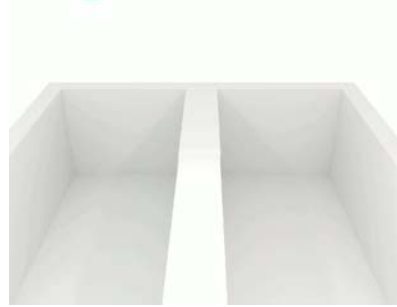
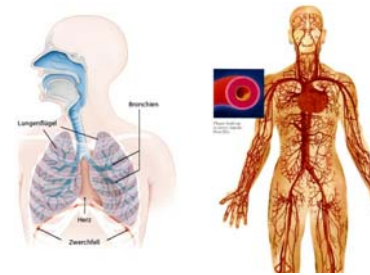


Transportprozesse 1. Strömung von Gasen und Flüssigkeiten



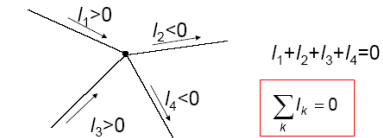
KAD 2023.02.28

Themen

- Elektrischer Ladungstransport (elektrischer Strom)
- **Volumentransport (Strömung von Flüssigkeiten und Gasen)**
- Stofftransport (Diffusion)
- Wärmetransport (Wärmeleitung)
- Allgemeine Beschreibung von Transportprozessen
- Energetische Beziehungen der Transportprozessen

Kirchhoffsche Gesetze

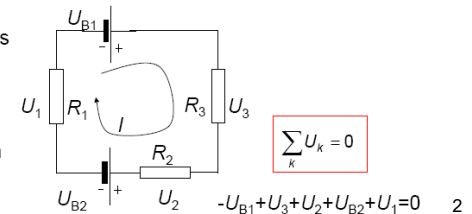
1. Kirchhoffsches Gesetz:
Knotenregel



(Wiederholung)

2. Kirchhoffsches Gesetz:
Maschenregel

(Summe der Spannungen in einer Masche ist 0.)



Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$

Spannung = Widerstand · Stromstärke

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$[I] = \frac{C}{s} = A \text{ (Amper)}$$

$$[U] = V; [R] = \Omega$$

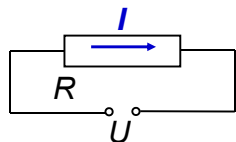
$$R = \rho \frac{\Delta \ell}{A}$$

spezifischer Widerstand

Querschnittsfläche

$$U = \rho \frac{\Delta \ell}{A} I$$

$$I = \frac{1}{\rho} A \frac{U}{\Delta \ell}$$

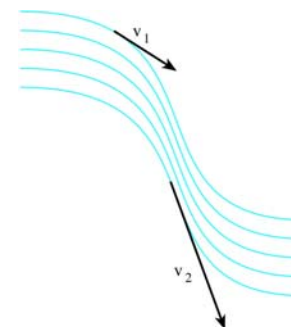


$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\sigma A \frac{\Delta \phi}{\Delta \ell}$$

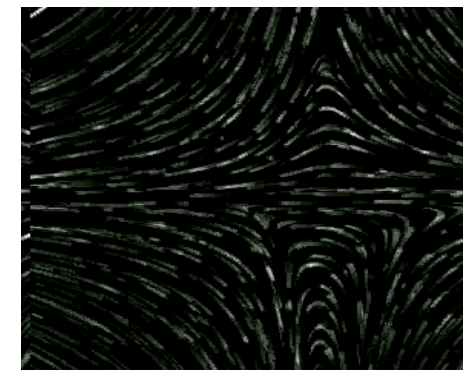
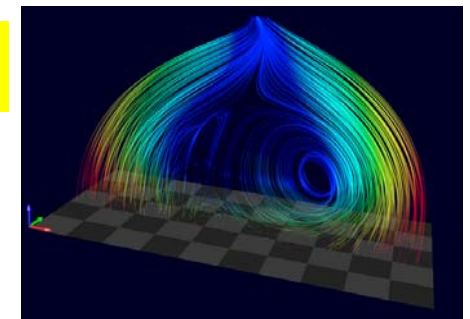
spezifische Leitfähigkeit

elektr. Potentialdifferenz

Stromlinien, Strömungsbild

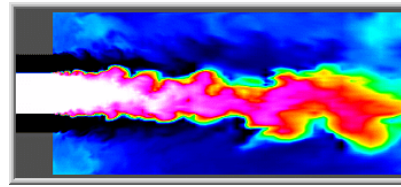


Die Richtung der Strömungsgeschwindigkeit wird von der Tangente der Stromlinien in einem gegebenen Punkt, die Höhe der Geschwindigkeit wird von der Dichte der Stromlinien angezeigt.



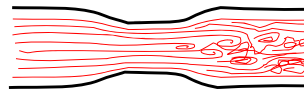
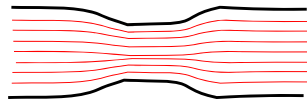
Einige Grundbegriffe

stationäre Strömung:
zeitunabhängig



laminare

turbulente



$$v \leq v_{\text{krit}}$$

$$v > v_{\text{krit}}$$

lamina: Platte

$$\left(v_{\text{krit}} = \text{Re} \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot r} \right)$$

5

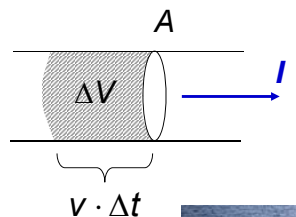
(Quasi-) laminare Strömungen



Volumenstromstärke (Strömungsintensität, I)

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$[I] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$



$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} = A \cdot v$$

$$I = A \cdot \bar{v}$$



7

Messmethoden der Volumenstromstärke

Anwendung: Blutströmung

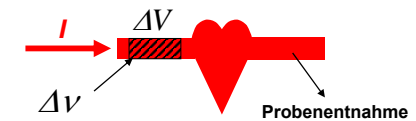
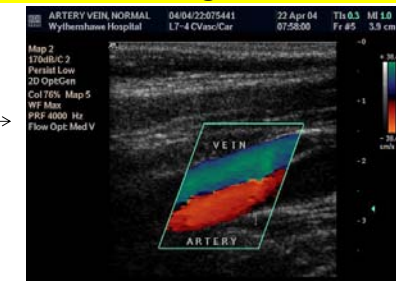
Impedanz-Methode

Ultraschall-Doppler

Laser-Doppler

Dilutionsmethoden

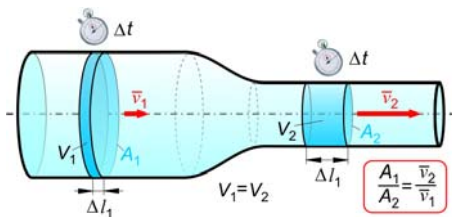
- Fluoreszenzfarbstoffe
- Radioisotope
- kalte phys. Salzlösung



Das Grundprinzip der **Dilutionsmethode** besteht darin, dass ein detektierbarer Indikator in die Blutbahn eingespritzt und dann die Konzentration des verdünnten Indikators in einem späteren Abschnitt der Blutbahn gemessen wird.

8

Kontinuitätsgleichung (folgt aus dem Massenerhaltungssatz)



$$l_1 = l_2$$

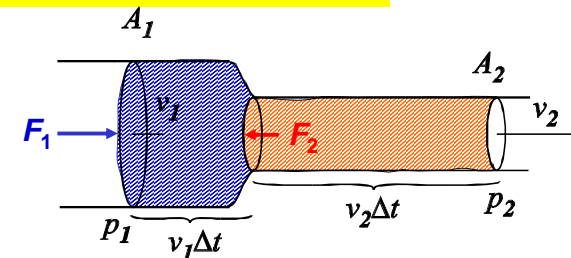
$$A_1 \cdot \bar{v}_1 = A_2 \cdot \bar{v}_2$$

Gefäß	A (cm ²)	v (cm/s)
Aorta	4	30
Arterien	12	10
Arteriolen	600	0,2
Kapillaren	3000	0,04
Venolen	1000	0,12
Venen	30	4

9

Ideale Flüssigkeiten

innere
Reibung = 0 !



$$W = \Delta E_{\text{kin}}$$

$$\cancel{p_1 \cdot A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t} - \cancel{p_2 \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t} = \frac{1}{2} (\cancel{\rho \cdot v_2 \cdot \Delta t \cdot A_2}) \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} (\cancel{\rho \cdot v_1 \cdot \Delta t \cdot A_1}) \cdot v_1^2$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2$$

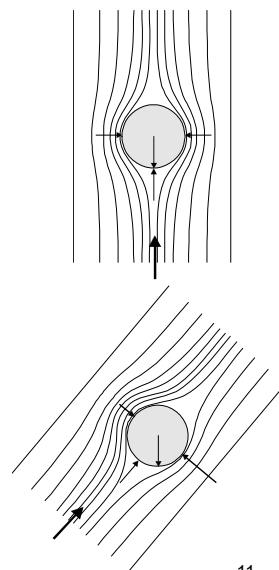
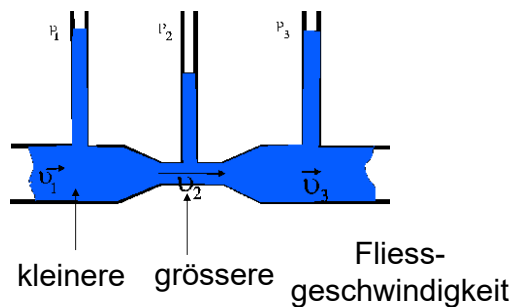
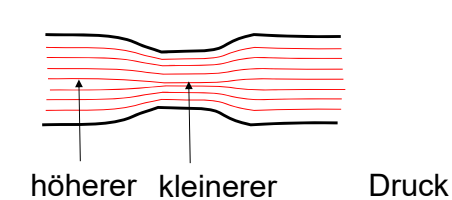
$$p_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

$$\boxed{p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{konstant}}$$

Bernoulli-Gesetz

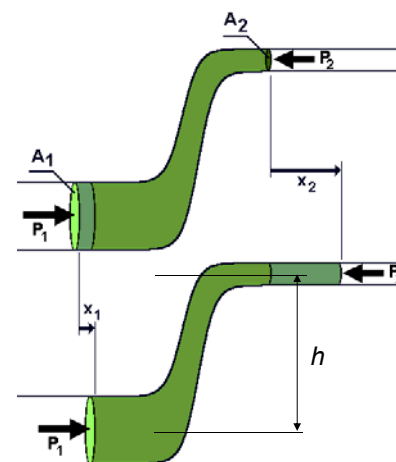
10

Konsequenz des Bernoulli-Gesetzes



11

Strömung im Graviationsfeld



statischer Druck

dynamischer Druck
(Staudruck)

Schweredruck
(Potentialdruck)

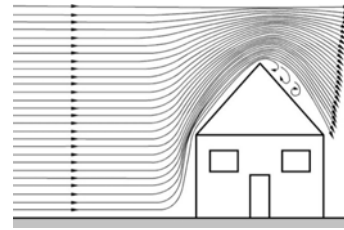
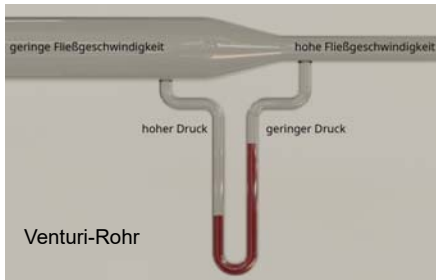
$$\boxed{p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho g h = \text{konstant}}$$

Bernoulli-Gesetz

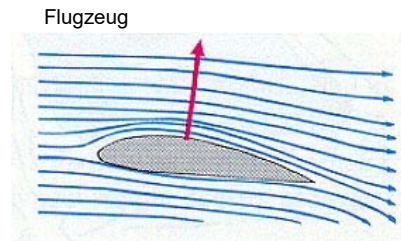
Die Summe aus Potential-, Stau- und statischem Druck ist überall gleich

12

Anwendungen der bernoullischen Gleichung



Strömung über ein Hausdach

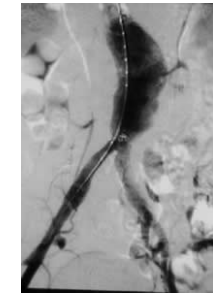
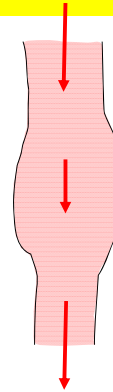


Flugzeug

Ärztliche Konsequenzen des Bernoulli-Gesetzes

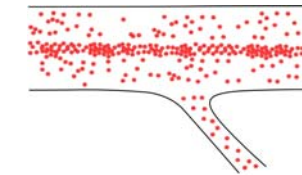
- Entstehung von Aneurysmen

Erweiterung →
langsamere Strömung →
erhöhter Druck →
Erweiterung →



- Plasma „skimming“

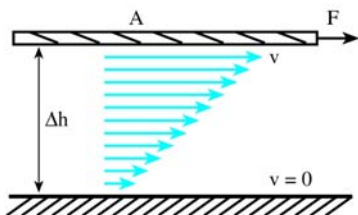
Der Druckunterschied „treibt“ die Erythrozyten von der Wand zur Rohrmitte hin.



14

Reelle Flüssigkeiten

innere Reibung !



Newtonsches Reibungsgesetz:

$$F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

Viskosität
(innerer
Reibungskoeff.)

Geschwindig-
keitsgradient

$$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$$

15

Viskosität (Innerer Reibungskoeffizient)

hängt von mehreren Faktoren ab:

- Temperatur

$$\eta \sim e^{\frac{\Delta E}{RT}}$$

Newtonsche
(normale) Flüssigkeit

- Geschwindigkeitsgradient

nicht-Newtonsche
(anomale) Flüssigkeit

Flüssigkeit	η [mPa s]
Quecksilber	1.554
Diäthyläther	0.24
Benzol	0.648
Wasser	1
Blut	4
Rizinusöl	990
Glycerin	1480

Viskosität für verschiedene Flüssigkeiten

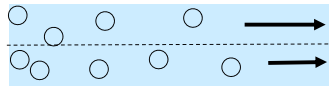
Die Viskosität des Wassers

t [°C]	0°	10°	20°	30°	50°	70°	100°
η [mPa s]	1.792	1,397	1.002	0.798	0.548	0.404	0.283

16

Über den Mechanismus der inneren Reibung

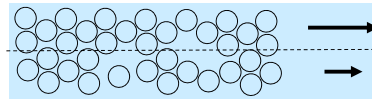
Gase:



Bewegung der Schichten

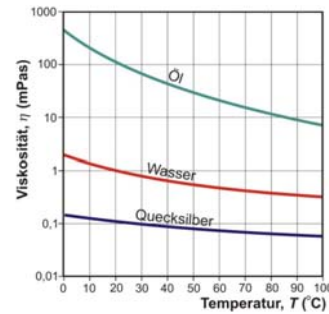
$T \uparrow \eta \uparrow$

Flüssigkeiten:



Bewegung der Schichten

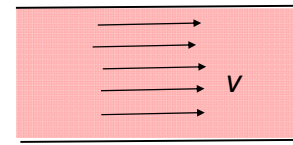
$T \uparrow \eta \downarrow$



17

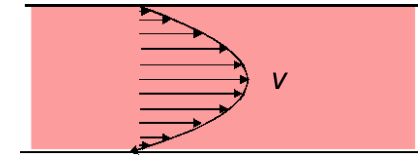
Konsequenzen der inneren Reibung

ideale Flüssigkeit

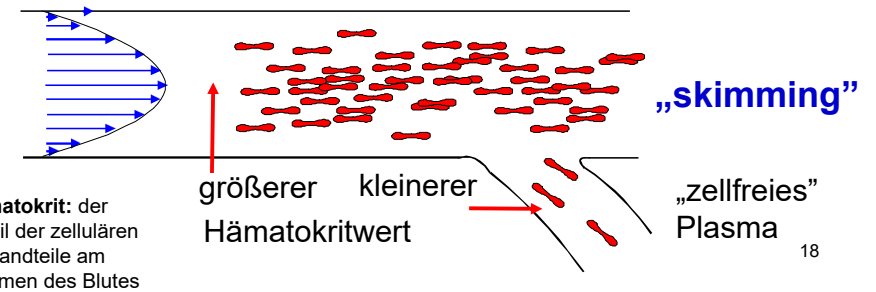


keine Reibung

reelle Flüssigkeit

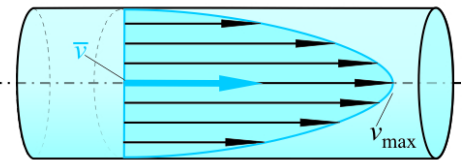


parabolisches Geschwindigkeitsprofil



18

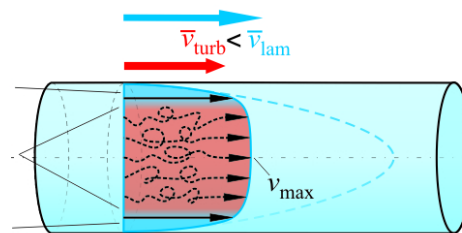
laminäre Strömung



laminäre Strömung

turbulente Strömung

laminäre Strömung



laminäre Strömung

turbulente Strömung

laminäre Strömung



19

Flüssigkeit

ideale Fl.: $\eta = 0$

reale Fl.: $\eta \neq 0$

newtonsche Fl.:

nicht-newtonsche Fl.:

$$F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

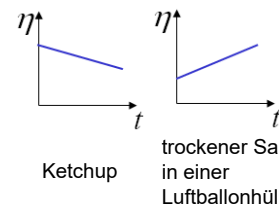
$$\eta \neq \eta \left(\frac{\Delta v}{\Delta h} \right)$$

$$\eta = \eta \left(\frac{\Delta v}{\Delta h} \right)$$

dilatante Fl.:

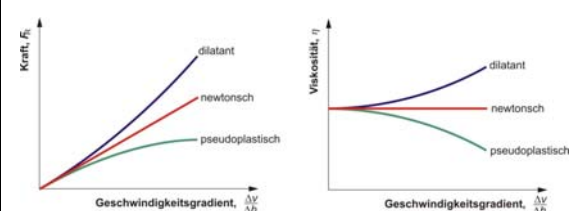
pseudoplastische Fl.:

zeitabhängige Strukturveränderungen: Thixotropie / Rheopexie



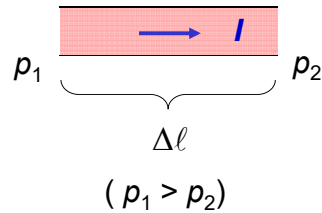
deren Viskosität zunimmt, wenn eine Kraft ausgeübt wird, z.B.: 1:1-Gemisch aus Stärke und Wasser

Flüssigkeiten, deren Viskosität abnimmt, wenn eine Kraft ausgeübt wird, z.B.: Blut, Speichel, Zahnzemente



Hagen-Poiseuillesches Gesetz

Druckinhomogenitäten lösen Strömungen aus.
Die Volumenstromstärke ist proportional zu dem Druckgradienten:



$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta \ell}$$

Gültigkeitsbedingungen:

- laminäre Strömung
- stationäre Strömung
- starre Röhre
- Newtonsche Flüssigkeit

21

Anwendung des H-P Gesetzes an die Blutströmung

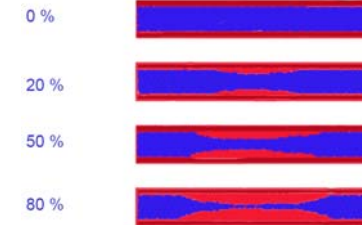
- laminäre Strömung?
- stationäre Strömung?
- starre Röhre?
- Newtonsche Flüssigkeit?



Obwohl nicht exakt,
doch ist das H-P
Gesetz annähernd
anwendbar an die
Blutströmung!

Regulierung der Blutströmung:

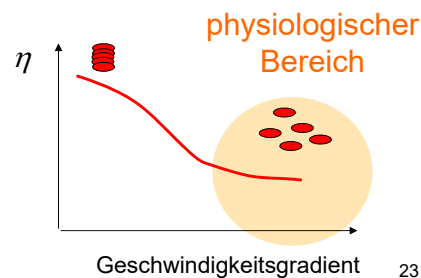
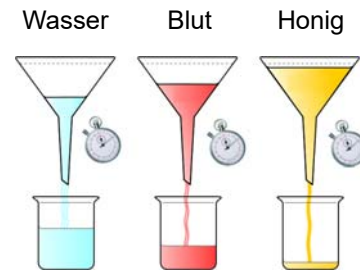
- Δp
- η
- $r^4!$



22

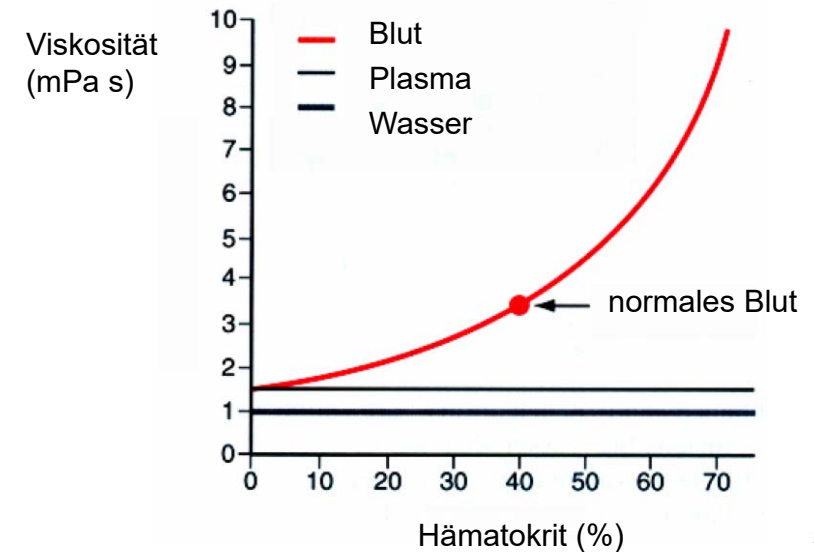
Viskosität des Blutes

- $\eta_{\text{Wasser}} \cong 1 \text{ mPas} \rightarrow$
 $\eta_{\text{Plasma}} \cong 1,5 \text{ mPas} \rightarrow$
 $\eta_{\text{Blut}} \cong 1,5-4 \text{ mPas}$
- Hämatokritwert: Mass für die Zähflüssigkeit des Blutes
- Temperatur
- Geschwindigkeitsgradient:
 - ~ Geschwindigkeit
 - ~ Volumenstromstärke
 - ~ Druckabfall



23

Viskosität von Blut, Plasma und Wasser



24

Analogie zw. Strömung und elektr. Strom

Volumentransport

elektr. Ladungstransport

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta \ell}$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\sigma A \frac{\Delta \varphi}{\Delta \ell}$$

Was verursacht den Transport?

Druckgradient: $\frac{\Delta p}{\Delta \ell}$

el. Pot.gradient: $\frac{\Delta \varphi}{\Delta \ell}$

Was strömt?

Volumen: V

el. Ladung: Q

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \longleftrightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{1}{8\pi\eta} (r^2\pi)^2 \frac{\Delta p}{\Delta \ell}$$

$$A^2$$

$$A$$

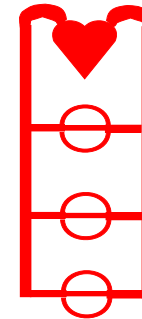
25

Volumentransport

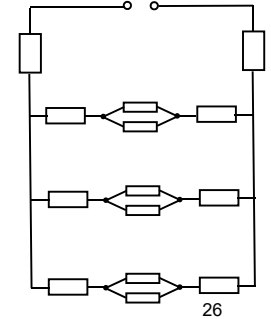
elektr. Ladungstransport

$$\Delta p = -8\pi\eta \frac{\Delta \ell}{A^2} \frac{\Delta V}{\Delta t} \longleftrightarrow \Delta \varphi = U = -R \cdot I$$

$$R_{\text{Strömung}} = 8\pi\eta \frac{\Delta \ell}{A^2} \longleftrightarrow R_{\text{elektr}} = \rho \frac{\Delta \ell}{A}$$



$$A^2 \longleftrightarrow A$$



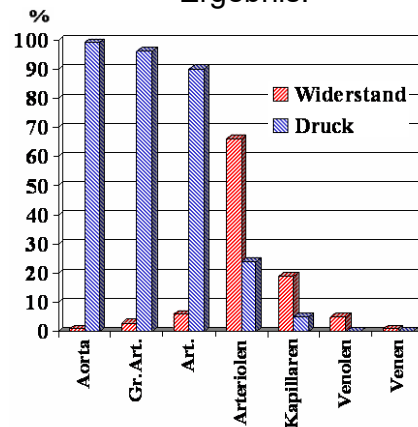
26

Verteilung des Strömungswiderstandes und des Druckabfalles im dem Blutkreislauf

Daten:

Adertyp	Anzahl	Länge (cm)	Gesamt querschnitt (cm ²)
Aorta	1	40	3
Großarterien	40	20	6
Arterien	2000	5	15
Arteriolen	4 · 10 ⁷	0,2	130
Kapillaren	5 · 10 ⁹	0,1	1500
Venolen	8 · 10 ⁷	0,2	600
Venen	1200	5	40

Ergebnis:



Daten der Gefäßsegmente

	Aorta	Arterie	Arteriole	Venole	Vene	V. cava
Wandstärke (w)	2,5 mm	1 mm	20 µm	10 µm	0,5 mm	1,5 mm
Innenradius (r _i)	12,5 mm	2 mm	20 µm	30 µm	2,5 mm	15 mm
relative Wanddicke (w/r _i)	0,2	0,5	1,0	0,3	0,2	0,1
relative Wandzusammensetzung	Kollagen glatte Muskulatur Elastin					

28

Verteilungen im dem Blutkreislauf

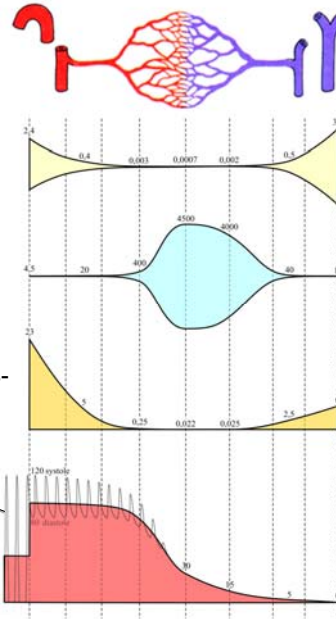
Querschnitt einer Ader (cm²)

Gesamtquerschnitt (cm²)

durchschnittliche Strömungsgeschwindigkeit (cm/s)

Zeitabhängigkeit des Blutdruckes

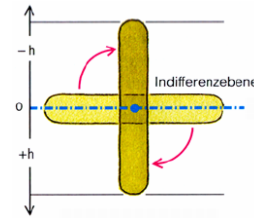
durchschnittlicher Blutdruck (Hgmm)



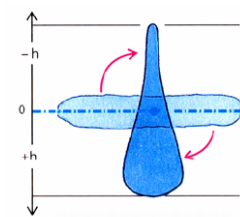
29

Effekt der Schwere auf die Blutverteilung

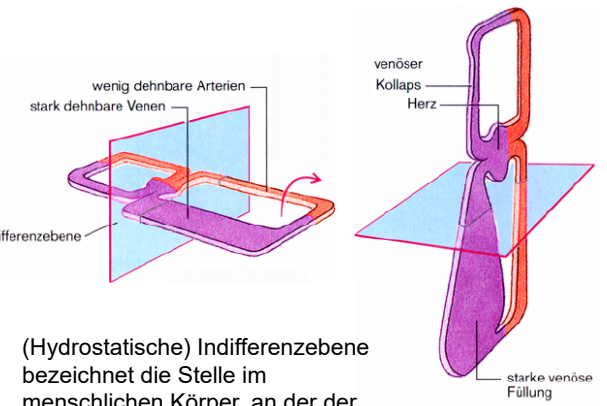
starres Gefäß



dehnbares Gefäß



Kreislaufsystem



(Hydrostatische) Indifferenzebene bezeichnet die Stelle im menschlichen Körper, an der der Blutdruck sowohl im Stehen wie auch im Liegen identisch ist.

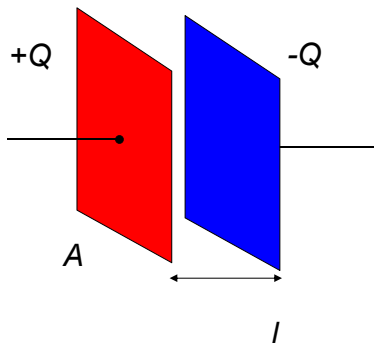
30

(Wiederholung)

Kondensator und Kapazität

Kondensator (dichtgedrängt, bezogen auf die Ladungen): Bauelement, das die elektrische Ladungen und Energie speichern kann, Ladungsspeicher

Plattenkondensator



Kapazität des Kondensators

$$Q = C U$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

Ladungsspeicherungsfähigkeit

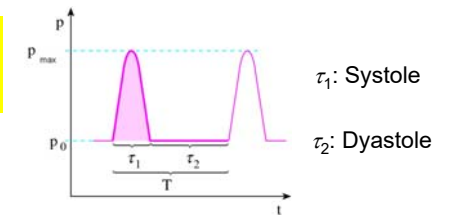
Einheit: farad $1F = \frac{1C}{1V}$

Für Plattenkondensator:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

31

Windkesselfunktion der Aorta



Kondensator: Ladungsspeicherungsfähigkeit

Windkessel: Volumenspeicherungsfähigkeit

elektr. Analogie

32