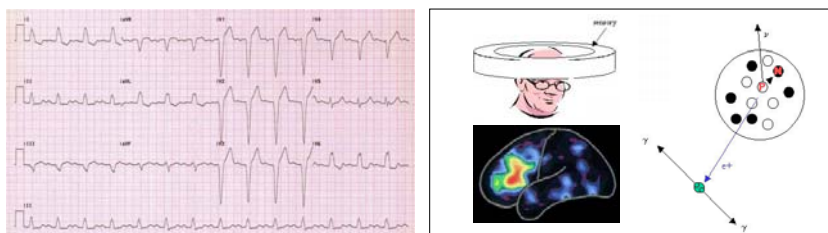




## Kis orvosi jelfeldolgozás



KAD 2022.12.08

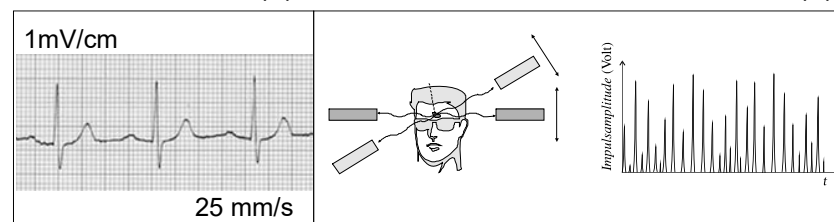
**Jel:** olyan (fizikai) mennyiség, amely információt hordoz, továbbít vagy tárol

pl. (1)  
elektromos feszültség, amely  
a szív-/izom-/agyműködés  
következtében  
a test vagy a koponya felszínén  
mérhető (EKG/EMG/EEG)

pl. (2)  
izotópdiaosztikában a  
gamma kvantumok  
detektálása

(1)

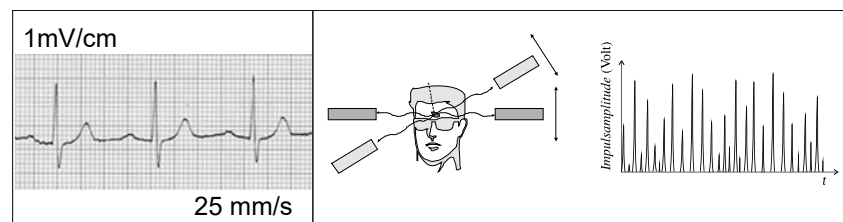
(2)



2

## A jelek osztályozási lehetőségei

statikus	–	(időben) változó
periodikus	–	nem-periodikus
véletlenszerű	–	determinisztikus
impulzusszerű	–	folytonos
elektromos	–	nem elektromos
analóg	–	digitális



3

kitüntetett szerepben

## elektromos jelek

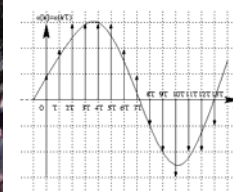
a nem elektromos jeleket  
átalakítjuk elektromos jellé

az **elektromos** jelek előnyei:  
átalakítás, erősítés,  
jeltovábbítás egyszerű

## digitális jelek

az analóg jeleket  
digitalizáljuk

a **digitális** jelek előnyei:  
a tárolás egyszerű, a zaj  
tervezhető és szerepe  
csökkenthető



4

menyiség és egység, ami a jelek nagyságának összehasonlítására szolgál:

**jelszint vagy Bel-szám (v. Decibel-szám):**  $n$  (A. Bell után)

$n$  egysége: Bel (B) vagy decibel (dB)

$$n = \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ B} = \lg \frac{J_2}{J_1} \text{ B} = \lg \frac{E_2}{E_1} \text{ B}$$

a teljesítmények (intenzitások, energiák) hányadosának tízes alapú logaritmus

5

v.ö. **radián** (ívmérték)

$$\Theta = \frac{\text{ív hossz}}{\text{sugár}}$$

$$[\Theta] = \frac{\text{m}}{\text{m}} = \text{rad} = 1$$



v.ö. **pH** (power of Hydrogen)

$$\text{pH} = -\lg \frac{[\text{H}^+]}{1\text{M}}$$

$$\text{zB.: } [\text{H}^+] = 10^{-7} \text{ M}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\lg 10^{-7} = -1 \cdot (-7) = 7$$

a bel szám helyett a **decibel-szám** használatos

$$n = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ dB}$$

$$(10\text{d} = 1)$$

6

a **jellemző** mennyiség: **teljesítmény** (v. intenzitás/energia),  
**technikai** mennyiség: (elektromos) **feszültség**

összefüggés a teljesítmény és a feszültség között:

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} \quad (\text{Ohm: } U = R \cdot I)$$

jelszint a feszültségekkel:

$$n = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ dB} = 10 \cdot \lg \frac{\frac{U_2^2}{R_2}}{\frac{U_1^2}{R_1}} \text{ dB} = 10 \cdot \lg \frac{U_2^2}{U_1^2} \text{ dB} = 20 \cdot \lg \frac{U_2}{U_1} \text{ dB}$$

7

$$\frac{P_2}{P_1} = 2 \Leftrightarrow 10 \lg 2 \text{ dB} =$$

$$= 10 \cdot 0,3 \text{ dB} = 3 \text{ dB}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -3 \text{ dB}$$

v.ö. felezési idő/rétegv.

$$\frac{P_2}{P_1} = 10 \Leftrightarrow 10 \cdot \lg 10 \text{ dB} =$$

$$= 10 \cdot 1 \text{ dB} = 10 \text{ dB}$$

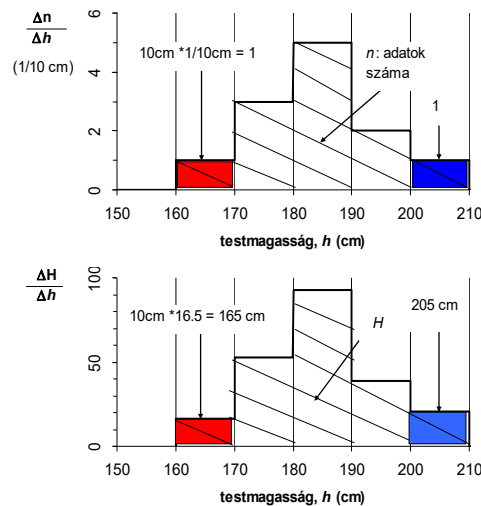
$$\frac{P_2}{P_1} = 100 \Leftrightarrow 10 \lg 100 \text{ dB} =$$

$$= 10 \cdot 2 \text{ dB} = 20 \text{ dB}$$

$U_2/U_1$	$P_2/P_1$	dB
1,414	2	3
2	4	6
	8	9
3,16	10	10
	20	13
10	100	20
	$1000=10^3$	30
$100=10^2$	$10000=10^4$	40
$1000=10^3$	$10^6$	60

8

## Gyakorisági eloszlás sűrűségfüggvény

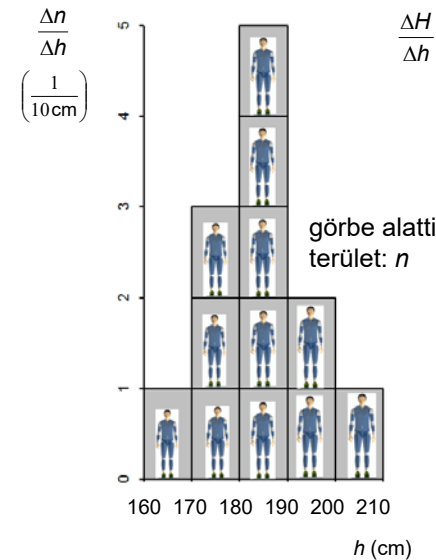


$H$

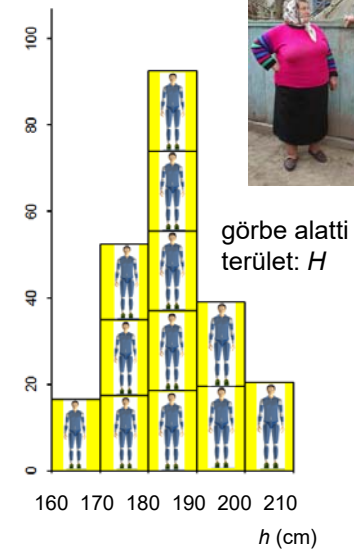


$h$

## Sűrűségfüggvény



## Spektrum



10

## Spektrum, mint speciális gyakorisági eloszlás

9

## Fourier-tétel periodikus függvényekre (jelekre)

minden (jól viselkedő) periodikus függvény előállítható szinusz (és koszinusz) függvények összegeként az alap- és felharmonikusokból

periodikus függvény:  
van periódusa,  $T$



$\frac{1}{T} = f$ , ahol  $f$  a frekvencia

az olyan szinuszfüggvény, amelynek frekvenciája megegyezik a jel frekvenciájával:

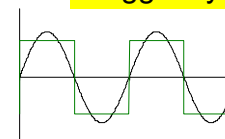
**alapharmonikus** (alapfrekvencia, alaprezgés)

$2f, 3f, 4f, \dots$  : **felharmonikusok** (felhangok)

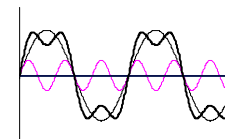
(vonalas spektrum)

11

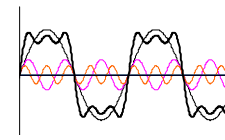
## függvény



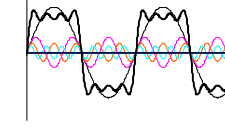
négyszögfv.  
alapharmonikus



alapharm.+  
3. felharm.

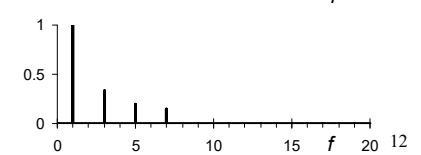
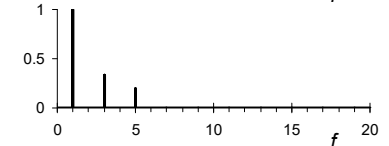
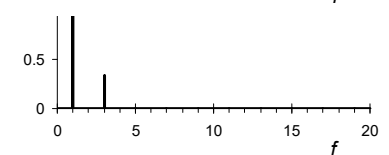
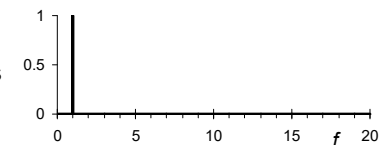


alapharm.+  
3. felharm.+  
5. felharm.



alapharm.+  
3. felharm.+  
5. felharm.+  
7. felharm.

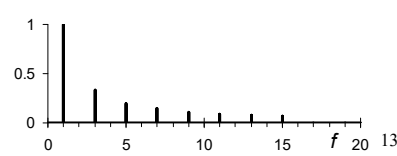
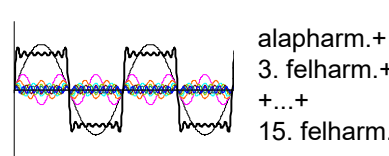
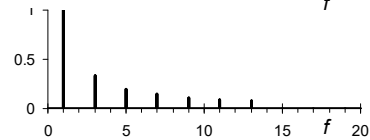
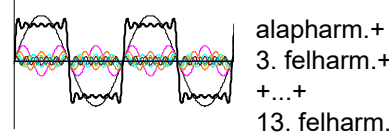
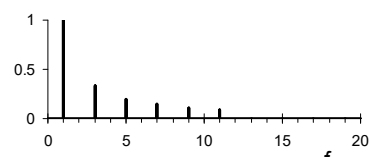
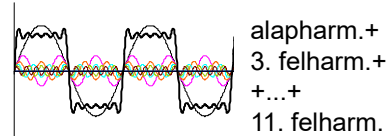
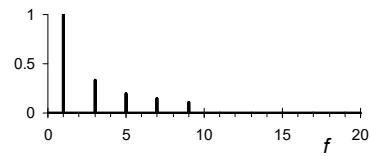
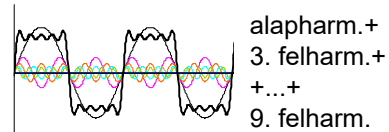
## spektrum



12

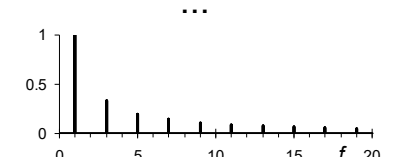
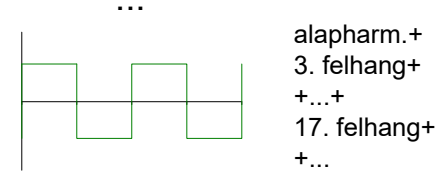
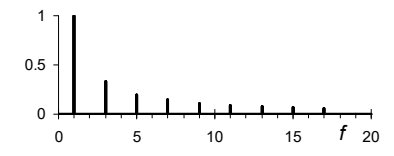
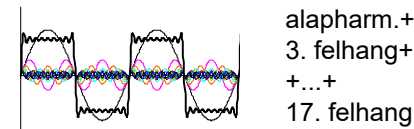
## függvény

## spektrum

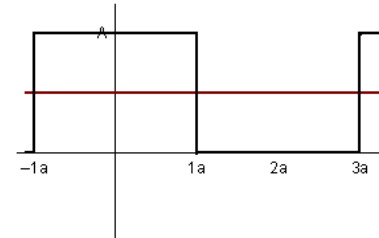


## függvény

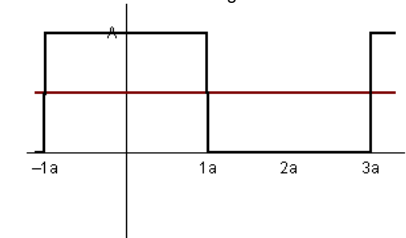
## spektrum



egyedi függvények a következő rendig: 0

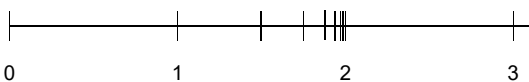


összegzés



## v.ö. függvénysor

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 2$$



$$\sum_{k=0}^{31} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{31}} = 2, \text{ hiba: } 4,6 \cdot 10^{-10}$$

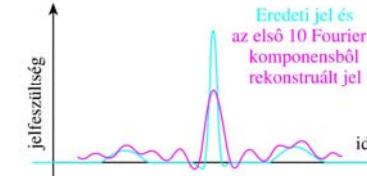
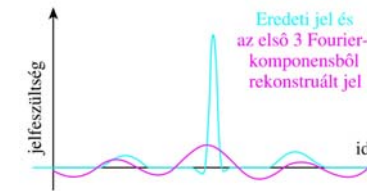
elegendően pontos(?)

$$\sum_{k=0}^{49} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{49}} = 2, \text{ hiba: } 3,55 \cdot 10^{-15}$$

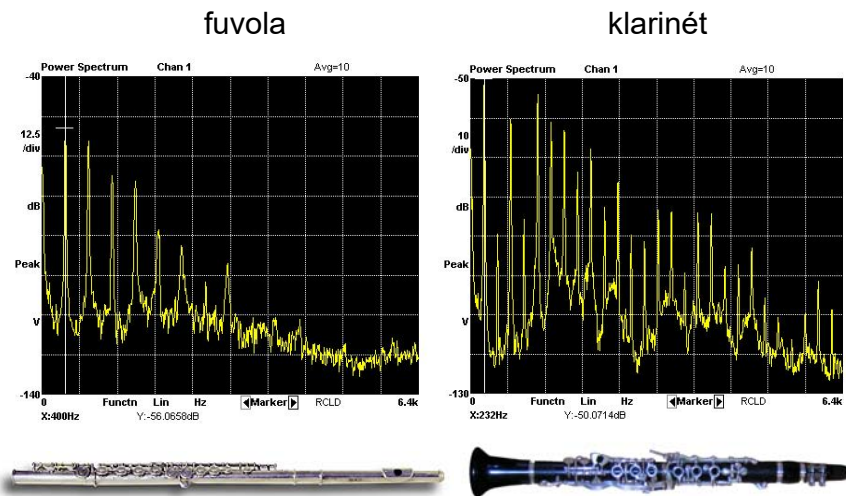
elegendően pontos

i	1/2 <sup>k</sup>	Σ(1/2 <sup>k</sup> )	ε=2-Σ(1/2 <sup>k</sup> )
0	1	1	1
1	0,5	1,5	0,5
2	0,25	1,75	0,25
3	0,125	1,875	0,125
4	0,0625	1,9375	0,0625
5	0,03125	1,96875	0,03125
6	0,015625	1,984375	0,015625
7	0,007813	1,9921875	0,0078125
8	0,003906	1,99609375	0,00390625
9	0,001953	1,998046875	0,001953125
10	0,000977	1,9990234375	0,0009765625
11	0,000488	1,99951171875	0,00048828125
12	0,000244	1,9997578125	0,000244140625
13	0,000122	1,9998796875	0,0001220703125
14	6,1E-05	1,9999403125	6,1E-05
15	3,05E-05	1,99997015625	3,05E-05
16	1,52E-05	1,999985078125	1,52E-05
17	7,6E-06	1,9999925390625	7,6E-06
18	3,8E-06	1,99999626953125	3,8E-06
19	1,9E-06	1,999998134765625	1,9E-06
20	9,5E-07	1,9999990673828125	9,5E-07
21	4,75E-07	1,99999953369140625	4,75E-07
22	2,37E-07	1,999999766845703125	2,37E-07
23	1,19E-07	1,9999998834228515625	1,19E-07
24	5,95E-08	1,99999994171142875	5,95E-08
25	2,97E-08	1,999999970855714375	2,97E-08
26	1,49E-08	1,9999999854278515625	1,49012E-08
27	7,45E-09	1,99999999271392875	7,45058E-09
28	3,73E-09	1,999999996356964375	3,72529E-09
29	1,86E-09	1,9999999981784821875	1,86265E-09
30	9,31E-10	1,99999999908924109375	9,31323E-10
31	4,66E-10	1,999999999544620546875	4,65661E-10
32	2,33E-10	1,9999999997718102734375	2,32831E-10
33	1,16E-10	1,99999999988590513671875	1,16405E-10
34	5,8E-11	1,99999999995295251828125	5,82025E-11
35	2,9E-11	1,999999999976476259140625	2,91012E-11
36	1,45E-11	1,9999999999882381296875	1,45506E-11
37	7,25E-12	1,99999999999411906484375	7,27512E-12
38	3,62E-12	1,999999999997059532421875	3,63756E-12
39	1,81E-12	1,9999999999985297662109375	1,81878E-12
40	9,05E-13	1,9999999999992648831046875	9,09378E-13
41	4,52E-13	1,99999999999963244155234375	4,54688E-13
42	2,26E-13	1,999999999999816220776171875	2,28341E-13
43	1,13E-13	1,9999999999999081103880859375	1,13671E-13
44	5,65E-14	1,99999999999995405519404296875	5,68355E-14
45	2,82E-14	1,999999999999977027597021484375	2,84175E-14
46	1,41E-14	1,9999999999999885137985107421875	1,41588E-14
47	7,11E-15	1,99999999999999425689925537109375	7,10543E-15
48	3,55E-15	1,99999999999999712844962768546875	3,55271E-15
49	1,78E-15	1,999999999999998564224813842734375	1,78529E-15
50	8,88E-16	1,99999999999999928211240692138671875	8,88529E-16

## EKG jel előállítása szinuszokból



Az alap- és felharmonikusokat miért hívják alap- és felhangoknak?

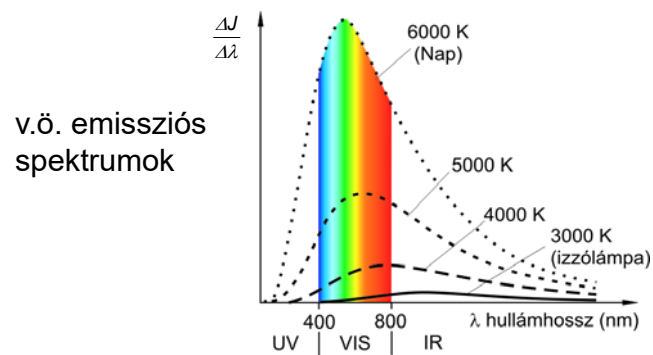


17

## Fourier-tétel aperiodikus függvényekre (jelekre)

minden (jól viselkedő) függvény előállítható szinusz (és koszinusz) függvények összegeként.

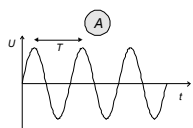
A spektruma: folytonos.



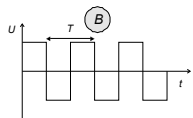
18

## függvény

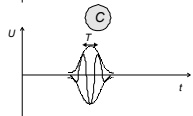
szinusz függvény



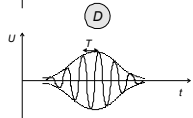
periodikus függvény



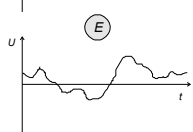
egy pár periódus



kicsit több periódus

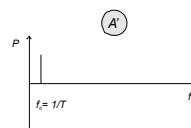


aperiodikus függvény

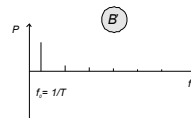


## spektrum

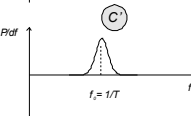
vonalas sp. (1 vonal)



vonalas spektrum

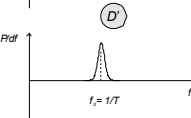


sávós spektrum

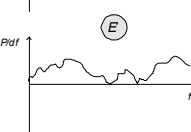


alkalm.: pulzus ultrahang

sávós spektrum



folytonos spektrum



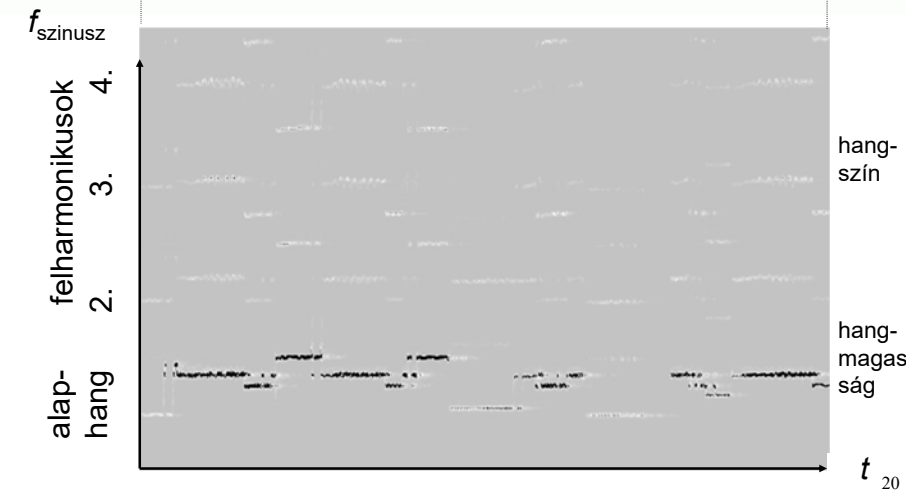
19

Inisheer

## Zene idő-frekvencia reprezentációban

Traditional

Penny Whistle



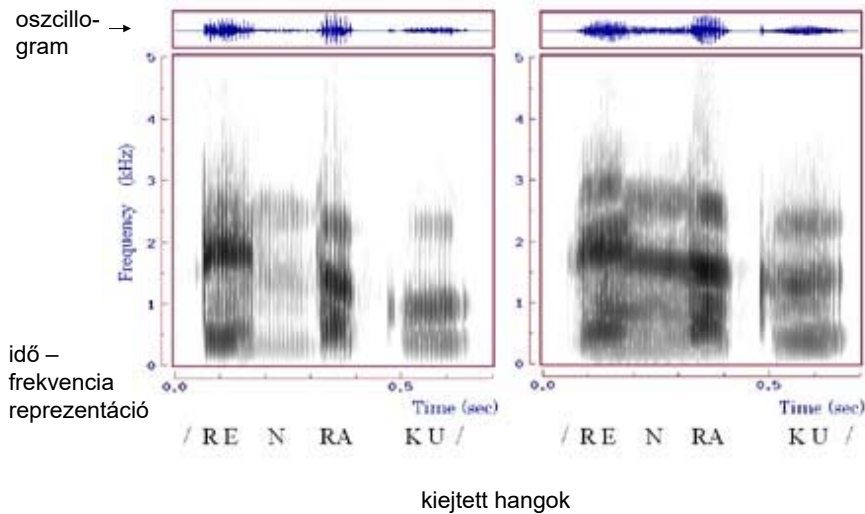
hang-szín

hang-magasság

20



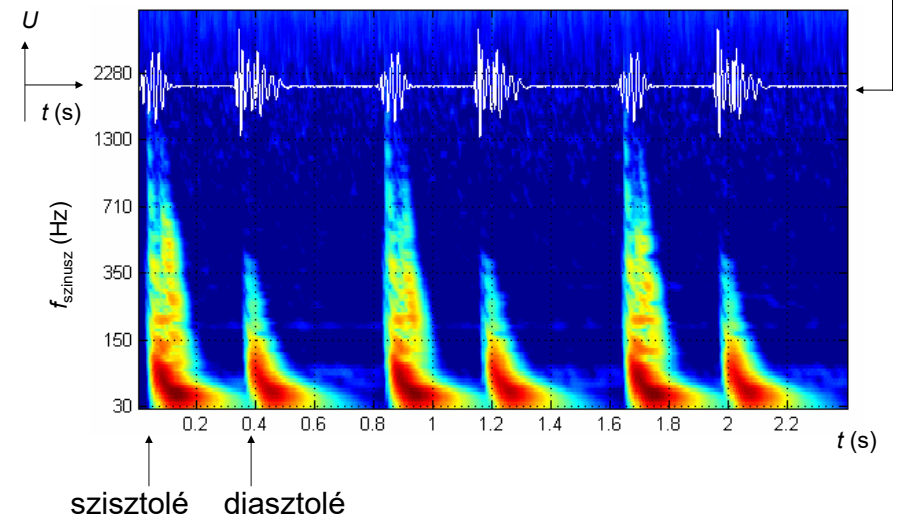
## „Hanglenyomat” (voiceprint)



<http://www.nrips.go.jp/org/fourth/info3/index-e.html>

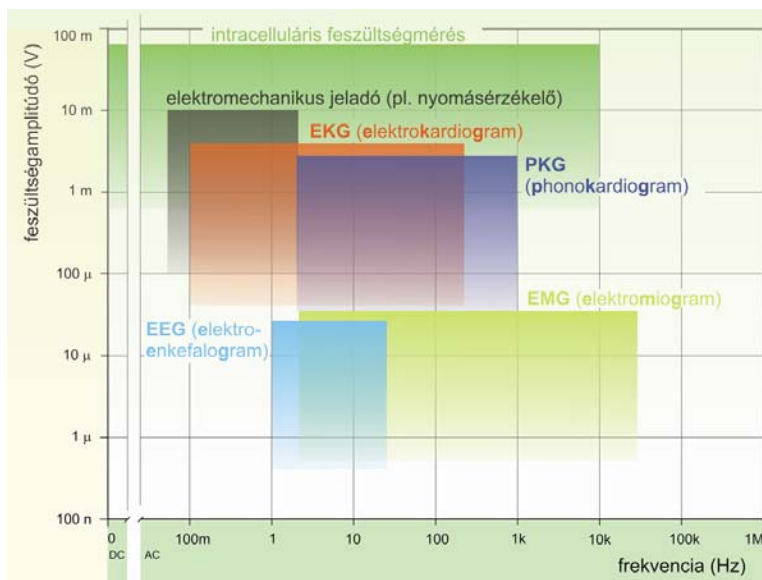
21

## Szívhangok idő-frekvencia reprezentációban (+ oszcillogram)



22

## Biológiai jelek frekvencia és amplitúdó viszonyai



Jegyzet 17. fejezet, címlap, v.ö. Orvosi biofizika tkv. VII.4.ábra

23

## Pl. egy frekvenciafüggő egységre: Elektromos erősítő

$$(1) P_{be} < P_{ki}$$

$$(2) P_{be} \text{ és } P_{ki} : \text{azonos alakú függvények}$$

azonos: „fundamentalista” követelmény  
hasonló: realista igény

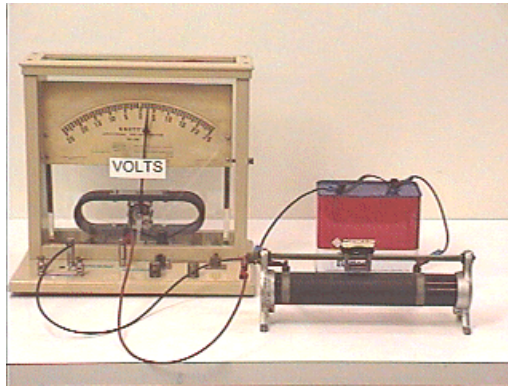
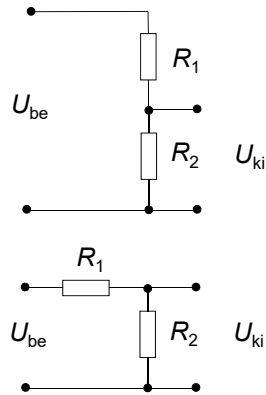
$$(1) + (2) A_P \cdot P_{be}(t) \equiv P_{ki}(t), \text{ ahol } A_P > 1$$

$$A_P = \frac{P_{ki}}{P_{be}}, \text{ teljesítményerősítés(i tényező)}$$

$$A_U = \frac{U_{ki}}{U_{be}}, \text{ feszültségerősítés(i tényező)}$$

24

### (frekvencia független) feszültség-osztó



$$U_{ki} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{be}$$

frekvenciafüggő feszültség-osztás: kondenzátorral

25

kiegészítő  
anyag

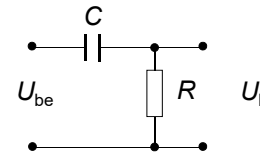
### felüláteresztő/alulvágó szűrő (high-pass filter)

szórt  
kapacitás

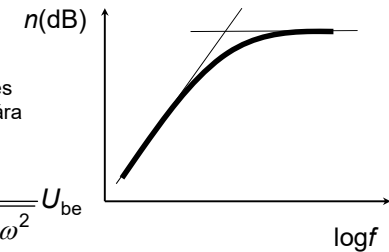


$$R_c = \frac{1}{C\omega}$$

a kapacitás nagy-  
frekvencián rövidzár



fáziskülönbség  
miatt összegzés  
vektorok módjára



$$U_{ki} = \frac{R}{\sqrt{\frac{1}{C^2\omega^2} + R^2}} U_{be} = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}} U_{be}$$

nagyon kis frekvencián: ha  $\omega \ll \omega_0$  ( $\omega \approx 0$ ),  $U_{ki} = 0$

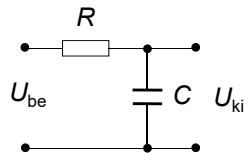
kis frekvencián: ha  $\omega \ll \omega_0$ ,  $U_{ki} = RC\omega U_{be}$   $\leftrightarrow$  6 dB/oktáv

nagy frekvencián: ha  $\omega \approx \infty$ ,  $U_{ki} = U_{be}$

26

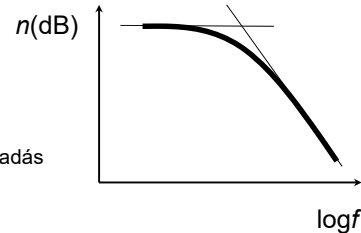
kiegészítő  
anyag

### aluláteresztő/felülvágó szűrő (low-pass filter)



$$R_c = \frac{1}{C\omega}$$

a kapacitás kis-  
frekvencián szakadás



$$U_{ki} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}} U_{be} = \frac{1}{\sqrt{R^2C^2\omega^2 + 1}} U_{be}$$

kis frekvencián: ha  $\omega \ll \omega_0$  ( $\omega \approx 0$ ),  $U_{ki} = U_{be}$

nagy frekvencián: ha  $\omega \gg \omega_0$ ,  $U_{ki} = \frac{1}{RC\omega} U_{be}$   $\leftrightarrow$  -6 dB/oktáv

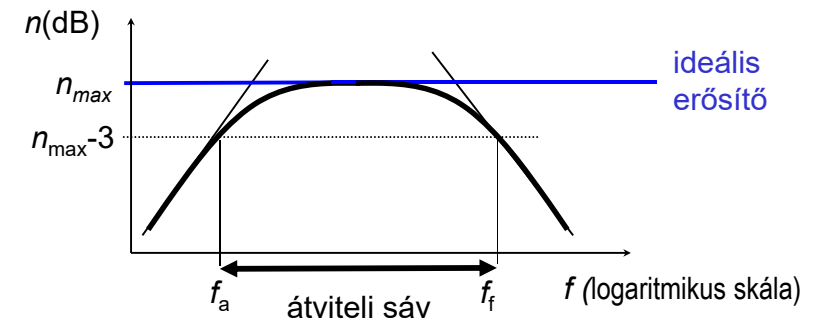
nagyon nagy frekvencián: ha  $\omega \gg \omega_0$  ( $\omega \approx \infty$ ),  $U_{ki} = 0$

27

(1)-re:  $A_p > 1$ ,

$$n = 10 \lg A_p = 20 \lg A_U > 0 \text{ dB}$$

(2)-re: **frekvencia karakterisztika**



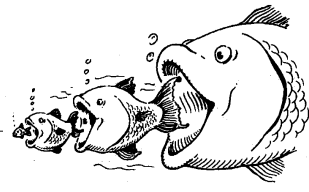
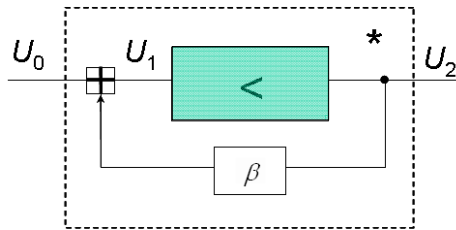
ideális  
erősítő

$f_a$  : alsó határfrekvencia

$f_f$  : alsó határfrekvencia

28

## Visszacsatolt erősítő



Megfelelő rálátás nélkül  
esetleg nem ismerjük fel  
valódi helyzetünket.

$$(a) U_1 = U_0 + \beta U_2 \quad (b) A_U = \frac{U_2}{U_1}$$

$$(c) A_U^* = \frac{U_2}{U_0} = \frac{U_1 A_U}{U_0} = \frac{(U_0 + \beta U_2) A_U}{U_0} = A_U + \beta \frac{U_2}{U_0} A_U = A_U + \beta A_U^* A_U$$

$$A_U^* - \beta A_U^* A_U = A_U \quad \boxed{A_U^* = \frac{A_U}{1 - \beta A_U}}$$

29

$$A_U^* = \frac{A_U}{1 - \beta A_U}, \quad A_U^* : \text{a v.cs. erősítő fesz.erősítési tényezője}$$

$$A_U : \text{az erősítő fesz. erősítési tényezője (v.cs. nélkül)}$$

$\beta > 0$ , pozitív v.cs. (azonos fázisban),  $A_U^* > A_U$  (előny)

$\beta < 0$ , negatív v.cs. (ellentett fázisban),  $A_U^* < A_U$  (hátrány)

pozitív v.cs.:

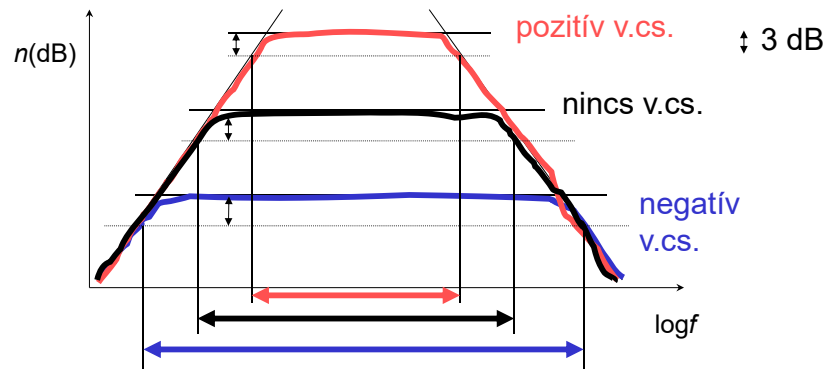
(a)  $\beta A_U = 1$ , erősítés: „végtelen”  
– szinuszoszcillátor  
pl: ultrahang(generátor),  
hőterápia

(b)  $\beta A_U \leq 1$ , erősítés: nagy  
– regeneratív erősítő  
pl: (hallás) külső szörsejtek



negatív v.cs.: „minden” erősítő

30

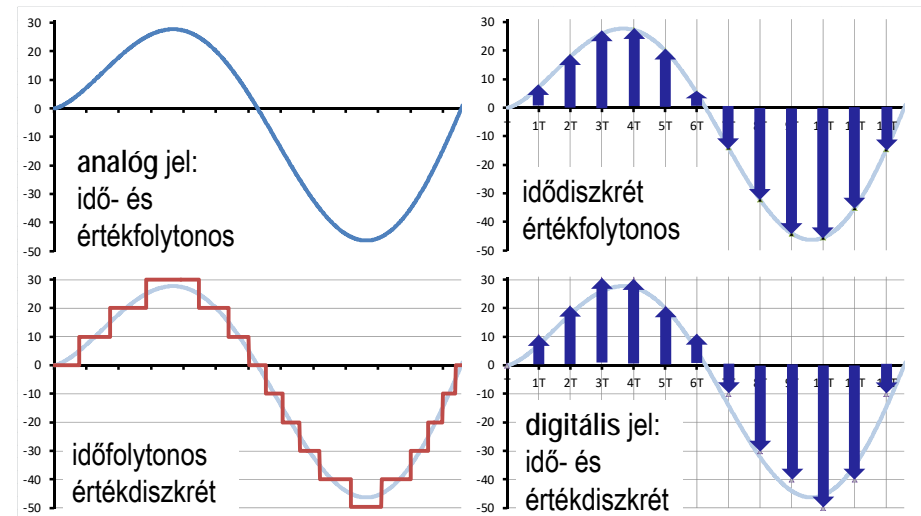


pozitív v.cs.: átviteli sáv – keskenyebb (nagy hátrány)  
erősítés nagyobb (előny)

negatív v.cs.: átviteli sáv – szélesebb (előny)  
erősítés kisebb (kis hátrány)

31

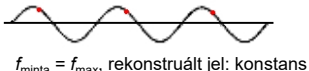
## Analóg jel – digitális jel



32



idődiszkréttség: nem ismerjük a jel értékét minden időpillanatban



$f_{\text{minta}} = 1,5 f_{\text{max}}$ , rekonstruált jel frekvenciája rossz



$f_{\text{minta}} = 2 f_{\text{max}}$ , rekonstruált jel frekvenciája helyes

### Shannon - Nyquist tétel:

a minimális mintavételezési frekvenciának legalább a jelben előforduló legmagasabb frekvenciakomponens kétszeresének kell lennie

pl: hifi,  $f_{\text{max}} = 20 \text{ kHz}$

$f_{\text{minta}} = 44.1 \text{ kHz} > 2 \cdot 20 \text{ kHz}$

értékdiszkréttség: a jel értéke nem lehet akármekkora érték

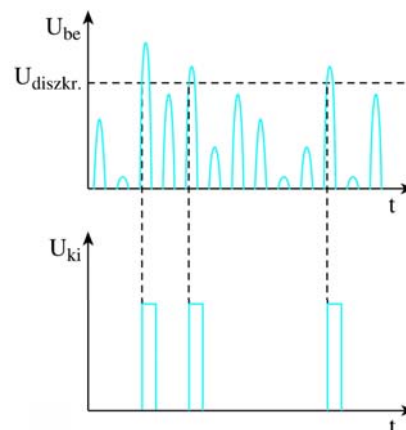
pl: hifi, 16 bit =  $2^{16} = 65\,536$  (CD szabvány)

24 bit =  $2^{24} = 16\,777\,216$  ("legjobb" hangkártya)

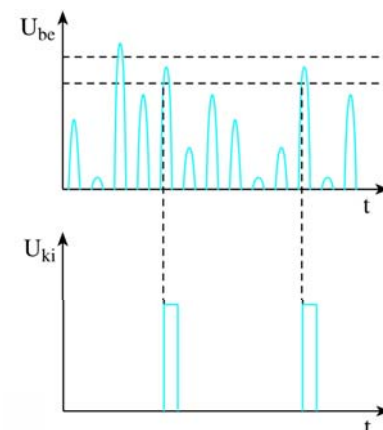
33

### Impulzusjelek feldolgozása

integráldiszkrimináció

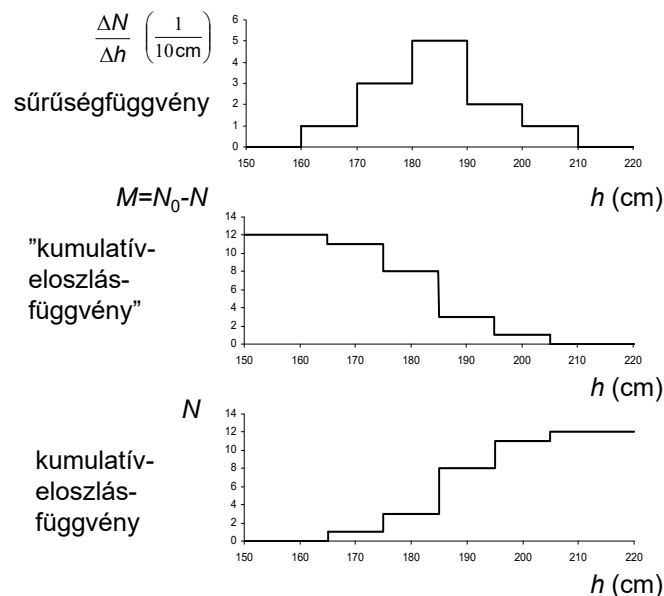


differenciáldiszkrimináció



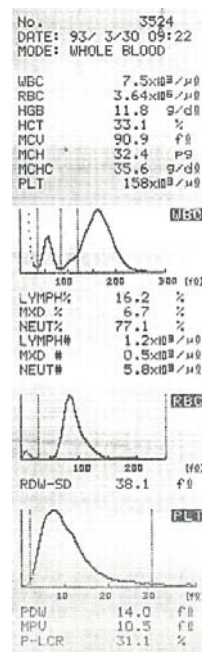
34

### Eloszlásfüggvények és ID/DD "spektrumok"



35

### Fehérvérsejt koncentrációk



Coulter számláló

