

# Medizinische Biophysik

24. 04. 2023.

## Transportprozesse 4

### II. Diffusion (Stofftransport)

#### 6. Anwendungen:

- Laterale Diffusion in Membranen
- Diffusion durch Membranen (passiver Transport)
- Diffusion von Ionen durch eine Membran, Diffusionspotenzial, Nernst-Gleichung

7. Ein Spezialfall: wenn Stoff produziert und verwendet wird

### III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)

1. Grundbegriffe      Elektrische Stromstärke, -dichte

2. Transportgesetz = ohmsches Gesetz

3. Anwendungen      Auf Widerstandsmessung basierende Techniken (IPG, IKG, EIT, ....)

### IV. Wärmeleitung (Energietransport)

0. Mechanismus

1. Grundbegriffe

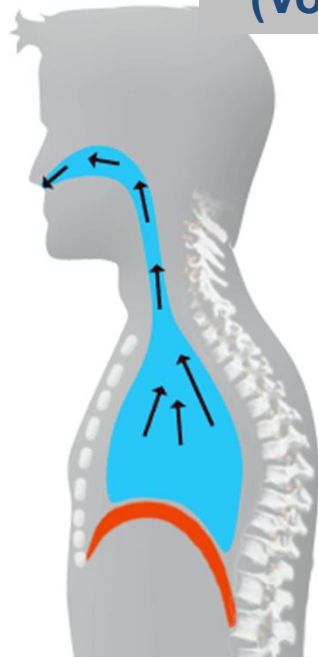
2. Transportgesetz = Fourier-Gesetz

3. Anwendung: Wärmehaushalt

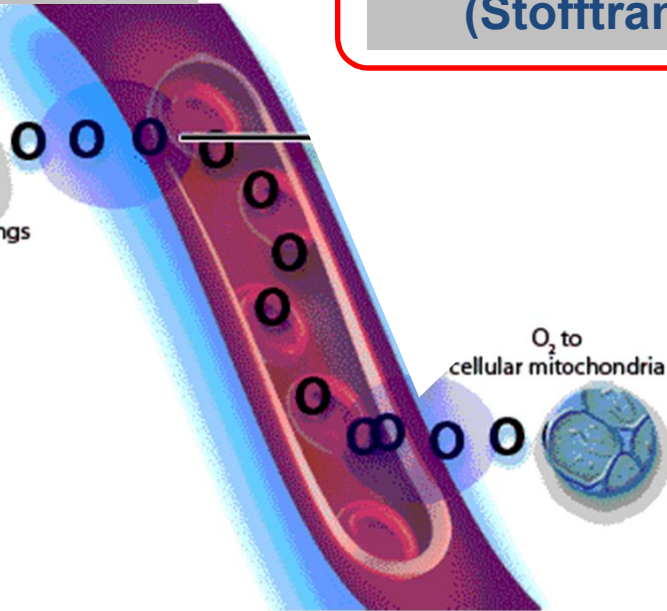
### V. Verallgemeinerung der Transportgesetze

# Transportprozesse

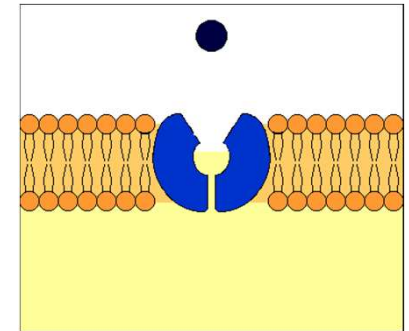
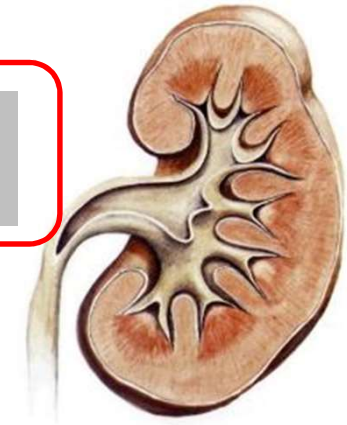
## I. Strömung (Volumentransport)



entspannt



## II. Diffusion (Stofftransport)



## III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)



## IV. Wärmeleitung (Energietransport)



## V. Verallgemeinerung

**Zur Erinnerung**

Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung

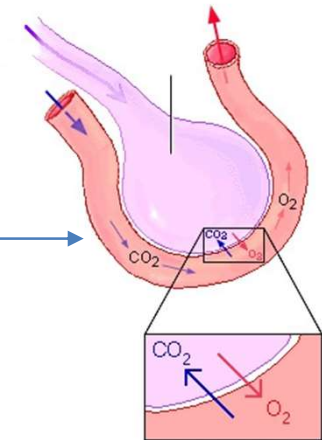
**Das 1. Ficksche Gesetz:**

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = -DA \frac{\Delta c}{\Delta x}$$

**Bedingung: stationäre Diffusion!**

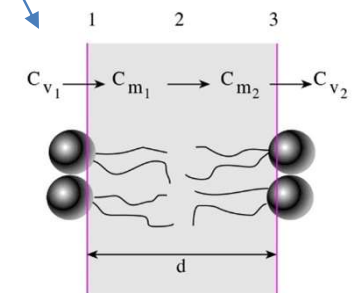
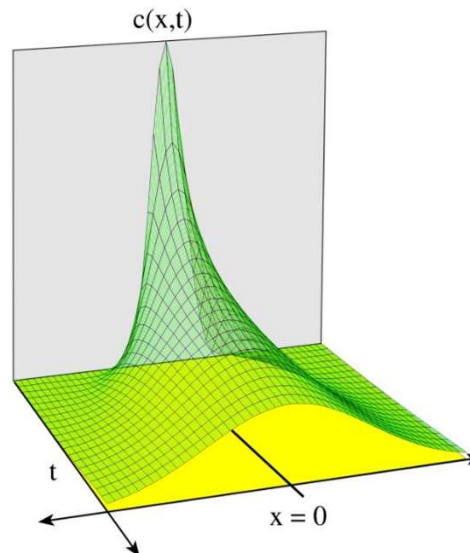
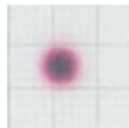
**Anwendbar für**

- O<sub>2</sub>-Diffusion von Lunge ins Blut
- Diffusion durch Membranen



**Das 2. Ficksche Gesetz:**

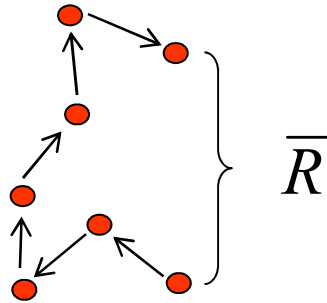
$$D \frac{\Delta \left( \frac{\Delta c}{\Delta x} \right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$$



# Zusammenfassend über die „Schnelligkeit“ der Diffusion

Zur Erinnerung

Gefäß	Kapillaren
A (cm <sup>2</sup> )	4500
v (cm/s)	0,022

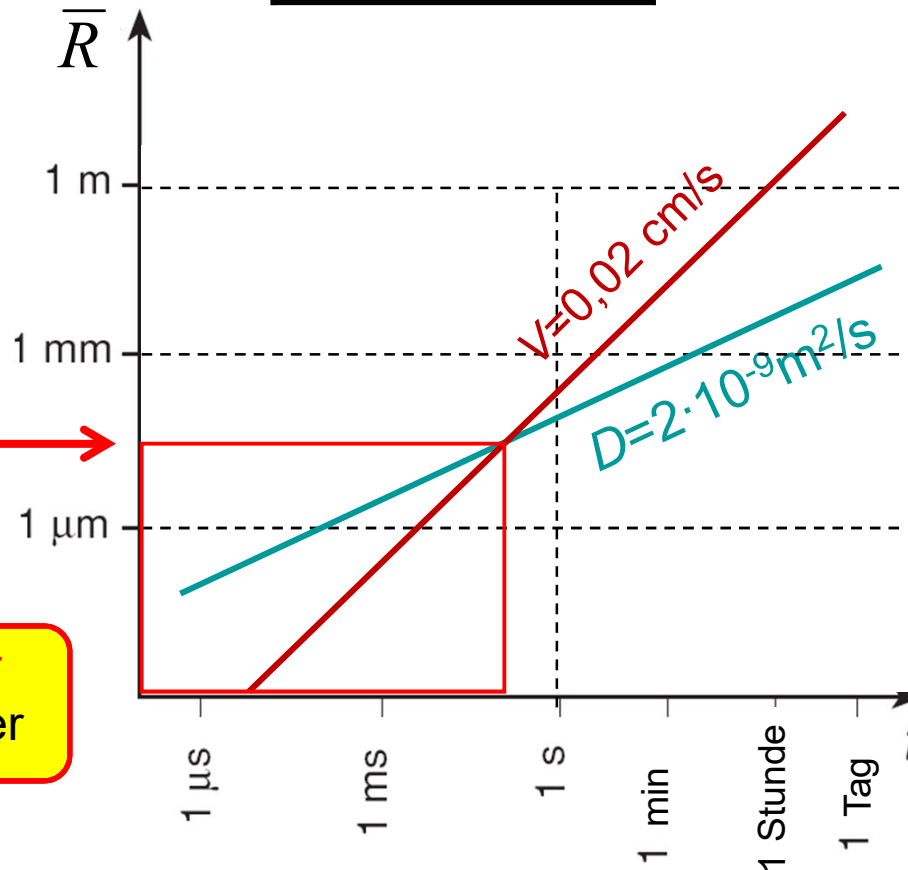


Diff:  $\bar{R} \sim \sqrt{t}$

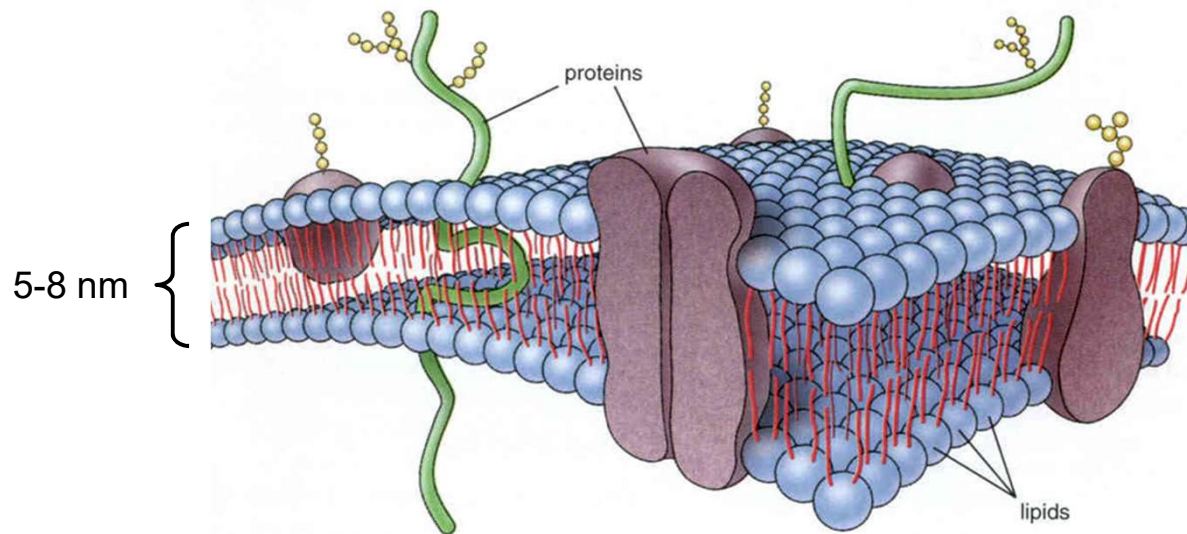
Strömung:  $s = v \cdot t$

30  $\mu\text{m}$

<30  $\mu\text{m}$ : Diffusion ist schneller  
>30  $\mu\text{m}$ : Strömung ist schneller

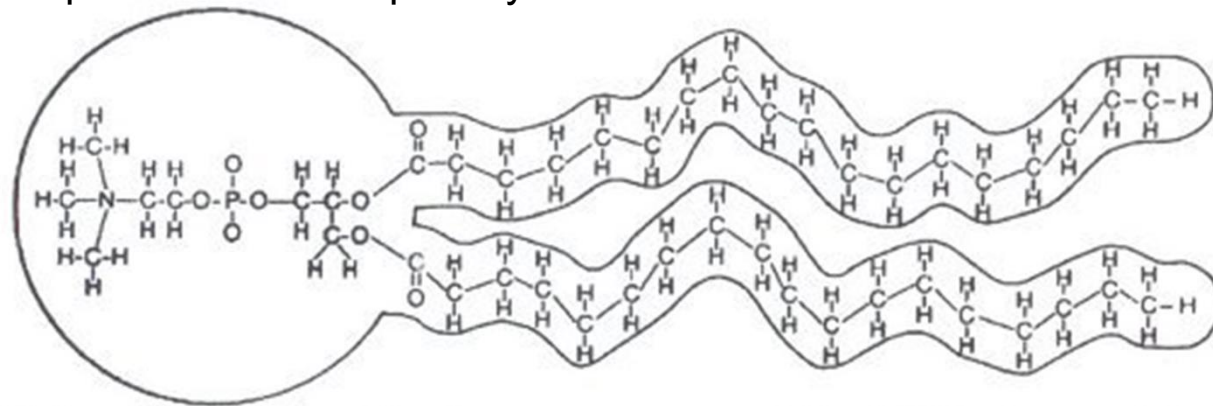


## 6. Anwendungen: Diffusion in Membranen



### Beispiel

Ein Phospholipidmolekül: Phosphatidylcholin

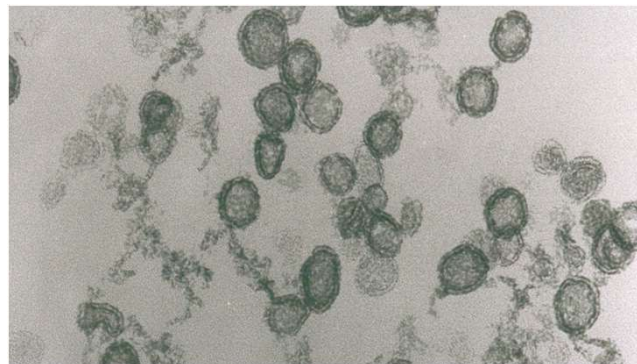
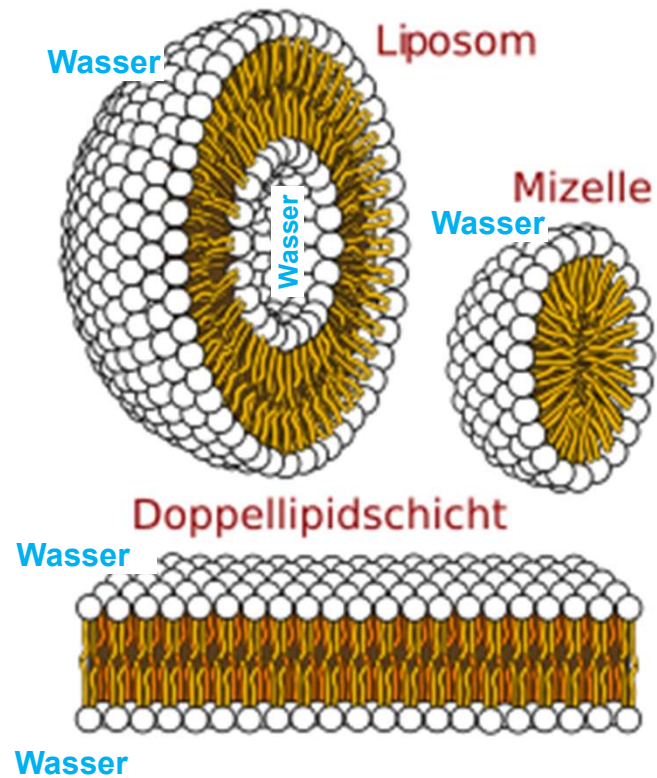


Polarer, hydrophiler Kopf

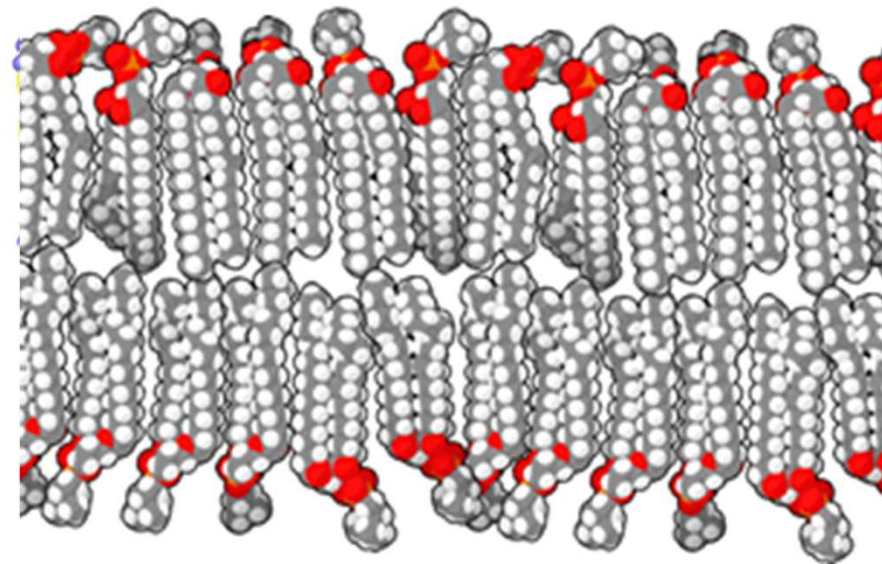
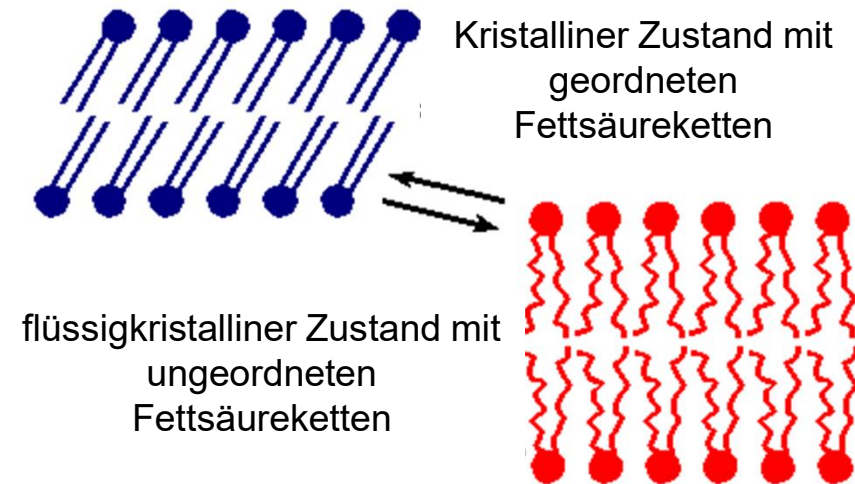
Apolare, hydrophobe Schwänze



## Zur Erinnerung: Lyotrope Flüssigkristalle

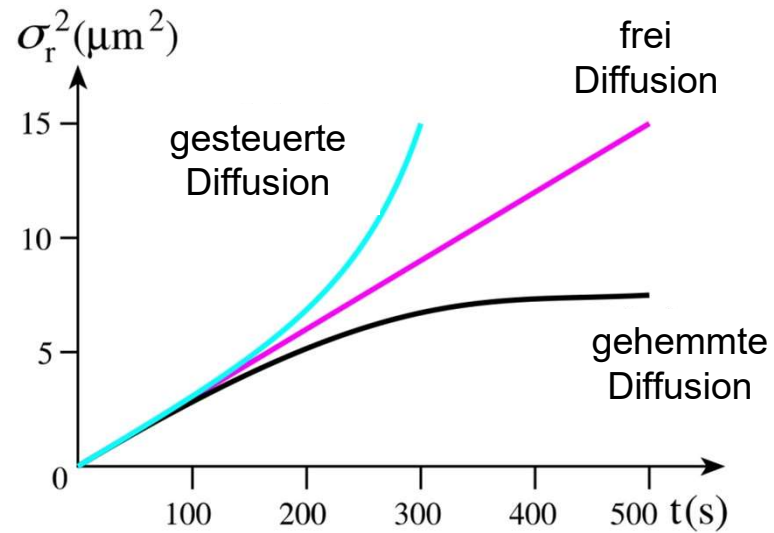
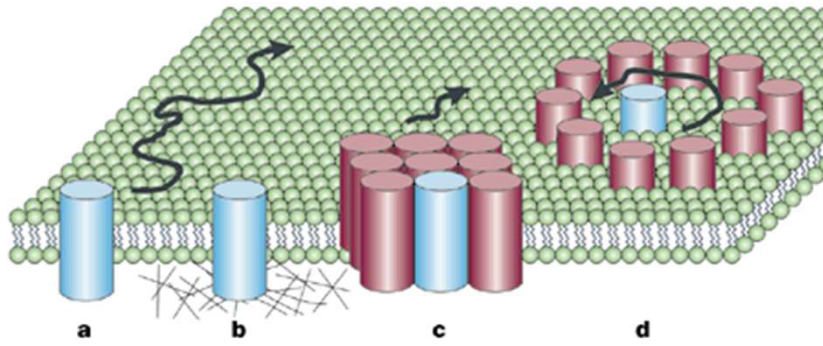


## Phasenübergang in der Lipiddoppelschicht

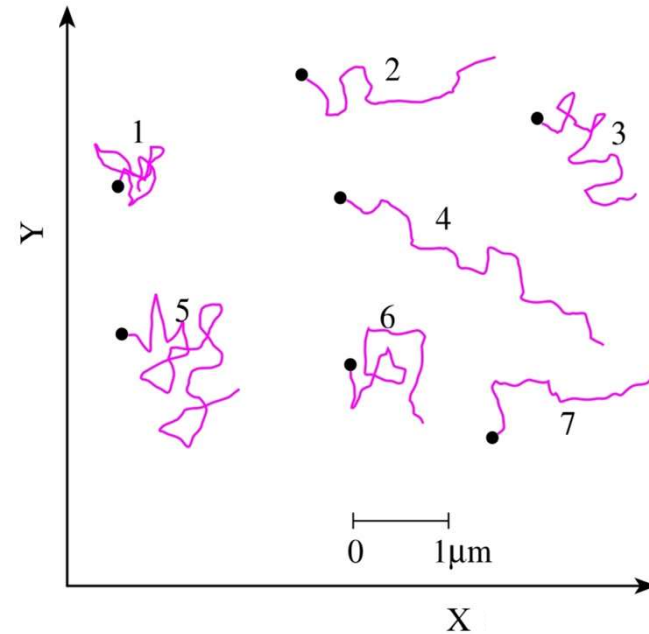


$$\eta_{\text{Gel}} > \eta_{\text{Fluid}} \gg \eta_{\text{Wasser}}$$

## ■ Laterale Diffusion in Membranen



Messung z. B. durch SPT (single particle tracking)



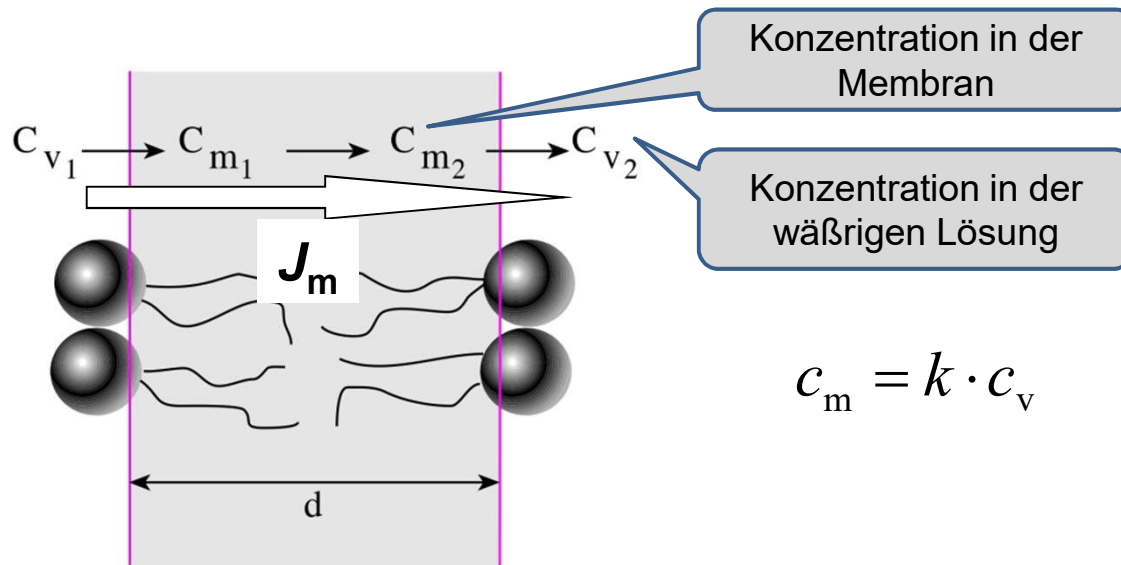
Lipide (mobiler Anteil >90%):

$$D_{\text{lateral}} \approx 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$$

Proteine (mobiler Anteil 10-90%):

$$D_{\text{lateral}} \approx 10^{-13} - 10^{-17} \text{ m}^2/\text{s}$$

## ■ Diffusion durch Membranen (passiver Transport)



$$c_m = k \cdot c_v$$

### ➤ 1. Ficksches Gesetz:

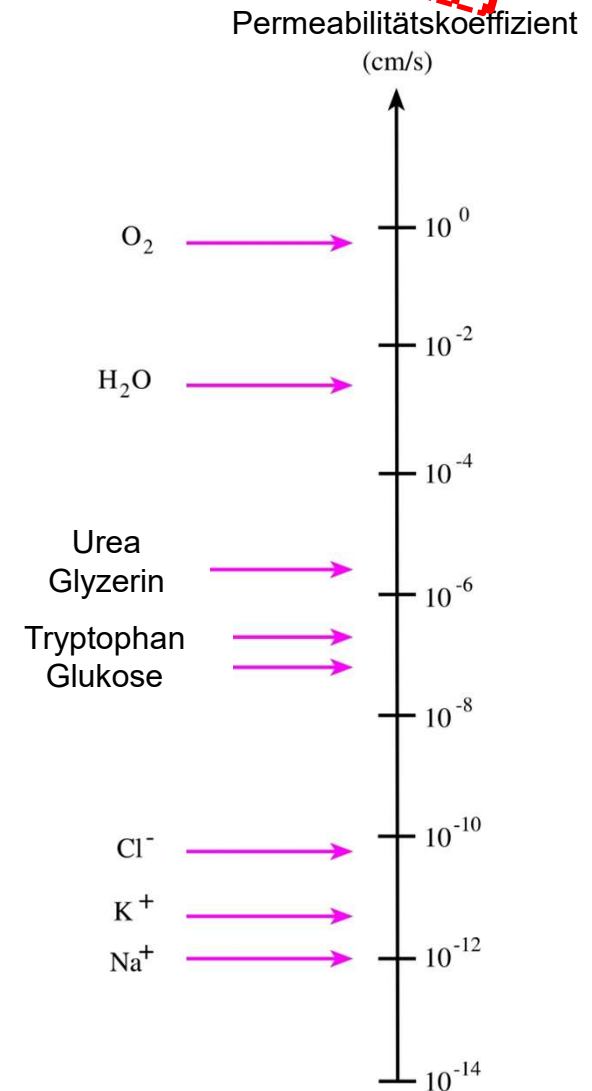
$$J_m = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{m2} - c_{m1}}{d} =$$

$$= -D \cdot k \cdot \frac{c_{v2} - c_{v1}}{d} = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

$$J_m = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)

**Zur Erinnerung**



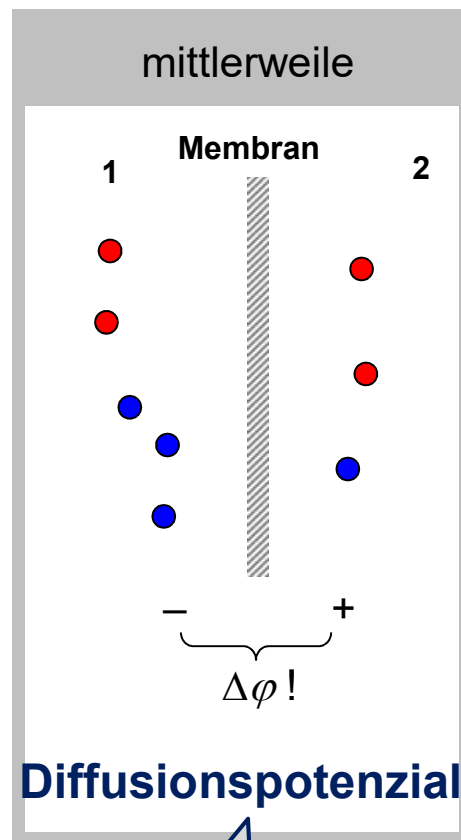
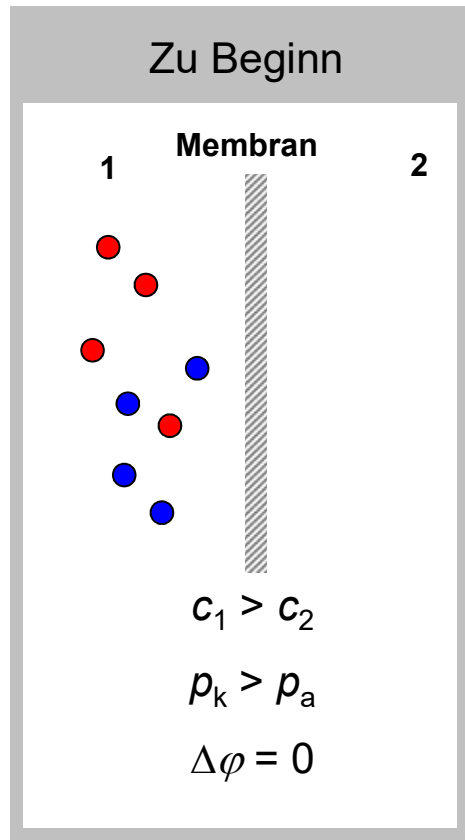


- Diffusion von Ionen durch eine Membran (zwei Spezialfälle)

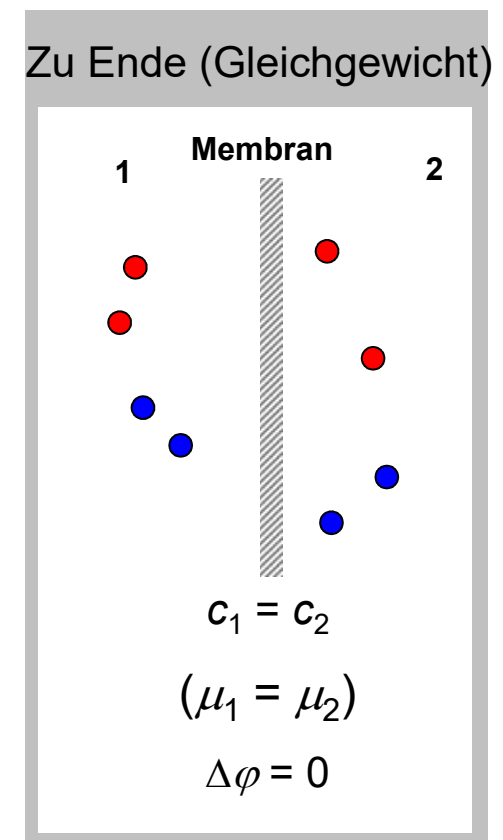
einwertige Ionen: ● Kation (k) ● Anion (a)

1.

Die Permeabilitätswerte sind unterschiedlich, z. B.  $p_k > p_a$



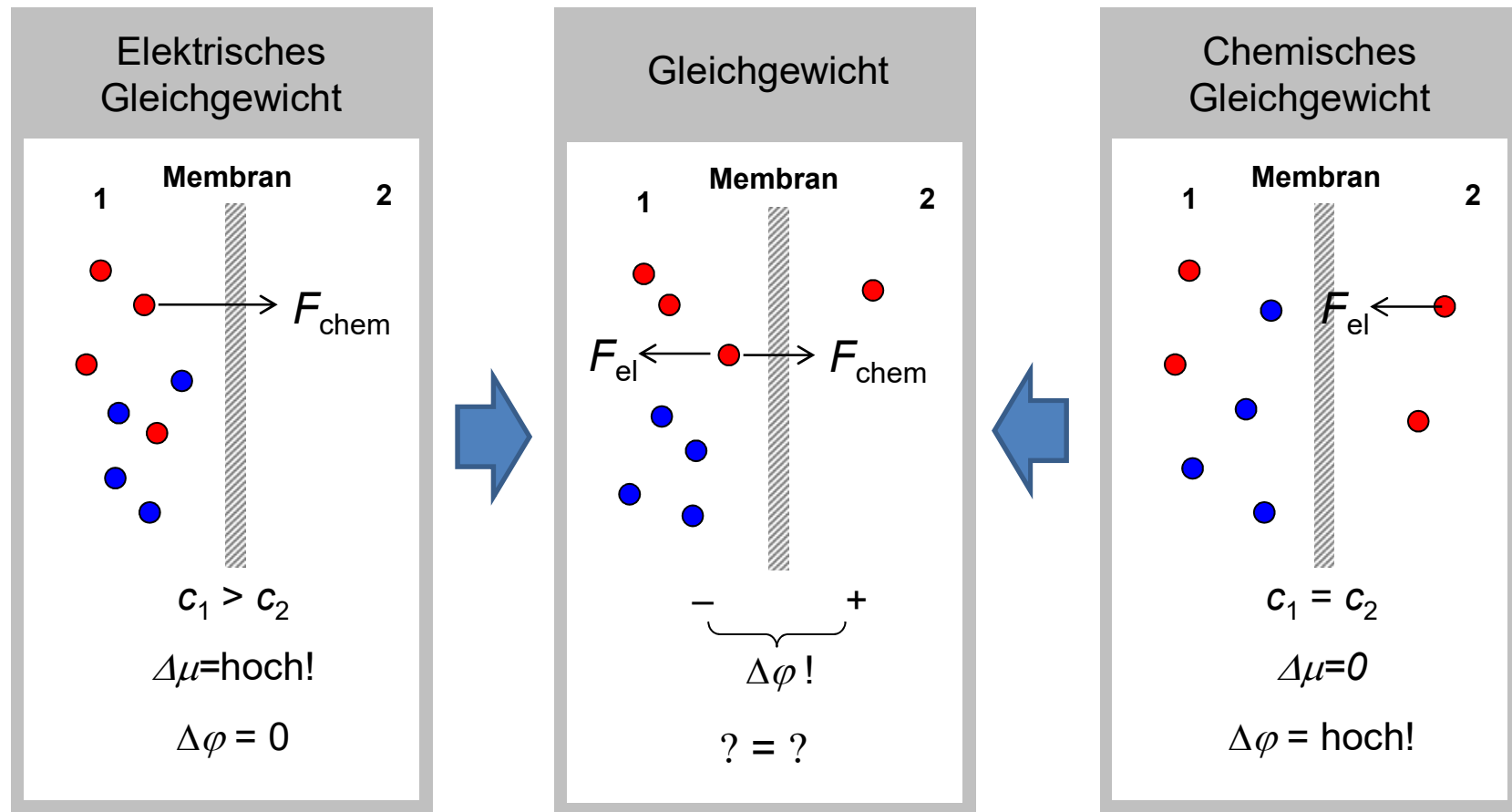
Nur vorübergehend!



2.

Die Permeabilität für das eine Ion ist Null, z. B.

$$p_a = 0$$



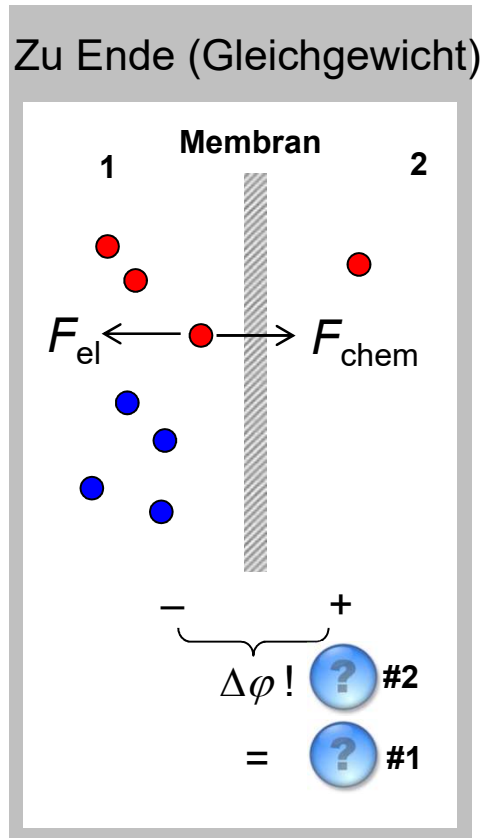
● Kation (k)

● Anion (a)

2.

Die Permeabilität für das eine Ion ist Null, z. B.

$$p_a = 0$$



? #1

**Elektrochemisches  
Potenzial (J/mol):**

$$\mu_e = \mu + F \cdot \varphi$$

Im Gleichgewicht:

$$\mu_{e1} = \mu_{e2}$$

? #2

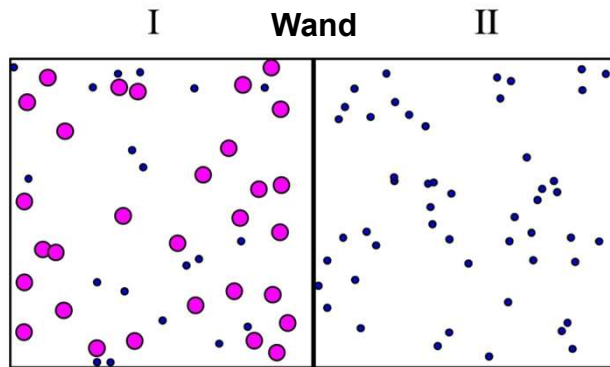
**Nernst-Gleichung:**

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{RT}{F} \ln \frac{c_2}{c_1}$$

● Kation (k)

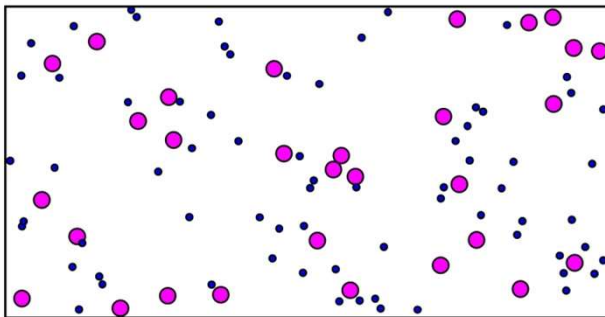
● Anion (a)

## Eine weitere Anwendung: Osmose



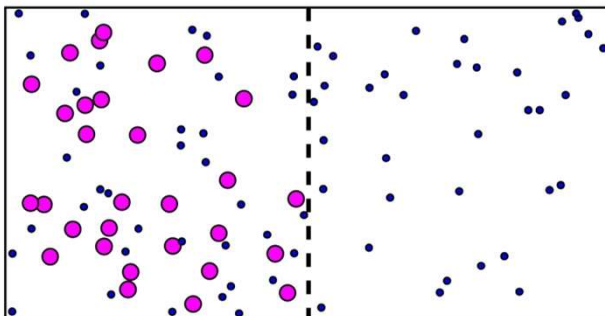
a

ohne Wand



b

semipermeable Wand



c



J. H. van't Hoff  
1852-1911  
Chemiker

### Van't Hoff-Gesetz:

(für Gase und auch für  
dünne Lösungen)

$$p_{\text{Osmose}} = cRT$$

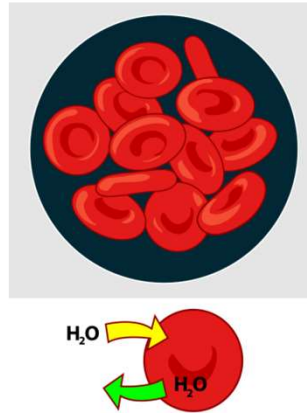
Osmotischer  
Druck

Temperatur

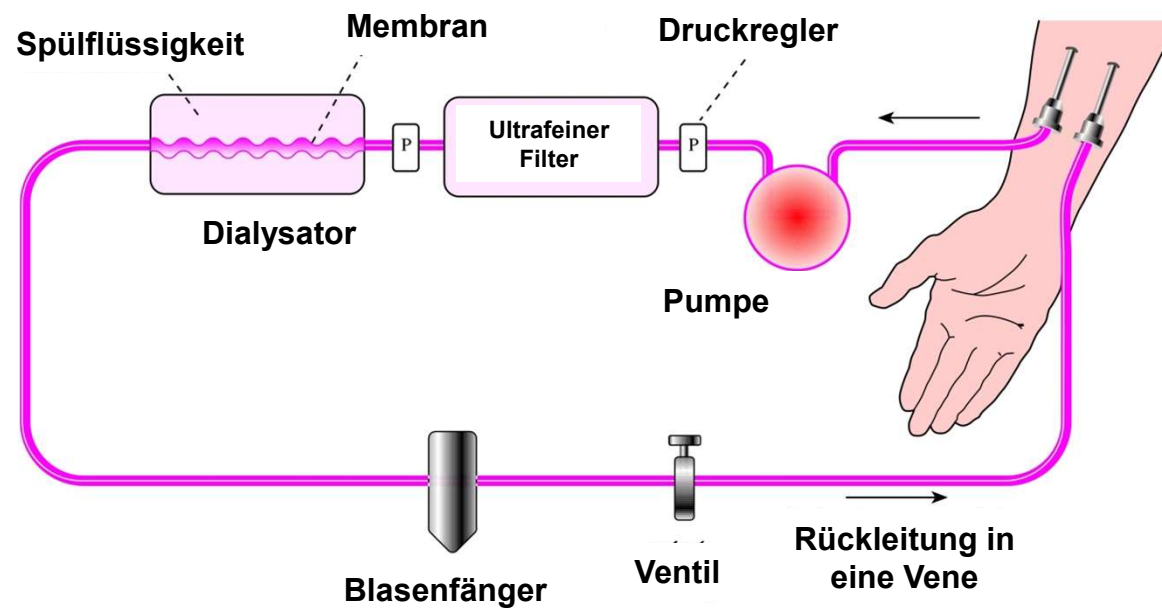
Konzentration der  
Moleküle für welche  
die Wand  
undurchlässig ist

Isotonisch sind zwei Lösungen, wenn ihre osmotische Druckwerte gleich groß sind

Isotonisch



## Hämodialyse





## 7. Ein Spezialfall: wenn Stoff produziert und verwendet wird

Endzustand  $\neq$  Gleichmäßige Verteilung der Konzentration

Stationäre Diffusion von Quelle nach Verbraucher

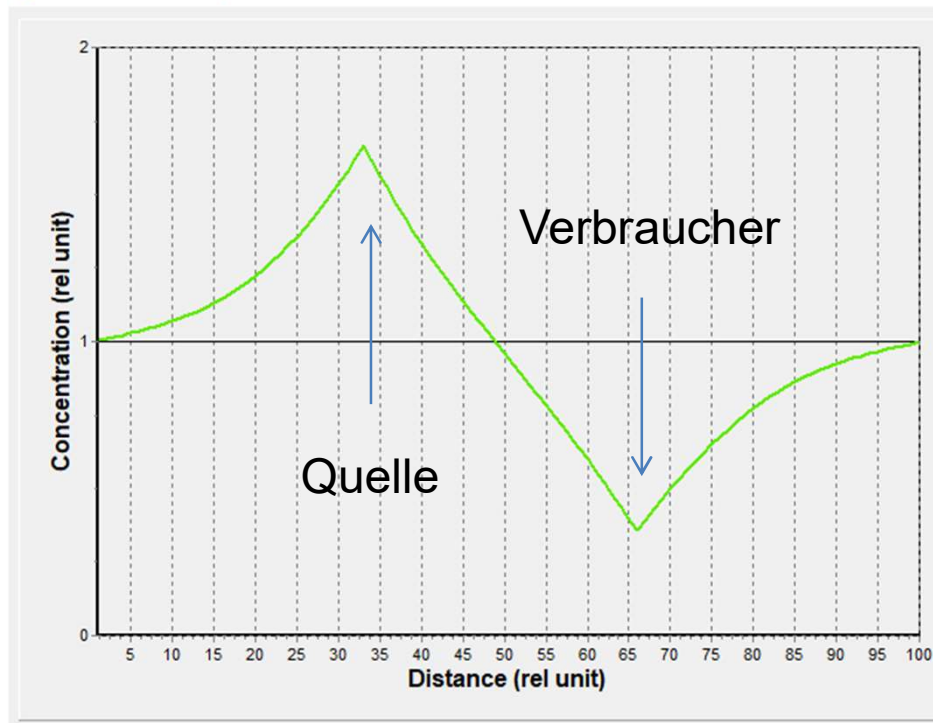
### Quelle:

Wo der betrachtete Stoff produziert wird.  
Z.B. durch chemische Prozesse.

### Verbraucher:

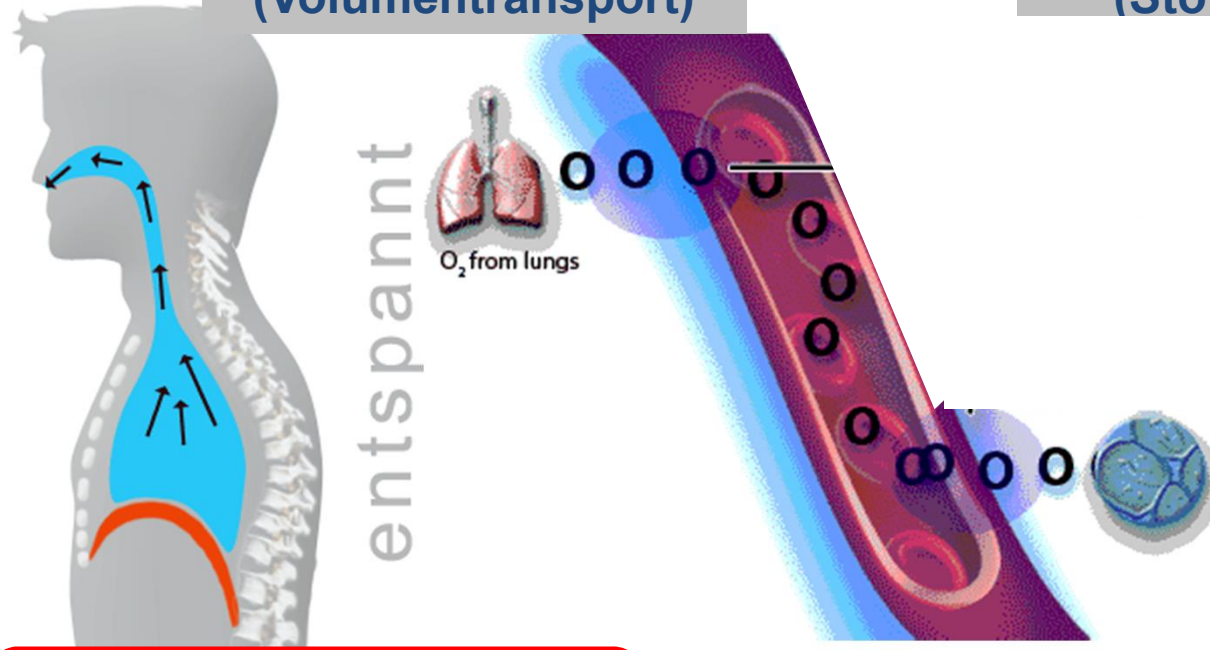
Wo der Stoff verwendet wird zB. durch chemische Prozessen in einem anderen Stoff umgewandelt wird.

 Diffusion simulation by SL

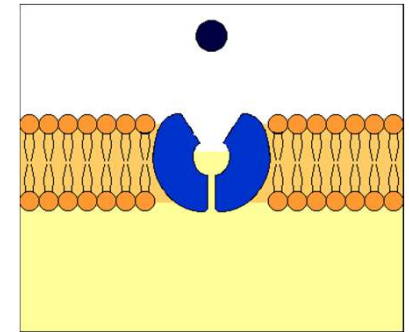
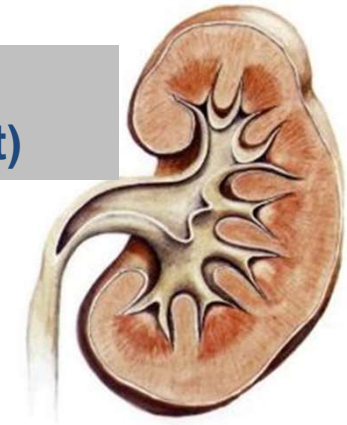


# Transportprozesse

## I. Strömung (Volumentransport)



## II. Diffusion (Stofftransport)



## III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)



## IV. Wärmeleitung (Energietransport)



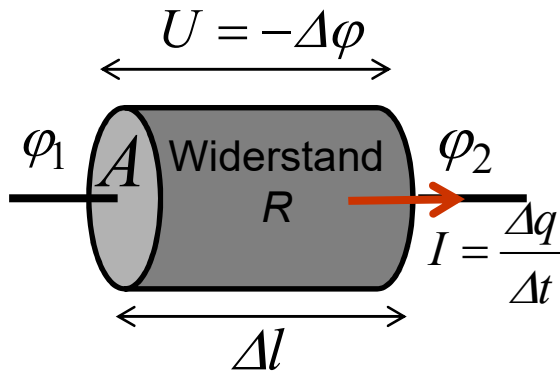
## V. Verallgemeinerung

# III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)

## 1. Grundbegriffe

- Elektrische Stromstärke ( $I$ ):  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$  (A)
- Elektrische Stromdichte ( $J$ ):  $J = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$   $\left( \frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right)$
- stationärer Strom: zeitlich konstant

## 2. Transportgesetz = ohmsches Gesetz



$$U = R \cdot I$$

Die bisher bekannte Form des ohmschen Gesetzes

$$R = \rho \frac{\Delta l}{A}$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

$$I = -\sigma \cdot A \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$$

Die neue Form des ohmschen Gesetzes

$$J = -\sigma \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$$

Alternativform:

Stromdichte

Elektrische Leitfähigkeit

Potenzialgradient

### 3. Anwendungen

- Diagnostik

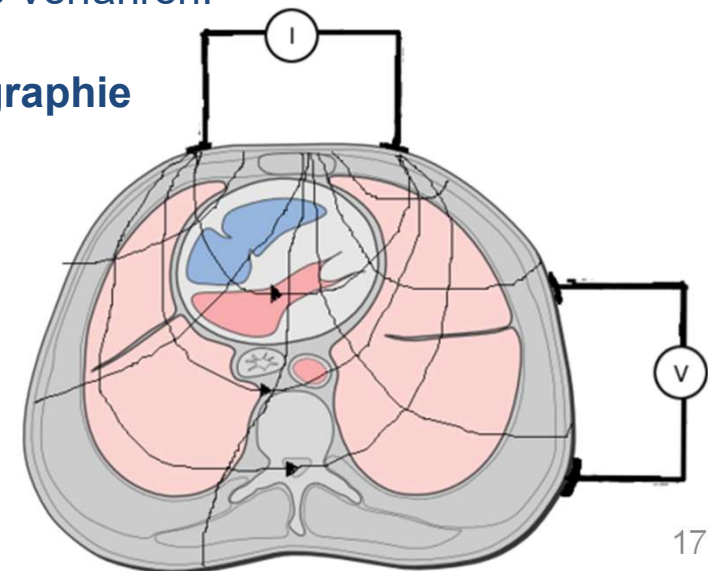
- Messung von Biopotenzialen (EKG, EEG, ...) (siehe später!)



- Auf Widerstandsmessung (Impedanzmessung) basierende Techniken

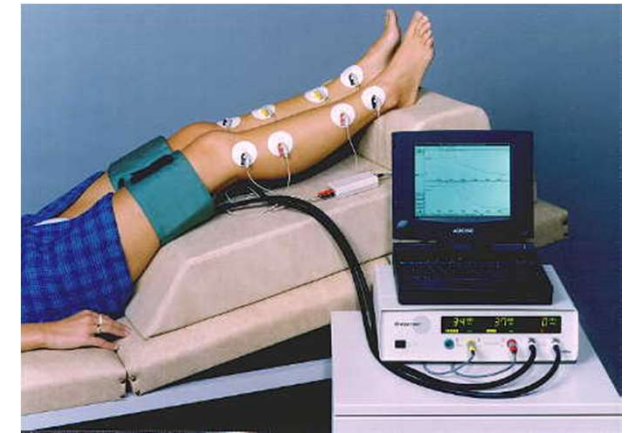
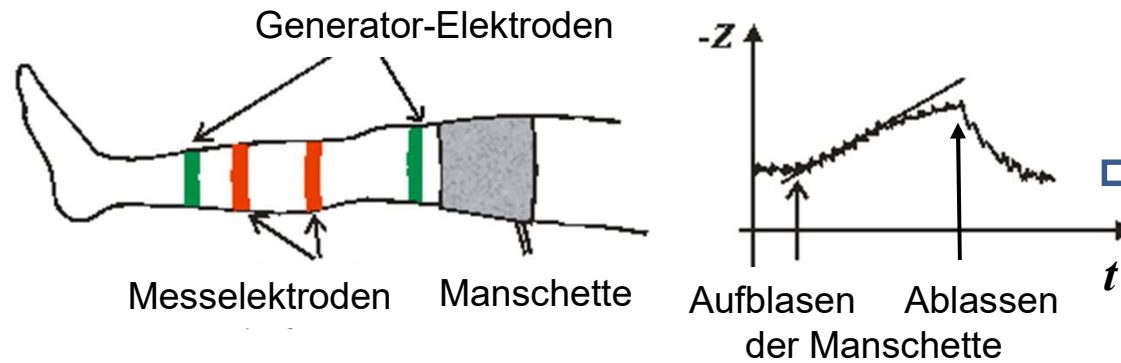
Gewebe	$\sigma$ (mS/m)	$\rho$ ( $\Omega$ m)
Blut	700	1,4
graue Hirnmasse	300	3,3
weiße Hirnmasse	150	6,7
Haut	100	10
Fett	40	25
Knochen	10	100

Ein bildgebendes Verfahren:  
**elektrische  
Impedanztomographie  
(EIT)**



## Impedanzplethysmographie (IPG)

Untersuchung der Blutströmung in den Extremitäten

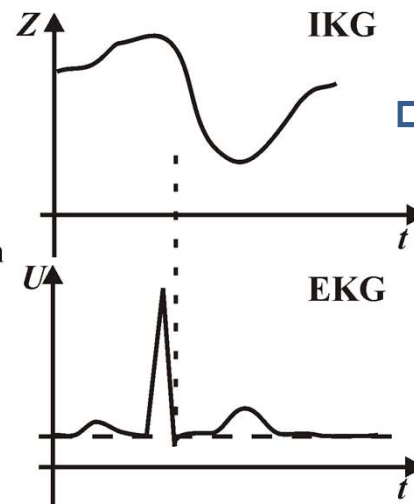
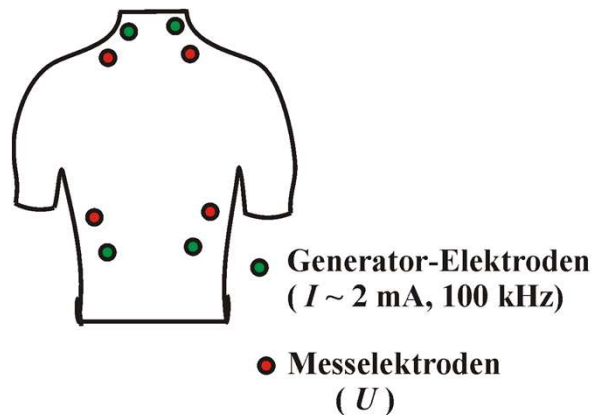


Volumen-  
stromstärke

## Impedanzkardiographie (IKG)

Untersuchung der  
Herzfunktion

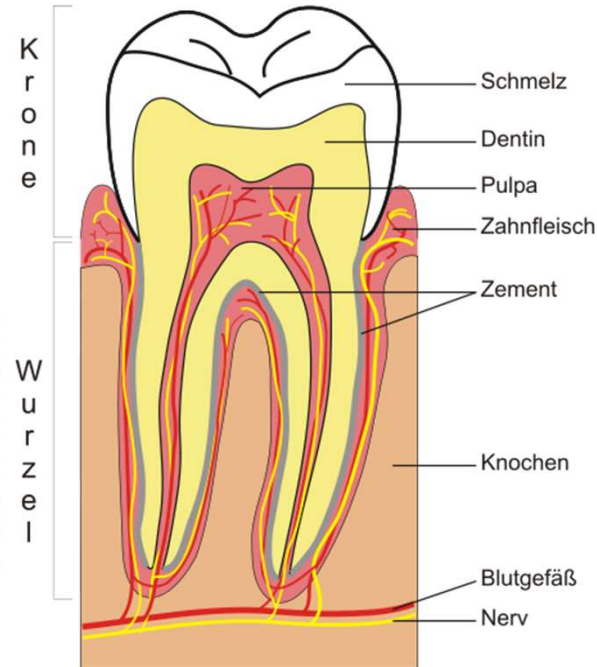
Impedanzkardiographie (IKG)



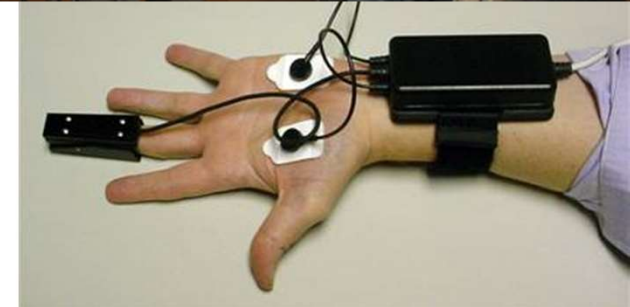
Pulsvolumen/Minutenvolumen  
des Herzens



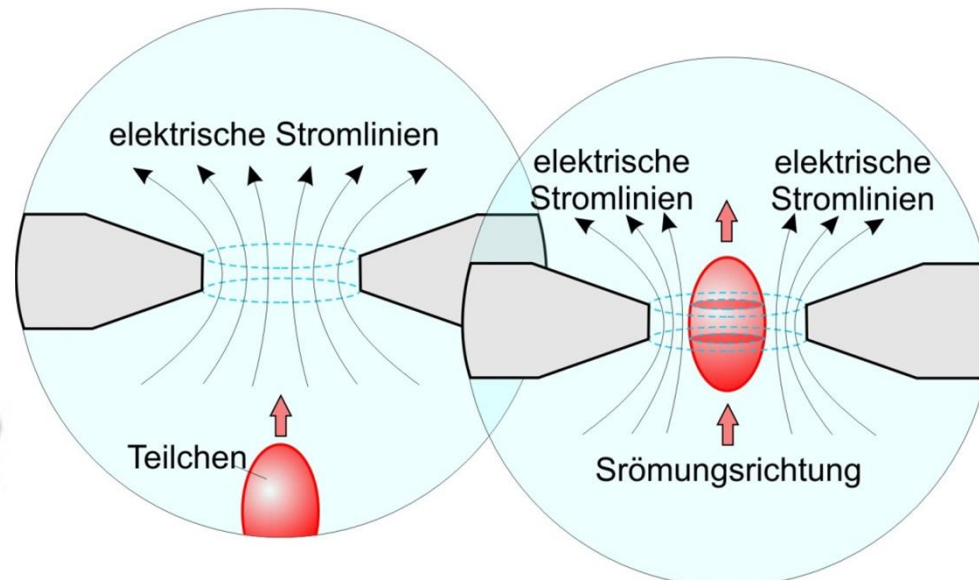
# Apex-Locator



# Lügendetektor



# Coulter-Zähler



- Therapie (siehe später!)

Galvanisation / Iontophorese



Wärmetherapie



Elektrochirurgie



Elektroreizung in der Physiotherapie



Herzschrittmacher



Defibrillator



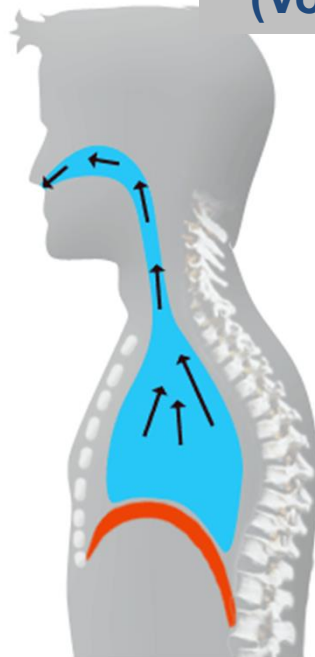
# Analogie

	Was „strömt“?	Stärke?	Was treibt die „Strömung“?	Zusammenhang
<b>Volumen- transport</b>	$V$	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	$p$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$
<b>Stoff- transport</b>	$v$	$J_v = \frac{\Delta v}{A \cdot \Delta t}$	$c^*$	$J_v = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$
<b>Ladungs- transport</b>	$q$	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	$\varphi$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$

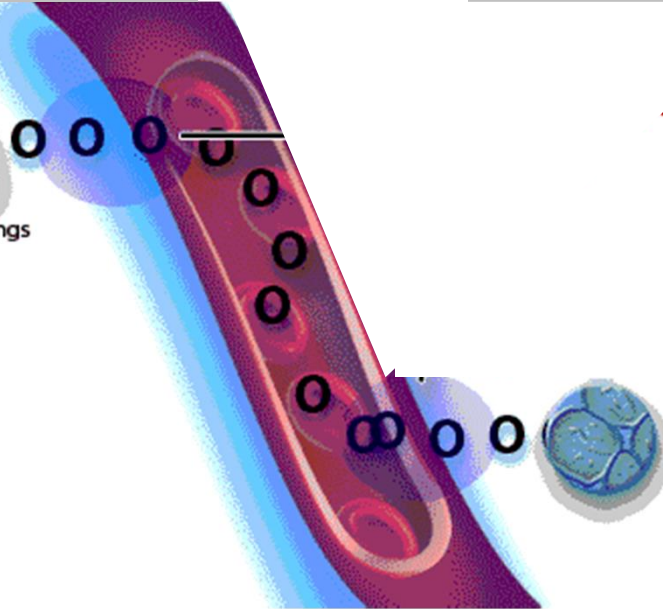
\* Im allgemeinen Fall  $\mu$

# Transportprozesse

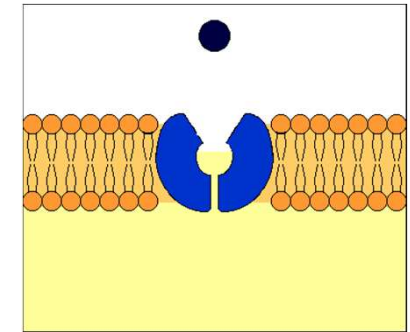
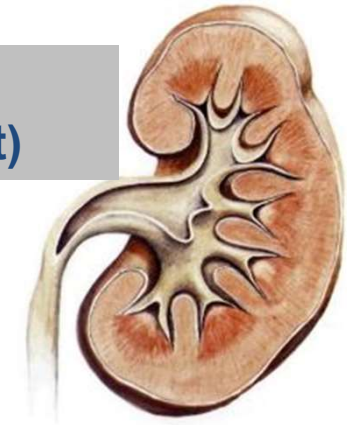
**Strömung  
(Volumentransport)**



entspannt



**Diffusion  
(Stofftransport)**



**III. Elektrischer Strom  
(el. Ladungstransport)**



**IV. Wärmeleitung  
(Energietransport)**



**V. Verallgemeinerung**



# IV. Wärmeleitung (Energietransport)



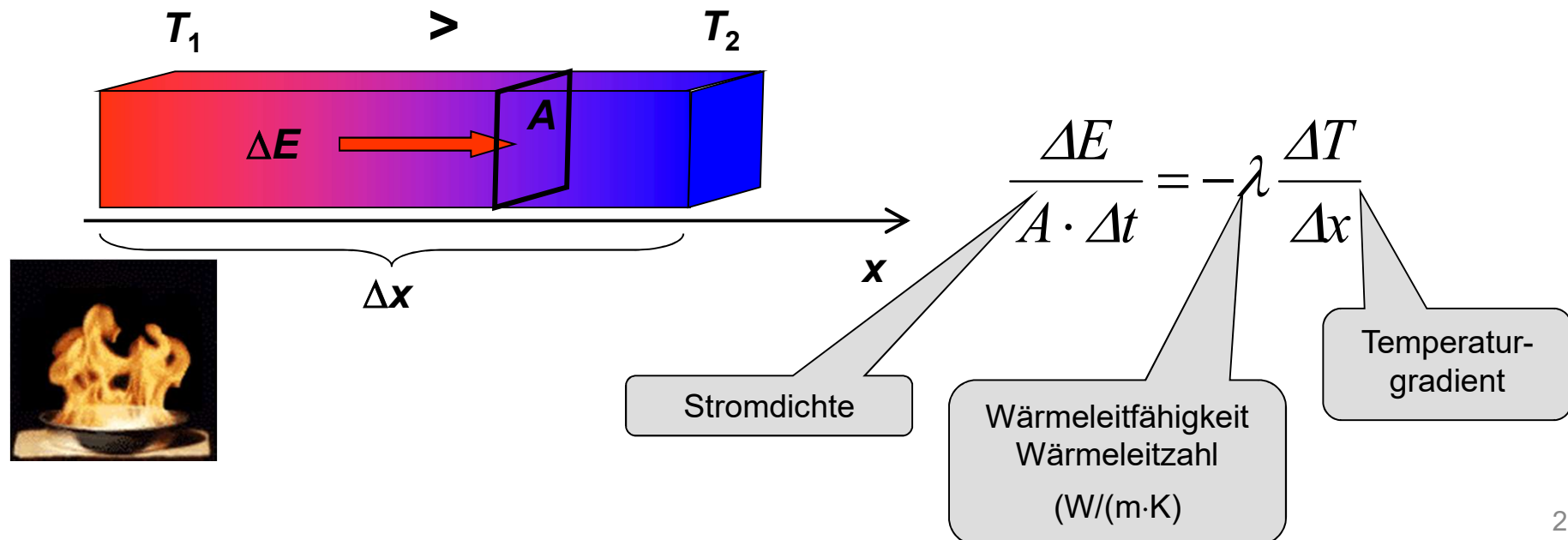
J. B. J. Fourier  
1768-1830  
Mathematiker  
und Physiker

**0. Mechanismus:** Stöße zw. Atomen und Molekülen + freie Elektronen = **Konduktion**

## 1. Grundbegriffe

- Energiestromstärke ( $I$ ):  
(Wärmestromstärke)  $I = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \left( \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W} \right)$
- Energiestromdichte ( $J$ ):  
(Wärmestromdichte)  $J = \frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} \quad \left( \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$

## 2. Transportgesetz = Fourier-Gesetz



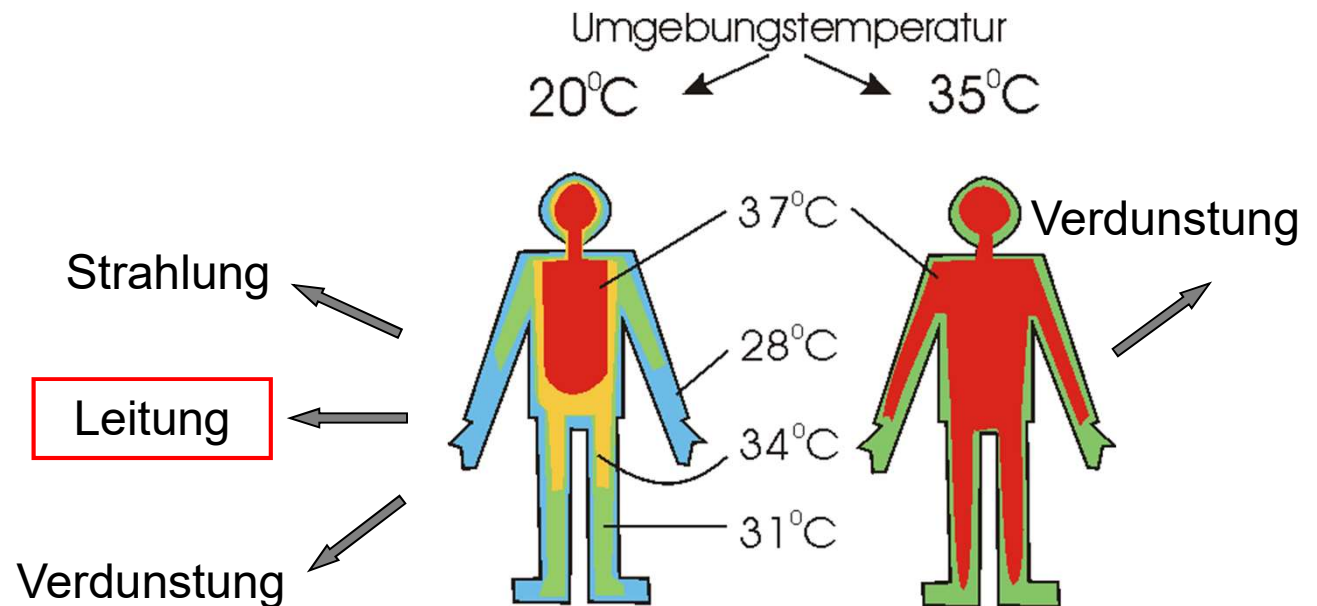


- Wärmeleitfähigkeit: ➤ stoffspezifisch

Stoff	$\lambda$ (W/(m·K))
Silber	420
Glas	1
Wasser	0,6
Muskel	0,4
Fett	0,2
Luft	0,025

### 3. Anwendung: **Wärmebildung und -abgabe**

Aktivität	Wärme- bildung (W)
In Ruhe	115
Langsames Spazieren	260
Radfahren (15 km/h)	420
Treppensteigen (2/s)	700
Laufen (15 km/h)	1150



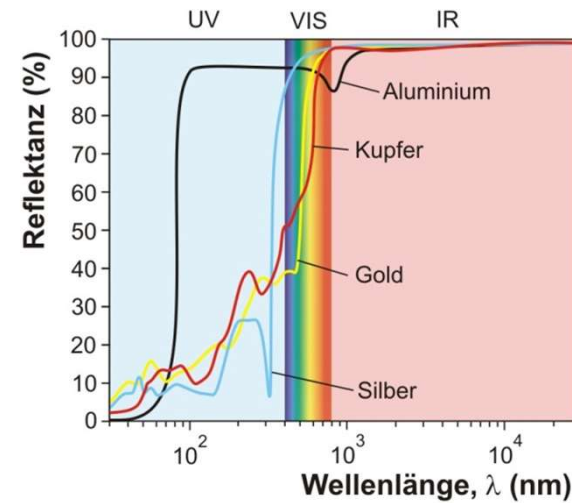
# Zusammenfassung der Wärmeabgabemechanismen

- Temperaturstrahlung

$$\Delta P = \sigma \cdot (T_{\text{Körper}}^4 - T_{\text{Umgebung}}^4) \cdot A$$

$T_{\text{Körper}} = 28^\circ\text{C}$     $T_{\text{Umgebung}} = 20^\circ\text{C}$     $\Rightarrow$     $\Delta P = 83 \text{ W}$

$T_{\text{Umgebung}} = 0^\circ\text{C}$     $\Rightarrow$     $\Delta P = 290 \text{ W !}$



■ Wärmeleitung  $P = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$

$T_{\text{Körper}} = 28^\circ\text{C}$   
 $T_{\text{Umgebung}} = 20^\circ\text{C} \Rightarrow P \approx 40 \text{ W}$



- Luft ↔ Wasser als Umgebung
- Strömungen! (z. B. Wind)

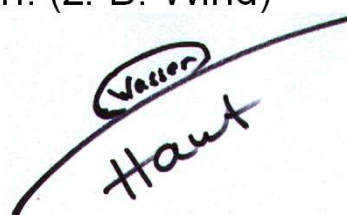
■ Verdunstung

- hohe spez. Verdampfungswärme von Wasser:  $\approx 2400 \text{ kJ/kg}$  (bei  $30^\circ\text{C}$ ) !!

- Wasserverlust:
  - ständig  $\approx 50 \text{ ml/h} \Rightarrow \approx 35 \text{ W}$
  - bei Extrembedingungen  $\approx 1600 \text{ ml/h} \Rightarrow \approx 1000 \text{ W} !!$

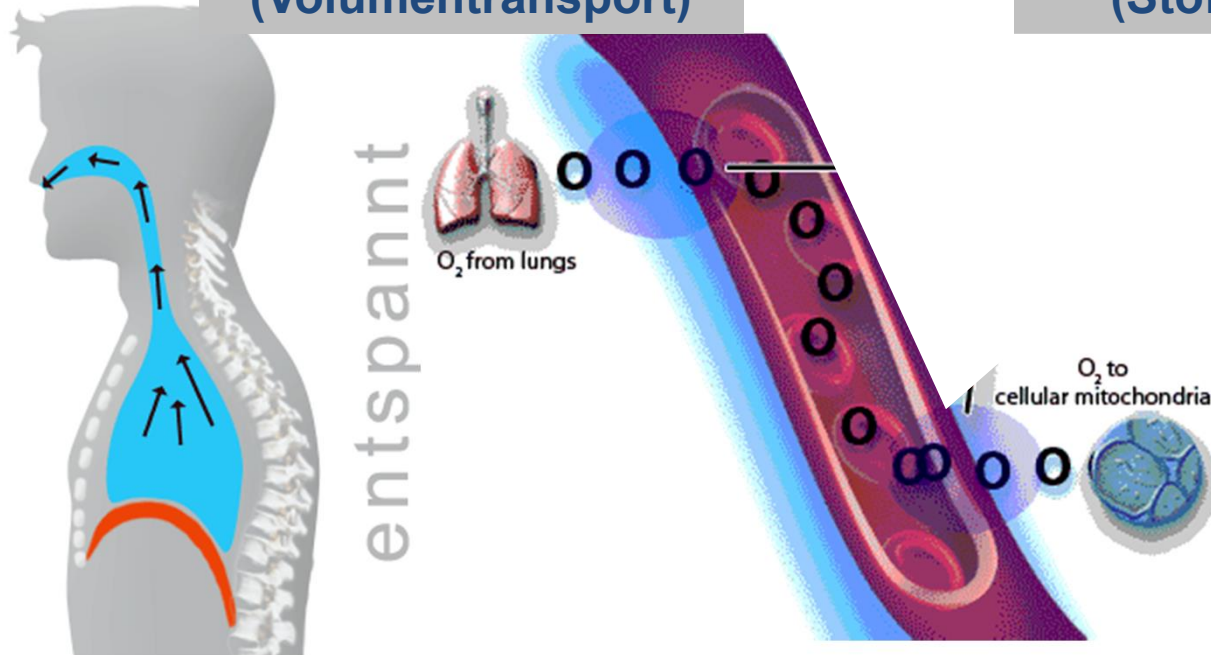


- Strömungen! (z. B. Wind)

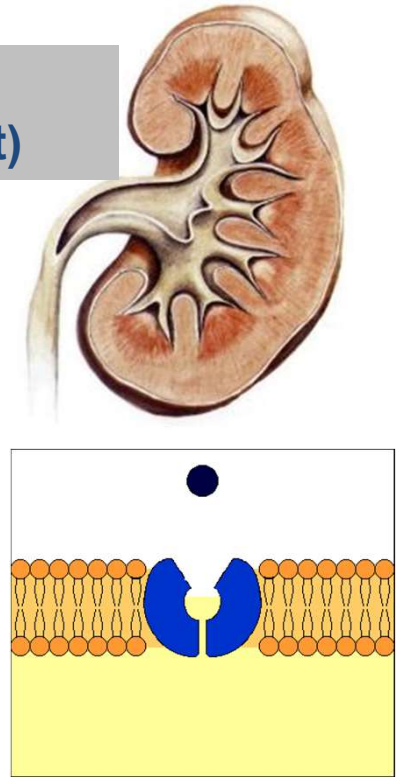


# Transportprozesse

## I. Strömung (Volumentransport)



## II. Diffusion (Stofftransport)



## III. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)



## IV. Wärmeleitung (Energietransport)



## V. Verallgemeinerung

# V. Verallgemeinerung der Transportgesetze

	Was „strömt“?	Stärke?	Was treibt die „Strömung“?	Zusammenhang?
<b>Volumen-transport</b>	$V$	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	$p$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$
<b>Stoff-transport</b>	$\nu$	$J_\nu = \frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	$c^*$	$J_\nu = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$
<b>Ladungs-transport</b>	$q$	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	$\varphi$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
<b>Energie-transport</b>	$E$	$J_E = \frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}$	$T$	$J_E = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$
<b>allgemein</b>	$x_{\text{ext}}$ extensive Gr.	$J = \frac{\Delta x_{\text{ext}}}{A \cdot \Delta t}$ Strom-dichte	$y_{\text{int}}$ intensive Gr.	$X = -\frac{\Delta y_{\text{int}}}{\Delta x}$ thermo-dynamische Kraft
				$J = LX$ onsagersche Beziehung

\* Im allgemeinen Fall  $\mu$



**Extensive Größe:**

- additiv
- Im Gleichgewicht proportional zur Ausbreitung des Systems
- In Transportprozessen: die transportierte Größe

**Intensive Größe:**

- nicht-additiv
- Im Gleichgewicht überall gleich in dem System
- In Transportprozessen: die sich ausgleichende Größe

**Gleichgewicht:** es gibt keine Transportprozesse.

**0. Hauptsatz der Thermodynamik:** Gleichgewicht  $\Leftrightarrow$  homogene Verteilung der intensiven Größen

inhomogene Verteilung der intensiven Größen  $\Rightarrow$  **Transportprozesse**

**Stärke und Richtung des Transportprozesses:**

$$J = LX$$

Onsagersche Beziehung

$\longrightarrow$  Richtung: homogene Verteilung

**2. Hauptsatz der Thermodynamik**

**Irreversibilität**

Danke für Ihre Aufmerksamkeit!

