

II. Diffusion (Stofftransport)

0. Grundvoraussetzung: thermische Molekularbewegung

1. Grundbegriffe

2. Transportgesetz = 1. Ficksches Gesetz

- O₂-Diffusion Lunge-Blut
- Diffusion durch Membranen (passiver Transport)

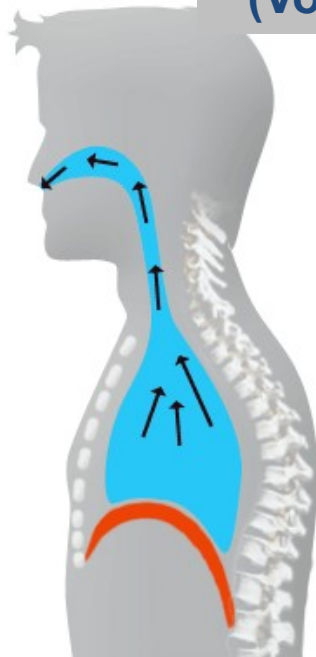
3. Das 2. Ficksche Gesetz

4. Diffusion als *Random Walk*

5. Vergleich der „Schnelligkeiten“ der Diffusion und Strömung

Transportprozesse

I. Strömung (Volumentransport)



entspannt

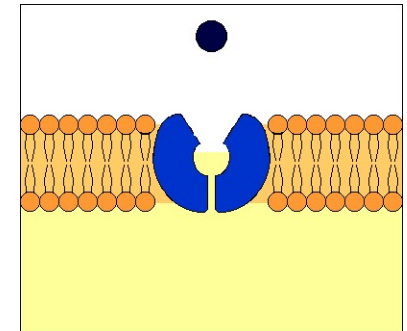
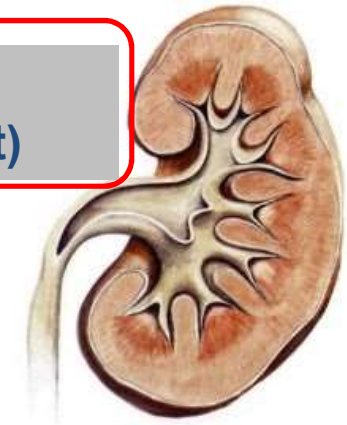


DIFFUSION

O₂ to
cellular mitochondria



II. Diffusion (Stofftransport)



III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)



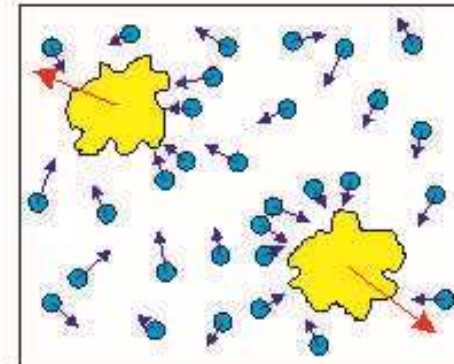
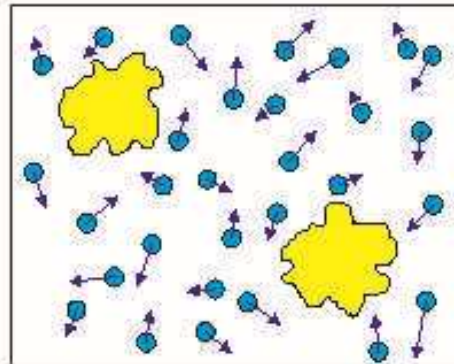
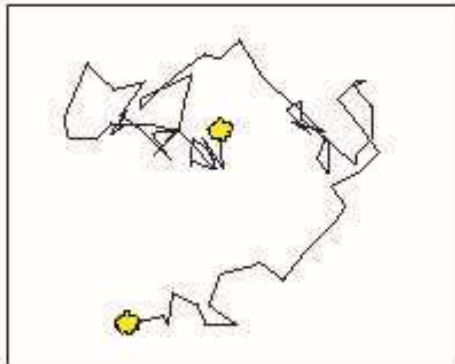
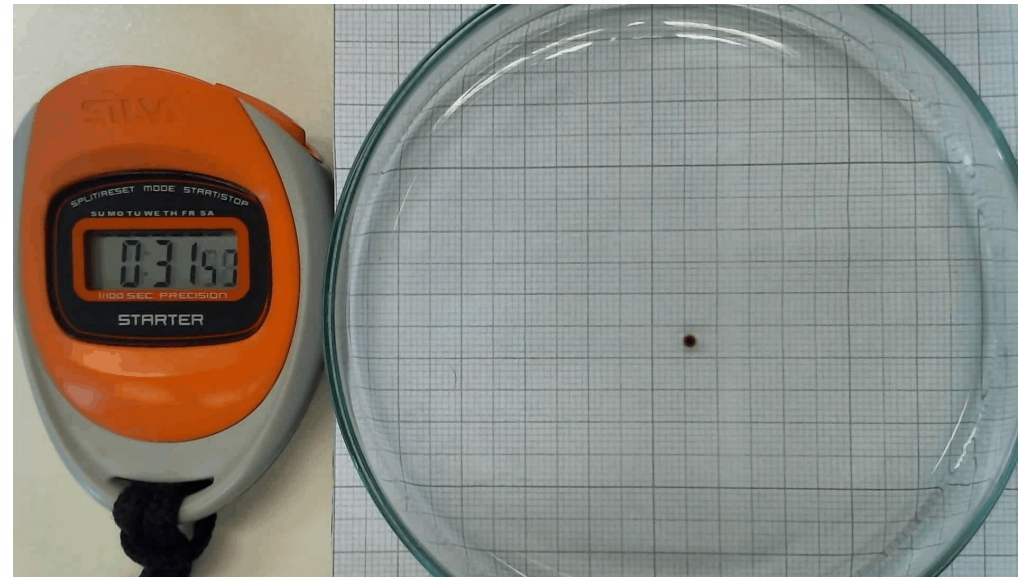
IV. Wärmeleitung (Energietransport)



V. Verallgemeinerung

VI. Energetische Aspekte

II. Stofftransport (Diffusion)



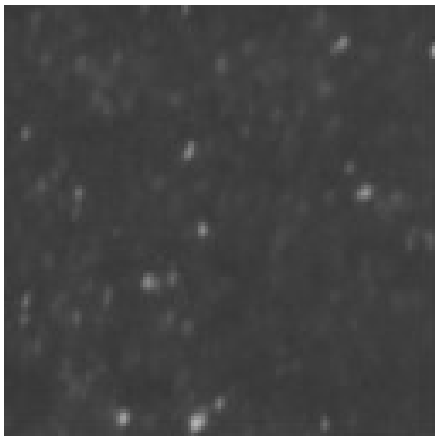
II. Diffusion (Stofftransport)



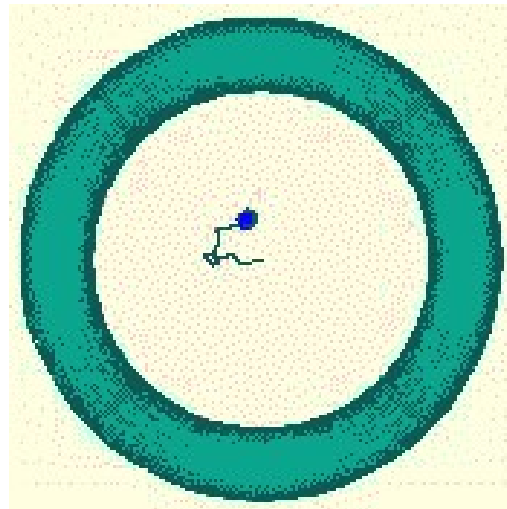
Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung

0. Grundvoraussetzung: thermische Molekularbewegung

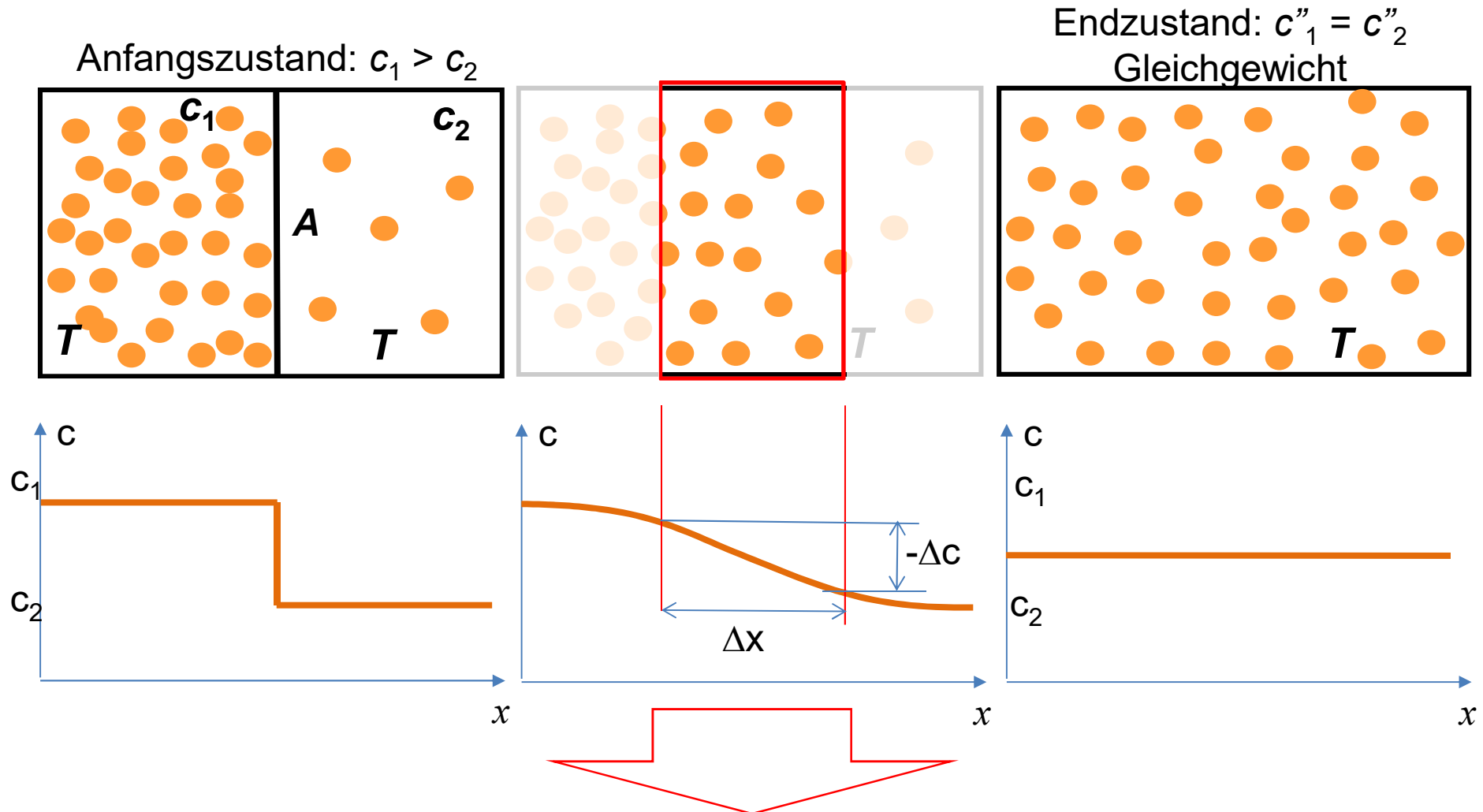
brownsche Bewegung



Molekularbewegung



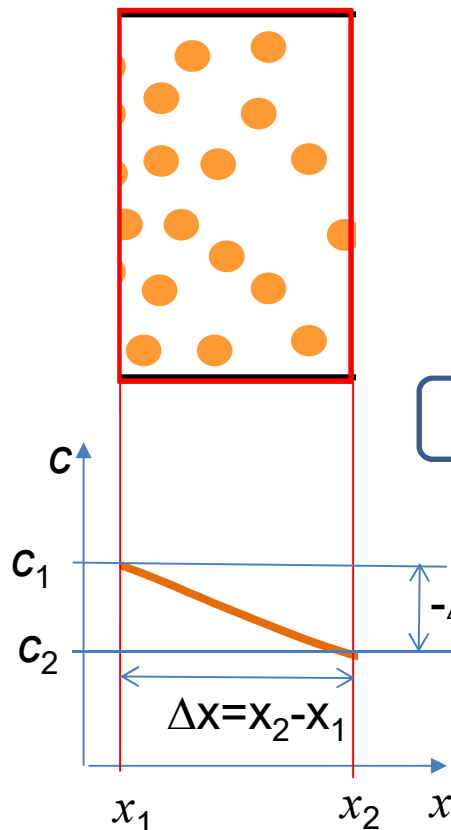
- Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung



1. Grundbegriffe

- Stoffstromstärke (I): $I = \frac{\Delta v}{\Delta t} \left(\frac{\text{mol}}{\text{s}} \right)$
- Stoffstromdichte (J): $J = \frac{\Delta v}{A \cdot \Delta t} \left(\frac{\text{mol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right)$
- stationäre Diffusion: zeitlich konstant

2. Transportgesetz – 1. Ficksches Gesetz



$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = -DA \frac{\Delta c}{\Delta x}$$

$$J = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$$

Stromdichte

Diffusionskoeffizient

Konzentrationsgradient

für stationäre Diffusion!



Analogie

| | Was wurde transportiert? | Stärke? | Was treibt den Transport? | Zusammenhang? |
|--------------------------|--------------------------|---|---------------------------|--|
| Volumen-transport | V | $J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$ | p | $J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$ |
| Stoff-transport | v | $J_v = \frac{\Delta v}{A \cdot \Delta t}$ | c | $J_v = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$ |
| | | | | |
| | | | | |

■ Diffusionskoeffizient:

Beweglichkeit des Teilchens

Temperatur

$$D = ukT$$

☐ stoffspezifisch

- diffundierendes Molekül
- Größe
- Form
- Medium (η)

☐ temperaturabhängig

➤ **Einstein-Stokes-Gleichung**

(Diffusionskoeffizient von kugelförmigen Teilchen):

Temperatur

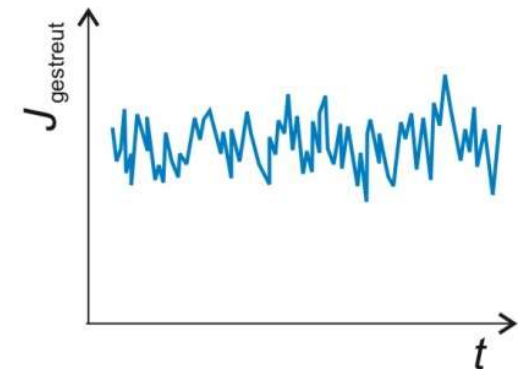
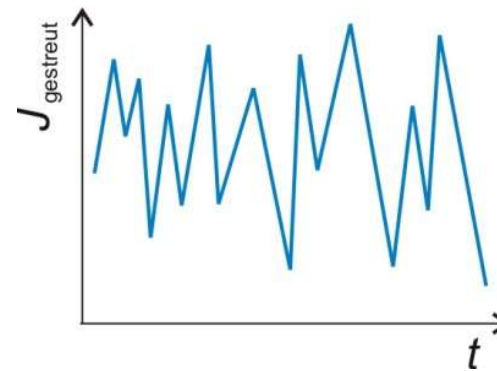
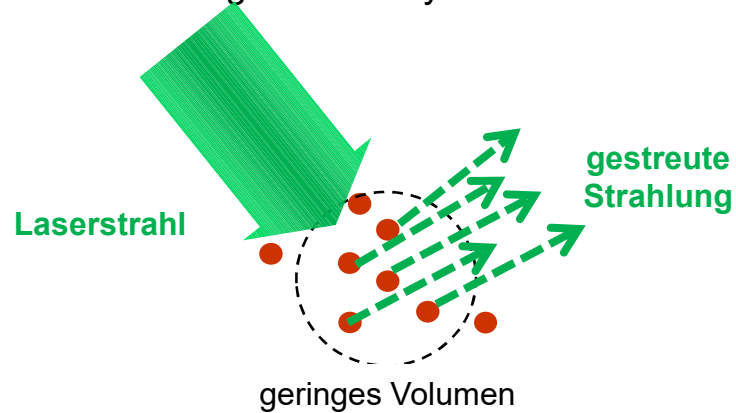
$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

Viskosität des Mediums

Radius des Teilchens

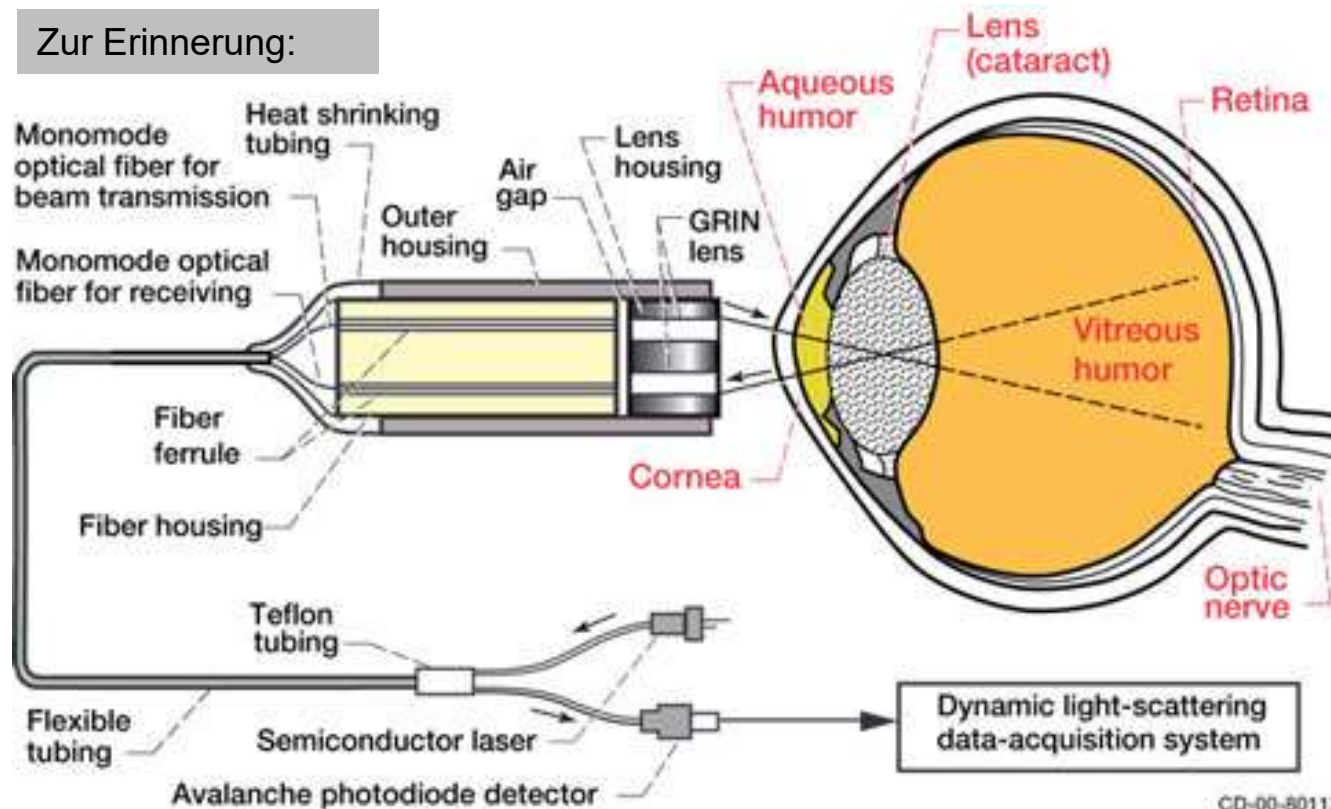
| Diffundierendes Teilchen (Molmasse) | Medium | D (m ² /s) |
|--|--------|----------------------------|
| H ₂ (2) | Luft | 6,4·10 ⁻⁵ |
| O ₂ (32) | Luft | 2·10 ⁻⁵ |
| CO ₂ (44) | Luft | 1,8·10 ⁻⁵ |
| H ₂ O (18) | Wasser | 2,2·10 ⁻⁹ |
| O ₂ (32) | Wasser | 1,9·10 ⁻⁹ |
| Glyzin (75) | Wasser | 0,9·10 ⁻⁹ |
| Serum Albumin (69 000) | Wasser | 6·10 ⁻¹¹ |
| Tropomiozin (93 000) | Wasser | 2,2·10 ⁻¹¹ |
| Tabakmosaik-virus (40 000 000) | Wasser | 4,6·10 ⁻¹² |

- Messung des Diffusionskoeffizienten:
eine Möglichkeit – dynamische Lichtstreuungsmessung



➡ D

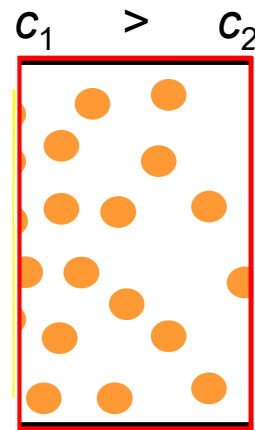
Zur Erinnerung:



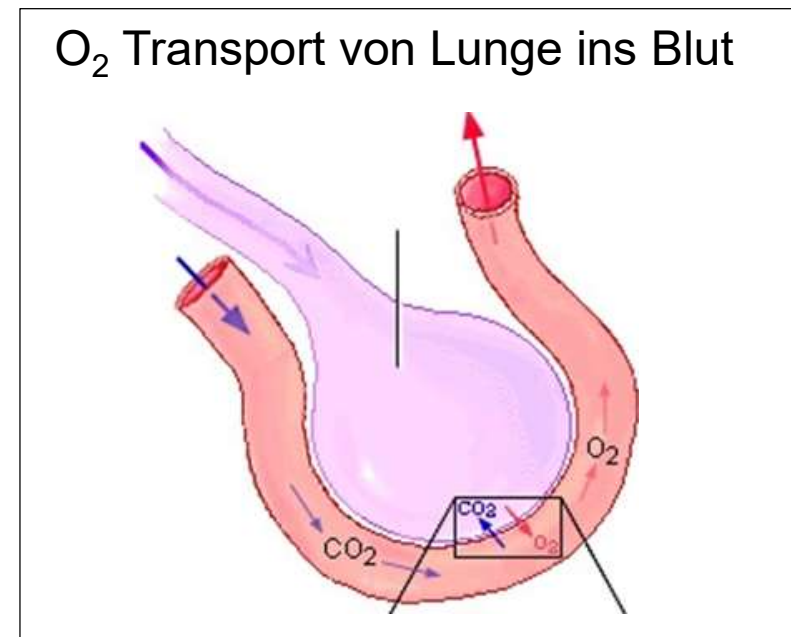
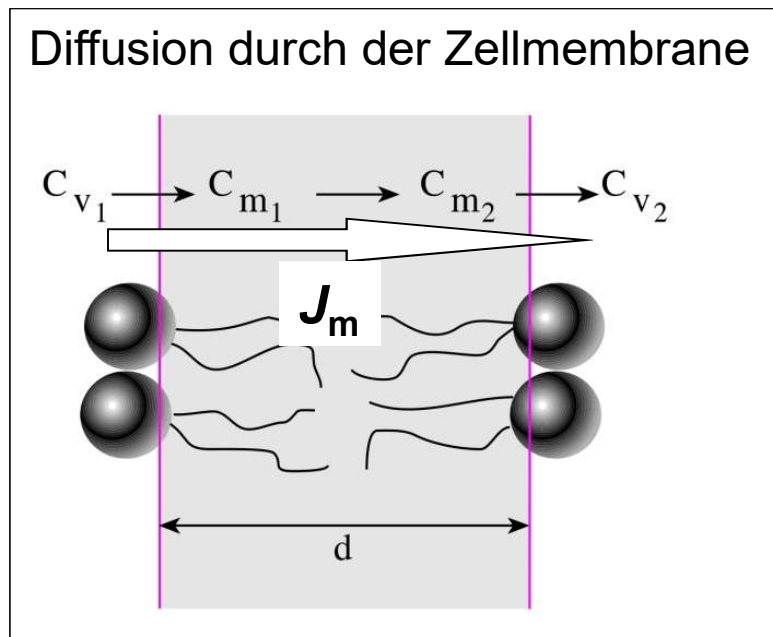
$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

↓
Teilchengröße

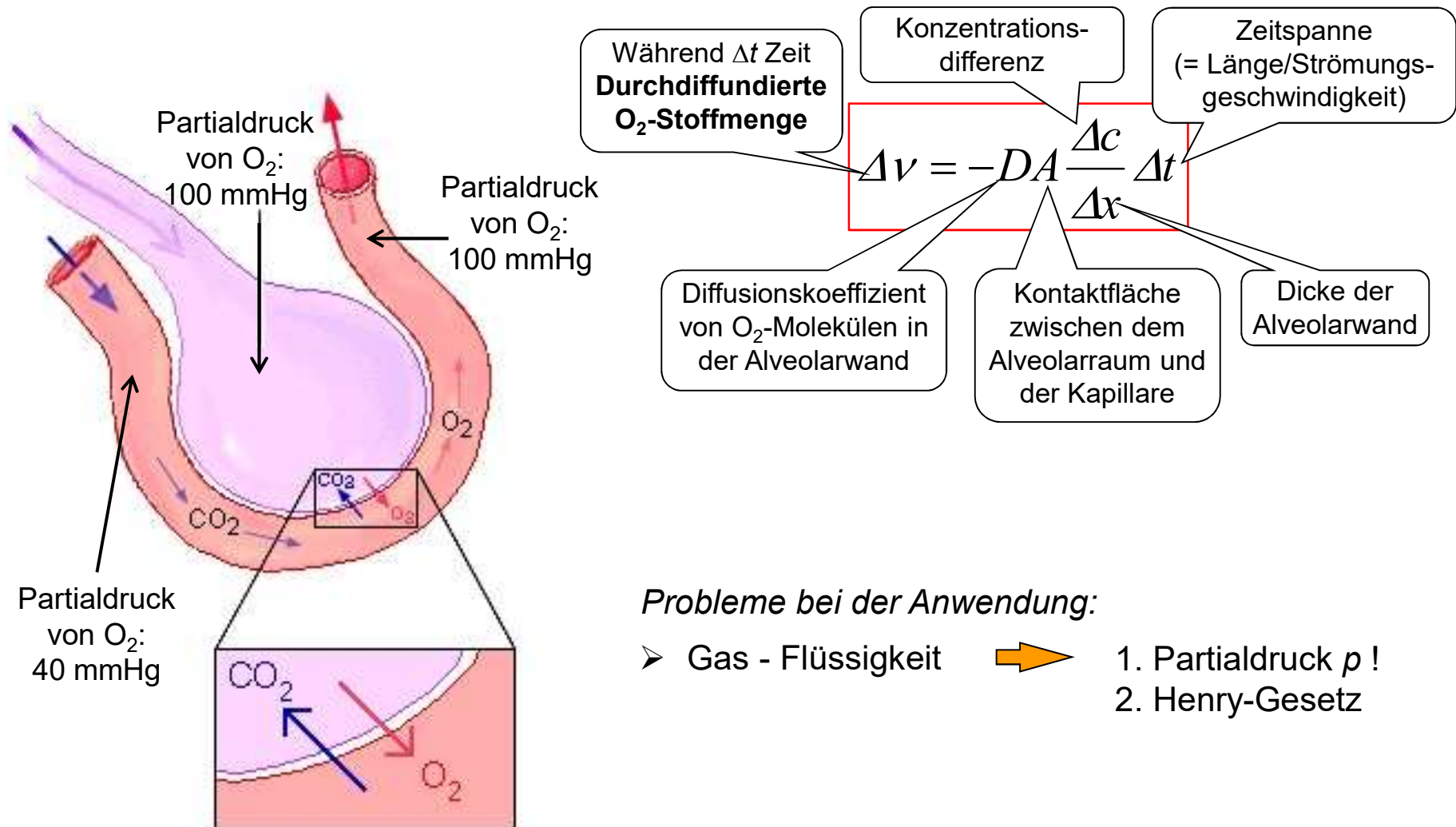
Stationäre Diffusion?



Zwei Beispiele, wo die Diffusion ist zu gute Annäherung stationär:



Anwendung des 1. Fickschen Gesetzes für O₂-Diffusion von Lunge ins Blut



Löslichkeit von Gasen in Flüssigkeiten

Henry-Gesetz:

$$c = k_H \cdot p$$

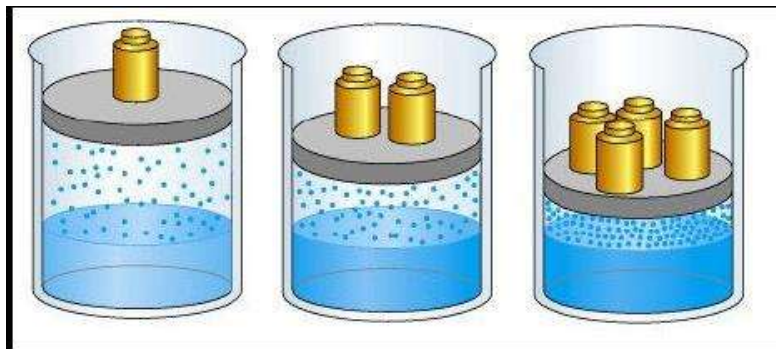
Konzentration in der Lösung

Partialdruck im Gas

Löslichkeitskoeffizient oder Henry-Konstante

Voraussetzungen:

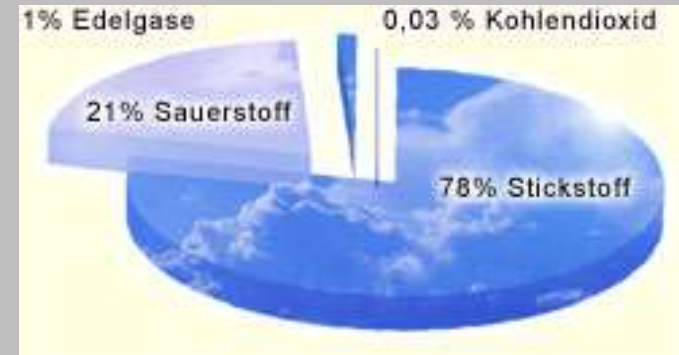
- Gleichgewicht
- Dünne Lösung
- Keine chemische Reaktion



z. B. bei 25°C:

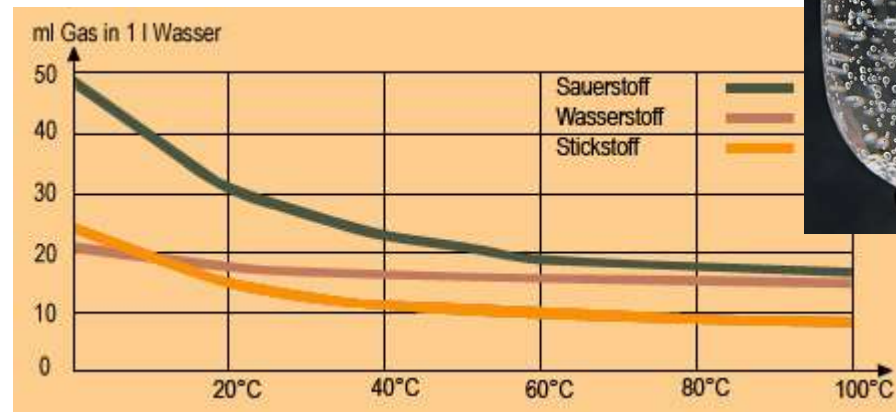
| Gas | $k_H \left(\frac{\text{mol}}{\text{l} \cdot \text{kPa}} \right)$ |
|-----------------|---|
| O ₂ | $1,26 \cdot 10^{-5}$ |
| N ₂ | $0,64 \cdot 10^{-5}$ |
| CO ₂ | $33,2 \cdot 10^{-5}$ |

Der Partialdruck entspricht dem Druck, den eine einzelne Gaskomponente eines Gasgemisches bei alleinigem Vorhandensein im betreffenden Volumen ausüben würde.



Gesamtdruck: $p = 101 \text{ kPa} = 760 \text{ mmHg}$, daraus der Partialdruck von O₂: $p_{\text{O}_2} = 21,2 \text{ kPa} = 160 \text{ mmHg}$

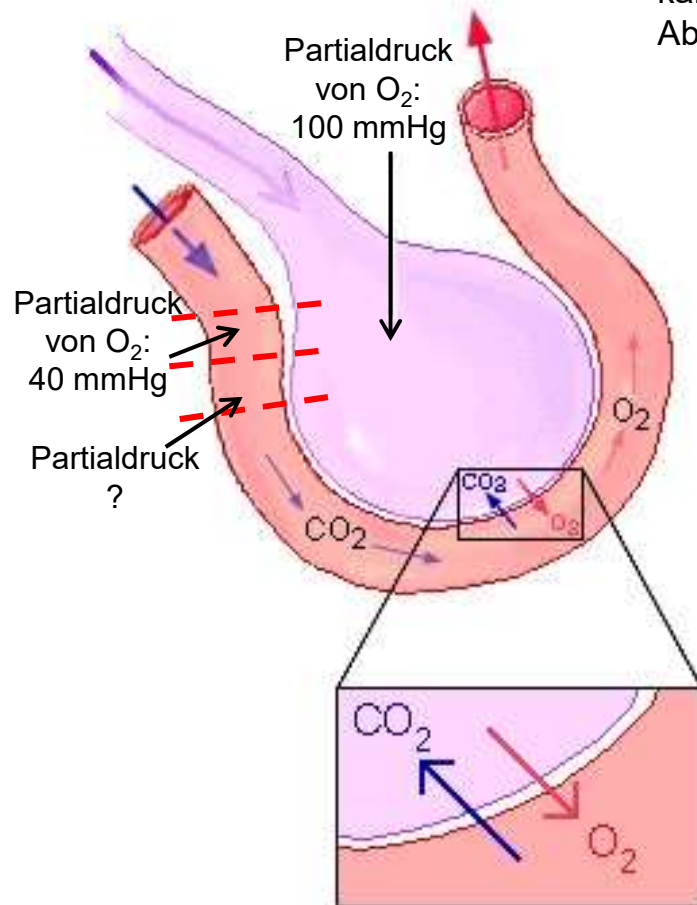
Temperaturabhängigkeit:



➤ Partialdruck im Blut wo?

Die Kapillare wird auf so kleine Abschnitte aufgeteilt, dass innerhalb eines Abschnittes der Partialdruck schon als konstant betrachtet werden kann. Das 1. Ficksche Gesetz wird dann für diese Abschnitte nacheinander verwendet.

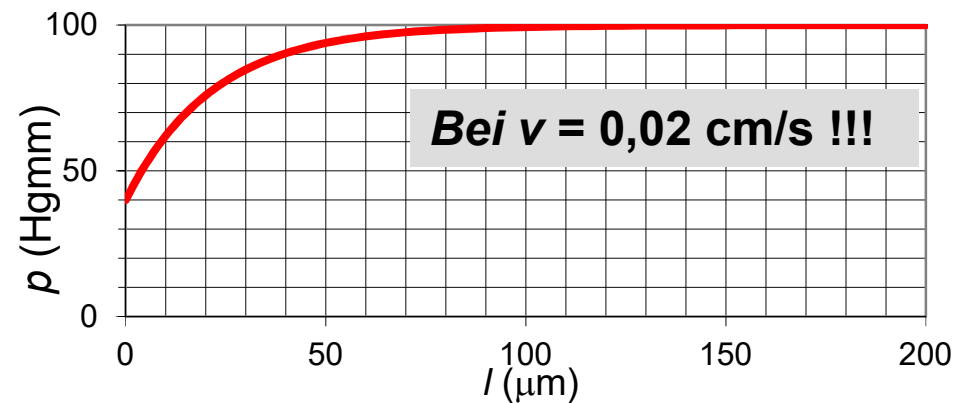
→ Excel



Bei welcher Blutgeschwindigkeit wird das Blut mit O₂ gesättigt?



O₂-Aufnahme in den Alveolarkapillaren



➤ Membran ≈ Wasser

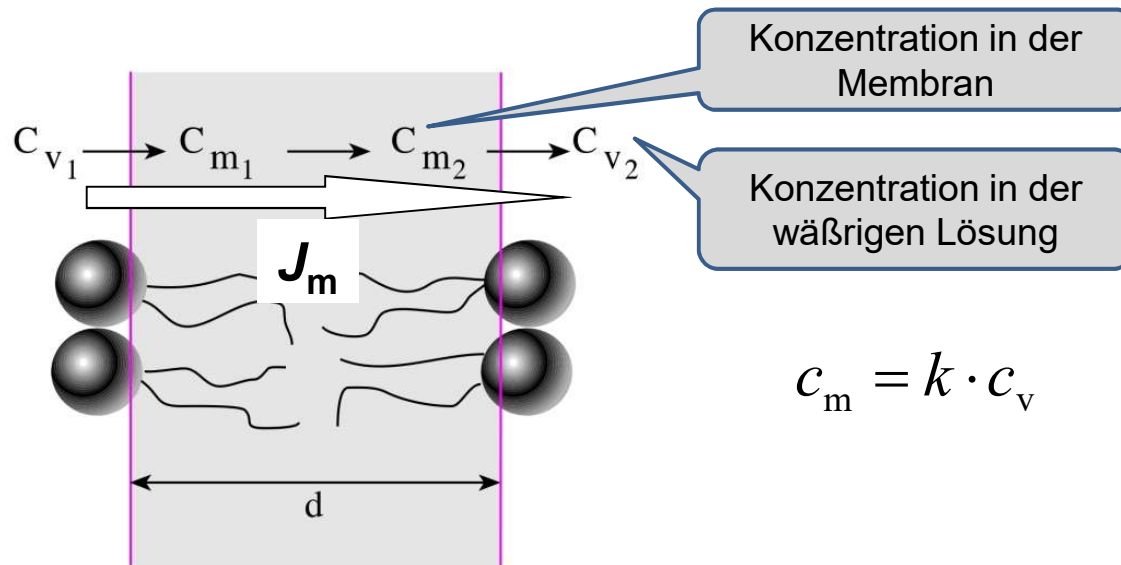
Kontinuitätsgleichung im Blutkreislauf

Zur Erinnerung



| Gefäß | Aorta | Arterien | Arteriolen | Kapillaren | Venolen | Venen | Hohlvenen |
|---------------------------|-------|----------|------------|------------|---------|-------|-----------|
| $A \text{ (cm}^2\text{)}$ | 4,5 | 20 | 400 | 4500 | 4000 | 40 | 18 |
| $v \text{ (cm/s)}$ | 23 | 5 | 0,25 | 0,022 | 0,025 | 2,5 | 6 |

■ Diffusion durch Membranen (passiver Transport)



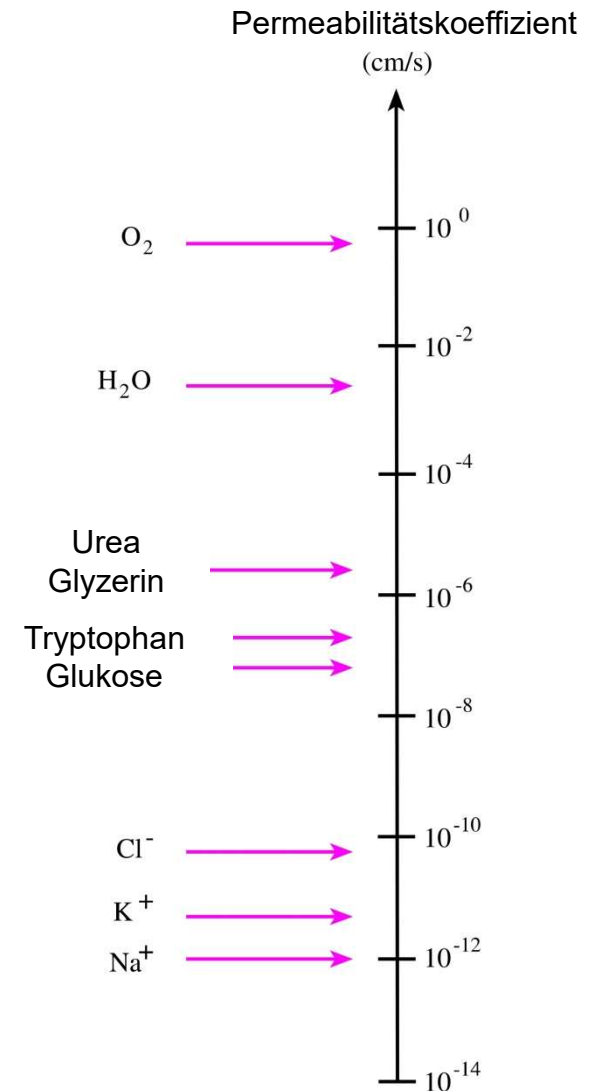
➤ 1. Ficksches Gesetz:

$$J_m = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{m2} - c_{m1}}{d} =$$

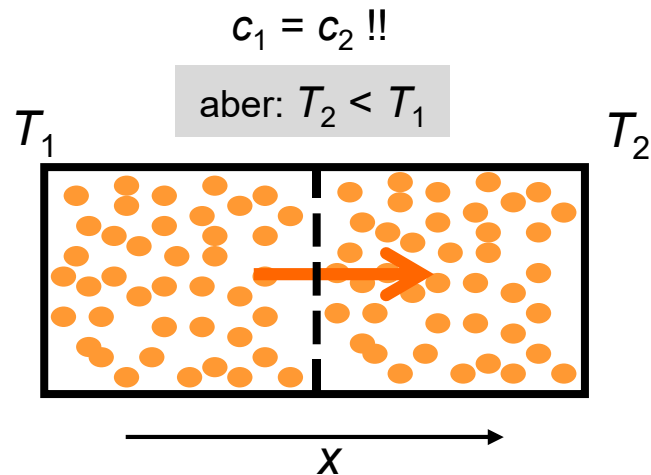
$$= -D \cdot k \cdot \frac{c_{v2} - c_{v1}}{d} = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

$$J_m = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)



- Diffusion in Falle des thermisches Nichtgleichgewichtes:



Temperaturinhomogenitäten können zur Diffusion führen.
Man braucht also zur allgemeineren Beschreibung der Diffusion statt der Konzentration eine Größe, die einerseits die Konzentration, andererseits aber auch die Temperatur enthält.

Konzentration (c) \Rightarrow chemisches Potenzial (μ)

chemisches Potenzial für Lösungen:

Referenzlösung



c_0

μ_0



c

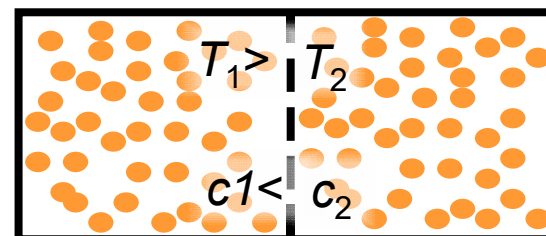
$\mu ?$

Normalpotenzial
als Bezugswert

$$\mu = \mu_0 + RT \ln \frac{c}{c_0} \quad [\mu] = \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

Die Triebkraft der Diffusion im Allgemeinen: $-\frac{\Delta\mu}{\Delta x}$

Endzustand der Diffusion (kein Stoffstrom)
beim thermischen Nichtgleichgewicht:



Analogie

| | Was wurde transportiert? | Stärke? | Was treibt den Transport? | Zusammenhang? |
|--------------------------|--------------------------|---|---|--|
| Volumen-transport | V | $J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$ | p | $J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$ |
| Stoff-transport | v | $J_v = \frac{\Delta v}{A \cdot \Delta t}$ | $\left[c \right]$ $\left(\mu \right)$ $\left(-\frac{\Delta \mu}{\Delta x} \right)$ | $J_v = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$ |
| | | | | |
| | | | | |

3. Das 2. Ficksche Gesetz: Allgemeine Beschreibung der Diffusion $c(x,t)$

$$D \frac{\Delta \left(\frac{\Delta c}{\Delta x} \right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$$

bisshen
anschaulichere Form

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

exakte
mathematische Form

- Partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung
- Lösung: die Funktion $c(x, t)$

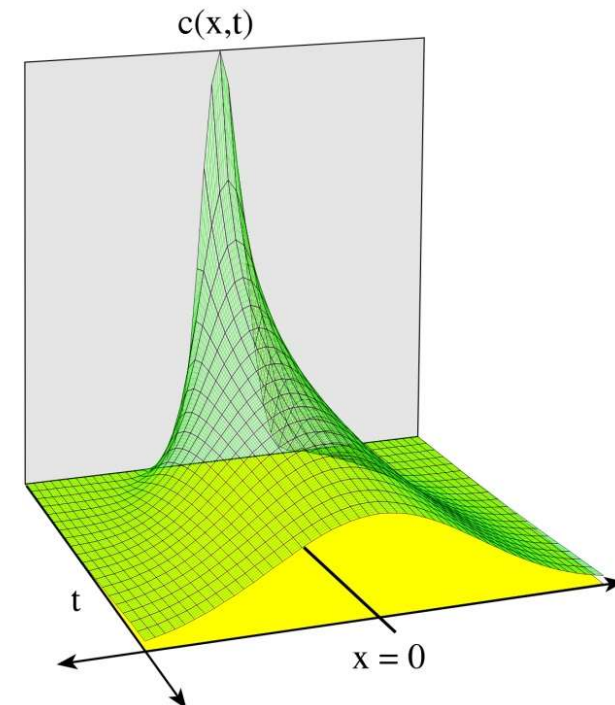
Beispiele für Lösungen:

➤ Für eindimensionale Diffusion:

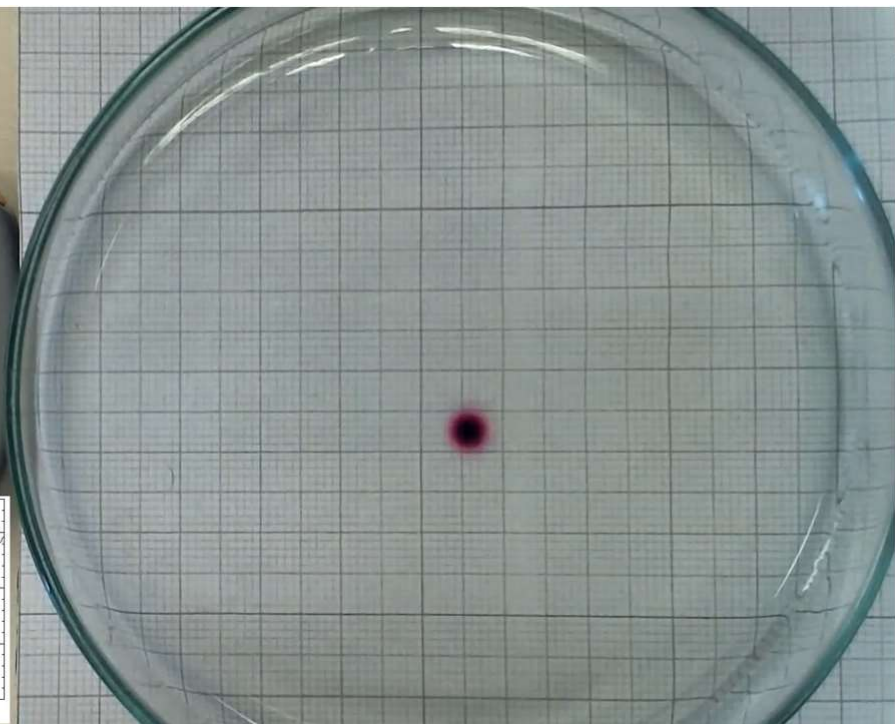
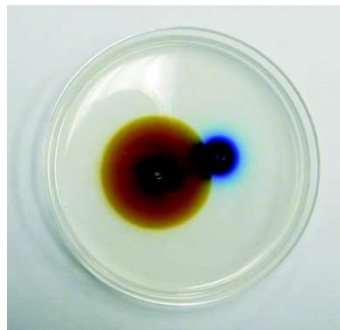
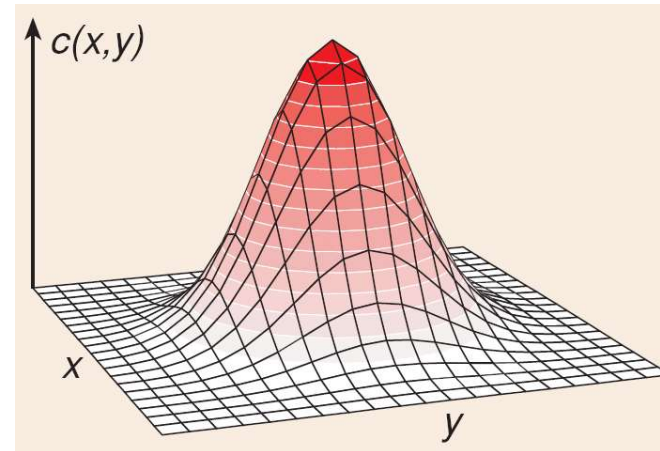
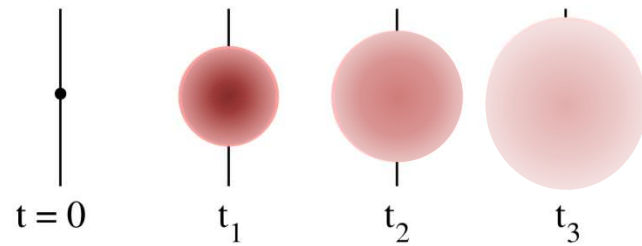
anim

$$c(x) = \frac{c_0 \Delta x}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}$$

$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$

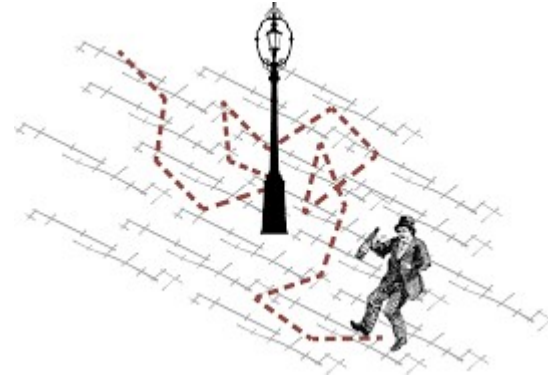
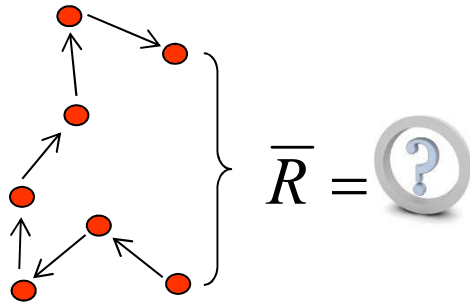
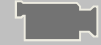


➤ Für zweidimensionale Diffusion:

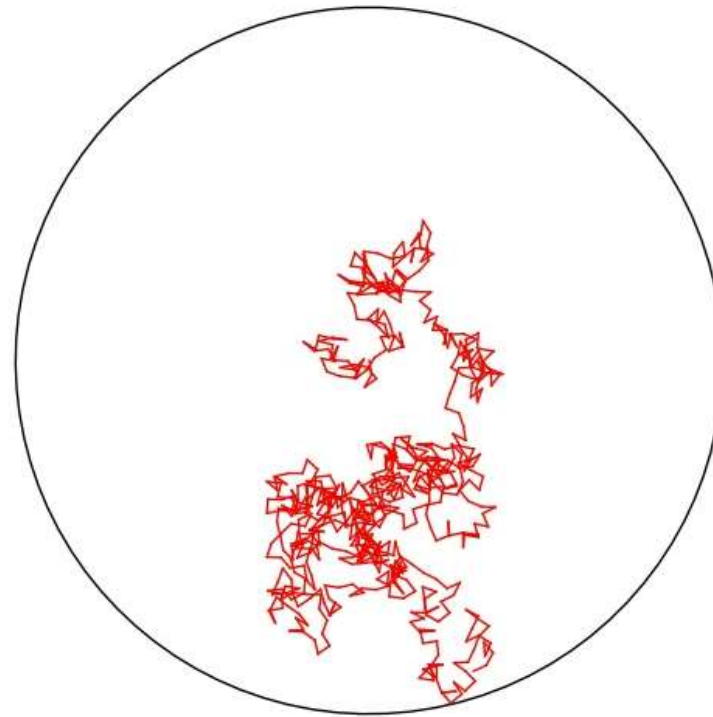


Siehe auch Praktikum!

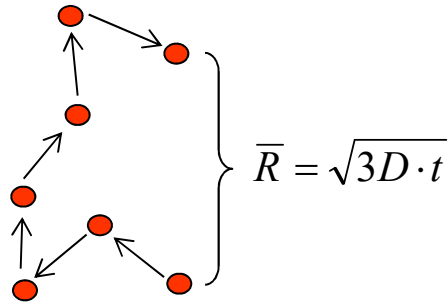
4. Diffusion als *Random Walk*



$$\bar{R} = \sqrt{3D \cdot t}$$

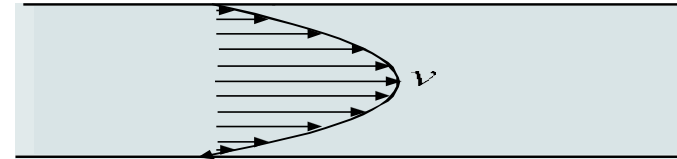


5. Welcher Transportprozess ist „schneller“ für O₂-Transport?



$$\bar{R} = \sqrt{3D \cdot t} \quad D = 2 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

| \bar{R} | t | Durchschnittliche Geschwindigkeit der Diffusion |
|------------------|-----|---|
| 1 μm | | |
| 30 μm | | |
| 1 cm | | |
| 1 m | | |

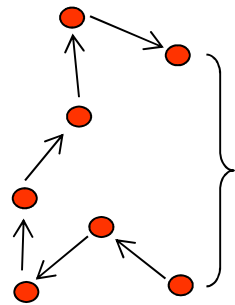


Geschwindigkeit der Blutströmung:

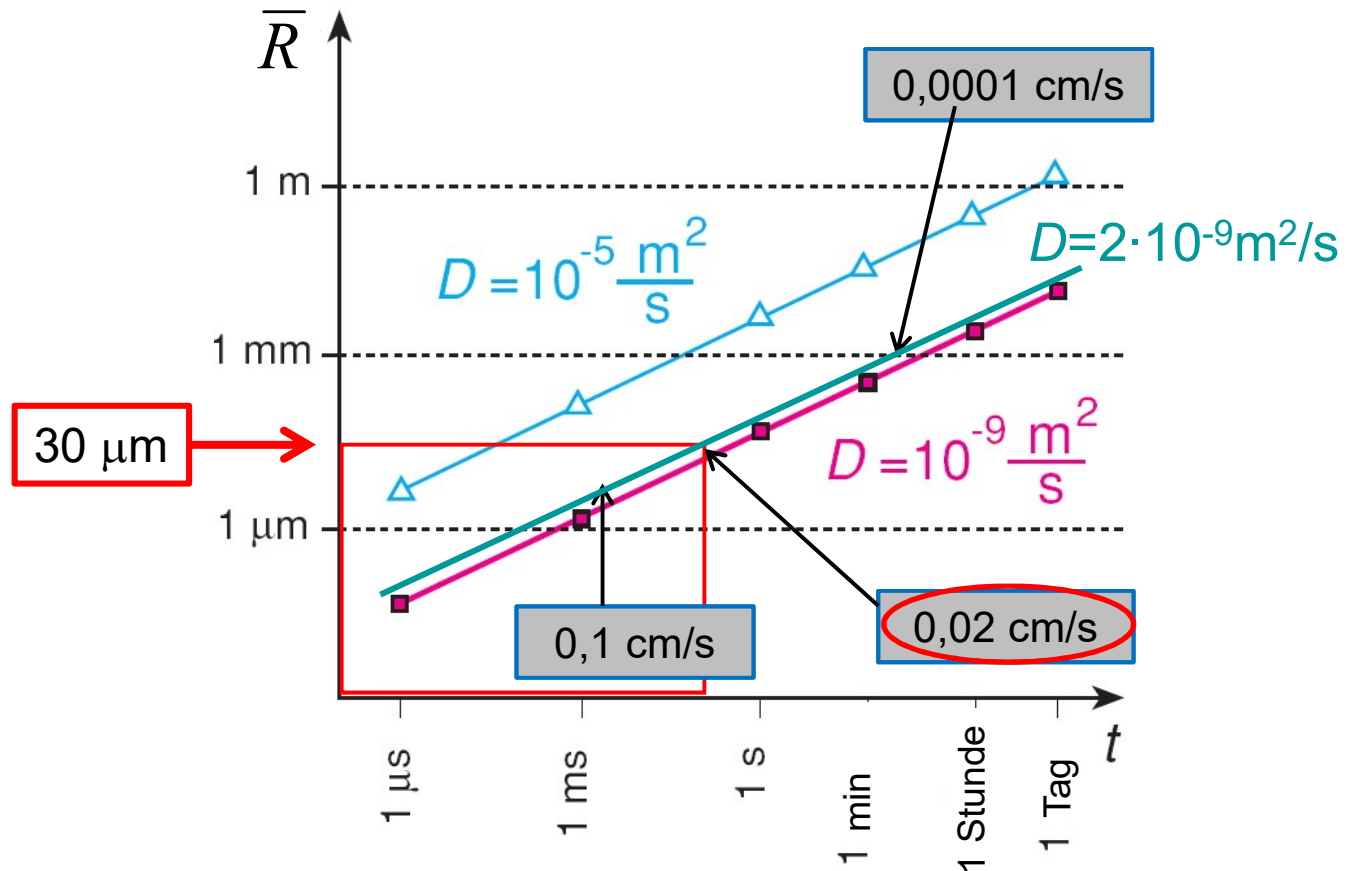
| Gefäß | Kapillaren |
|----------------------|------------|
| A (cm ²) | 4500 |
| v (cm/s) | 0,022 |

Zusammenfassend über die „Schnelligkeit“ der Diffusion

| Gefäß | Kapillaren |
|----------------------|------------|
| A (cm ²) | 4500 |
| v (cm/s) | 0,022 |

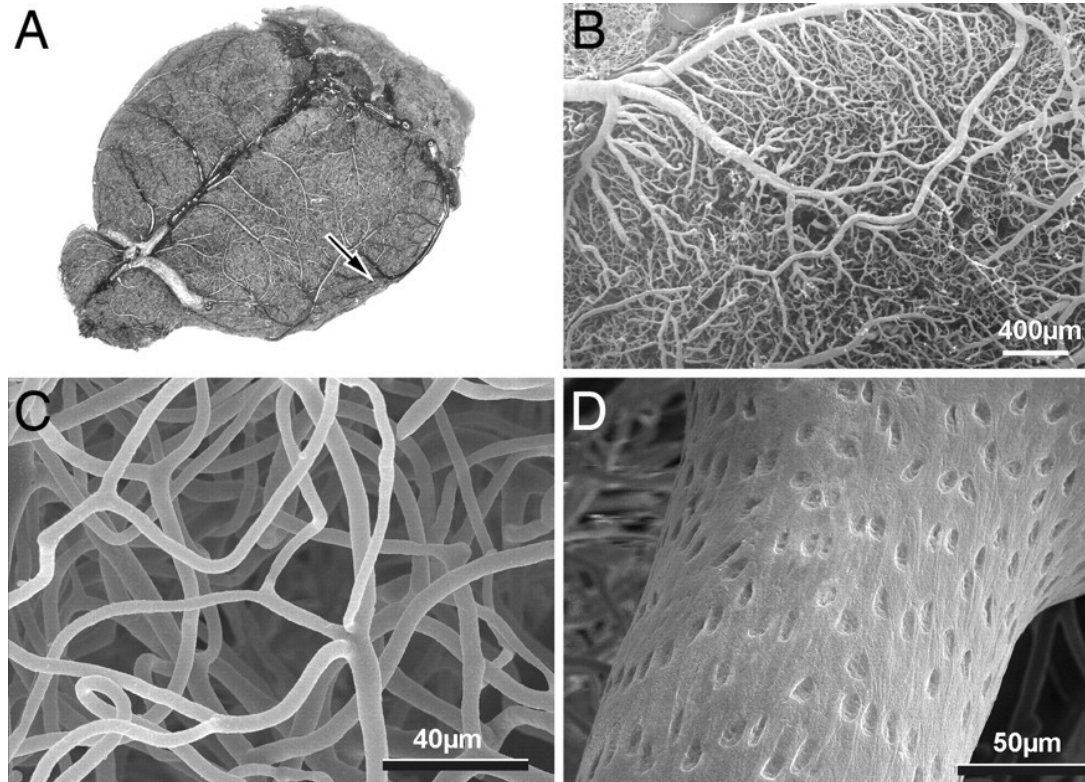


\bar{R}



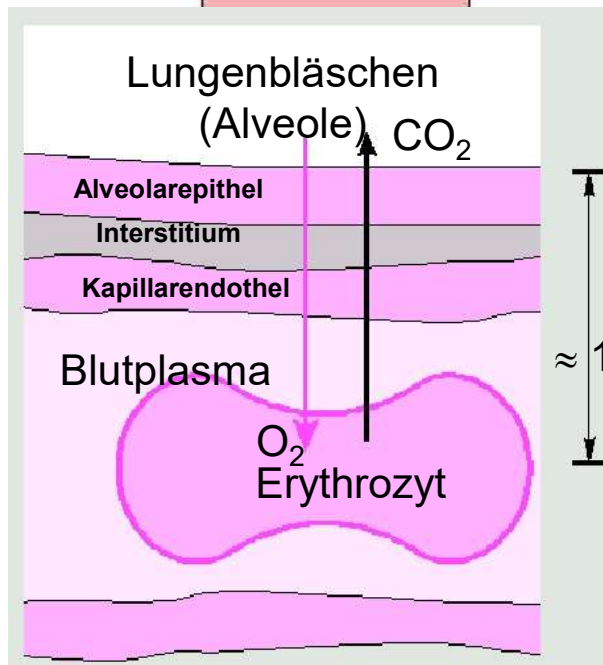
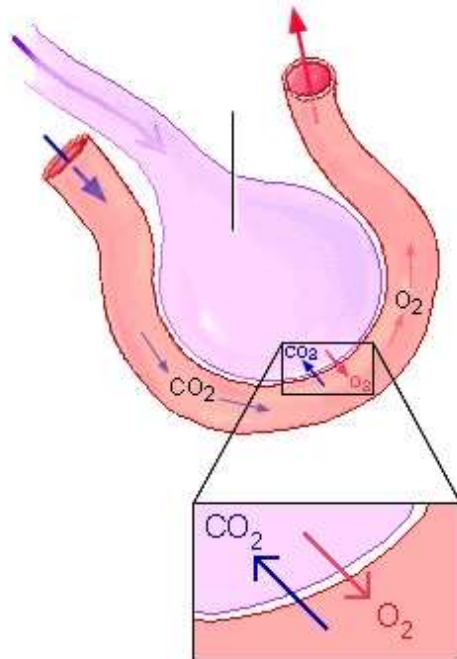
Welcher Transportprozess ist „schneller“ für O₂-Transport?

- bis 30 μm : Diffusion
- über 30 μm : Blutströmung

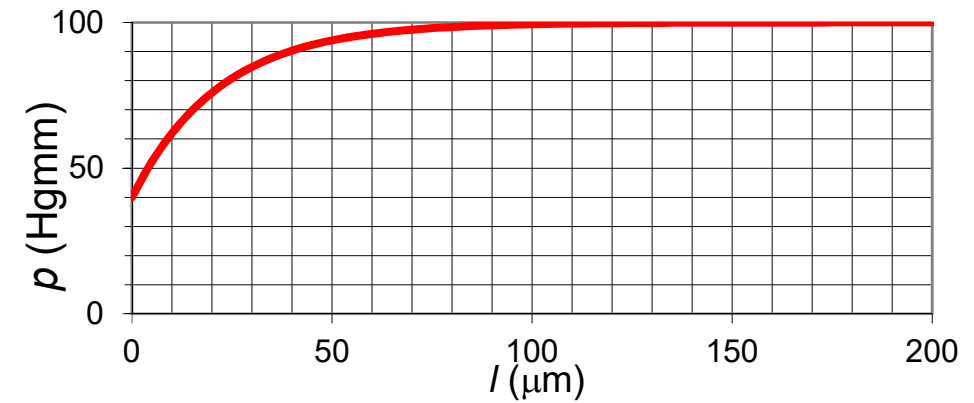


(C) SEM image of cortical capillaries. Capillary diameters range from 4 to 6 μm and intercapillary distances are $\approx 30 \mu\text{m}$.

- O₂-Diffusion Lunge-Blut als *Random Walk*



O₂ Aufnahme in den Alveolarkapillaren



➤ Random Walk:

Wie viel Zeit brauchen die O₂-Moleküle dazu im Durchschnitt?



$$\bar{R} = \sqrt{3D \cdot t}$$

D für O₂ im Wasser:

$$1,9 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s} \approx 2 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$