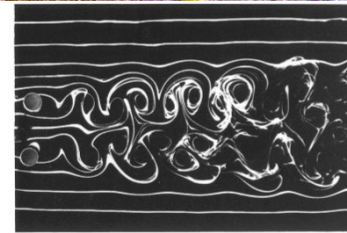
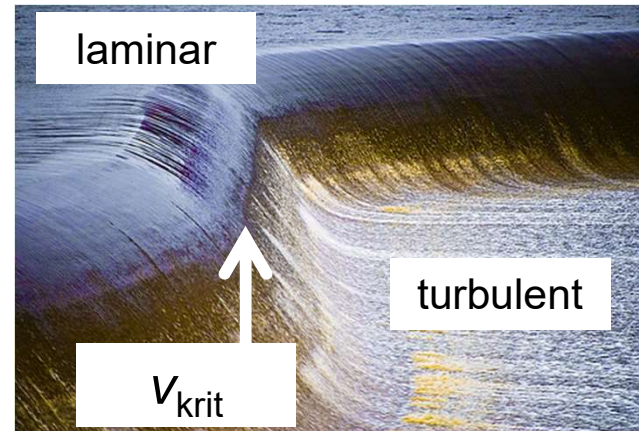
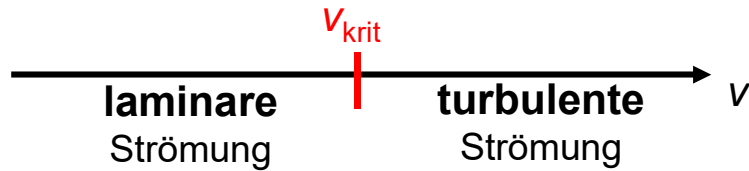
Eine physiologische Folgerung: Plasma-Skimming

Parabolisches Geschwindigkeitsprofil + bernoullische Gleichung →



$$HCT_1 < HCT_2$$

- Kritische Geschwindigkeit (v_{krit}):



Osborne Reynolds
1842-1912
Physiker und
Wasseringenieur

$$v_{\text{krit}} = \text{Re} \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot r}$$

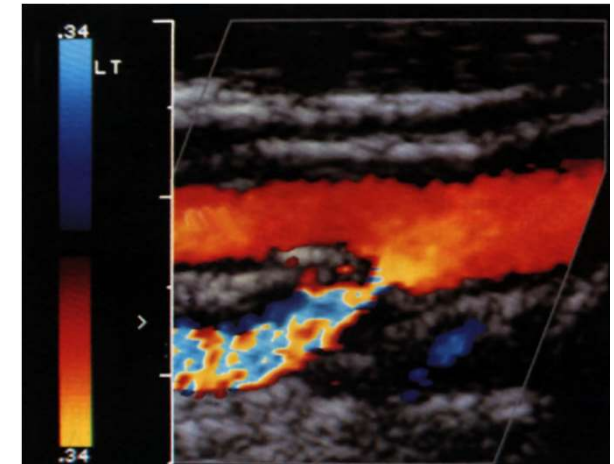
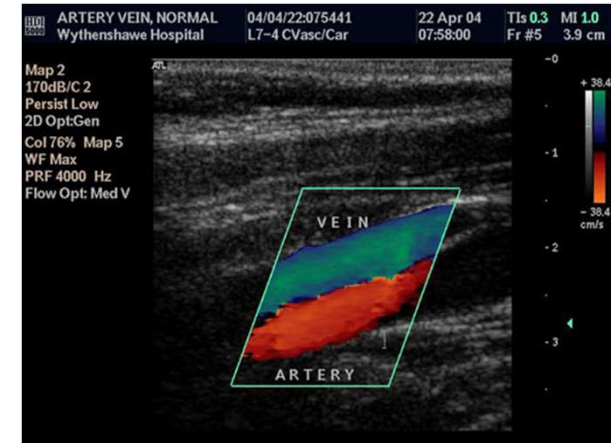
Reynolds-Zahl
(für glatte Wand: $\text{Re} = 1160$)

Viskosität

Dichte

Radius des Rohres

Ist die Blutströmung laminar oder turbulent?

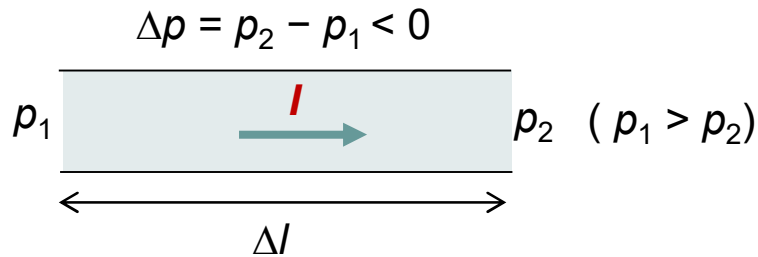


Ist die Strömung der Luft bei Atmung laminar oder turbulent?



- Was treibt die Strömung?
- Wovon hängt die Volumenstromstärke der Strömung ab?

■ **Transportgesetz (Hagen–Poiseuille-Gesetz):**



G. H. L. Hagen
1797-1884
Wasseringenieur



J. L. M. Poiseuille
1799-1869
Physiologe

Volumenstromstärke

Druckgradient

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

Viskosität

Radius

Gültigkeitsvoraussetzungen:

- inkompressible Flüssigkeit/Gas
- laminare Strömung
- stationäre Strömung
- newtonsche Flüssigkeit/Gas

- **Strömungswiderstand (Analogie mit dem elektrischen Strom):**

Strömung

Elektrischer Strom

Hagen–Poiseuille-Gesetz

Ohmsches Gesetz

$$I_{str} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = - \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

$\frac{1}{R_{str}}$

↖

$$I_{el} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{U}{R_{el}} = - \frac{\Delta \varphi}{R_{el}}$$

$$I_{str} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = - \frac{\Delta p}{R_{str}}$$



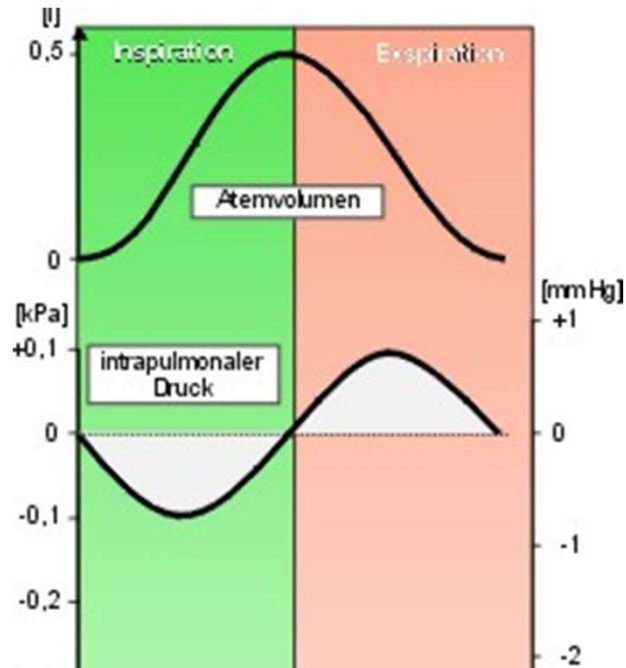
$$I_{el} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = - \frac{\Delta \varphi}{R_{el}}$$

$$R_{str} = \frac{8}{\pi} \eta \frac{\Delta l}{R^4} = 8\pi\eta \frac{\Delta l}{(\pi R^2)^2} = 8\pi\eta \frac{\Delta l}{A^2}$$

$$R_{el} = \rho \frac{l}{A}$$

Anwendung des H–P-Gesetzes: Atmung

■ Ist das H-P-Gesetz anwendbar für die Atmung?



- inkompressible Luft?
- laminare Strömung?
- stationäre Strömung?
- newtonsches Gas?

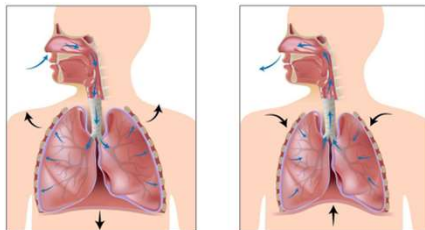


Das H–P-Gesetz ist mit guter Annäherung anwendbar!

■ Regulation der Volumenstromstärke laut Hagen–Poiseuille-Gesetzes:

➤ Druck (Δp)

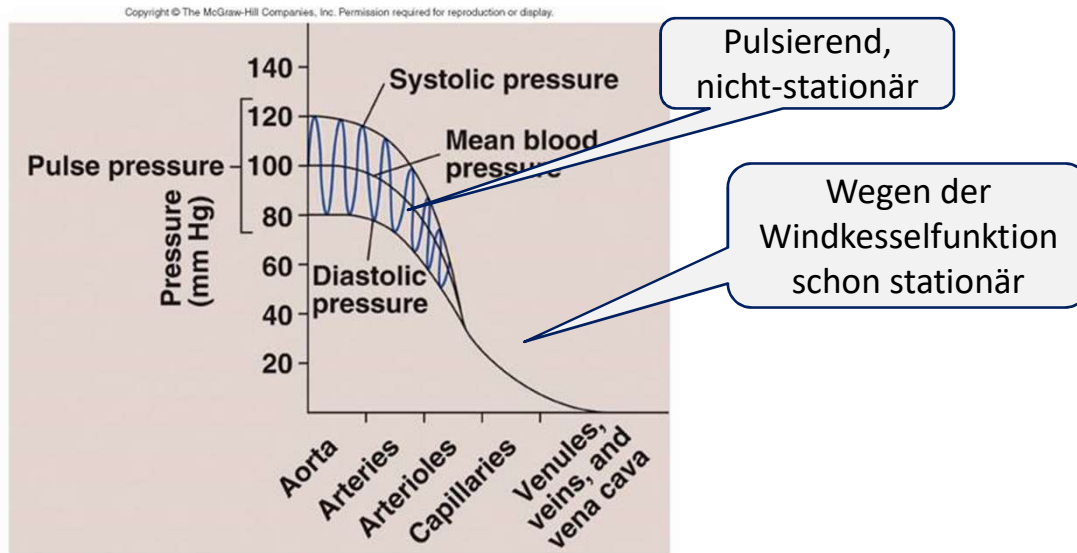
- Intrapulmonaler **Druck** (Δp) kann in einem Atemzyklus stark geändert werden:
0,1 kPa – 0,5 kPa
- Der Durchschnittswert des intrapulmonalen Druckes ($\overline{\Delta p}$) für die Einatmung kann durch die **Atemfrequenz** geändert werden:
12 1/min – 40 1/min



➤ ~~Radius (R^4)~~

Anwendung: Blutkreislauf

- Ist das H-P-Gesetz anwendbar für die Blutströmung?



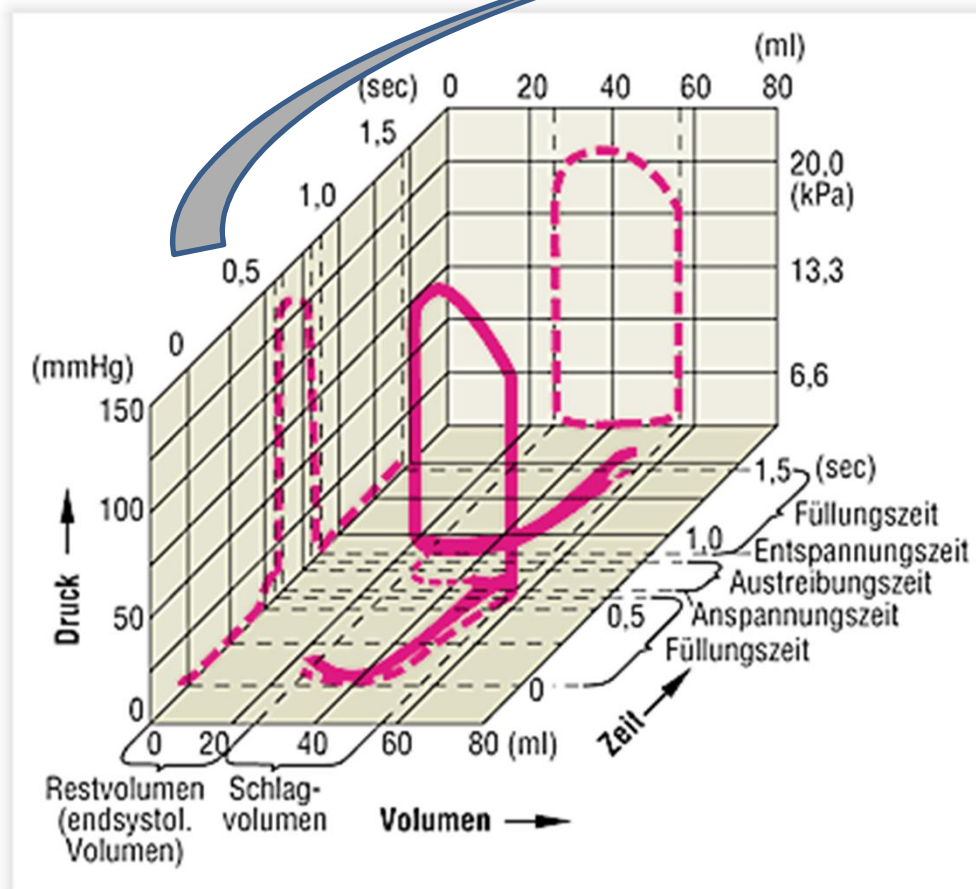
- inkompressible Fl.? 😊
- laminare Strömung? 😊
- stationäre Strömung? 😊
- newtonsche Fl.? 😞

Folgerung: Das H-P-Gesetz ist nur annähernd anwendbar!

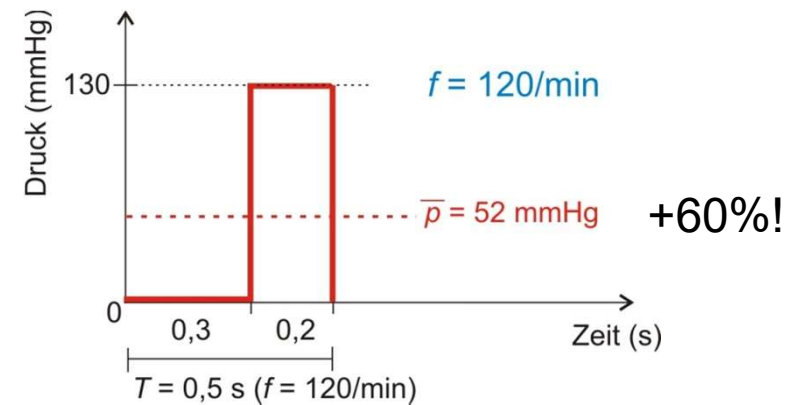
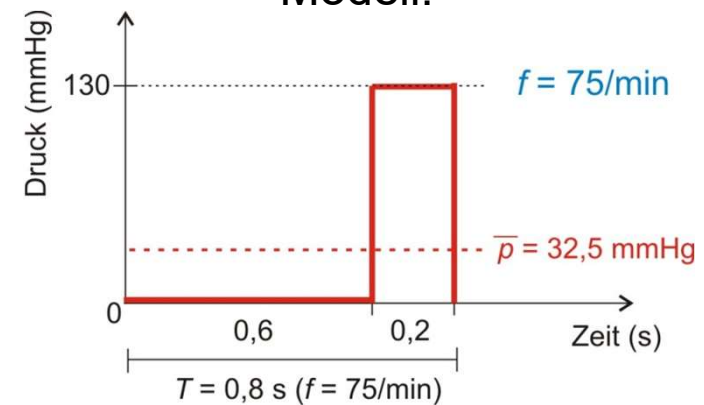
Doch zeigt das Gesetz richtig, wie die Blutströmung reguliert werden kann.

Anwendung: Blutkreislauf

- Regulation der Volumenstromstärke laut Hagen-Poiseuille-Gesetzes:
 - Druck (Δp)



Modell:

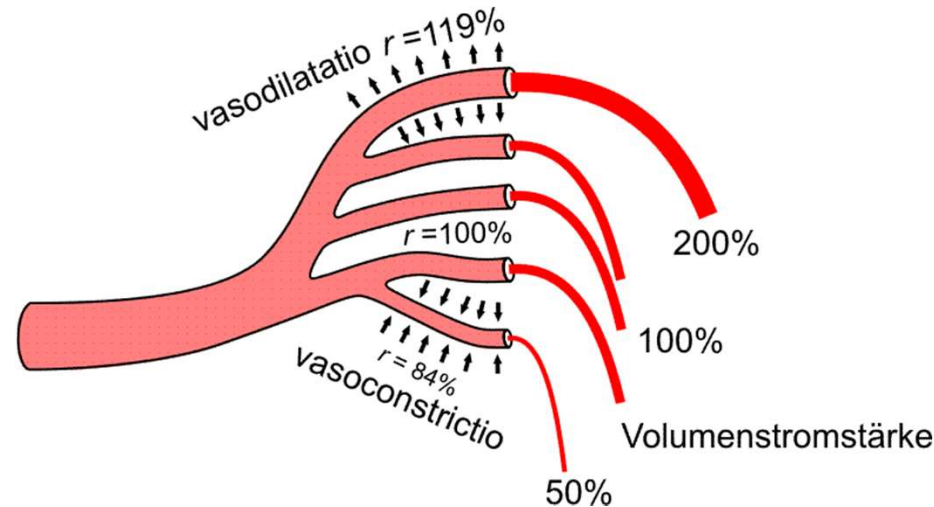


Der Durchschnittswert ($\bar{\Delta p}$) kann durch die Pulszahl geändert werden!

Anwendung: Blutkreislauf

- Regulation der Volumenstromstärke laut Hagen-Poiseuille-Gesetzes:

➤ Radius (R^4 !)



- Regulation der Druckverhältnisse im Blutkreislauf laut Hagen-Poiseuille-Gesetzes:

$$\Delta p = \frac{8\eta}{R^2} \frac{\Delta l}{R^2 \pi} \cdot I$$

„Strömungs-
widerstand“

$$R_{\text{Strömung}} = \frac{8}{\pi} \eta \frac{\Delta l}{R^4}$$

Durch **Gefäßverengung** (Vasokonstriktion) wird der **Strömungswiderstand** und dadurch auch der **Druckabfall** stark **erhöht** (falls die gleiche Stromstärke durch das Herz aufrechterhalten wird).

Zusammenfassend über Blut und Blutströmung

Blut

Das Blut ist eine reelle Flüssigkeit mit einer Viskosität von 2-10 mPa·s.

Die Viskosität hängt

- vom Hämatokritwert,
- vom Geschwindigkeitsgradienten (pseudoplastische Flüssigkeit),
- vom Blutgefäßdurchmesser,
- und von der Temperatur ab.

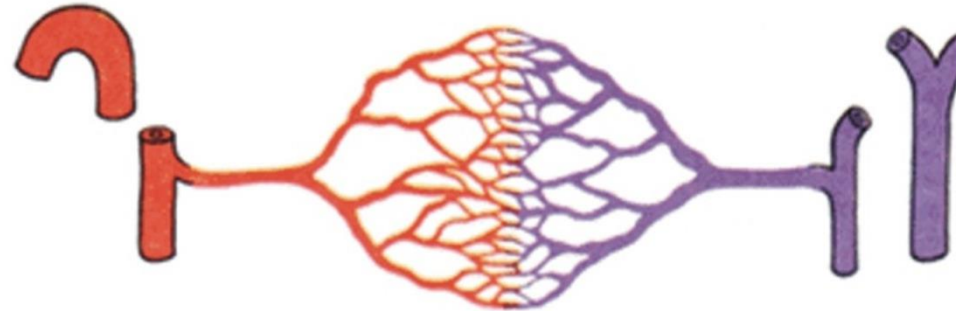
Blutströmung

Die Blutströmung ist

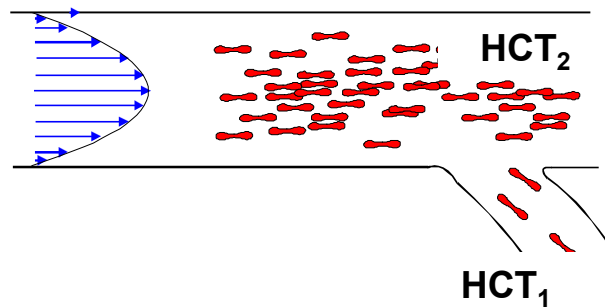
- überwiegend **laminar** ($v < v_{\text{krit}}$),
- in dem ersten Abschnitt des Blutkreislaufs **nicht-stationär** (pulsierend), später schon **stationär**.

Es gilt die
Kontinuitätsgleichung:

	Arterien					Venen			
	Aorta	große Arterien	kleine Arterien	Arteriolen	Kapillaren	Venolen	kleine Venen	große Venen	Hohlvenen
Zahl der Äste	1	160 zunehmend		$57 \cdot 10^6$	$12 \cdot 10^9$	$1,3 \cdot 10^9$	200 abnehmend		2

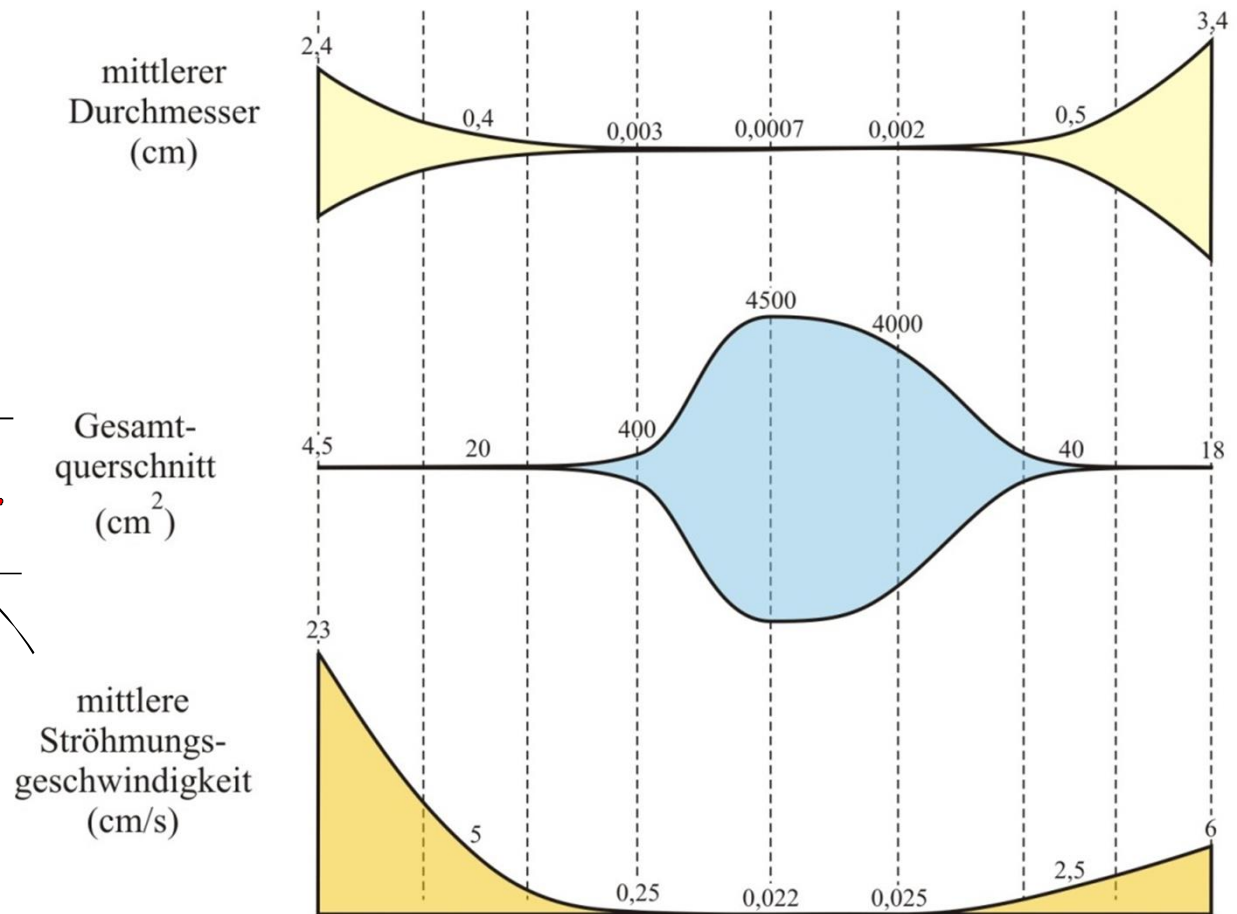


Annähernd gilt die
Bernoulli-Gleichung:



$$HCT_1 < HCT_2$$

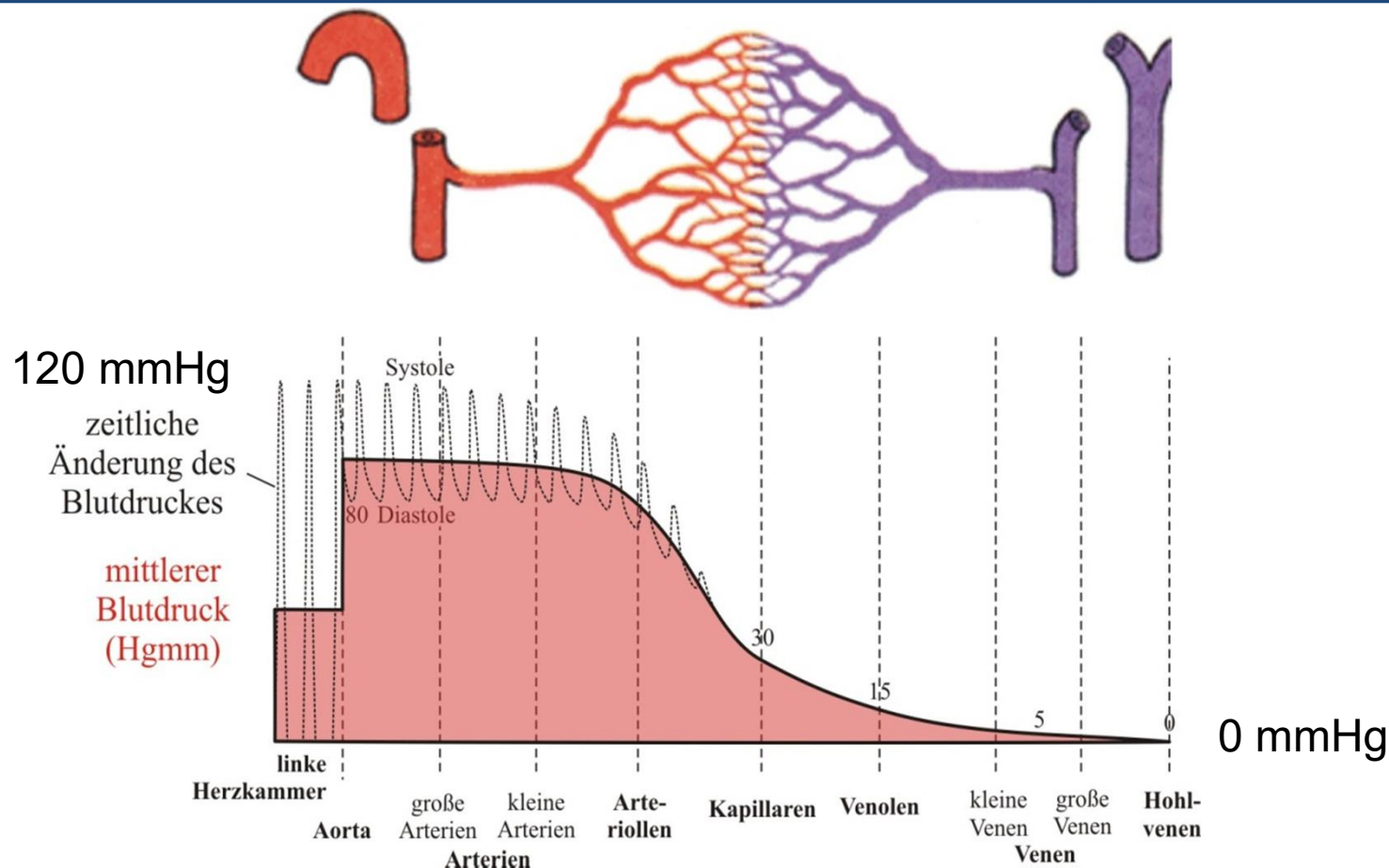
Plasma-Skimming



Die Blutströmung wird durch die Herzarbeit aufrecht erhalten:

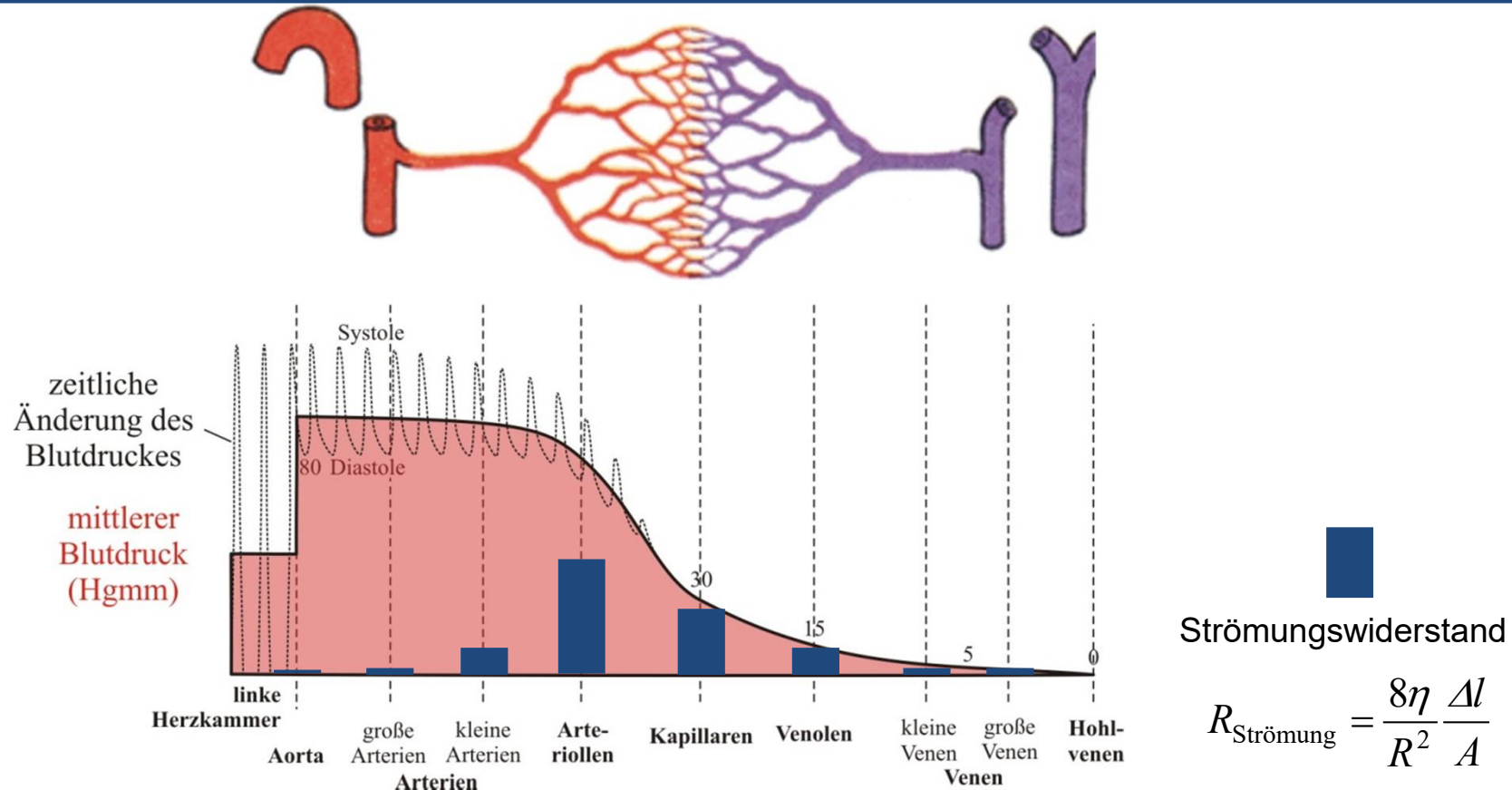
Durch Muskelkontraktion wird in dem linken Ventrikel (über dem atmosphärischen Druck (cca. 760 mmHg)) ein Überdruck erzeugt.

- Der Überdruck schwankt zwischen 0 und etwa 120 mmHg.
- Der Höchstdruckwert sinkt vom linken Ventrikel bis zum rechten Vorhof (0 mmHg).
- Der mittlere Blutdruck steigt vom linken Ventrikel bis zur Aorta (Klappen!), danach sinkt er bis zum rechten Vorhof.



Die Volumenstromstärke (Blutversorgung der Organe/Gewebe) wird aufgrund des Hagen–Poiseuille-Gesetzes durch

- $\overline{\Delta p}$ (durch Herzfrequenz!)
- und r (Gefäßerweiterung bzw. Gefäßverengung; R^4 !) reguliert.

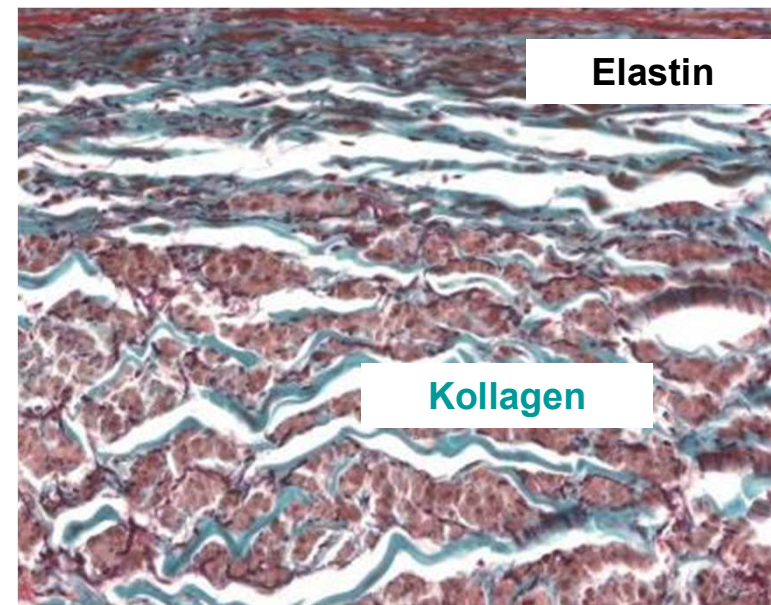
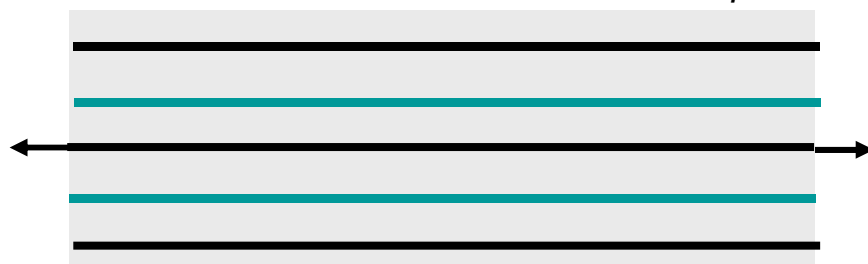
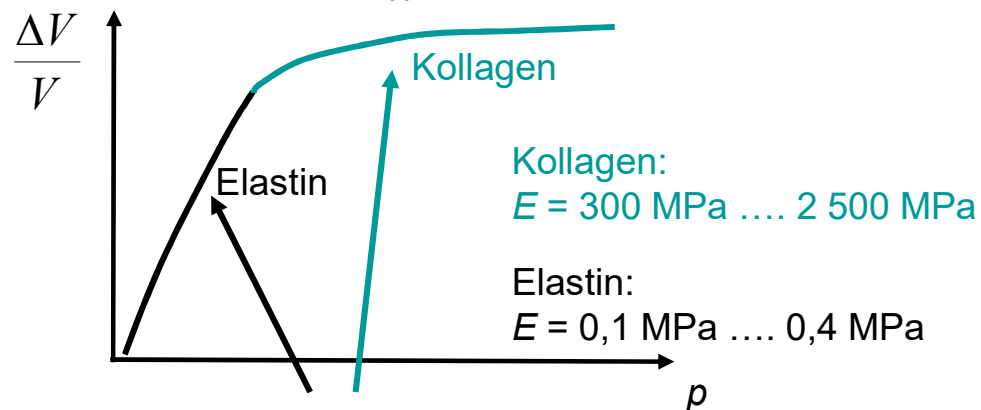
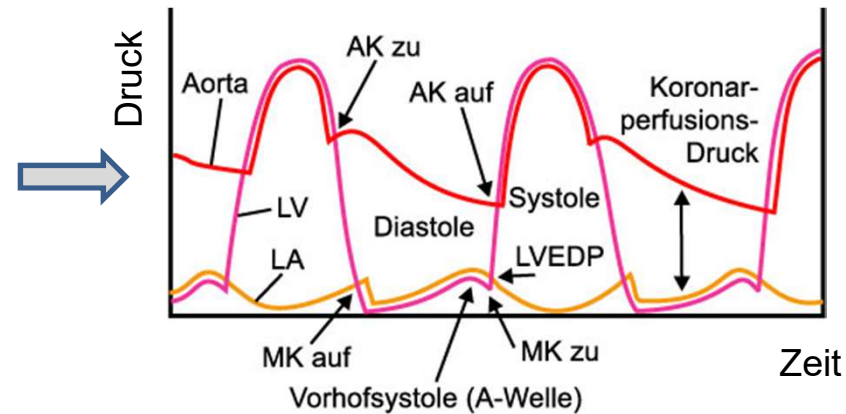
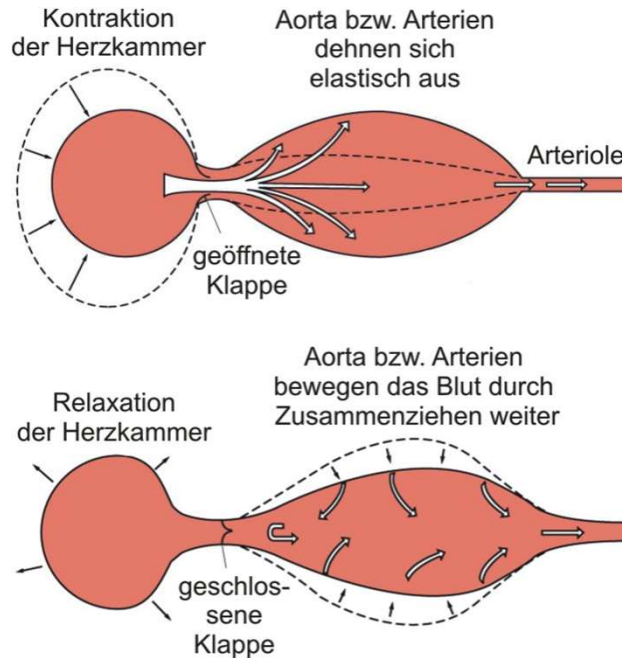


Der Strömungswiderstand ist im Bereich der Arteriolen am größten (=Widerstandgefäße).

Der periphere Gesamtwiderstand ($\frac{\overline{\Delta p}}{I}$) ist die Summe aller Widerständen. Er kann am effektivsten im Bereich der Arteriolen reguliert werden.

$$R_{\text{Strömung}} = \frac{8}{\pi} \eta \frac{\Delta l}{R^4}$$

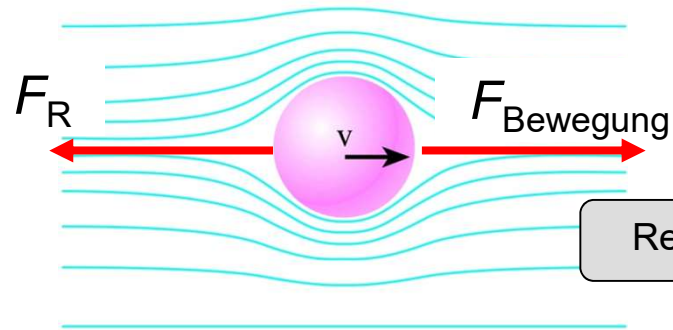
Ergänzung: Rolle der Elastizität der Aorta und der Arterien (Windkesselfunktion)



➡ Abweichung von dem HP-Gesetz!

5. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten

Bei kleineren
Geschwindigkeiten:



**stokessches
Reibungsgesetz:**

Reibungskraft

$$F_R = 6\pi\eta r v$$

Viskosität

Radius des
kugelförmigen
Teilchens

Geschwindigkeit des
Teilchens



G. G. Stokes
1819-1903
Mathematiker
Physiker

Bei gleichmäßigen Bewegung: $F_{\text{Bewegung}} = F_R$

Beweglichkeit (u) eines Teilchens: $u = \frac{v}{F_{\text{Bewegung}}} \Rightarrow u = \frac{1}{6\pi\eta r} \Rightarrow$ s. Diffusion