

AUFGABEN ZUR NORMALVERTEILUNG UND SCHÄTZUNG

1. In einem Land sei das Körpergewicht von Neugeborenen annäherungsweise gaußverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 3500$ g und der Streuung $\sigma = 500$ g.
 - a) Wieviel Prozent der Neugeborenen wiegen zwischen 3000 g und 4000 g?
 - b) Wieviel Prozent der Neugeborenen wiegen weniger als 2000 g?
 - c) Für welches Körpergewicht x gilt, dass 2,5% der Neugeborenen mehr als x wiegen?
2. Die maximale Höhe einer Pflanze sei normalverteilt mit Erwartungswert 30 cm und Streuung 5 cm.
 - a) Wie viel Prozent dieser Pflanzen erreichen eine Höhe zwischen 20 und 40 cm?
 - b) Wie viel Prozent dieser Pflanzen erreichen eine Höhe von mindestens 20 cm?
 - c) Wie viel Prozent dieser Pflanzen erreichen eine Höhe von höchstens 20 cm?
3. Erwartungswert und Streuung der Blutzuckerkonzentration (von gesunden Menschen) sind: 4,7 mmol/l, bzw. 0,4 mmol/l.
 - a) In welchem Bereich wird der Mittelwert von zwei zufällig ausgewählten gesunden Menschen mit 95% Wahrscheinlichkeit liegen?
 - b) In welchem Bereich wird der Mittelwert von 100 zufällig ausgewählten gesunden Menschen mit 95% Wahrscheinlichkeit liegen?
 - c) In welchem Bereich wird der Mittelwert von 1600 zufällig ausgewählten gesunden Menschen mit 95% Wahrscheinlichkeit liegen?
4. Die (theoretische) Streuung der Hämoglobinkonzentration von gesunden Frauen beträgt 0,6 mmol/l. In einer Stichprobe ($n = 9$) von gesunden Frauen erhält man den Durchschnittswert von 8,1 mmol/l. Schätzen Sie den Erwartungswert aufgrund dieser Daten
 - a) mit 68%iger Wahrscheinlichkeit;
 - b) mit 95%iger Wahrscheinlichkeit;
 - c) mit 99,7%iger Wahrscheinlichkeit.
5. Setzen wir voraus, dass man den Durchschnittswert in der vorigen Aufgabe nicht aus 9 Daten, sondern aus 3600 Daten gewonnen hat. Schätzen Sie den Erwartungswert mit 99,7%iger Wahrscheinlichkeit.
6. In einer Stichprobe ($n = 4$) von Pulszahlwerten ist der Mittelwert der Daten 74 1/min und die Standardabweichung 8 1/min.
 - a) Bestimmen Sie den Standardfehler.
 - b) Schätzen Sie den Erwartungswert der Pulszahl aufgrund der Stichprobe mit 95%iger Wahrscheinlichkeit. (Berücksichtigen Sie, dass die Stichprobe sehr klein ist!)
 - c) Schätzen Sie den Erwartungswert der Pulszahl aufgrund der Stichprobe mit 99%iger Wahrscheinlichkeit. (Berücksichtigen Sie, dass die Stichprobe sehr klein ist!)
7. Setzen wir voraus, dass man in einer größeren Stichprobe ($n = 16$) von Pulszahlwerten den Mittelwert von 74 1/min und die Standardabweichung 16 1/min erhält. Wo liegt der Erwartungswert der Pulszahl aufgrund dieser Stichprobe mit 99%iger Wahrscheinlichkeit? (Berücksichtigen Sie, dass die Stichprobe sehr klein ist!)
8. In einer ausreichend großen Stichprobe ($n = 6\,400$) ist der Mittelwert von Pulszahlwerten 74 1/min und die Standardabweichung 16 1/min. Wo liegt der Erwartungswert der Pulszahl aufgrund dieser Stichprobe mit
 - a) 95%iger Wahrscheinlichkeit
 - b) 99,7%iger Wahrscheinlichkeit?

AUFGABEN ZUR NORMALVERTEILUNG UND SCHÄTZUNG

1. a) 68%
b) 0,1%
c) 4500 g
2. a) 95%
b) 97,5%
c) 2,5%
3. a) $(4,7 \pm 0,57)$ mmol/l, d.h. zwischen 4,13 mmol/l und 5,27 mmol/l
b) $(4,7 \pm 0,08)$ mmol/l, d.h. zwischen 4,62 mmol/l und 4,78 mmol/l
c) $(4,7 \pm 0,02)$ mmol/l, d.h. zwischen 4,68 mmol/l und 4,72 mmol/l
4. a) Der Erwartungswert liegt mit 68%iger Wahrscheinlichkeit in dem Bereich $(8,1 \pm 0,2)$ mmol/l, d.h. zwischen 7,9 mmol/l und 8,3 mmol/l.
b) Der Erwartungswert liegt mit 95%iger Wahrscheinlichkeit in dem Bereich $(8,1 \pm 0,4)$ mmol/l, d.h. zwischen 7,7 mmol/l und 8,5 mmol/l.
c) Der Erwartungswert liegt mit 99,7%iger Wahrscheinlichkeit in dem Bereich $(8,1 \pm 0,6)$ mmol/l, d.h. zwischen 7,5 mmol/l und 8,7 mmol/l.
5. Der Erwartungswert liegt mit 99,7%iger Wahrscheinlichkeit in dem Bereich $(8,1 \pm 0,03)$ mmol/l, d.h. zwischen 8,07 mmol/l und 8,13 mmol/l.
6. a) 4 1/min
b) Der Erwartungswert liegt mit 95%iger Wahrscheinlichkeit in dem Bereich $(74 \pm 3,18 \cdot 4)$ 1/min = $(74 \pm 12,5)$ 1/min, d.h. zwischen 61,5 1/min und 86,5 mmol/l.
c) Der Erwartungswert liegt mit 99%iger Wahrscheinlichkeit in dem Bereich $(74 \pm 5,84 \cdot 4)$ 1/min = $(74 \pm 23,4)$ 1/min, d.h. zwischen 50,6 1/min und 97,4 mmol/l.
7. Der Erwartungswert liegt mit 99%iger Wahrscheinlichkeit in dem Bereich $(74 \pm 2,95 \cdot 4)$ 1/min = $(74 \pm 11,8)$ 1/min, d.h. zwischen 62,2 1/min und 85,8 mmol/l.
8. a) Der Erwartungswert liegt mit 95%iger Wahrscheinlichkeit in dem Bereich $(74 \pm 2 \cdot 0,2)$ 1/min, d.h. zwischen 73,6 1/min und 74,4 mmol/l.
b) Der Erwartungswert liegt mit 99,7%iger Wahrscheinlichkeit in dem Bereich $(74 \pm 3 \cdot 0,2)$ 1/min, d.h. zwischen 73,4 1/min und 74,6 mmol/l.