

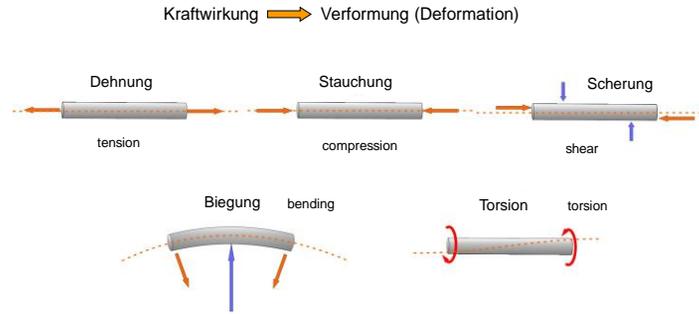


Physikalische Grundlagen der zahnärztlichen Materialkunde
7.

Mechanische Eigenschaften 1.

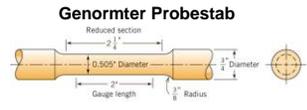
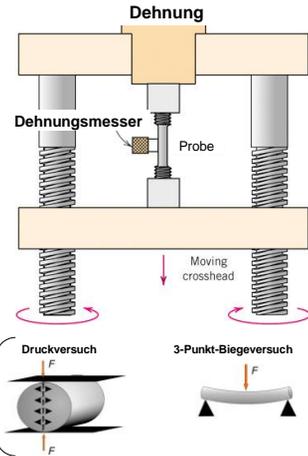
1

Deformationen (Verformungen)



2

Test (Zugversuch)



Spannung (σ):

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad [\sigma] = \frac{N}{m^2} = Pa$$

Technische (nominelle) Spannung!
⇒ Innere Spannungen!

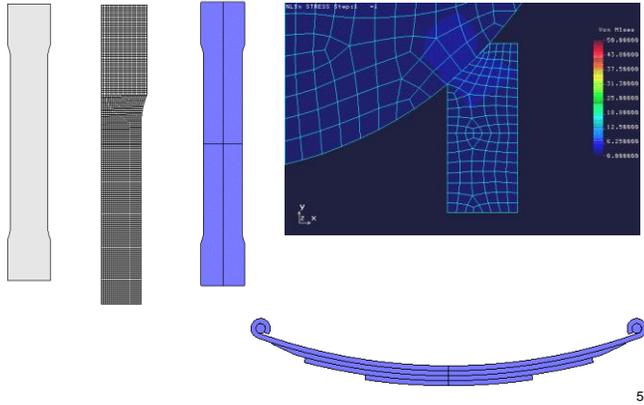
3

Untersuchung der Spannungsverteilung

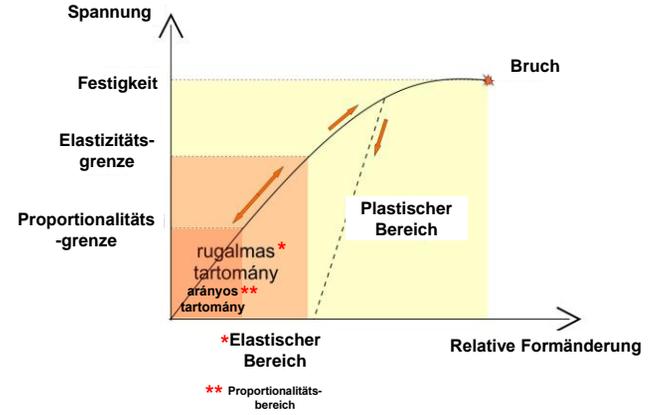
- experimentell: Spannungsoptik

4

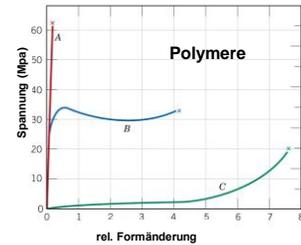
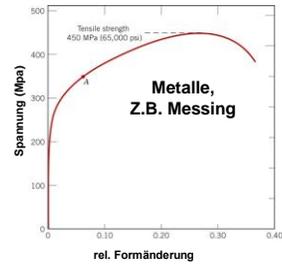
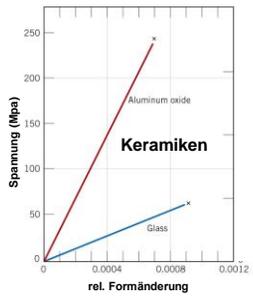
- **rechnerisch:** Finite-Elemente-Methode (finite element method)



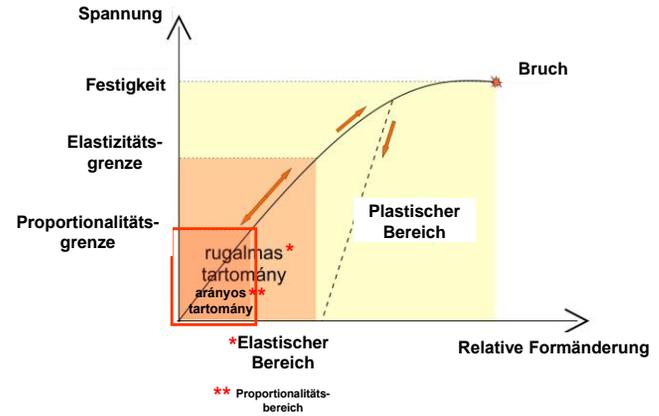
Belastungsdiagramm



Beispiele:



Belastungsdiagramm



Elastische Verformung (Proportionalitätsbereich)

- Dehnung/Stauchung

Relative Formänderung → relative Längenänderung:

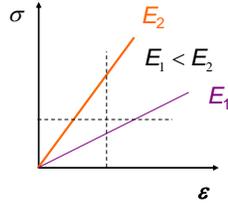
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad [\varepsilon] = 1$$

Hookesches Gesetz:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

E — **Elastizitätsmodul** (youngsches Modul)

$[E] = \text{Pa}$



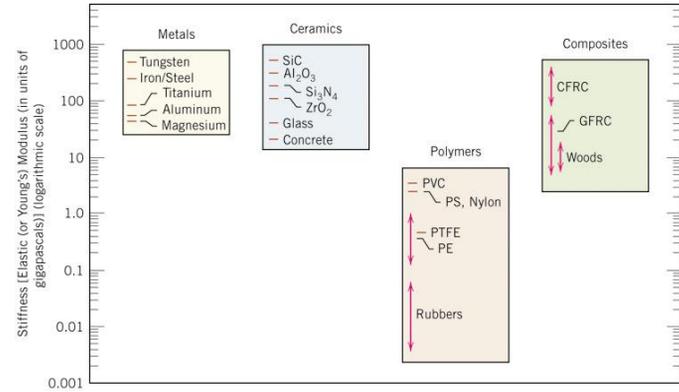
E — Widerstand gegen Verlängerung,
„**Steifigkeit eines Stoffes**“

$1/E$ — Fähigkeit für Verlängerung,
„**Elastizität, Nachgiebigkeit eines Stoffes**“

Spannungs-Dehnungs-Diagramm

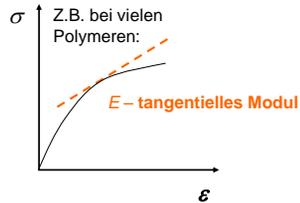
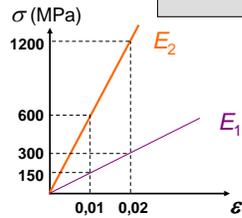
9

Elastizitätsmodul



10

Beispiel:

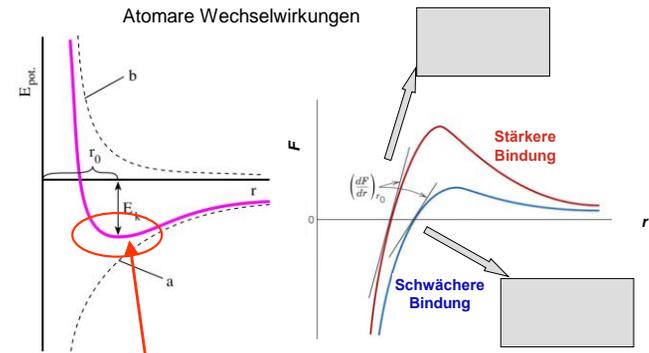


Einige Elastizitätsmodulwerte:

Material	E (GPa)
Zahnschmelz	≈ 100
Dentin	≈ 15
Stahl	200-230
Amalgam	50-60
Gold	79
Goldlegierungen	75-110
Pd-Ag-Legierungen	100-120
Co-Cr-Legierungen	120-220
Ni-Cr-Legierungen	140-190
Glas	60-90
Keramiken	60-130
Porzellan	60-110
PMMA (Polymethylmethacrylat)	2,4-3,8
Silikon	≈ 0,0003

11

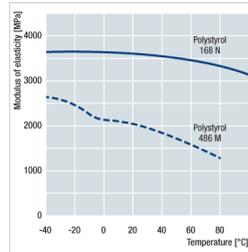
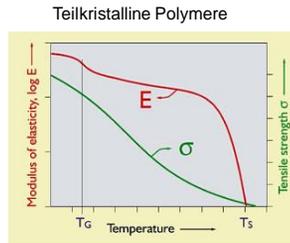
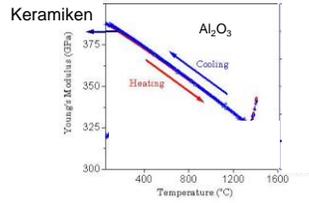
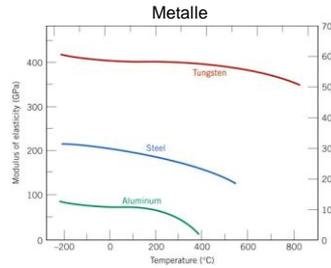
Zur Erinnerung:



Nahezu parabolisches Profil → lineares Kraftgesetz

12

Bei Erwärmung:



13

Steifigkeit



$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

Materialkoeffizient!
„Steifigkeit des Materials“

$$F = E \cdot \frac{A_0}{l_0} \Delta l = D \Delta l$$

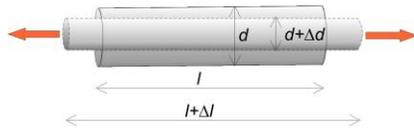
Körpereigenschaft
(Material + Geometrie)!
Steifigkeit
(Dehnsteifigkeit)

„Steifigkeit des Materials“ : die zur einheitlichen relativen Längenänderung notwendige Spannung

Steifigkeit: die zur einheitlichen absoluten Längenänderung notwendige Kraft

14

Querkontraktion/dehnung:



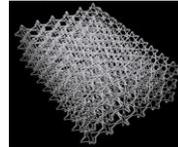
$$\frac{\Delta d}{d} = -\mu \frac{\Delta l}{l}$$

μ — Poisson-Zahl [μ] = 1
(Querkontraktionszahl, Querdehnungszahl)

Z.B.

Material	μ
Zahnschmelz	0,33
Dentin	0,31
Amalgam	0,31
PDL	0,45
Polymere	0,40–0,50

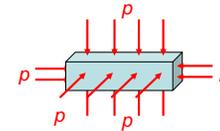
Auxetische Materialien
(negative Poisson-Zahl):



Elastische Formänderungen von homogenen isotropen Materialien sind durch E und μ völlig bestimmt.

15

Kompression



$$p = \frac{E}{3(1-2\mu)} \frac{\Delta V}{V}$$

K: Kompressionsmodul (Pa)

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{3(1-2\mu)}{E} p$$

κ: Kompressibilität (1/Pa)

Material	κ (1/GPa)
Luft	7650
Wasser	0,45
Aluminium	0,009

16

• Biegung

„Biegung = Dehnung + Stauchung“

Neutrale Fläche

Dehnung

Stauchung

$F = 3E \cdot \frac{\theta}{l^3} \cdot s$ θ – Flächenträgheitsmoment

Querschnitt:

Kreis R $\theta = \frac{\pi}{4} \cdot R^4$

Kreisring R_1, R_2 $\theta = \frac{\pi}{4} \cdot (R_2^4 - R_1^4)$

Rechteck a, b $\theta = \frac{1}{12} ab^3$

Biegesteifigkeit

17

3-Punkt-Biegeversuch

Querschnitt

$\sigma = \frac{Mc}{I}$

M = Biegemoment
 c = Abstand neutrale Fläche-Rand
 I = Flächenträgheitsmoment
 F = Kraft

Querschnitt	M	c	I	σ
Rechteck	$\frac{FL}{4}$	$\frac{d}{2}$	$\frac{bd^3}{12}$	$\frac{3FL}{2bd^2}$
Kreis	$\frac{FL}{4}$	R	$\frac{\pi R^4}{4}$	$\frac{FL}{\pi R^3}$

Stress ZZ

10.0
5.0
0.0
-5.0
-10.0

18

• Scherung

$\sigma = G\gamma$

$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ Schubmodul

19

• Torsion

$M = G \frac{r^4 \pi}{2l} \phi$

Compression

Tension

20

Zusammenfassung:

Hookesches Gesetz:

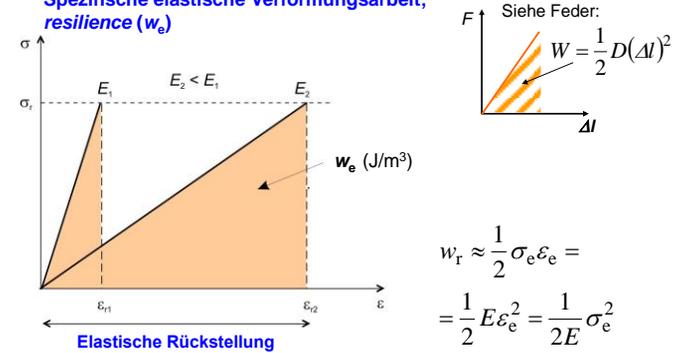
	Für Stoff	Für Körper
• Dehnung/Stauchung	$\sigma = E \cdot \varepsilon$	$F = E \cdot \frac{A}{l} \Delta l$
• Scherung	$\sigma = G \gamma$	$F = 2G \cdot \frac{A}{L^3} \cdot \Delta L$
• Biegung		$F = 3E \cdot \frac{\Theta}{l^3} \cdot s$
• Torsion		$M = G \frac{r^4 \pi}{2l} \phi$

E — Elastizitätsmodul [E] = Pa	ϕ — Flächenträgheitsmoment
μ — Poisson-Zahl [μ] = 1	
G — Schubmodul [G] = Pa	$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$

21

Elastische Verformung (bis zur Elastizitätsgrenze)

Spezifische elastische Verformungsarbeit; resilience (w_e)



22

Elastische Arbeit (Energie):

	Für Stoff	Für Körper
• Dehnung/Stauchung	$w_r = \frac{1}{2} E \cdot \varepsilon^2$	$W_r = \frac{1}{2} E \cdot \frac{A}{l} \Delta l^2$
• Biegung		$W_r = \frac{1}{2} 3E \cdot \frac{\Theta}{l^3} \cdot s^2$

Bemerkung: „elastisch“ =

- kleines E (großes $1/E$)
- große elastische Rückstellung
- große spez. el. Verformungsarbeit

23

Hausaufgaben

- Ein metallischer Faden mit einem kreisförmigen Querschnitt ($r = 1$ mm) wird mit einer Kraft von 650 N belastet. Berechnen Sie
 - die Nennspannung,
 - die Nennspannung und die tatsächliche Spannung, wenn sich der Faden bei der gegebenen Belastung auf eine Querschnittsfläche von 2,9 mm² verjüngt.
- Ein Gewicht der Masse 7 kg wird auf einen Faden des Querschnitts 3,5 mm² gehängt. Was ist die Nennspannung in kg/mm²-Einheit und in Pa-Einheit?
- Ein zylindrischer PMMA-Stab (Länge: 5 cm, Durchmesser: 5 mm) wird in der Längsachse mit einer Kraft von 50 N zusammengedrückt. Die „Steifigkeit“ von PMMA beträgt 3 GPa.
 - Um wie viel % wird der Stab gestaucht?
 - Wie lang wird der Stab?
- Wie groß ist die Drucksteifigkeit eines PMMA-Stabes der Länge 30 cm, und der Querschnittsfläche 2 cm²?
- Ein zylindrischer Stab (Länge: 20 cm, Radius: 3 cm) von Silikonummi wird in der Längsachse mit einer Kraft von 300 N gestaucht. Der Young-Modul von Silikonummi beträgt 2 MPa, seine Poisson-Zahl ist 0,48. Berechnen Sie im Prozentsatz
 - die Stauchung des Körpers,
 - die relative Änderung des Radius,
 - die relative Änderung der Querschnittsfläche.

Lösungen:
 4.1. – a) 207 MPa; b) 207 MPa, bzw. 224 MPa
 4.2. – 2 kg/mm², bzw. 19,6 MPa
 4.6. – a) 2,12%; b) 4,89 cm
 4.9. – 2 · 10⁶ N/m
 4.11. – a) -5,31%; b) 2,55%; d) 5,17%

24