

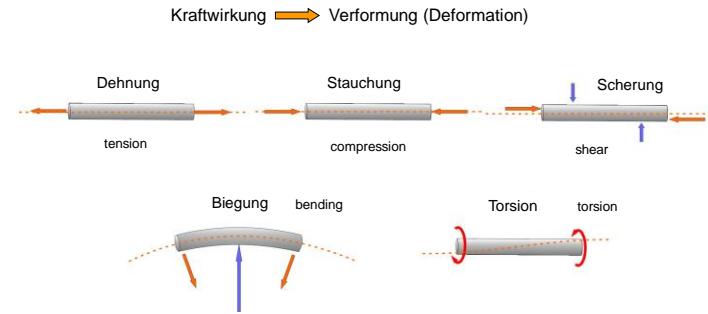


## Physikalische Grundlagen der zahnärztlichen Materialkunde 7.

Mechanische Eigenschaften 1.

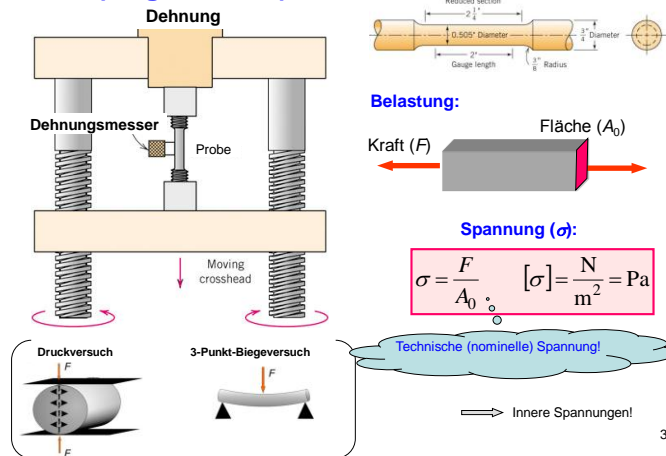
1

## Deformationen (Verformungen)



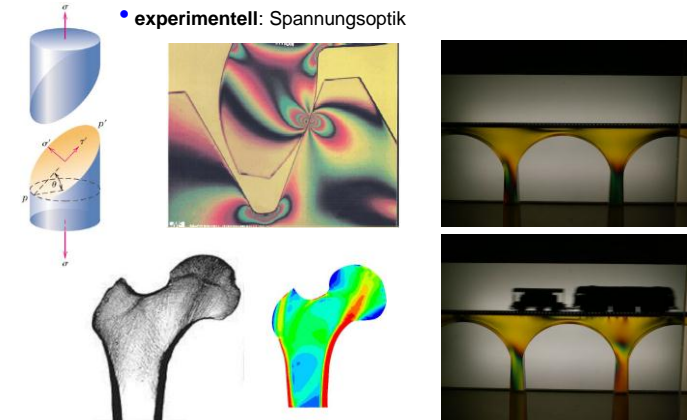
2

## Test (Zugversuch)



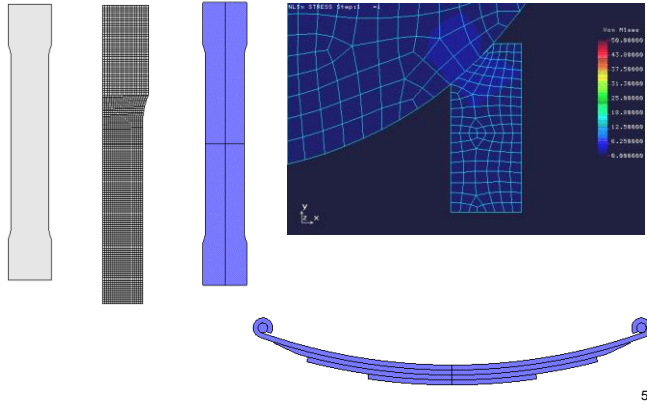
3

## Untersuchung der Spannungsverteilung



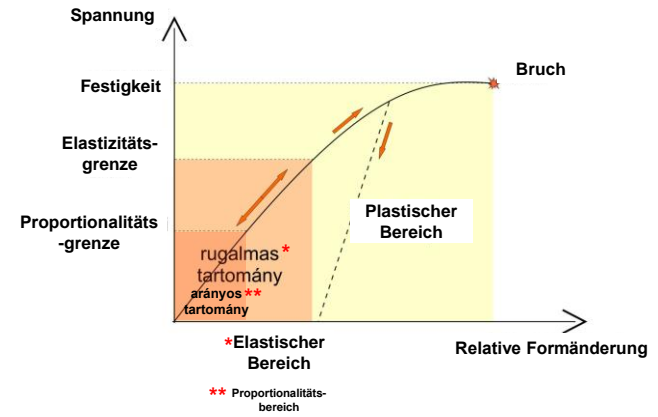
4

- **rechnerisch:** Finite-Elemente-Methode (finite element method)



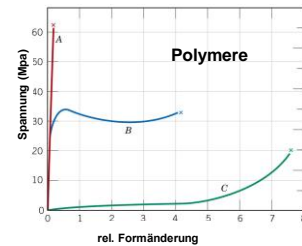
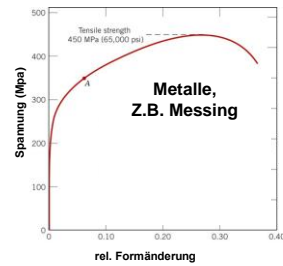
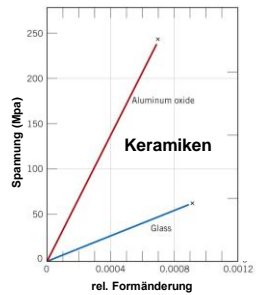
5

## Belastungsdiagramm



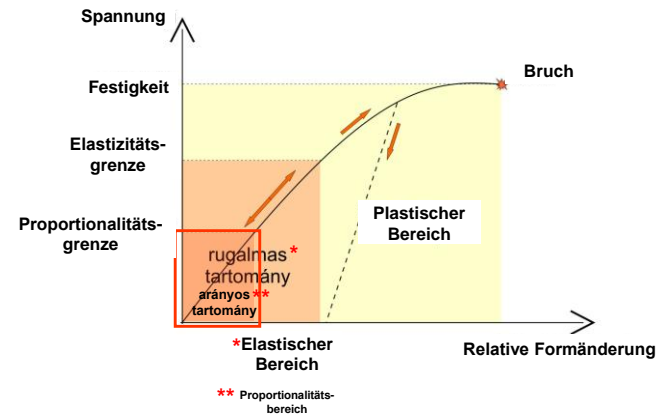
6

Beispiele:



7

## Belastungsdiagramm



8

## Elastische Verformung (Proportionalitätsbereich)

- Dehnung/Stauchung

Relative Formänderung → relative Längenänderung:

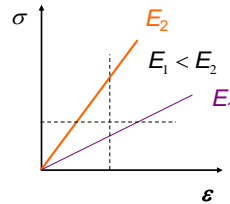
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad [\varepsilon] = 1$$

Hookesches Gesetz:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$E$  — **Elastizitätsmodul** (youngsches Modul)

$[E] = \text{Pa}$

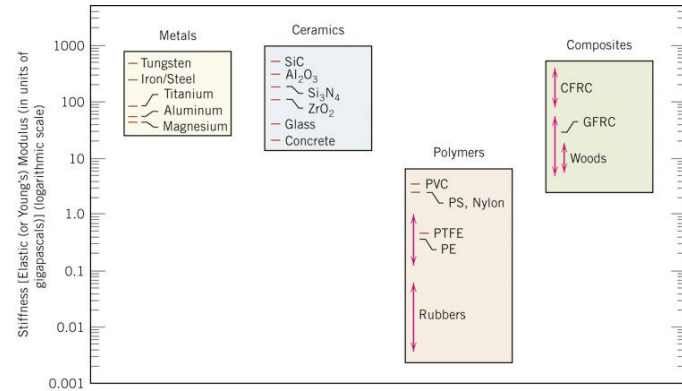


$E$  — Widerstand gegen Verlängerung,  
„**Steifigkeit eines Stoffes**“

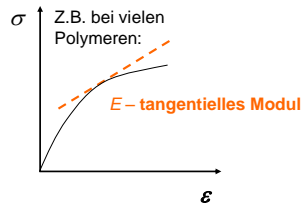
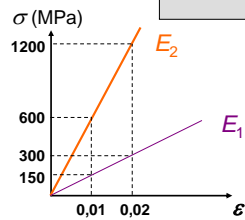
$1/E$  — Fähigkeit für Verlängerung,  
„**Elastizität, Nachgiebigkeit eines Stoffes**“

Spannungs-Dehnungs-Diagramm

## Elastizitätsmodul



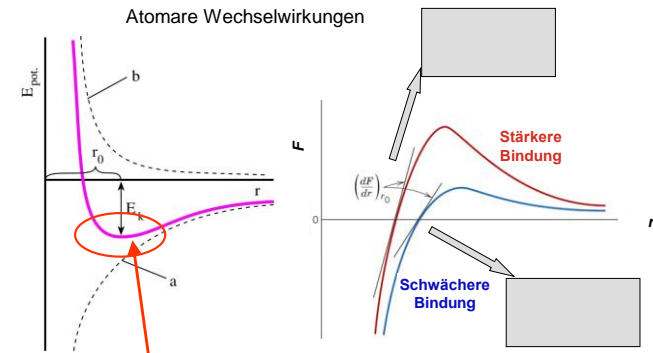
Beispiel:



Einige  
Elastizitätsmodulwerte:

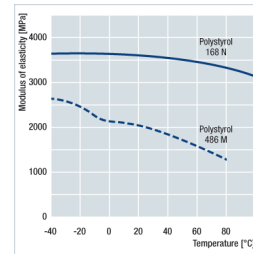
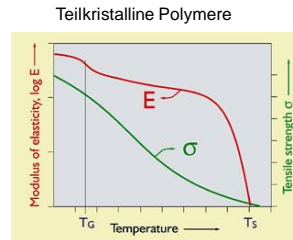
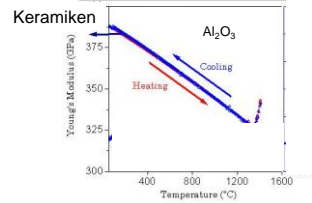
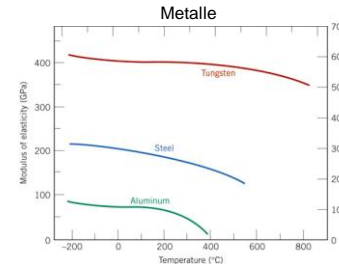
Material	$E$ (GPa)
Zahnschmelz	$\approx 100$
Dentin	$\approx 15$
Stahl	200-230
Amalgam	50-60
Gold	79
Goldlegierungen	75-110
Pd-Ag-Legierungen	100-120
Co-Cr-Legierungen	120-220
Ni-Cr-Legierungen	140-190
Glas	60-90
Keramiken	60-130
Porzellan	60-110
PMMA (Polymethylmethacrylat)	2,4-3,8
Silikon	$\approx 0,0003$

Zur Erinnerung:



Nahezu parabolisches Profil → lineares Kraftgesetz

## Bei Erwärmung:



13

## Steifigkeit



$$\sigma = E \cdot \varepsilon_0$$

Materialkoeffizient!  
„Steifigkeit des Materials“

$$F = E \cdot \frac{A_0}{l_0} \Delta l = D \Delta l$$

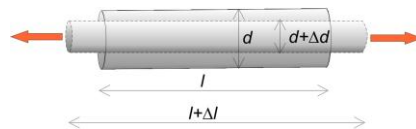
Körpereigenschaft  
(Material + Geometrie)!  
**Steifigkeit**  
(Dehnsteifigkeit)

„Steifigkeit des Materials“ : die zur einheitlichen relativen Längenänderung notwendige Spannung

**Steifigkeit:** die zur einheitlichen absoluten Längenänderung notwendige Kraft

14

## Querkontraktion/dehnung:



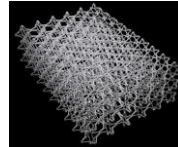
$$\frac{\Delta d}{d} = -\mu \frac{\Delta l}{l} \quad \mu = \text{Poisson-Zahl} \quad [\mu] = 1$$

(Querkontraktionszahl, Querdehnungszahl)

Z.B.

Material	μ
Zahnschmelz	0,33
Dentin	0,31
Amalgam	0,31
PDL	0,45
Polymere	0,40–0,50

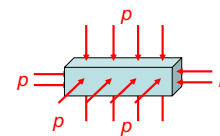
Auxetische Materialien  
(negative Poisson-Zahl):



Elastische Formänderungen von homogenen isotropen Materialien sind durch E und μ völlig bestimmt.

15

## Kompression



$$p = \frac{E}{3(1-2\mu)} \frac{\Delta V}{V}$$

K : Kompressionsmodul  
(Pa)

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{3(1-2\mu)}{E} p$$

κ : Kompressibilität (1/Pa)

Material	κ (1/GPa)
Luft	7650
Wasser	0,45
Aluminium	0,009

16

- Biegung

Dehnung  
Stauchung  
„Biegung = Dehnung + Stauchung“  
Neutrale Fläche

$F = 3E \cdot \frac{\theta}{l^3} s$   $\theta$  – Flächenträgheitsmoment

Querschnitt:

- Kreis  $R$   $\theta = \frac{\pi}{4} \cdot R^4$
- Kreisring  $R_1, R_2$   $\theta = \frac{\pi}{4} \cdot (R_1^4 - R_2^4)$
- Rechteck  $a, b$   $\theta = \frac{1}{12} ab^3$

Biegesteifigkeit

17

### 3-Punkt-Biegeversuch

Querschnitt

$\sigma = \frac{Mc}{I}$

$M$  = Biegemoment  
 $c$  = Abstand neutrale Fläche-Rand  
 $I$  = Flächenträgheitsmoment  
 $F$  = Kraft

	$\frac{M}{I}$	$\frac{c}{I}$	$\frac{I}{I}$	$\frac{\sigma}{I}$
Rechteck	$\frac{FL}{4}$	$\frac{d}{2}$	$\frac{bd^3}{12}$	$\frac{3FL}{2bd^2}$
Kreis	$\frac{FL}{4}$	$R$	$\frac{\pi R^4}{4}$	$\frac{FL}{\pi R^3}$

Stress ZZ  
 10.0  
 5.0  
 0.0  
 -5.0  
 -10.0

18

### Scherung

$\sigma = G\gamma$

$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$  Schubmodul

19

### Torsion

$M = G \frac{r^4 \pi}{2l} \phi$

Compression  
Tension

20

## Zusammenfassung:

### Hookesches Gesetz:

	Für Stoff	Für Körper
• Dehnung/Stauchung	$\sigma = E \cdot \varepsilon$	$F = E \cdot \frac{A}{l} \Delta l$
• Scherung	$\sigma = G \gamma$	$F = 2G \cdot \frac{A}{L^3} \cdot \Delta L$
• Biegung		$F = 3E \cdot \frac{\Theta}{l^3} \cdot s$
• Torsion		$M = G \frac{r^4 \pi}{2l} \phi$

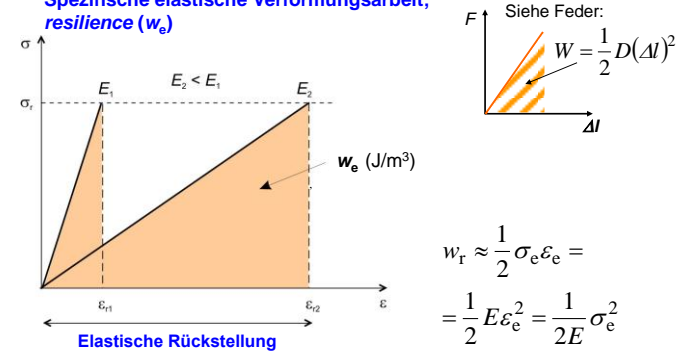
  

$E$ — Elastizitätsmodul $[E] = \text{Pa}$	$\Theta$ — Flächenträgheitsmoment
$\mu$ — Poisson-Zahl $[\mu] = 1$	
$G$ — Schubmodul $[G] = \text{Pa}$	$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$

21

## Elastische Verformung (bis zur Elastizitätsgrenze)

### Spezifische elastische Verformungsarbeit; resilience ( $w_e$ )



22

### Elastische Arbeit (Energie):

	Für Stoff	Für Körper
• Dehnung/Stauchung	$w_r = \frac{1}{2} E \cdot \varepsilon^2$	$W_r = \frac{1}{2} E \cdot \frac{A}{l} \Delta l^2$
• Biegung		$W_r = \frac{1}{2} 3E \cdot \frac{\Theta}{l^3} \cdot s^2$

Bemerkung: „elastisch“ =

- kleines  $E$  (großes  $1/E$ )
- große elastische Rückstellung
- große spez. el. Verformungsarbeit

23

## Hausaufgaben

- 4.1. Ein metallischer Faden mit einem kreisförmigen Querschnitt ( $r = 1 \text{ mm}$ ) wird mit einer Kraft von 650 N belastet. Berechnen Sie
  - a) die Nennspannung,
  - b) die Nennspannung und die tatsächliche Spannung, wenn sich der Faden bei der gegebenen Belastung auf eine Querschnittsfläche von  $2,9 \text{ mm}^2$  verjüngt.
- 4.2. Ein Gewicht der Masse 7 kg wird auf einen Faden des Querschnitts  $3,5 \text{ mm}^2$  gehängt. Was ist die Nennspannung in  $\text{kg/mm}^2$ -Einheit und in  $\text{Pa}$ -Einheit?
- 4.6. Ein zylindrischer PMMA-Stab (Länge: 5 cm, Durchmesser: 5 mm) wird in der Längsachse mit einer Kraft von 50 N zusammengedrückt. Die „Steifigkeit“ von PMMA beträgt 3 GPa.
  - a) Um wie viel % wird der Stab gestaucht?
  - b) Wie lang wird der Stab?
- 4.9. Wie groß ist die Drucksteifigkeit eines PMMA-Stabes der Länge 30 cm, und der Querschnittsfläche  $2 \text{ cm}^2$ ?
- 4.11. Ein zylindrischer Stab (Länge: 20 cm, Radius: 3 cm) von Silikongummi wird in der Längsachse mit einer Kraft von 300 N gestaucht. Der Young-Modul von Silikongummi beträgt 2 MPa, seine Poisson-Zahl ist 0,48. Berechnen Sie im Prozentsatz
  - a) die Stauchung des Körpers,
  - b) die relative Änderung des Radius,
  - d) die relative Änderung der Querschnittsfläche.

Lösungen:  
 4.1. – a) 207 MPa; b) 207 MPa, bzw. 224 MPa  
 4.2. –  $2 \text{ kg/mm}^2$ , bzw.  $19,6 \text{ MPa}$   
 4.6. – a) 2,12%; b) 4,89 cm  
 4.9. –  $2 \cdot 10^6 \text{ N/m}$   
 4.11. – a) -5,31%; b) 2,55%; d) 5,17%

24