Elektrizitätslehre 3

Wechselstrom

Signale in der Medizin

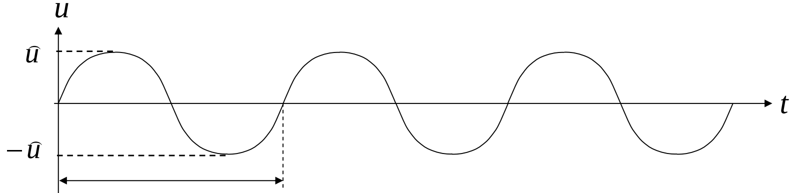
Signalanalyse

Wechselspannung

Wechselspannung Scheitelwert

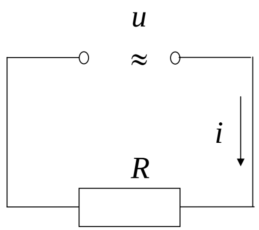
$$u(t) = \hat{u}\sin(\omega t)$$

Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi f$



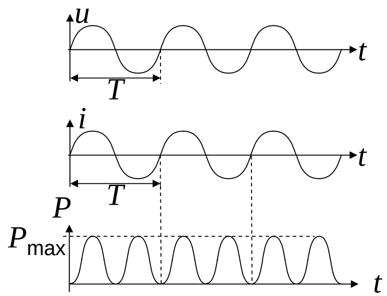
$$T = \frac{1}{f}$$

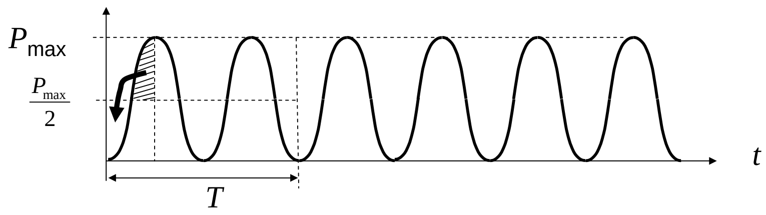
Wechselspannungskreis



$$u(t) = \hat{u}\sin(\omega t)$$

$$i(t) = \hat{i}\sin(\omega t)$$





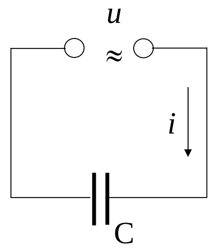
Durchschnittliche Leistung:

$$\overline{\boldsymbol{P}} = \frac{\boldsymbol{P}_{\text{max}}}{2} = \frac{\hat{\boldsymbol{u}}\hat{\boldsymbol{i}}}{2} = \frac{\hat{\boldsymbol{u}}}{\sqrt{2}}\,\frac{\hat{\boldsymbol{i}}}{\sqrt{2}} = \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{eff}}\,\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{eff}}$$

Effektive Spannung: $$U_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$$

Effektive Stromstärke: $$I_{eff} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$$

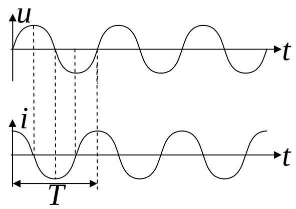
Kondensator im Wechelstromkreis



$$u = U_C = \frac{Q}{C}$$

$$Q = C \cdot u = C \cdot \hat{u}\sin(\omega t)$$

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = C\hat{u}\,\frac{\Delta\sin(\omega t)}{\Delta t} = \hat{i}\,\cos(\omega t)$$



$$\frac{\Delta\sin(\omega t)}{\Delta t} = \omega\cos(\omega t)$$

$$\hat{i} = \hat{u}\cdot C\cdot\omega$$

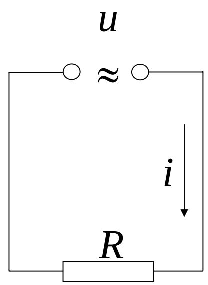
$$\boxed{\frac{\hat{\boldsymbol{u}}}{\hat{\boldsymbol{i}}} = \frac{1}{\boldsymbol{\omega C}} = \boldsymbol{X}_C}$$

Kapazitiver Widerstand

$$X_C = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

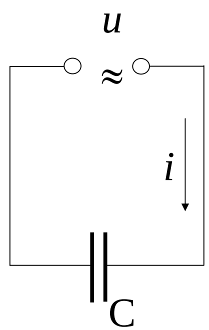
$$X_C \neq \frac{u}{i}$$

Zusammenfassung:



$$R = \frac{u}{i} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

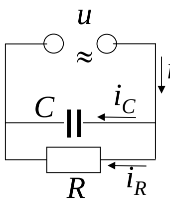
u und ***i*** in
gleicher Phase

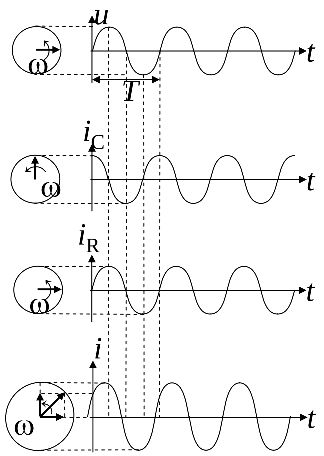


$$X_C = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \neq \frac{u}{i}$$

i eilt sich im
Vergleich zum ***u***

Wechselstromkreis mit Widerstand und Kondensator in Parallelschaltung





$\frac{\hat{u}}{R}\cos(\omega t)$

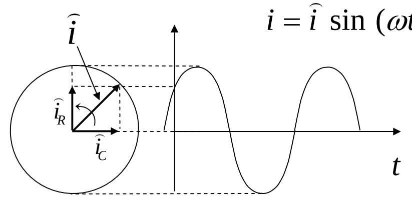
$\frac{\hat{u}}{X_C}\sin(\omega t)$

$\hat{i}\sin(\omega t+\varphi)$

$i = i_C + i_R$

$i = \hat{i}\sin(\omega t + \varphi)$

$\hat{i}^2 = \hat{i}_C^2 + \hat{i}_R^2$



$$\hat{i} = \sqrt{\hat{i}_C^2 + \hat{i}_R^2} = \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{X_C^2} + \frac{\hat{u}^2}{R^2}} =$$

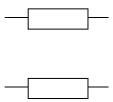
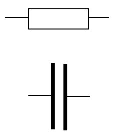
$$= \hat{u}\sqrt{\frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2}} = \frac{\hat{u}}{Z}$$

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

Impedanz

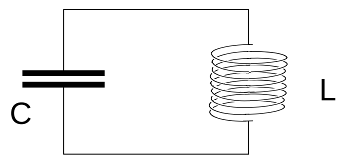
$$\boxed{\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2}}}$$

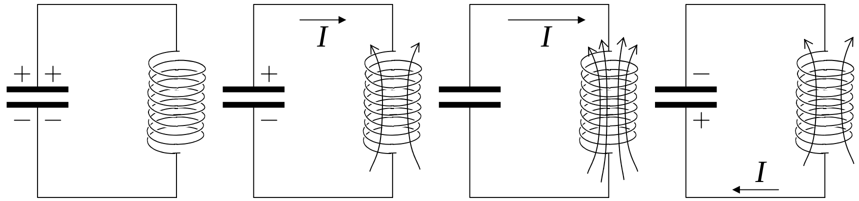
Zusammenfassung

	Reihenschaltung	Parallelschaltung
	$R_r = R_1 + R_2$	$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
	$Z = \sqrt{X_C^2 + R^2}$	$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2}}$

Schwingkreis:

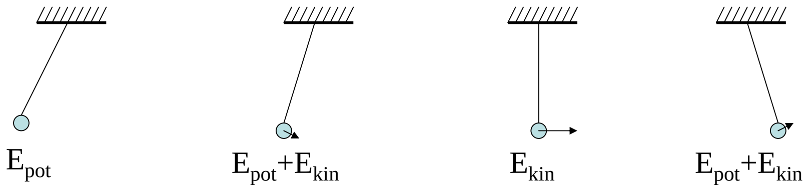
Erzeugung der elektromagnetischen Schwingungen

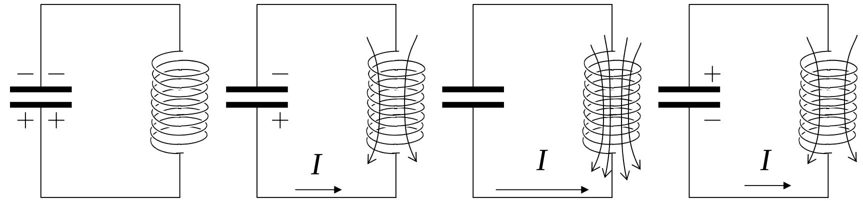




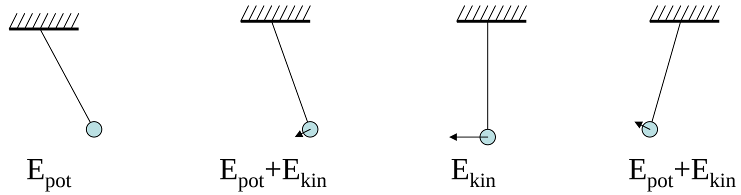
U	max	0
I	0	max

Mechanische Analogie: Pendel

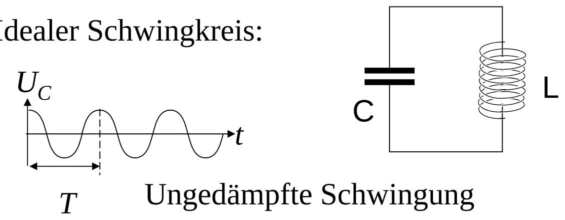




U	- max	0
I	0	- max



Idealer Schwingkreis:



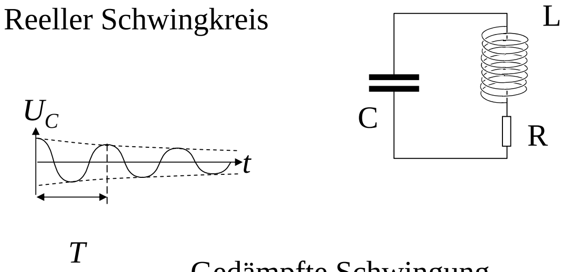
Ungedämpfte Schwingung

Eigenfrequenz:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Resonanz!

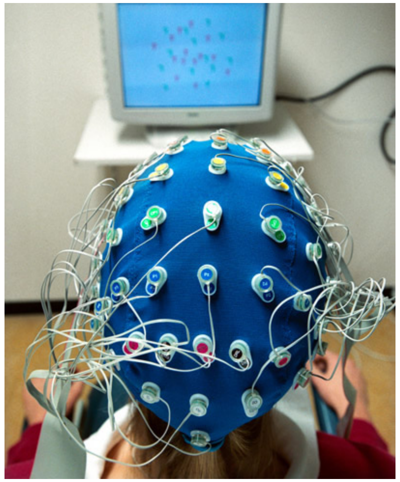
Reeller Schwingkreis



Gedämpfte Schwingung

Energieverlust am Widerstand

Kleine medizinische Signalverarbeitung



Signal: eine Grösse, die Information trägt, weiterleitet oder speichert.

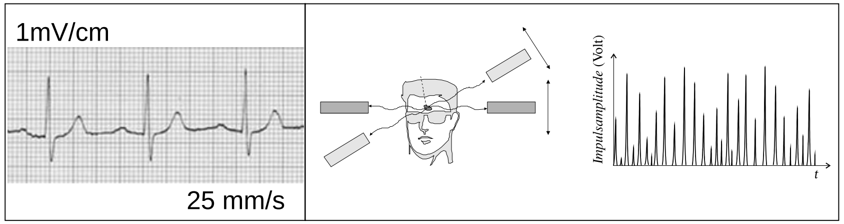
Beispiel1:

elektrische Spannung, die infolge der Herz-/Gehirntätigkeit auf der Körper-/Schädel-oberfläche erscheint (EKG/EEG)

Beispiel2:

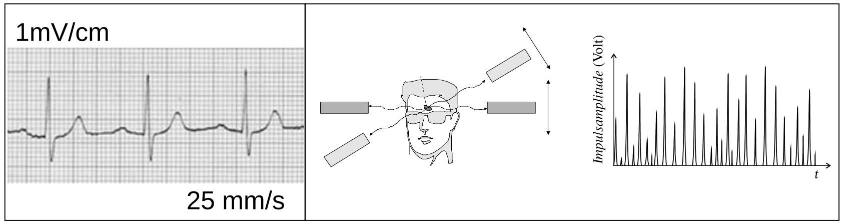
die detektierte Gamma-Quanten bei der Isotopendiagnostik

(1) (2)



Klassifizierung der Signale

statisches S.	–	zeitabhängiges S.
periodisches S.	–	nichtperiodisches S.
stochastisches S.	–	nichtstochastisches S.
nichtelektrisches S.	–	elektrisches S.
analoges S.	–	digitales S.



in ausgezeichneter Rolle

elektrische Signale

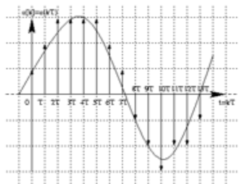
die nichtelektrische Signale werden in elektrische Signale umgewandelt

Vorteil der elektrischen S.: Umwandlung, Verstärkung, Weiterleitung ist einfach

digitale Signale

die analoge Signale werden digitalisiert

Vorteil der digitalen S.: Speicherung ist einfach, Rausch kann minimalisiert werden



Grösse (und Einheit), die für die Vergleichung der Maße der Signale verwendet wird:

Bel-Zahl: n (nach Alexander Graham Bell)

Einheit von n: Bel (B)

$$n = \lg \frac{P_2}{P_1}\,\mathrm{B} = \lg \frac{I_2}{I_1}\,\mathrm{B} = \lg \frac{E_2}{E_1}\,\mathrm{B}$$

Zehnerlogaritmus des Quotienten von zwei Leistungen (oder Intensitäten, oder Energien)

Anstatt der Bel-Zahl die benützte Grösse:
Dezibel-Zahl oder Pegel:

$$\boxed{n = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1}\,\mathrm{dB}}$$

charakteristische Grösse: **Leistung** (o. Intensität/ Energie),
technische Grösse: (elektrische) **Spannung**

Zusammenhang zwischen der Leistung und der Spannung:

$$P = U \cdot I = U^2 / R \quad (\mathrm{Ohm:}\ U = R \cdot I)$$

Dezibel Zahl mit Spannungsverhältnis

$$\boxed{n} = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1}\,\mathrm{dB} = 10 \cdot \lg \frac{U_2^{\,2}/R_2}{U_1^{\,2}/R_1}\,\mathrm{dB} \underset{R_2 \approx R_1}{=}$$

$$= 10 \cdot \lg \frac{U_2^{\,2}}{U_1^{\,2}}\,\mathrm{dB} \boxed{= 20 \cdot \lg \frac{U_2}{U_1}\,\mathrm{dB}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 2 \Leftrightarrow 10 \lg 2\,\mathrm{dB} =$$
$$= 10 \cdot 0{,}3\,\mathrm{dB} = 3\mathrm{dB}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -3\mathrm{dB}$$

vgl. Halbwerts-Zeit/Dicke

$$\frac{P_2}{P_1} = 10 \Leftrightarrow 10 \lg 10\,\mathrm{dB} =$$
$$= 10 \cdot 1\mathrm{dB} = 10\mathrm{dB}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 100 \Leftrightarrow 10 \lg 100\,\mathrm{dB} =$$
$$= 10 \cdot 2\,\mathrm{dB} = 20\mathrm{dB}$$

U_2/U_1	P_2/P_1	dB
1,414	2	3
2	4	6
	8	9
3,16	10	10
	20	13
10	100	20
	$1000=10^3$	30
$100=10^2$	$10000=10^4$	40
$1000=10^3$	10^6	60

Fourier theorem



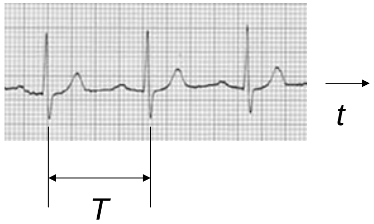




Fourier-Theorem für **periodische** Funktionen (Signale):

Jede periodische Funktion kann durch eine Summe von Sinus- (harmonischen) Funktionen (Grundfrequenz + Obertöne) hergestellt werden.

periodische Funktion: es gibt eine Periode(nzeit), *T*

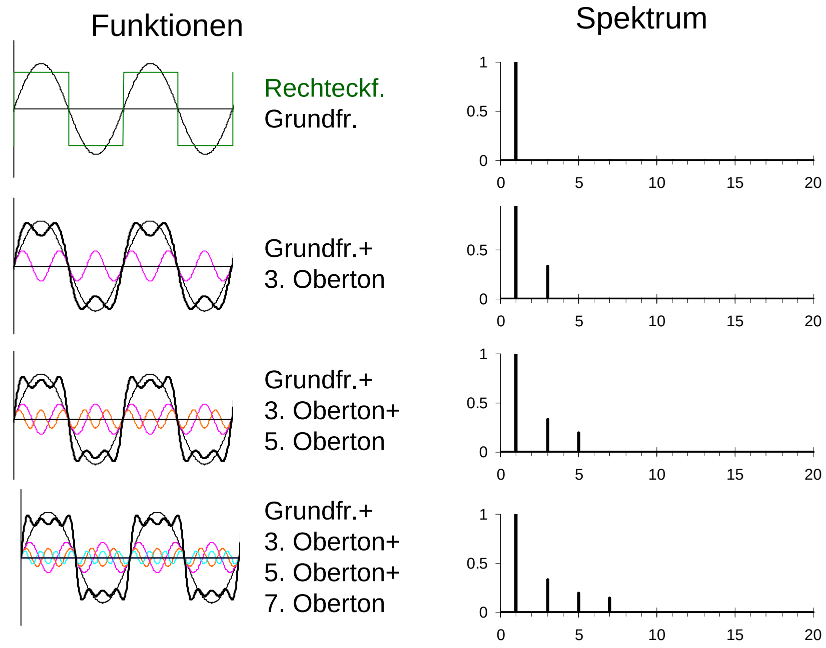


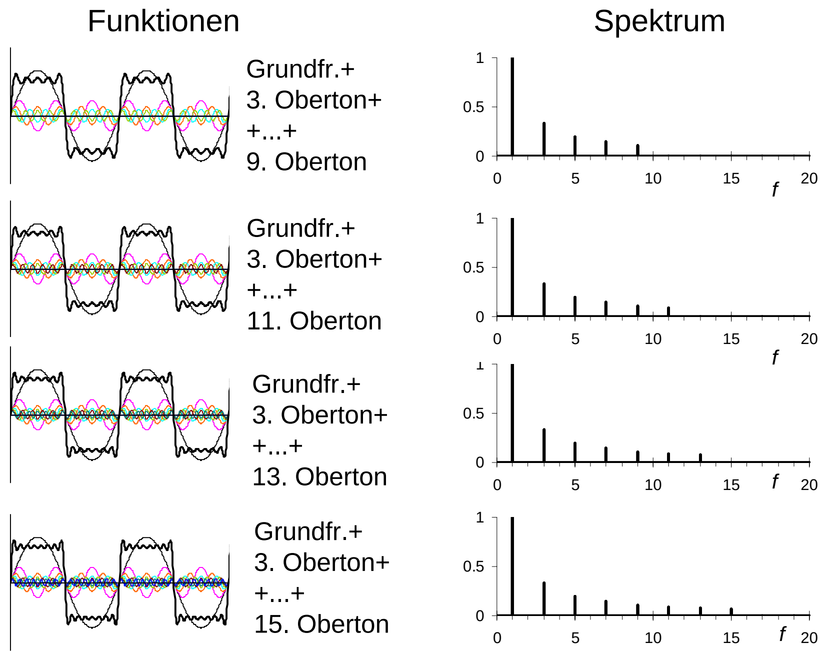
$1/T=f$, wo f ist die Frequenz

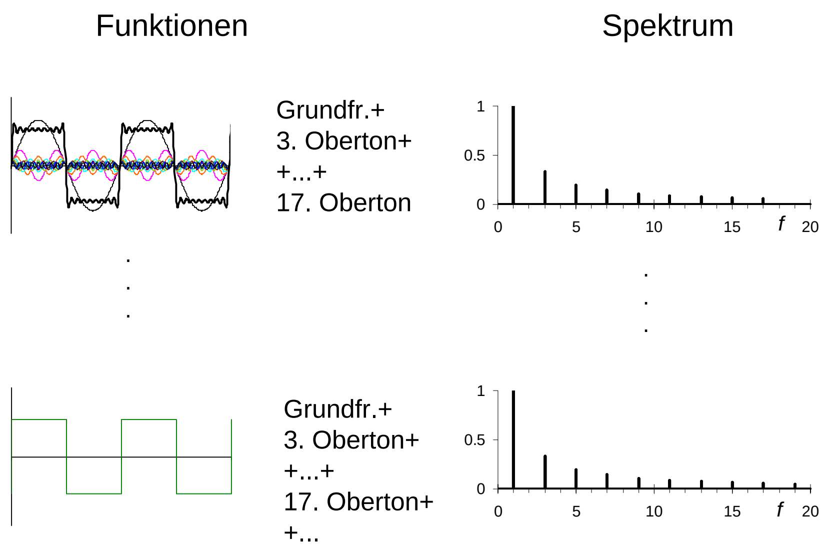
f ist die Frequenz der Sinusfunktion: **Grundfrequenz** (Grundschwingung)

$2f$, $3f$, $4f$, ... : **Obertöne** (Oberschwingungen)

(Linienspektrum)

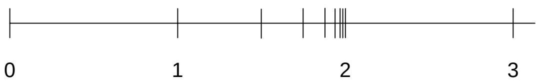


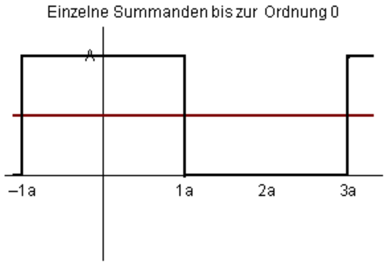


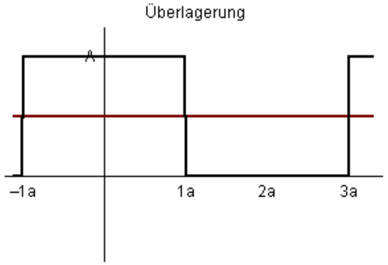


Vgl. **Funktionsreihe**

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2^k} = \frac{1}{2^0}+\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots = 2$$

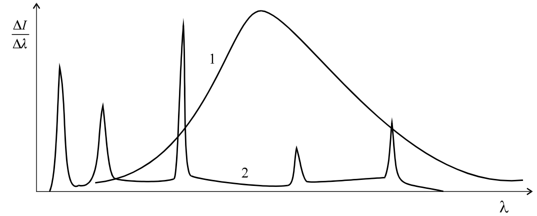




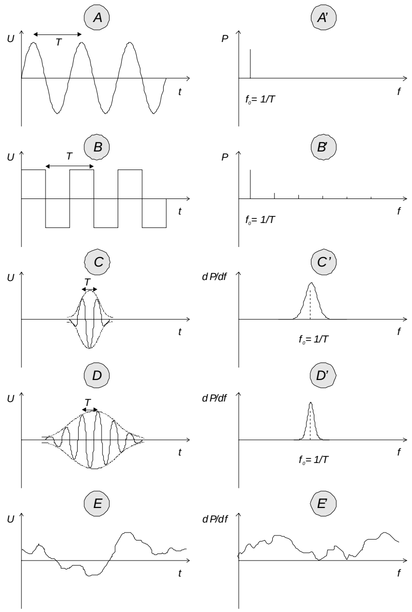


Fourier-Theorem für **aperiodische** Funktionen (Signale):
Jede Funktion kann durch eine Summe von Sinus- (harmonischen) Funktionen hergestellt werden.
Das Spektrum: kontinuierliches Spektrum.

vgl. Emissionsspektren



Praktikumsbuch, Messung 4, Abb. 1



Sinus-Funktion — Linienspektrum (1 Linie)

periodische Funktion — Linienspektrum

ein Paar Periode — Bandenspektrum

Anwendung: Puls-Ultraschall

ein Paar Periode — Bandenspektrum

aperiodische Funktion — kontinuier. Spektrum